

# ТЕМА 3. ВАЛЫ И ПОДШИПНИКИ. ЛЕКЦИЯ № 9. ВАЛЫ И ОСИ (ВиО).

## Вопросы, изложенные в лекции:

1. Назначение, классификация ВиО, применение в МГКМ.
2. Материалы для изготовления ВиО, термическая и механическая обработка.
3. Критерии работоспособности и расчет ВиО.

## Учебная литература:

Детали машин и подъемное оборудование. Под рук. Г.И. Мельникова - М.: Воениздат, 1980. стр. 145-166.

Н.Г. Куклин и др. Детали машин: Учебник для техникумов / Н.Г. Куклин, Г.С. Куклина, В.К. Житков.- 5-е изд., перераб. и допол.- М.: Илекса, 1999. стр. 307-320.

Соловьев В.И. Детали машин (Курс лекций. II часть). - Новосибирск: НВИ, 1997. стр. 106-127.

# Назначение, классификация ВиО, применение в МГКМ.

## Определения:

*Вал* – деталь машины или механизма предназначенная для передачи вращающего или крутящего момента вдоль своей осевой линии (рис. 9.1).

*Ось* – деталь машины или механизма, предназначенная для поддержания вращающихся частей и не участвующая в передаче полезного вращающего или крутящего момента (рис. 9.2). Ось не передает вращающего момента и не испытывает кручения.

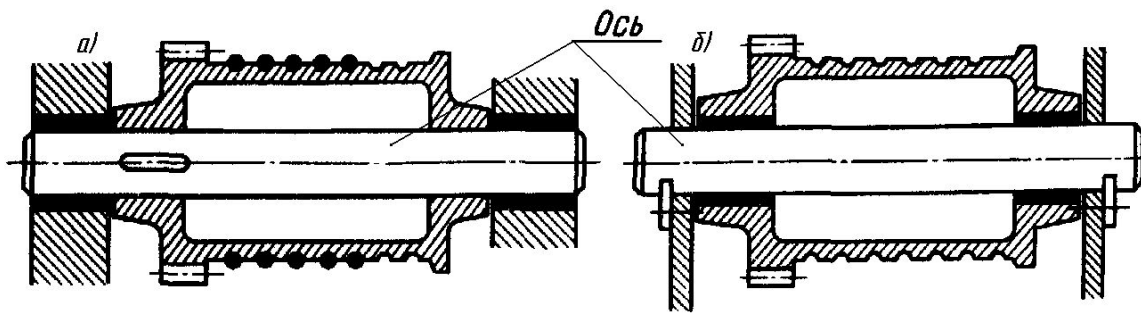
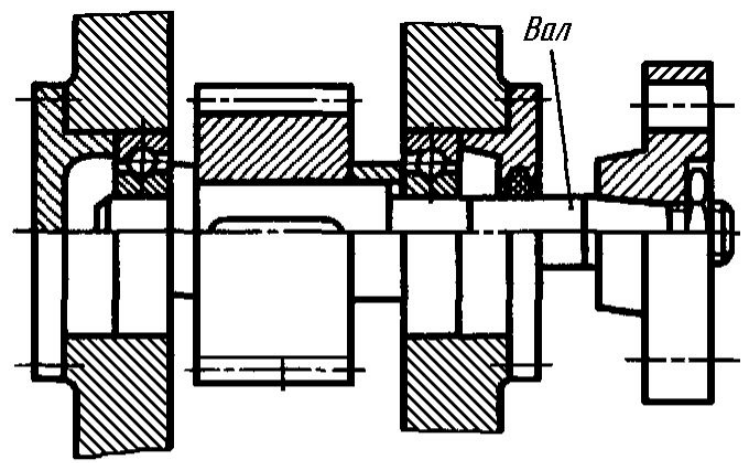


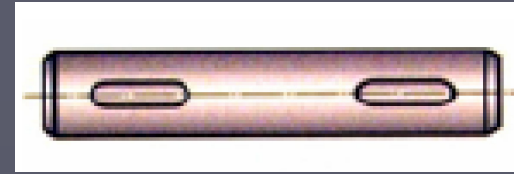
Рис. 9.2.Ось барабана лебёдки:  
а) вращающаяся; б) неподвижная.

Рис. 9.1. Вал редуктора.

## Классификация валов и осей:

### 1. По форме продольной геометрической оси –

- 1.1. *прямые* (продольная ось – прямая линия), валы редукторов, валы коробок передач гусеничных и колёсных машин;
- 1.2. *коленчатые* (продольная геометрическая ось разделена на несколько параллельных отрезков, смещённых друг относительно друга в радиальном направлении), например, коленвал двигателя внутреннего сгорания;
- 1.3. *гибкие* (продольная геометрическая ось является линией переменной кривизны, изменяемой в процессе работы механизма или при монтажно-демонтажных мероприятиях), вал привода спидометра автомобилей.



### 2. По функциональному назначению –

- 2.1. *валы передач*, они несут на себе элементы, передающие вращающий момент (зубчатые или червячные колёса, шкивы, звёздочки, муфты и т.п.) и в большинстве своём снабжены концевыми частями, выступающими за габариты корпуса механизма;
- 2.2. *трансмиссионные валы* для распределения мощности одного источника к нескольким потребителям;
- 2.3. *коренные валы* – валы, несущие на себе рабочие органы исполнительных механизмов (коренные валы станков, несущие на себе обрабатываемую деталь или инструмент называют *шпинделями*).

# Классификация валов и осей (продолжение):

## 3. по форме продольного сечения –

3.1. *гладкие* валы имеют одинаковый диаметр по всей длине;

3.2. *ступенчатые* валы содержат участки, отличающиеся друг от друга диаметрами;

3.3. *полые* валы снабжены осевым отверстием, простирающимся на большую часть длины вала;

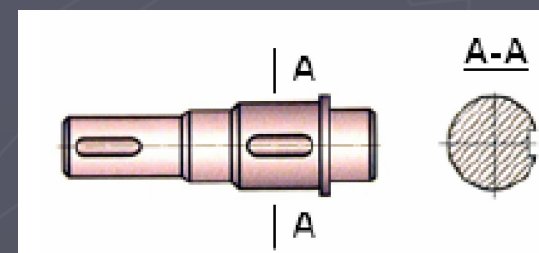
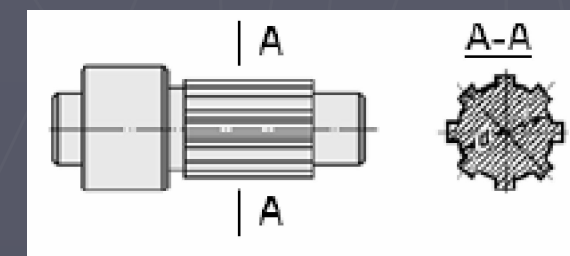
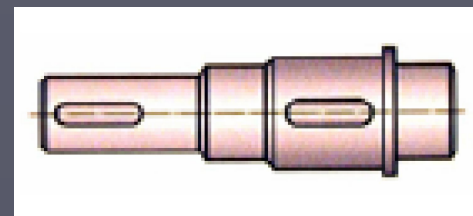
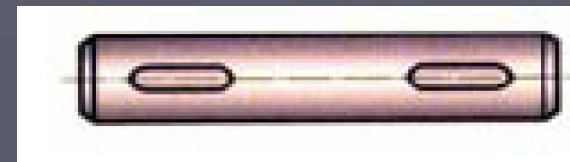
## 4. по внешнему очертанию поперечного сечения

различают валы:

4.1. *шлицевые* валы по внешней цилиндрической поверхности имеют продольные выступы – шлицы, равномерно расположенные по окружности и предназначенные для передачи моментной нагрузки от или к деталям, непосредственно участвующим в передаче вращающего момента;

4.2. *шпоночные валы* предназначены для передачи моментной нагрузки от или к деталям, непосредственно участвующим в передаче вращающего момента;

4.3. *валы, совмещённые* с элементами, непосредственно участвующими в передаче вращающего момента (вал-шестерня, вал-червяк).



Конструктивные элементы валов представлены на рис. 9.3.

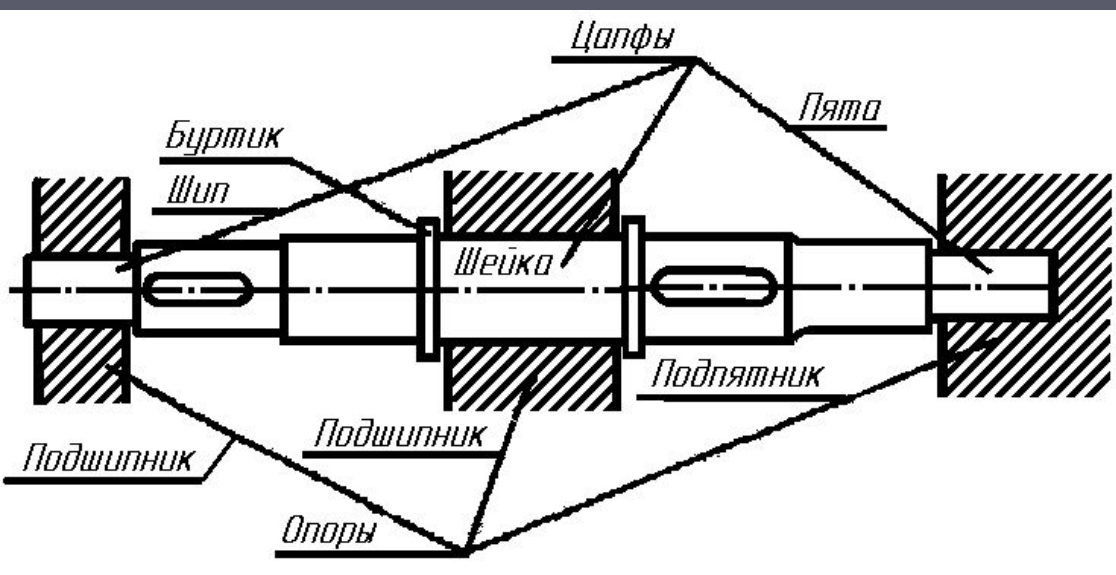


Рис. 9.3. Основные элементы вала.

**Цапфы** – опорные части валов и осей, которые передают действующие на них нагрузки корпусным деталям.

**Шейка** – цапфа в средней части вала.

**Шип** – концевая цапфа, передающая на корпус только радиальную или радиальную и осевую нагрузки вместе.

**Пята** – концевая цапфа, передающая только осевую нагрузку.

С цапфами вала взаимодействуют элементы, обеспечивающие возможность его вращения, удерживающие вал в необходимом для нормальной работы положении и воспринимающие нагрузку со стороны вала.

**Подшипники** – элементы, воспринимающие радиальную нагрузку (или вместе с радиальной и осевую).

**Подпятники** – элементы, предназначенные для восприятия только осевой нагрузки.

**Буртик** – кольцевое утолщение вала малой протяженности, составляющее с ним одно целое и являющееся ограничителем осевого перемещения самого вала или насаженных на него деталей.

**Заплечик** – торцовая поверхность между меньшим и большим диаметрами вала, служащая для опирания насаженных на вал деталей.



**Галтель** – переходная поверхность от цилиндрической части вала к заплечу, выполненная обычно без удаления материала с цилиндрической и торцевой поверхности (рис. 9.4. б, в).

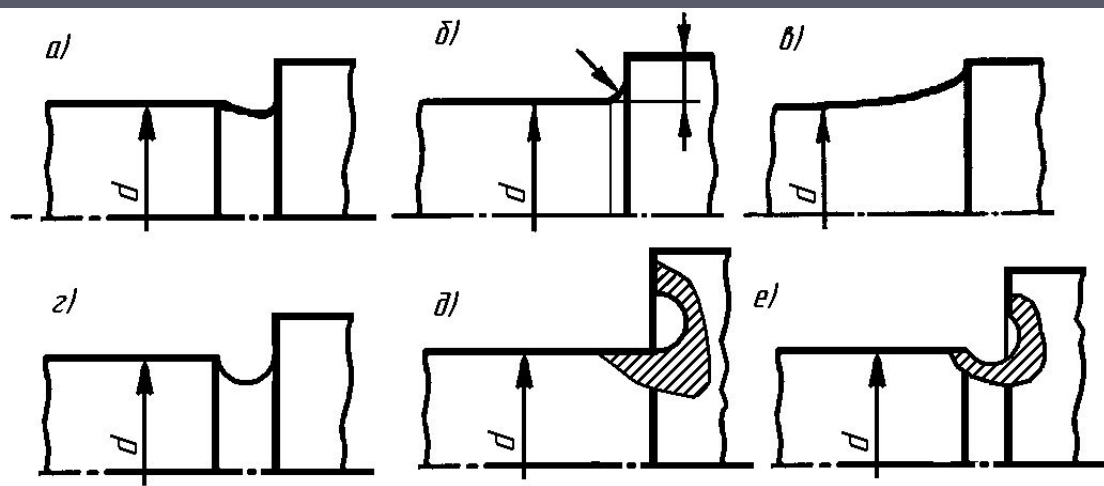


Рис. 9.4. Различные способы оформления переходной части между цилиндрической поверхностью и заплечиком.

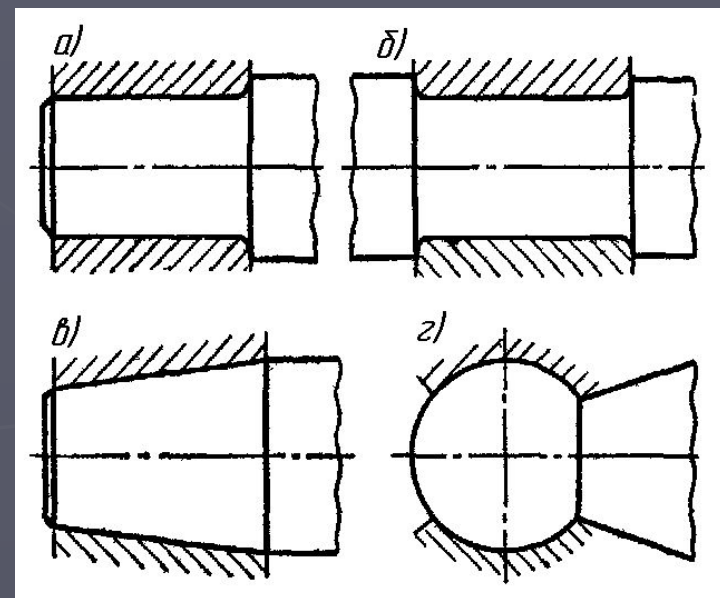


Рис. 9.5. Разновидности цапф

**Канавка** – небольшое углубление на цилиндрической поверхности вала (рис. 9.4. а, г, е)

**Поднутрение** – углубление малой протяженности на торцевой поверхности заплечика вала, выполненное вдоль оси вала (рис. 9.4. д).

**Наклонная канавка** (рис. 9.4. е) совмещает достоинства цилиндрической канавки и поднутрения.

Цапфы валов могут иметь форму различных тел вращения (рис. 9.5): цилиндрическую, коническую или сферическую. Шейки и шипы чаще всего выполняют **в форме цилиндра** (рис. 9.5 а, б).

Выходные концы валов (рис. 9.1; 9.7) обычно имеют *цилиндрическую* или *коническую форму* и снабжаются шпоночными пазами или шлицами для передачи вращающего момента.

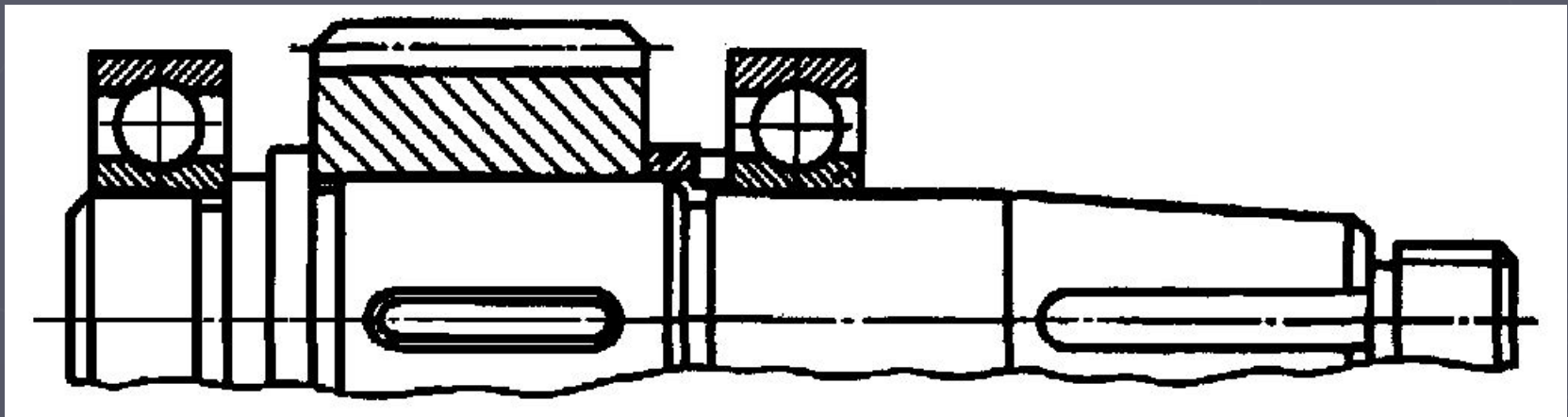


Рис. 9.7. Вал цилиндрической передачи в сборе с шестерней и подшипниками качения.

# Материалы для изготовления ВиО, термическая и механическая обработка.

Требования к материалам валов и осей:

- 1) высокая усталостная прочность (способность противостоять знакопеременным нагрузкам),
- 2) жесткостью (иметь высокий модуль упругости),
- 3) хорошая обрабатываемость.

Наиболее полно этим требованиям удовлетворяют углеродистые и легированные стали.

Малонагруженные валы изготавливают из углеродистых сталей Ст5, Ст6.

1. *Качественные среднеуглеродистые стали марок 40, 45, 50 используют для валов стационарных машин и механизмов. Заготовку из этих сталей подвергают улучшающей термической обработке ( $HRC_3 \leq 36$ ) перед механической обработкой. Валы точат на токарном станке, посадочные места и цапфы шлифуют на шлифовальном станке.*
2. *Среднеуглеродистые легированные стали марок 40X, 45X, 40XH, 40XНМА, 35XГСА используют для валов ответственных передач подвижных машин (валы коробок передач гусеничных машин). Улучшающей термообработке ( $HRC \leq 45$ ) обычно подвергают деталь уже после предварительной токарной обработки. Посадочные поверхности и цапфы окончательно шлифуют на шлифовальных станках.*



3. Мало- и среднеуглеродистые легированные стали марок 20Х, 12ХН3А, 18ХГТ, 25ХГТ, 38Х2МЮА идут на валы нагруженных передач, работающих в реверсивном режиме (шлицевые валы коробок передач колёсных машин). Вал, изготовленный с минимальным припуском под окончательную обработку, подвергается *поверхностной химико-термической обработке (цементация, азотирование и т. п.)*, закаливается до высокой поверхностной твердости (HRCэ 55...65). Рабочие поверхности шлицов, посадочные поверхности и поверхности цапф шлифуются после термической обработки с целью получения необходимой точности.



# Критерии работоспособности и расчет ВиО.

Основными критериями работоспособности валов и вращающихся осей являются *усталостная прочность и жёсткость*.

При расчете осей и валов их прочность оценивают по *коэффициенту запаса усталостной прочности*, а жёсткость – *величиной прогиба* под действием рабочих нагрузок, *углом поворота* отдельных сечений (чаще всего опорных сечений цапф) в плоскости осевого сечения и *углом закручивания* поперечных сечений под действием крутящего момента.

Таким образом, основными расчётными нагрузочными факторами являются **крутящие  $T$**  и **изгибающие  $M$**  моменты. Влияние на прочность вала растягивающих и сжимающих сил само по себе незначительно и обычно не учитывается.

Расчёт вала должен включать пять основных этапов:

- 1) **ориентировочный расчёт**,
- 2) **проектный или проверочный расчет**
- 3) **уточненный расчёт валов на выносливость или усталостный расчет.**
- 4) **Расчет на жесткость**
- 5) В некоторых случаях к этим четырем этапам расчёта добавляются и другие, например, расчёт на колебания (**расчёт вибрационной стойкости**), расчёт тепловых деформаций, теплостойкости и т.п.

**Ориентировочный расчёт** валов производят только на *статическую прочность по передаваемому крутящему моменту  $T$* . При этом расчёте определяется наименьший диаметр вала, а с целью компенсации неучтённых изгибных нагрузок и других факторов, влияющих на прочность вала, принимают заниженные значения допускаемых напряжений  $[\tau]_к \approx (0,025 \dots 0,030) \cdot \sigma_B$ .

$$\tau_k = \frac{T_k}{W_n} \leq [\tau]_k ; \quad (9.1)$$

где  $\tau_k$  – максимальные касательные напряжения, действующие во внешних волокнах опасного сечения вала;  $T_k$  – крутящий момент, передаваемый через это сечение;  $W_n$  – полярный момент инерции рассматриваемого сечения.

Диаметр вала определяется соотношением

$$d = \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot 10^3}{0.2 \cdot [\tau]_k}}$$

Полученный таким расчётом диаметр вала округляют до ближайшего большего значения из рядов нормальных линейных размеров по ГОСТ 6636-69. **Найдя ориентировочный диаметр характерного сечения вала (например, диаметр выходного конца быстроходного или тихоходного вала редуктора), из конструктивных особенностей с учетом удобства сборки и фиксации деталей на валу в осевом направлении определяют диаметры остальных участков вала.**

**Проектный или проверочный расчет** выполняют с учетом *изгиба с кручением*, применяя III (IV) теорию прочности. Этот расчет требует приближенного определения осевых размеров вала, что дает возможность построить эпюры изгибающих моментов. **Формирование расчётной схемы** возможно только *после полного конструктивного оформления вала* на основе ориентировочного расчёта, эскизного проектирования, подбора подшипников и расчёта конструктивных элементов, участвующих в передаче вращающего момента.

При формировании **расчётной схемы** вал обычно представляют в виде балки, лежащей на опорах (число опор обычно равно числу подшипников), одна из которых считается закреплённой в осевом направлении.

Если вал установлен в корпусе посредством радиальных или сферических подшипников, опору считают расположенной на геометрической оси вала в точке пересечения с поперечной осью симметрии подшипника.

При использовании радиально-упорных подшипников за точку опоры принимают точку продольной геометрической оси вала, лежащую на её пересечении с нормалью к поверхности качения, проведённой через центр тел качения.

Для подшипников скольжения, а также при установке сдвоенных подшипников качения за точку опоры принимают точку, лежащую на оси вращения и расположенную на расстоянии, равном  $0,2...0,3$  длины подшипника (суммарной длины пары подшипников качения) от его (их) внутренней кромки.

Силы, действующие на вал со стороны ступиц шкивов, шестерён, звёздочек и других элементов, считают приложенными посередине ступицы, если последняя расположена между подшипниками, и на расстоянии  $0,25...0,3$  длины ступицы со стороны её внутреннего края, при её консольной установке (то есть на конце вала).

**Проверочный расчёт валов** производится после формирования расчётной схемы и уточнения всех нагрузок, как по величине, так и по направлению. Этот вид расчёта предусматривает проверку вала на статическую прочность по наибольшей возможной кратковременной нагрузке

$$\sigma_{\text{экв}} = M_{\text{экв}} / (0,1d^3) \leq [\sigma_u]$$

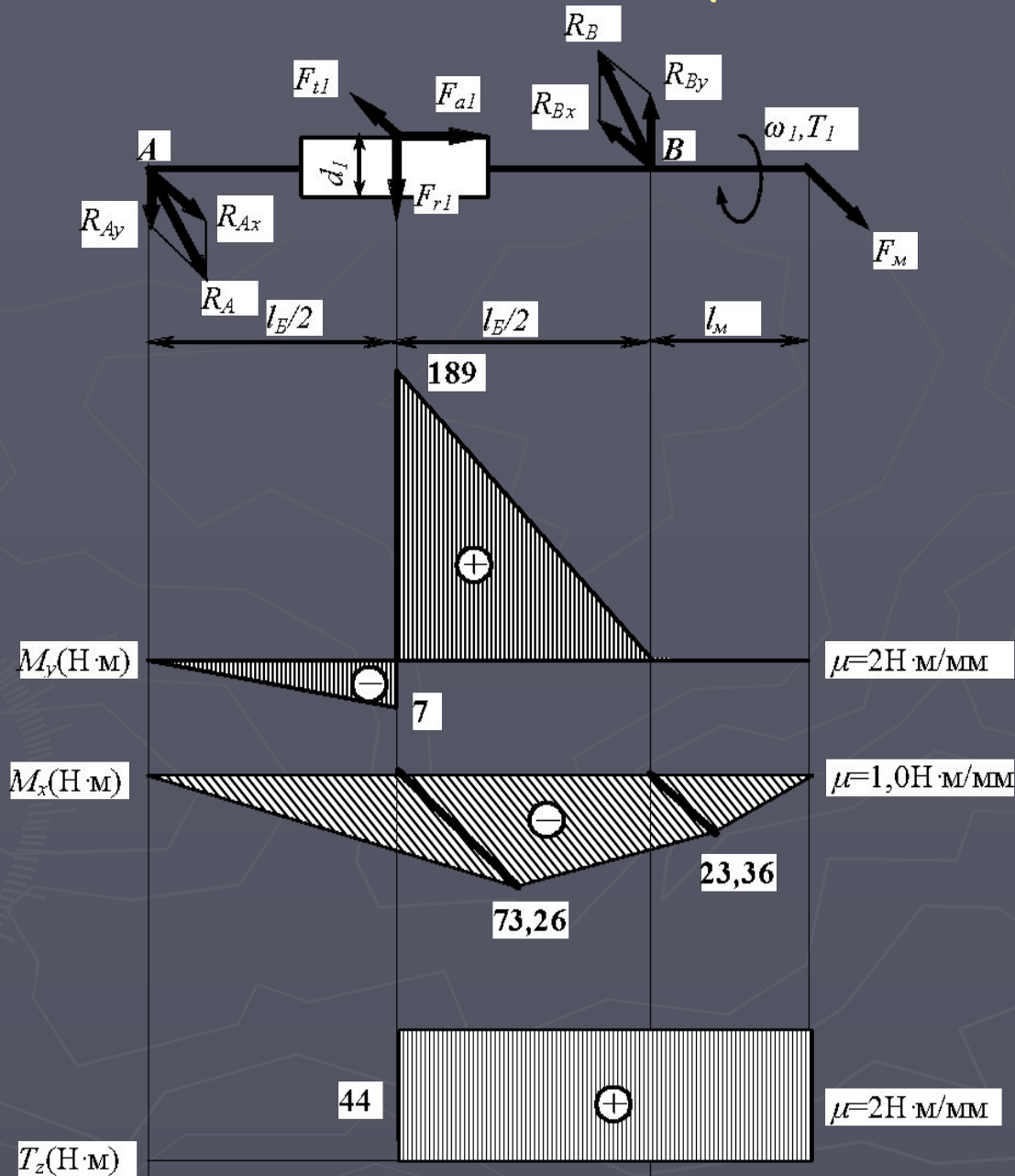
$$d = \sqrt[3]{10M_{\text{экв}} / [\sigma_u]}$$

$$M_{\text{экв}} = \sqrt{M^2 + T^2}$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$$

где  $\sigma_u$  — максимальное напряжение от изгиба;  $M_x$  и  $M_y$  — соответственно изгибающие моменты во взаимно перпендикулярных плоскостях.

Например, в червячном редукторе, показанном на рис. силы  $F_r$  и  $F_a$  действуют в вертикальной плоскости, а сила  $F_t$  — в горизонтальной





**Уточненный расчет валов** (осей) на выносливость на усталостную прочность выполняют как проверочный. Он заключается в определении значения расчетного коэффициента запаса прочности для опасного сечения вала и сравнении его значения с допускаемым, т. е. в проверке условия  $S \geq [S]$ , где  $S$  вычисляют по формуле:

$$S = 1 / \sqrt{(1 / S_{\sigma})^2 + (1 / S_{\tau})^2} \geq [S]$$

При расчете осей и валов на сопротивление усталости учитывают все основные факторы, которые влияют на их прочность, а именно: характер напряжения, статические и усталостные характеристики материалов, изменение предела выносливости вследствие концентрации напряжений и влияния абсолютных размеров оси или вала, состояние поверхности и поверхностное упрочнение.

где  $S_{\sigma}$  - коэффициент запаса прочности при изгибе;  $S_{\tau}$  - коэффициент запаса прочности при кручении:

$$S_{\sigma} = \sigma_{-1} / [K_{\sigma} \sigma_a / (K_d K_v) + \psi_{\sigma} \sigma_m] \quad S_{\tau} = \tau_{-1} / [K_{\tau} \tau_a / (K_d K_v) + \psi_{\tau} \tau_m] \quad \begin{aligned} \sigma_{-1} &= (0,40 \dots 0,46) \sigma_B \\ \tau_{-1} &= 0,25 \sigma_B \end{aligned}$$

где  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  - пределы выносливости для материала вала при симметричном цикле изгиба и кручения;  $\sigma_a$  и  $\tau_a$  - амплитуды изменения напряжений изгиба и кручения;  $\sigma_m$  и  $\tau_m$  - средние значения за цикл тех же напряжений;  $\psi_{\sigma}$  и  $\psi_{\tau}$  - коэффициенты чувствительности материала вала к асимметрии цикла напряжений ( $\psi_{\tau} \approx 0,5 \cdot \psi_{\sigma}$ ;  $0,05 \leq \psi_{\sigma} \leq 0,2$ );  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  - эффективные коэффициенты концентрации напряжений для данного сечения вала в зависимости от его формы,  $K_d$  - коэффициент влияния абсолютных размеров поперечного сечения,  $K_v$  - коэффициент, учитывающий упрочнение поверхности (при отсутствии поверхностного упрочнённого слоя  $K_v \approx 1$ ). Перечисленные коэффициенты устанавливаются по справочным данным с учётом материала и конструкции рассчитываемого вала.

Типичными являются такие условия нагружения, когда напряжения от изгиба валов имеют чисто симметричный характер, то есть максимальный и минимальный изгибающие моменты в данном сечении равны по величине и противоположны по направлению. Для таких условий  $\sigma_a = \sigma_{max} = \sigma_{и}$  а средние напряжения за цикл  $\sigma_m = 0$ ,

$$\tau_m = \tau_a = 0,5\tau_k$$

Напряжение на изгиб в рассмотренном сечении вала

$$\sigma_u = M / (0,1d^3)$$

При расчете вала по сечению, где есть шпоночная канавка

$$\sigma_u = M / W_{\text{НЕТТО}}$$

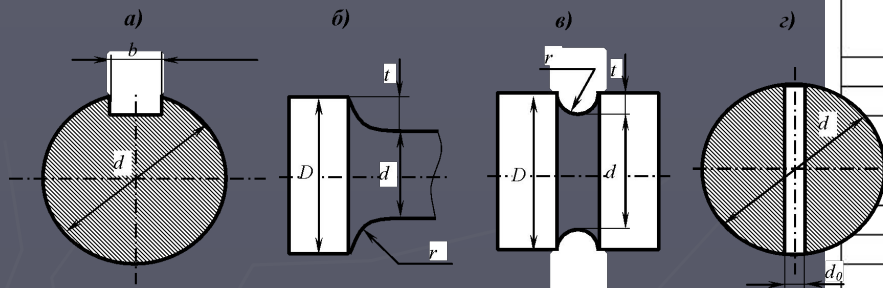
$$W_{\text{НЕТТО}} = \pi d^3 / 32 - bt(d-t)^2 / 2d$$

Напряжение на кручение  $\tau_k = T / 0,2d^3$

При расчете вала в сечении, где есть шпоночная канавка  $\tau_k = T / W_{\text{К.НЕТТО}}$

$$W_{\text{К.НЕТТО}} = \pi d^3 / 16 - bt(d-t)^2 / 2d$$

Значение эффективных коэффициентов концентрации напряжений  $K_\sigma$  и  $K_\tau$ , вызванные галтелью, кольцевой виточкой, поперечным отверстием, шпоночной канавкой, шлицами, резьбой и прессовыми посадками деталей, можно принимать по табл.



Фактор концентрации	$K_\sigma$		$K_\tau$					
	$\sigma_B, \text{МПа}$							
	$\leq 700$	$\geq 1000$	$\leq 700$	$\geq 1000$				
Галтель								
$r/d=0,02$	2,5	3,5	1,8	2,1				
$r/d=0,06$	1,85	2,0	1,4	1,53				
$D/d=1,25 \dots 2 \dots 2$	1,6	1,64	1,25	1,35				
Виточка								
$r/d=0,02$	1,9	2,35	1,4	1,7				
$r/d=0,06$	1,8	2,0	1,35	1,65				
$r/d=0,10$	1,7	1,85	1,25	1,5				
Шпоночная канавка	1,7	2,0	1,4	1,7				
Шлицы								
Посадка с натягом $p \geq 20 \text{ МПа}$	2,4	3,6	1,8	2,5				
Резьба	1,8	2,4	1,2	1,5				
<b>Значение коэффициента <math>K_d</math></b>								
$d, \text{мм}$	15	20	30	40	50	70	100	200
При изгибе для углеродной стали	0,95	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,61
При изгибе для высокопрочной легированной стали и при кручении для всех сталей	0,87	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52

Вид поверхностей обработки	предел прочности сердцевины $\sigma_B, \text{МПа}$	Гладкие валы $K_\tau$	Валы с малой концентрацией напряжений $K_\sigma = 1,5$	Валы с большой концентрацией напряжений $K_\sigma = 1,8 \dots 2$
Гартування с нагреванием ТВЧ	600...800	1,5...1,7	1,6...1,7	2,4...2,8
	800... 1000	1,3...1,5	—	—
Азотирование	900... 1200	1,1...1,25	1,5...1,7	1,7...2,1
Цементация	400...600	1,8-2,0	3	—
	700...800	1,4...1,5	—	—
	1000...1200	1,2...1,3	2	—
Обработка пластическим деформированием	700...1250	1,1-1,25 1,2...1,3	1,5...1,6 1,5...1,6	1,7...2,1 1,8...2,0

Допустимый коэффициент запаса прочности принимают в зависимости от назначения оси или вала и точности расчетов  $[S] = 1,5 \dots 2 \dots 2,5$

предел прочности $\sigma_B, \text{МПа}$	350...550	520...750	700... 1000	1000...1200
$\psi_\sigma$ -растягивание и изгиб	0	0,05	0,1	0,2
$\psi_\tau$ - кручение	0	0	0,05	0,1

*Выносливость вала* можно повысить конструктивно, делая переходные закругления (галтели) возможно большего радиуса, и технологически путем обточки и шлифования поверхностей, что приводит к снижению концентрации напряжений. Поверхностное упрочнение (закалка ТВЧ, азотирование, цементация, дробеструйный наклеп, обкатка роликами) существенно повышает выносливость валов.

## РАСЧЕТ НА ЖЕСТКОСТЬ

- Достаточная прочность вала не всегда может обеспечить нормальную работу передачи или машины. Под действием внешних сил, приложенных к насаженным на вал деталям, он деформируется, его поперечные сечения, как известно из сопротивления материалов, получают линейные и угловые перемещения. При этом вторые являются следствием изгиба и кручения вала. Значительнее линейные (прогибы) и угловые перемещения ухудшают работу подшипников, нарушают равномерность контакта между трущимися поверхностями катков во фрикционных передачах, снижают точность зацепления зубчатой передачи особенно червячной, вызывая концентрацию нагрузки по длине зубьев, влияющую на их прочность. Значительный прогиб вала электродвигателя нарушает нормальный зазор между ротором и статором, что отрицательно сказывается на его работе.

**Проверочный расчёт валов** на жёсткость чаще всего выполняется по нескольким критериям. Наиболее часто при этом виде расчёта определяются:

- 1) **прогиб вала в определённых сечениях** (например, под зубчатым или червячным колесом);
- 2) **максимальный прогиб вала**;
- 3) **поворот отдельных сечений вала, вызванный его изгибом** (чаще всего в местах установки подшипников);
- 4) **закручивание вала под действием рабочих моментов**.

Исходя из изложенного, получаем следующие критерии жесткости вала:

прогиб под элементами зацепления –	$y \leq [y];$
полная стрела прогиба–	$f \leq [f];$
угол поворота сечения–	$\theta \leq [\theta];$
удельный угол закручивания вала–	$\phi_0 \leq [\phi_0];$

где допустимые значения прогибов и углов составляют:

Предельный прогиб в месте установки зубчатых колёс при модуле зацепления

*m*

цилиндрических –  $[y] = 0,01m;$

конических, гипоидных, глобоидных, червячных –  $[y] = 0,005m;$

полная стрела прогиба –  $[f] = 3 \cdot 10^{-4}l$ , где  $l$  – полная длина вала;

допустимый удельный угол закручивания вала–  $0,025 \leq [\phi_0] \leq 1,0$  градус/м в

зависимости от конструкции и назначения вала.

Для осей полный прогиб  $[f] \approx (2...3) \cdot 10^{-3}l$ , где  $l$  – полная длина оси.



• Линейные и угловые перемещения определяют методами сопротивления материалов. Условие и уравнение жесткости вала выражаются неравенствами

$$f = Fa^2b^2 / (3EJ_x l) \leq [f];$$
$$\varphi_0 = T / (GJ_p) \leq [\varphi_0],$$

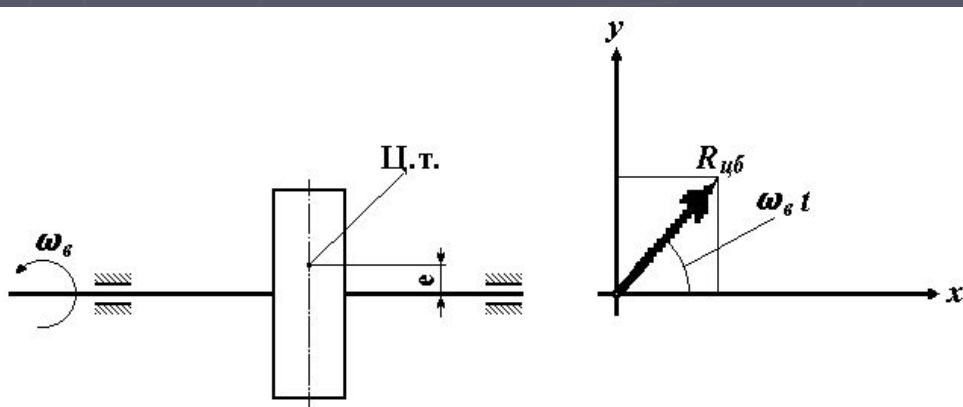
где  $f$  — наибольший прогиб или прогиб в точке действия изгибающей силы  $F$ ;  $[f] = (0,0002.. .0,0003)l$  — допускаемый прогиб,  $l = a + b$  — расстояние между опорами;  $[f] = (0,01.. .0,03)m$  для валов зубчатых колес;  $[f] = (0,005.. .0,01)m$  для валов-червяков;

В связи с тем что прогиб  $f$  и угол закручивания  $\theta$  зависят от модулей упругости  $E$  и  $G$ , размер которых для сталей разных марок примерно одинаков, то валы и оси целесообразно изготавливать не из легированных, а из менее дефицитных и относительно дешевых углеродистых сталей с последующей термической обработкой.

Значения углов наклона  $\theta$  оси вала на опорах с подшипниками качения не должны превышать: для цилиндрических роликоподшипников — 0,0025 рад, для конических — 0,0016 рад, для однорядных шарикоподшипников — 0,005 рад, для сферических подшипников — 0,05 рад. Угол наклона оси вала под зубчатыми колесами  $< 0,001$  рад.

## РАСЧЕТ ВАЛОВ НА КОЛЕБАНИЯ.

Колебания валов могут быть поперечными (изгибными) и крутильными. Поперечные вызываются наличием несбалансированных масс - маховиков, шкивов, зубчатых колес и т.п. (рис. 9.8). Крутильные колебания возникают вследствие неравномерности вращательного движения валов, связанных с инерционными деталями, механизма.



**Рис. 9.8. Схема возникновения поперечной пульсирующей силы**

В простейшем случае, когда вал соединен с одной вращающейся неуравновешенной массой - маховиком (массой и моментом инерции самого вала в этом случае чаще всего можно пренебречь), деформацию вала при вынужденных колебаниях можно представить следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{P_a}{m \cdot (\omega_{\theta u}^2 - \omega_\epsilon^2)} \sin \omega_\epsilon t \\ \varphi &= \frac{M_a}{J \cdot (\omega_{\theta \kappa}^2 - \omega_\epsilon^2)} \sin \omega_\epsilon t \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

Верхнее равенство относится к изгибным колебаниям, нижнее – к крутильным. В этих равенствах  $f$  и  $\phi$  – величина смещения (поперечного или углового) присоединенного маховика;  $P_a$  и  $M_a$  – возмущающий фактор (сила или момент);  $m$  и  $J$  – характеристика инерционности (масса и момент инерции маховика)  $\omega_{\theta u}$  и  $\omega_{\theta \kappa}$  – частоты собственных изгибных и крутильных колебаний системы, соответственно;  $\omega_\epsilon$  – частота действия возмущающего фактора. При этом частота собственных колебаний равна корню квадратному из отношения жесткости к характеристике инерции:

$$\begin{aligned} \omega_{\theta u} &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \omega_{\theta \kappa} &= \sqrt{\frac{\kappa}{J}} \end{aligned} \quad (9.17)$$

где  $k$  – изгибная жесткость вала (величина прогиба от действия единичной поперечной силы), а  $\kappa$  – крутильная жесткость вала (величина угла закручивания от действия единичного крутящего момента). В знаменатель обоих выражений (9.16) входит разность между собственной частотой вала и частотой действия вынуждающего фактора. При совпадении этих двух частот величина деформации устремляется в бесконечность, что эквивалентно разрушению.

**Явление совпадения вынуждающей и собственной частот называется резонансом.**

Если вынуждающая частота больше собственной, то, во-первых, деформация меняет знак (то есть по направлению становится противоположной вынуждающему фактору), во-вторых, с увеличением вынуждающей частоты амплитуда деформации становится все меньше.

Большинство валов передач работают в зарезонансном режиме ( $\omega_b \gg \omega_0$ ), и при разгоне и торможении машины вал проходит через область резонанса. Длительная работа вала в резонансном режиме ведёт к увеличению его деформаций, а, следовательно, и напряжений в нём, способствуя тем самым быстрому его разрушению. Следовательно, *необходимо сокращать время разгона и торможения*, чтобы амплитуда колебаний вала не достигла опасной величины.

Конец лекции.  
Спасибо за внимание!

