

Лекція № 5.

Енергія, робота та потужність Закон збереження енергії

1. Енергія, робота та потужність
2. Кінетична енергія поступального та обертального рухів
3. Потенціальна енергія. Енергія пружно деформованого тіла
4. Гравітаційне поле та його характеристики. Потенціальна енергія матеріальної точки у гравітаційному полі
5. Потенціальні сили та консервативні системи
6. Закон збереження енергії у механіці

1. Енергія, робота та потужність

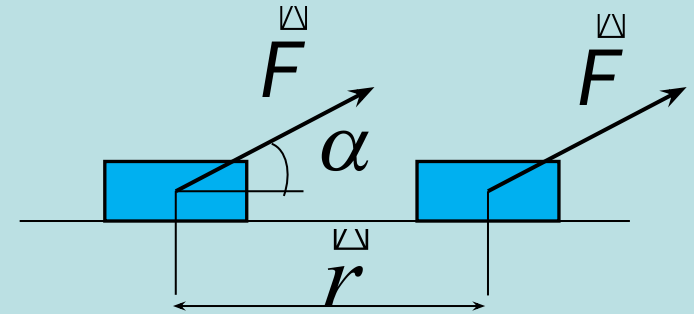
Енергія — це скалярна фізична величина, що є універсальною кількісною мірою руху і взаємодії усіх видів матерії. Тіло, що має енергію спроможне виконати роботу.



$$[E] = \text{Дж}(\text{джоуль}).$$



Робота — це скалярна фізична величина, що чисельно дорівнює скалярному добутку сили на переміщення:



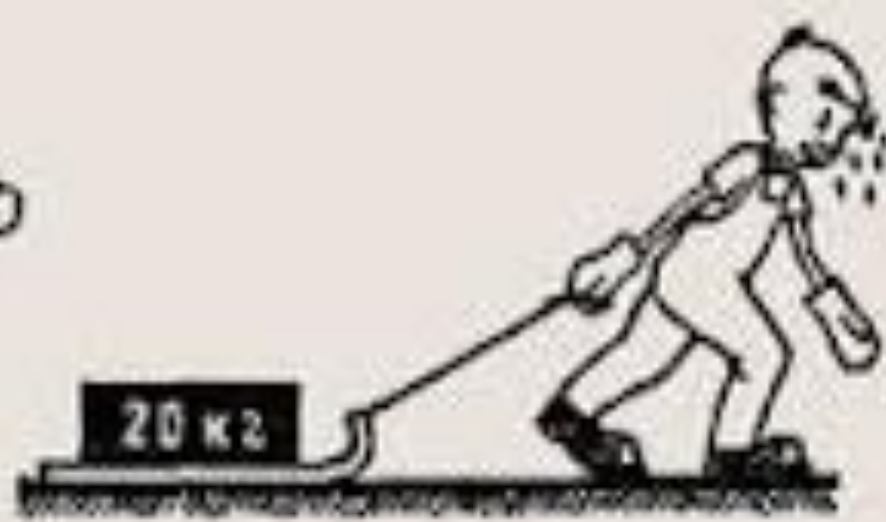
$$A = (\vec{F} \cdot \vec{r}) = F s \cos \alpha,$$
$$[A] = \text{Дж} = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

Для змінної сили робота дорівнює

$$dA = F ds \cos \alpha$$

або

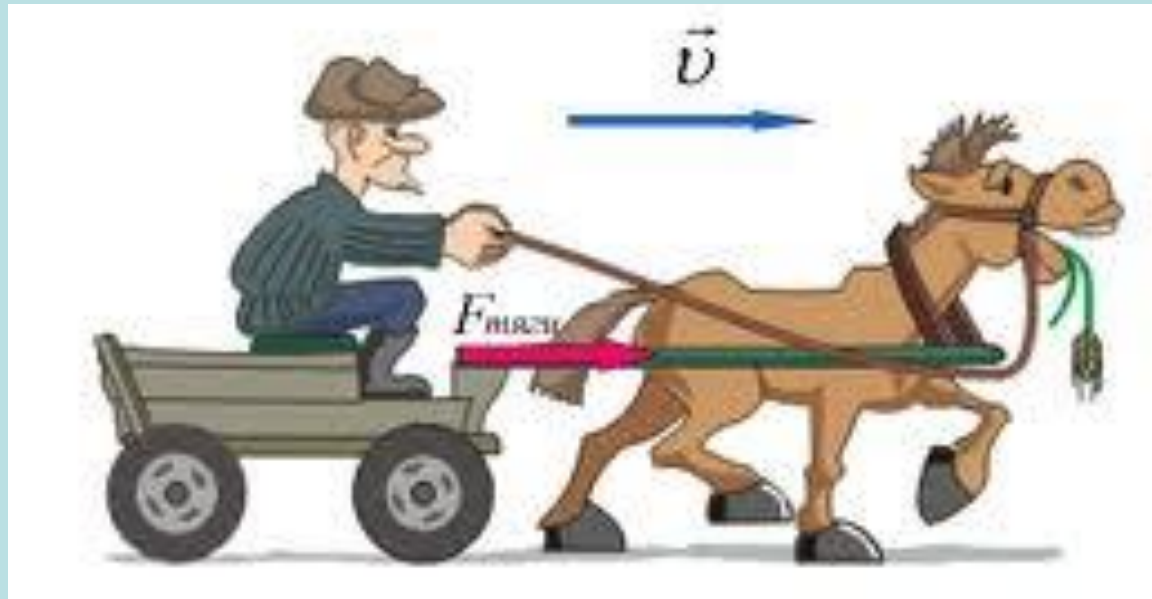
$$A_{12} = \int_0^s F \cos \alpha ds .$$



Потужність – це скалярна фізична величина, що характеризує роботу системи, яку вона виконує за одиницю часу:

$$N = \frac{A}{t} \text{ або } N = \frac{dA}{dt} = \frac{Fds}{dt} = Fv,$$

$$[N] = Bm = \frac{\text{Дж}}{с}.$$



Якщо система мала у першому стані 1 енергію E_1 і переходить у стан 2 з енергією E_2 , то $A_{12}=E_1-E_2$, тобто *зміна енергії системи іде на виконання нею роботи.*



2. Кінетична енергія поступального та обертального рухів

Кінетична енергія — скалярна фізична величина, що є універсальною кількісною мірою руху матерії.



*Кінетична енергія тіла, що здійснює
поступальний рух:*

$$E_{\text{к пост}} = \frac{mv^2}{2}.$$

Оскільки лінійна і кутова швидкості пов'язані залежністю $v=\omega \cdot r$, тоді

$$E_{\kappa} = \frac{mr^2\omega^2}{2},$$

або, якщо врахувати, що $mr^2=I$, можна отримати формулу *кінетичної енергії тіла при обертальному русі*:

$$E_{\kappa \text{ оберт}} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Повна кінетична енергія тіла, що здійснює одночасно і поступальний і обертальний рухи:

$$E_{\kappa} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$



3. Потенціальна енергія. Енергія пружно деформованого тіла

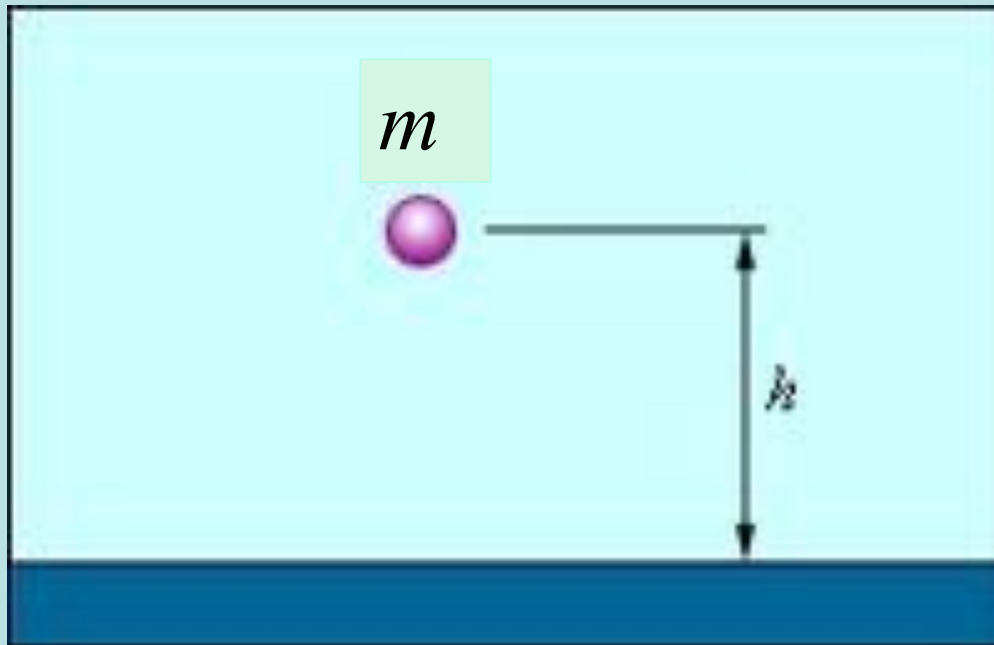
Потенціальна енергія — скалярна фізична величина, що є універсальною кількісною мірою взаємодії усіх видів матерії (тіла з іншим тілом чи полем), визначається взаємним розміщенням тіл або тіла у полі.



Так для системи *тіло-земля* потенціальна енергія тіла дорівнює:

$$E_n = mgh,$$

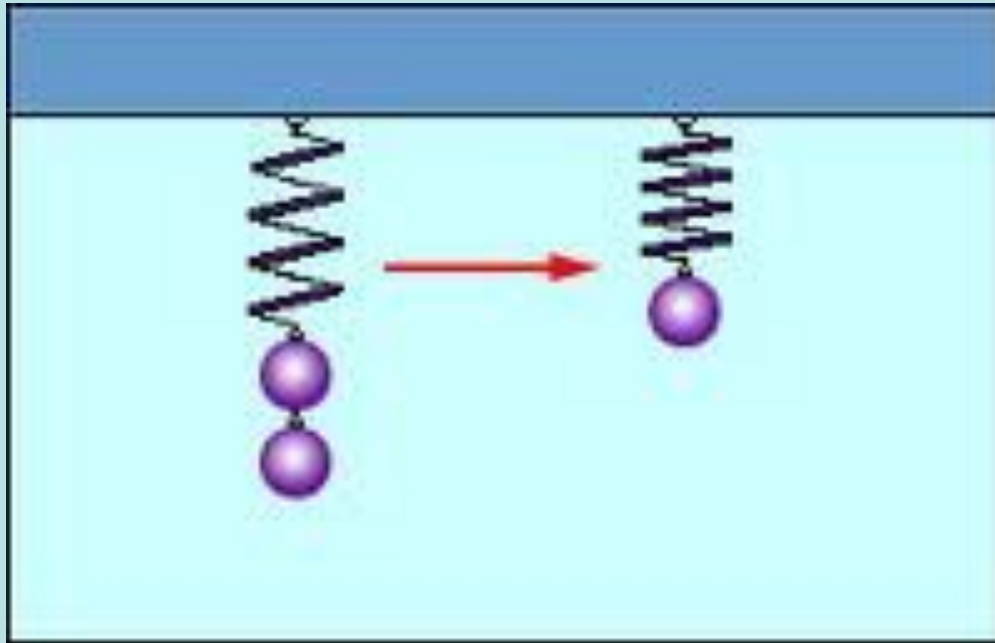
де h – висота, на якій знаходиться тіло над поверхнею землі.



Потенціальну енергію пружно деформованого тіла (наприклад, деформованої пружини) визначають формулою:

$$E_n = \frac{kx^2}{2},$$

де k – коефіцієнт пружності пружини ($k=F, x=1$),
 x – деформація пружини.



4. Гравітаційне поле та його характеристики. Потенціальна енергія матеріальної точки у гравітаційному полі

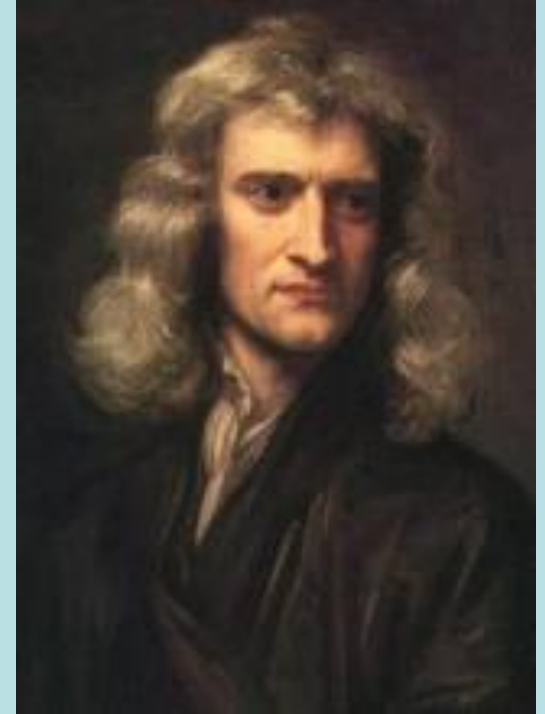
Англійський фізик Ісаак Ньютон, вивчаючи рух небесних тіл, дійшов висновку, що всі тіла притягуються одне до одного із силою, що дорівнює:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

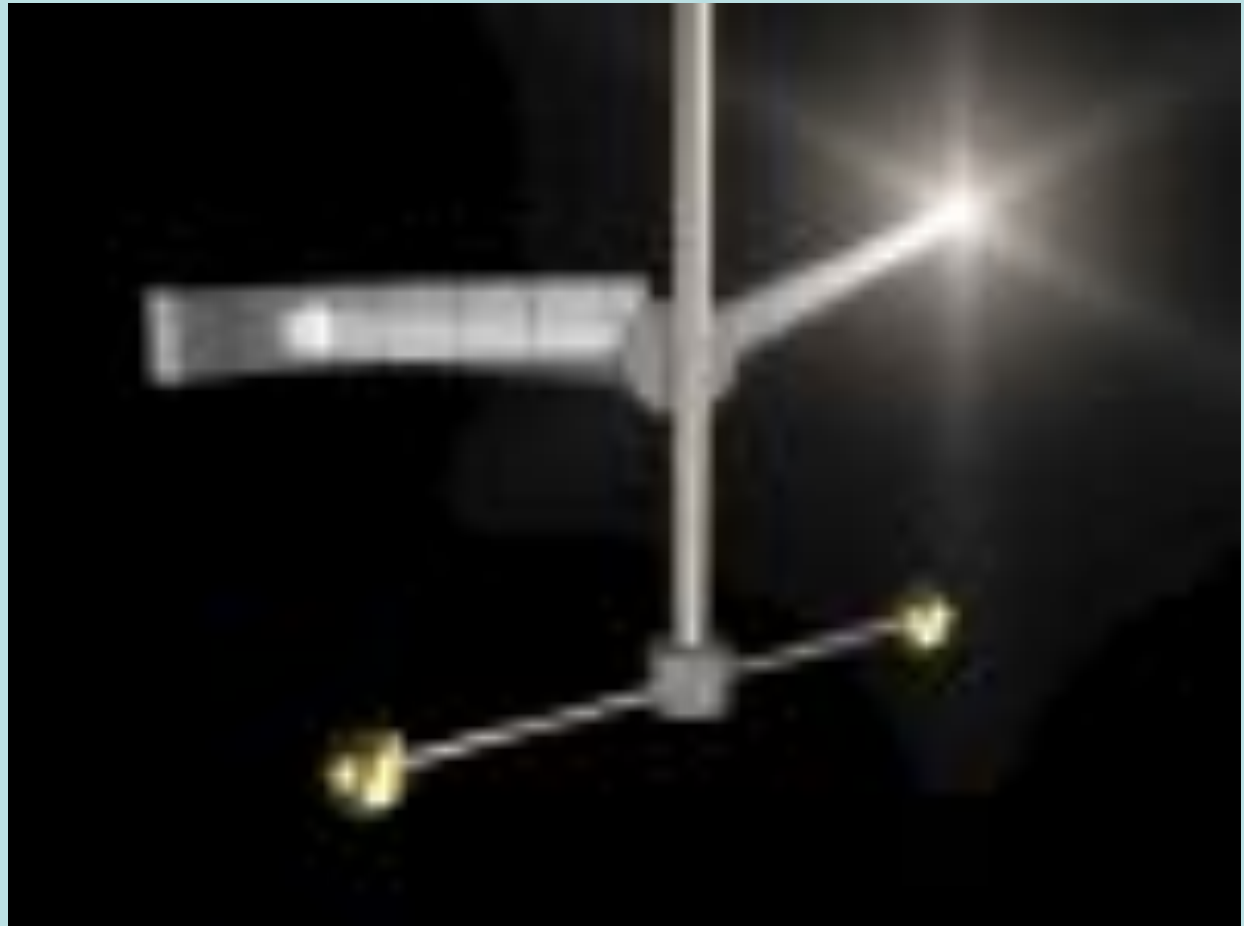
де $G = 6,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ – гравітаційна стала,

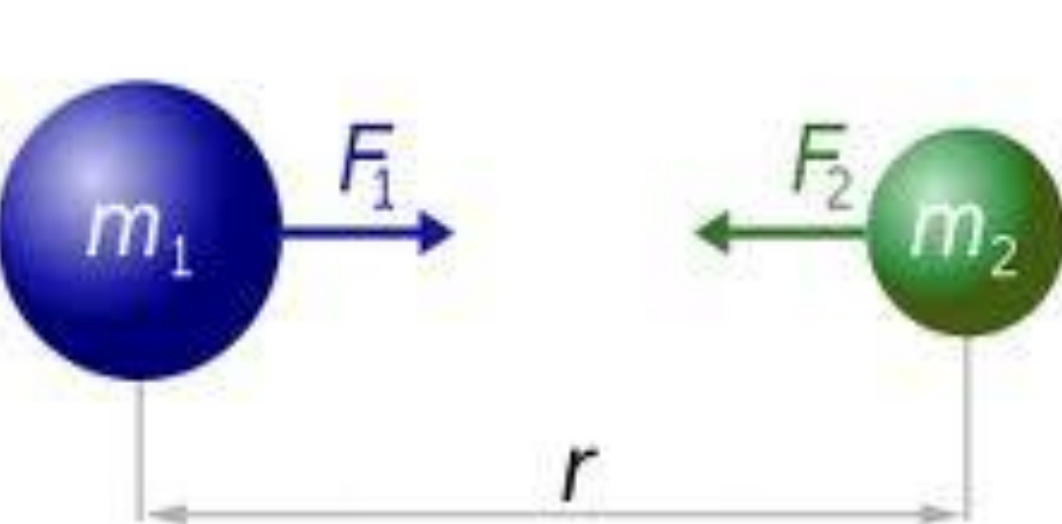
m_1 і m_2 – маси тіл,

r – відстань між ними.

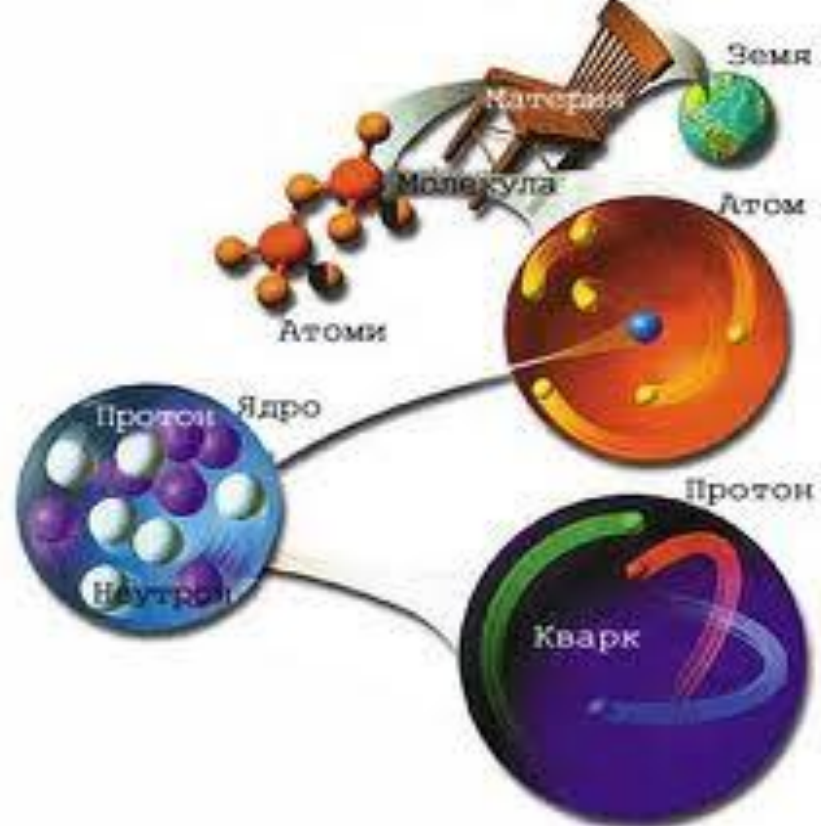


**Англ. фізик Генрі Кавендліш експериментально
визначив гравітаційну сталу, що дало
можливість вперше визначити і масу Землі**





$$F_1 = F_2 = G \frac{m_1 \times m_2}{r^2}$$



Гравітаційна взаємодія між тілами передається через *гравітаційне поле* – матеріальне середовище, яке існує навколо тіл і через яке відбувається взаємодія між тілами.

Для характеристики гравітаційного поля вводять два параметри:

- 1) силову характеристику – *напруженість поля*;
- 2) енергетичну характеристику – *потенціал поля*.



1) *Напруженість гравітаційного поля E* – це векторна фізична величина, що є силовою характеристикою гравітаційного поля та чисельно дорівнює силі, яка діє на тіло одиничної пробної маси, внесені в дану точку поля:

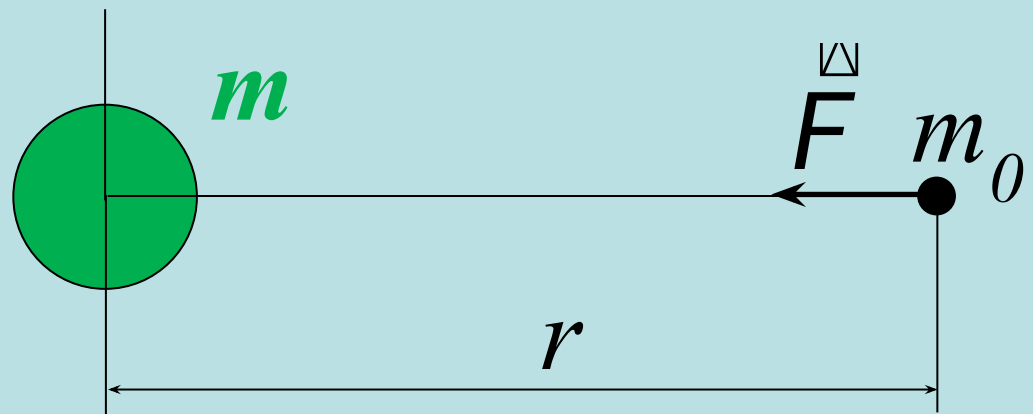
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m_0},$$

так як

$$F = G \frac{mm_0}{r^2},$$

то

$$E = G \frac{m}{r^2}.$$



Оскільки сила, з якою Земля притягує до себе тіла поблизу своєї поверхні дорівнює $F = mg$, а з іншого боку за законом всесвітнього тяжіння

$$F = G \frac{M_3 m}{R_3^2} \text{ то } mg = G \frac{M_3 m}{R_3^2} \text{ і } g = G \frac{M_3}{R_3^2} .$$

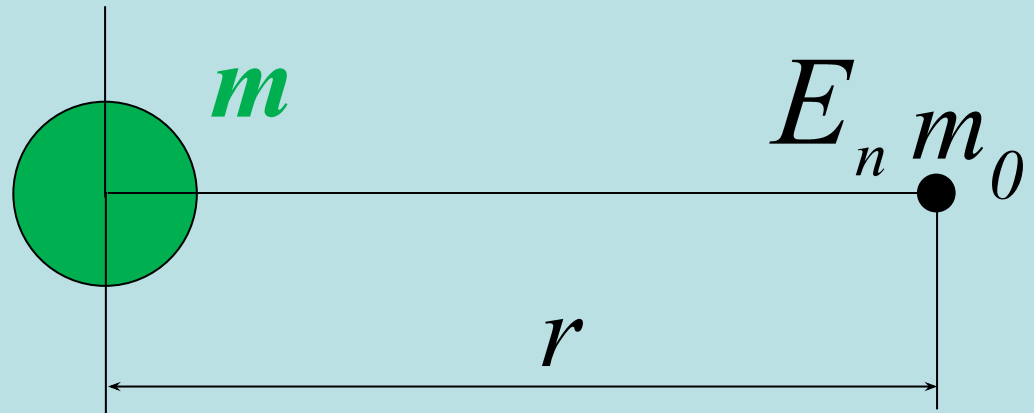
Звідси слідує, що напруженість гравітаційного поля Землі чисельно дорівнює прискоренню вільного падіння:

$$E_{\text{землі}} = g.$$

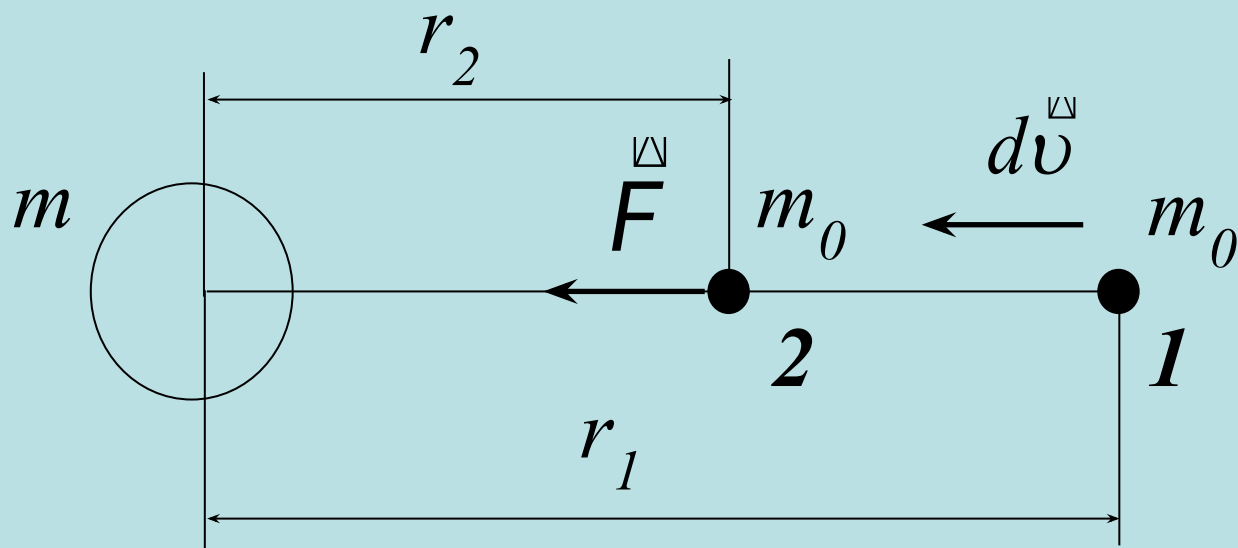


2) *Потенціал гравітаційного поля φ* — це скалярна фізична величина, що є енергетичною характеристикою гравітаційного поля та чисельно дорівнює відношенню потенціальної енергії гравітаційного поля до пробної маси m_0 :

$$\varphi = \frac{E_n}{m_0}.$$



Розглянемо чому дорівнює робота по переміщенню тіла пробної маси m_0 з точки 1 у точку 2 поля тяжіння тіла масою m .



Елементарна робота дорівнює $dA = F ds$, де $F = G \frac{mm_0}{r^2}$, тобто є функцією відстані r . Отже:

$$dA = G \frac{mm_0}{r^2} dr.$$

Проінтегрувавши даний вираз в межах від r_1 до r_2 отримаємо повну роботу

$$A_{12} = \int_{r_2}^{r_1} G \frac{mm_0}{r^2} dr = -G \left(\frac{mm_0}{r_2} - \frac{mm_0}{r_1} \right) = G \frac{mm_0}{r_1} - G \frac{mm_0}{r_2}$$

З іншого боку, виконана над тілом робота дорівнює зміні його потенціальної енергії:

$$A_{12} = E_{n_1} - E_{n_2}.$$

Потенціальна енергія тіла масою m_0 у полі тяжіння Землі дорівнює:

$$E_n = G \frac{mm_0}{r}.$$

Тоді потенціал гравітаційного поля у даній точці дорівнюватиме:

$$\varphi = G \frac{m}{r}.$$

Потенціал φ і напруженість гравітаційного поля E пов'язані між собою рівнянням:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr}$$

де знак “—” показує, що вектор напруженості поля $\vec{E}$ протилежно направлений до зростання потенціалу $d\varphi$, величину $\frac{d\varphi}{dr}$ називають *градієнтом потенціалу*, вона показує зміну потенціалу з одиницею довжини.

У математиці вводять оператор $\overrightarrow{grad} \varphi = i \frac{\partial \varphi}{\partial x} + j \frac{\partial \varphi}{\partial y} + k \frac{\partial \varphi}{\partial z}$ тобто:

$$-\overrightarrow{grad} \varphi = \vec{E}.$$

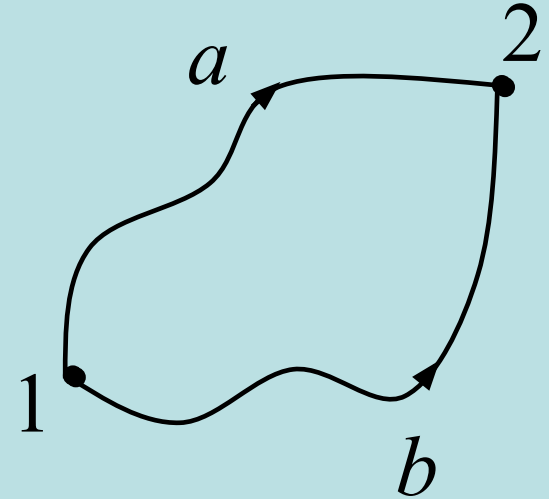
Гравітаційні сили порівняно слабкі, наприклад, вони значно слабкіші за електричні. Однак сили гравітації стають відчутними для космічних тіл великих мас: планет або зірок, а також відіграють основну роль в формуванні зір і планетних систем із туманностей тощо.

Справедливість закону всесвітнього тяжіння продемонстровано на рисунку, де зображено одне з найкрасивіших небесних видовищ — кульове зоряне скупчення М13 у сузір'ї Геркулес, кожна точка якого — це зоря.



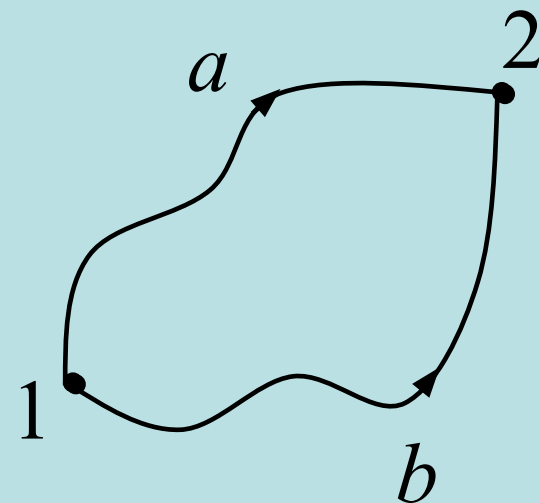
5. Потенціальні сили та консервативні системи

Силу, що діє на матеріальну точку або на тіло, яке рухається поступально, називають **консервативною** або **потенціальною силою**, якщо робота A_{1-2} , яка виконується під дією цієї сили при переміщенні точки (тіла) з одного довільного положення 1 в інше 2, не залежить від форми траєкторії, вздовж якої відбулось це переміщення:



$$A_{1-a-2} = A_{1-b-2} = A_{1-2}.$$

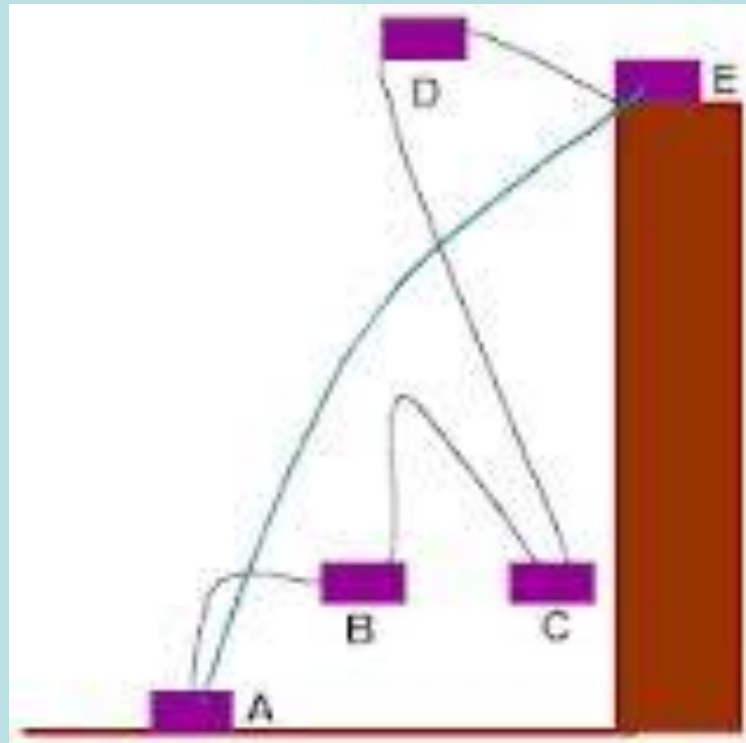
Зміна напрямку руху вздовж траєкторії на протилежний спричинює зміну знака роботи (кут α замінюється на $\pi - \alpha$ і $\cos \alpha$ змінює свій знак). Тому робота консервативної сили при переміщенні матеріальної точки вздовж замкненої траєкторії L (1-a-2-b-1) тотожно дорівнює нулю:



$$\oint_L (\overset{\sqcup}{F}, d\overset{\boxtimes}{r}) = A_{1-a-2} + A_{2-b-1} = 0.$$

Прикладами консервативних сил можуть бути сили тяжіння, гравітаційні сили, сили пружності, сили електростатичної взаємодії між зарядженими тілами.

Прикладами неконсервативних сил є сили тертя, сили опору середовища.



Механічні системи, на тіла яких діють тільки консервативні сили, називають *консервативними системами* (в них можуть відбуватися тільки перетворення кінетичної енергії в потенціальну і навпаки в еквівалентних кількостях, так що повна механічна енергія залишається сталою).

Дисипативні системи – це системи, в яких механічна енергія поступово зменшується за рахунок перетворення в інші (немеханічні) форми енергії (у системі, в якій діють такі неконсервативні сили, наприклад сили тертя, повна механічна енергія системи не зберігається, але при цьому завжди виникає еквівалентна кількість енергії іншого виду).

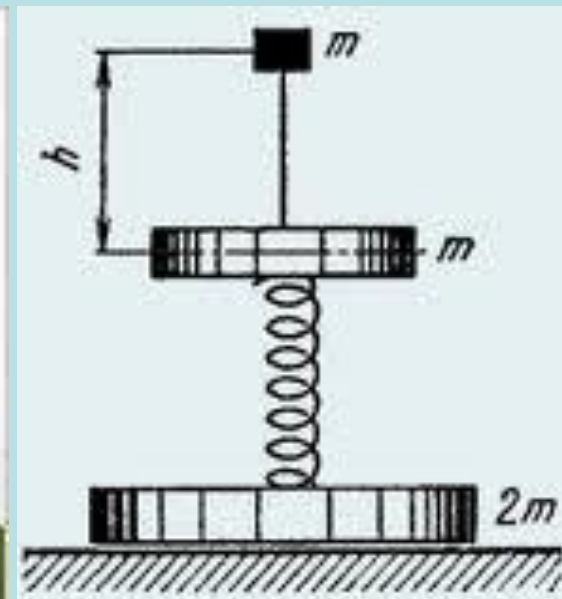
Таким чином, *енергія ніколи не зникає і не з'являється знову, вона тільки переходить з одного виду в інший.*

6. Закон збереження енергії у механіці

Повна енергія тіла складається з

- кінетичної,
- потенціальної,
- внутрішньої.

Енергія системи не може самовільно виникнути або безслідно зникнути, вона може лише перерозподілятися між тілами системи чи переходити з одних видів у інші – **закон збереження механічної енергії**.

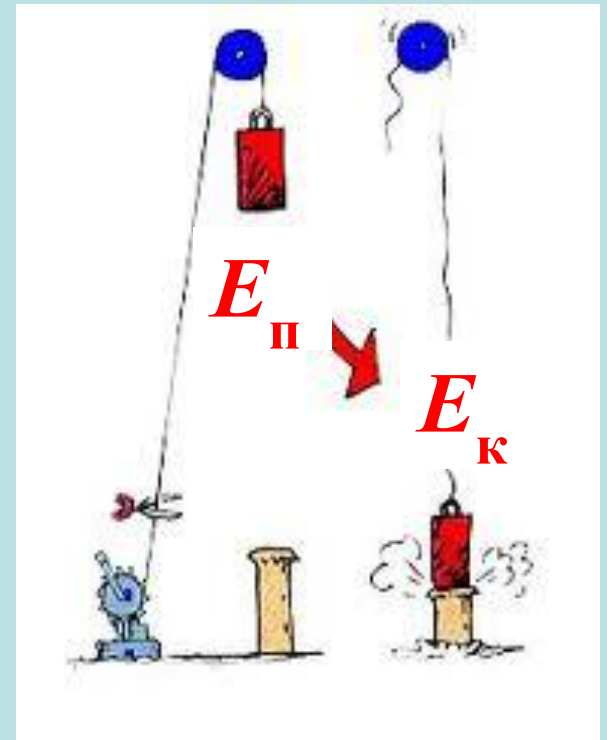


Для системи, в якій відсутні сили тертя або опору (консервативна система), сума кінетичної і потенціальної енергії є величиною сталою – **закон збереження механічної енергії для консервативних систем:**

$$\sum_{i=1}^n E_{\kappa i} + \sum_{i=1}^n E_{ni} = const$$

або

$$\sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{I_i \omega_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n E_{ni} = const.$$





www.gymnasium.at



Лекція № 5.

Енергія, робота та потужність Закон збереження енергії

1. Енергія, робота та потужність
2. Кінетична енергія поступального та обертального рухів
3. Потенціальна енергія. Енергія пружно деформованого тіла
4. Гравітаційне поле та його характеристики. Потенціальна енергія матеріальної точки у гравітаційному полі
5. Потенціальні сили та консервативні системи
6. Закон збереження енергії у механіці