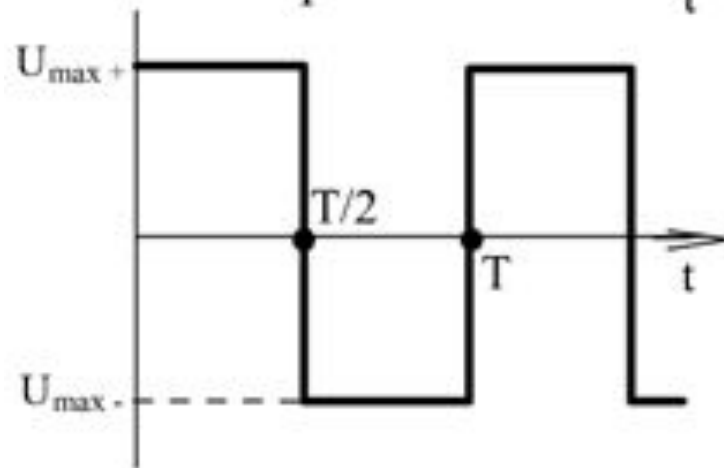
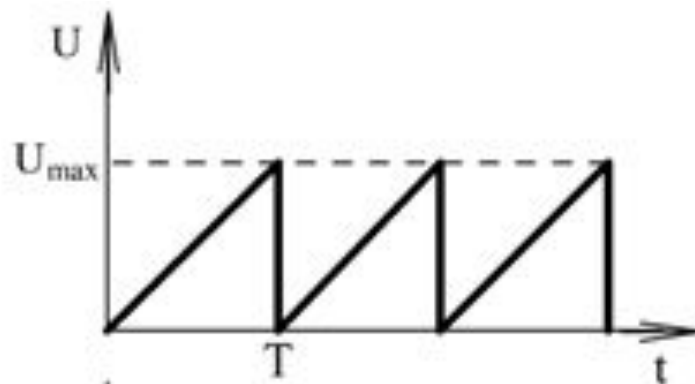
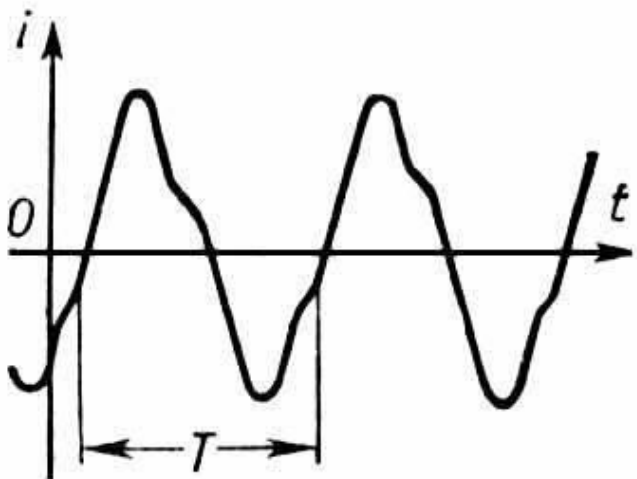
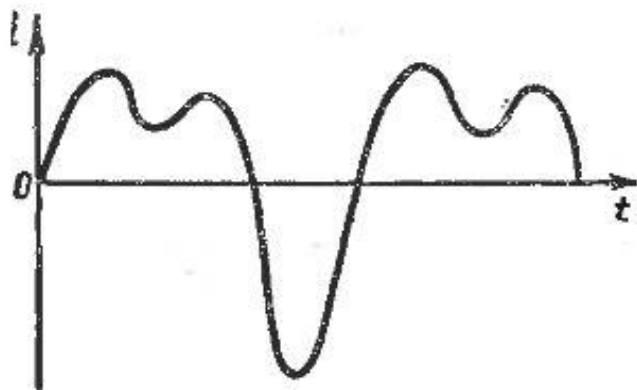


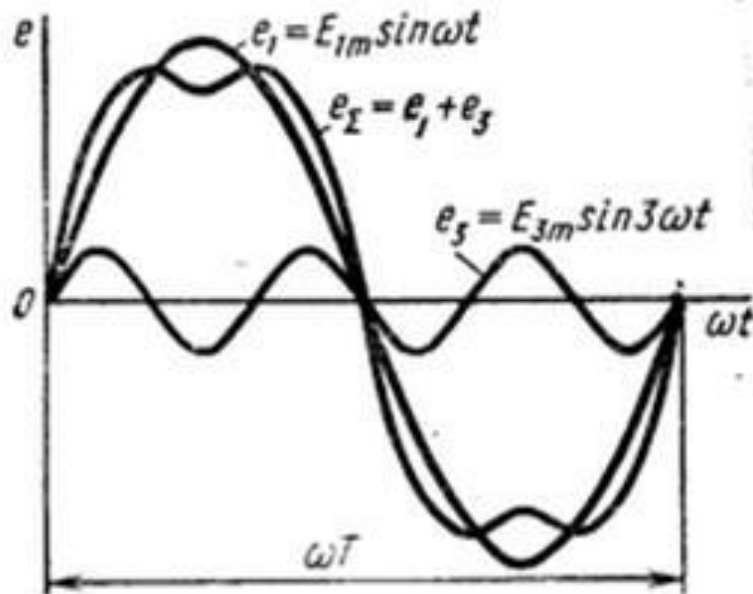
Периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях



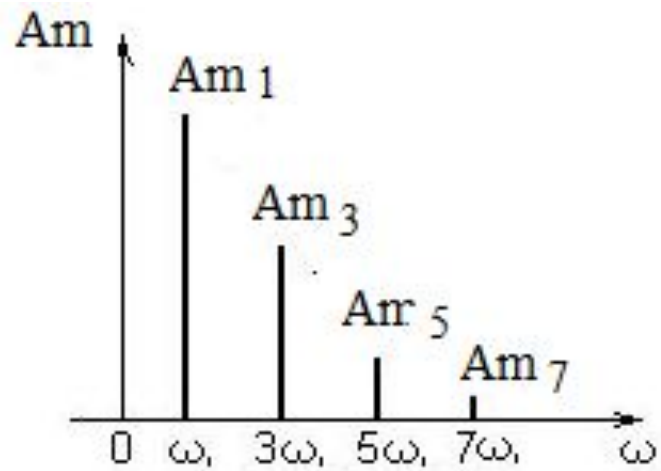
Изображение несинусоидальных напряжений и токов с помощью рядов Фурье

$$S(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cdot \cos(k\omega_1 t + \beta_k) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \cdot \sin(k\omega_1 t + \varphi_k)$$

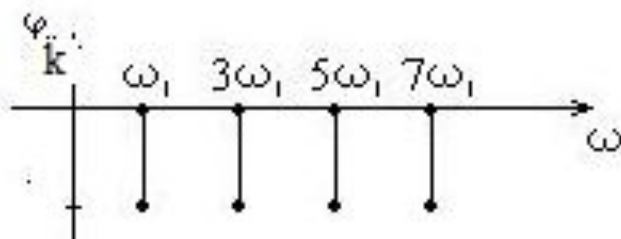
где $\varphi_k = \beta_k + 90^\circ$



а)



б)



Линейчатый спектр сигнала: а) амплитудный; б) фазовый

Действующее значение периодического несинусоидального колебания

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m1}^2}{2} + \frac{I_{m2}^2}{2} + \frac{I_{m3}^2}{2} + \dots} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

где I_0 - постоянная составляющая тока

I_1, I_2, I_3 - действующее значение первой, второй, третьей гармоники тока

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_{m1}^2}{2} + \frac{U_{m2}^2}{2} + \frac{U_{m3}^2}{2} + \dots} = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}$$

где U_0 - постоянная составляющая напряжения

U_1, U_2, U_3 - действующее значение первой, второй, третьей гармоники напряжения

Коэффициент гармоник:

$$K_r = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{U_1}$$

Коэффициент нелинейных искажений:

$$K_n = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}}$$

Мощность в цепях несинусоидального тока

Активная мощность

$$P = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{mk} I_{mk}}{2} \cos \varphi_k = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cdot \cos \varphi_k \qquad P = I_0^2 R_0 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 R_k$$

где $\varphi_k = \varphi_{U_k} - \varphi_{I_k}$ - сдвиг фаз между k-ми гармониками напряжения и тока

Реактивная мощность

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{U_{mk} I_{mk}}{2} \sin \varphi_k = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cdot \sin \varphi_k \qquad Q = \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2 X_k$$

Полная мощность

$$S = U \cdot I = \sqrt{(U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots)(I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots)} \qquad S^2 \leq P^2 + Q^2$$

Мощность искажения

$$T = \sqrt{S^2 - (P^2 + Q^2)}$$

Расчет линейных электрических цепей несинусоидального тока

Згідно принципу накладення, миттєве значення струму будь-якої вітки кола дорівнює доданку миттєвих значень струмів окремих гармонік.

Розрахунок проводять для кожної гармоніки окремо.

Спочатку необхідно розрахувати струм від дії постійної складової ЕДС, потім струм від дії від першої гармоніки, потім другої, третьої і так далі.

При розрахунку струмів, що виникають від дії постійної складової, необхідно враховувати, що постійний струм через конденсатор не проходить.

Індуктивний опір для k -гармоніки:

$$X_{Lk} = k\omega L$$

Емнісний опір для k -гармоніки:

$$X_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}$$

Приклад розрахунку

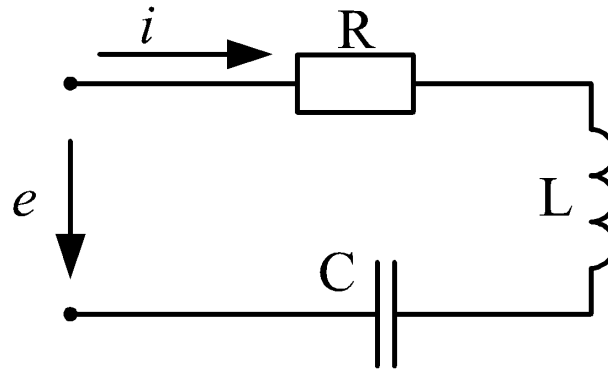
Напругу на вході кола задано рядом Фур'є

$$e = 20 + 50\sin(\omega t + 30^{\circ}) + 25\sin(3\omega t - 45^{\circ}).$$

Необхідно визначити міттеве значення струму i у колі,

якщо

$R=10$ Ом, $L=25,48$ мГн, $C=398$ мкФ, $\omega = 314$ рад/с.



1. Визначаємо постійну складову струму $I = \frac{E_0}{\infty} = \frac{20}{\infty} = 0 \quad A$

2. Визначаємо повні опори кола для кожної гармоніки

$$Z_{(1)} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = 10 + j(314 \cdot 25,48 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{314 \cdot 398 \cdot 10^{-6}}) = 10 + j0 = 10e^{j0} \text{ Ом}$$

$$Z_{(3)} = R + j(3\omega L - \frac{1}{3\omega C}) = 10 + j(3 \cdot 314 \cdot 25,48 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{3 \cdot 314 \cdot 398 \cdot 10^{-6}}) = 10 + j21,33 = 23,56e^{j65^\circ} \text{ Ом}$$

3. Визначаємо амплітудні значення струмів для кожної гармоніки

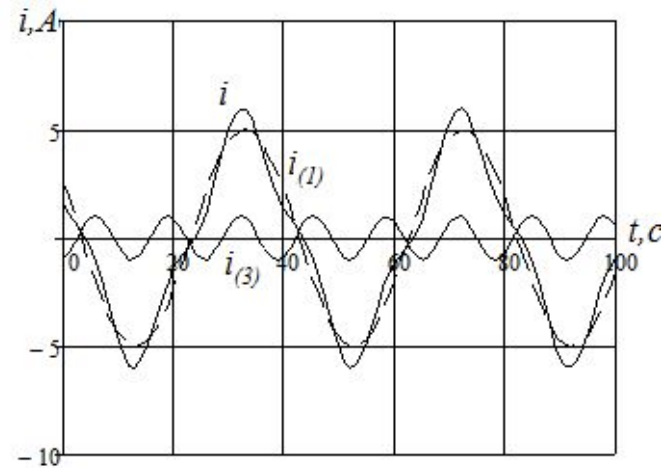
$$I_{(1)m} = \frac{E_{(1)m}}{Z_{(1)}} = \frac{50e^{j30^\circ}}{10e^{j0^\circ}} = 5e^{j30^\circ} \text{ A}$$

$$I_{(3)m} = \frac{E_{(3)m}}{Z_{(3)}} = \frac{25e^{-j45^\circ}}{23,56e^{j65^\circ}} = 1,06e^{-j110^\circ} \text{ A}$$

4. Міттеве значення струму записуємо у вигляді

$$i(t) = 5 \sin(314t + 30^\circ) + 1,06 \sin(3 \cdot 314t - 110^\circ) \quad A$$

5. Побудуємо графік струму



6. Визначаємо діючі значення струму і напруги

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{(1)m}^2}{2} + \frac{I_{(3)m}^2}{2}} = \sqrt{0^2 + \frac{5^2}{2} + \frac{1,06^2}{2}} = 3,614 \text{ A}$$

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_{(1)m}^2}{2} + \frac{U_{(3)m}^2}{2}} = \sqrt{20^2 + \frac{50^2}{2} + \frac{25^2}{2}} = 44,3 \text{ В}$$

7. Визначаємо активну, реактивну, повну потужності кола.

$$P = U_0 I_0 + U_{(1)} I_{(1)} \cos \varphi_{(1)} + U_{(3)} I_{(3)} \cos \varphi_{(3)} = 20 \cdot 0 + 34,7 \cdot 3,47 \cdot \cos 0^\circ + 17,68 \cdot 0,76 \cdot \cos 65^\circ = 128,3 \text{ Вт}$$

$$Q = U_{(1)} I_{(1)} \sin \varphi_{(1)} + U_{(3)} I_{(3)} \sin \varphi_{(3)} = 34,7 \cdot 3,47 \cdot \sin 0^\circ + 17,68 \cdot 0,76 \cdot \sin 65^\circ = 16,9 \text{ ВАР}$$

$$S = UI = 44,3 \cdot 3,614 = 160,1 \text{ ВА}$$

1. Визначити миттєве значення струму споживача з активним опором 10 Ом, увімкненого на несинусоїдну напругу $u = (220\sin\omega t + 20\sin 3\omega t)$ В.

2. Визначити діюче значення струму, який змінюється в часі за законом

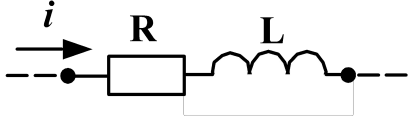
$$i = (1,73 + 6\sqrt{2} \sin \omega t + 5\sqrt{2} \sin 3\omega t) \text{ А}$$

3. Визначити миттєве значення струму, який протікає через конденсатор з опором

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 30 \text{ Ом} \quad , \text{ якщо напруга на конденсаторі має миттєве значення}$$

$$u = [150 \sin(\omega t + 30^\circ) + 15 \sin(3\omega t - 60^\circ)] \text{ В}$$

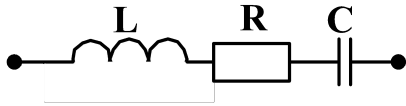
4.

	$i = [3 + 4\sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)] \text{ А} \quad ; R = 4 \text{ Ом}; X_L = 6 \text{ Ом.}$ <p>Якою є величина активної потужності, споживаної цим колом?</p>
--	---

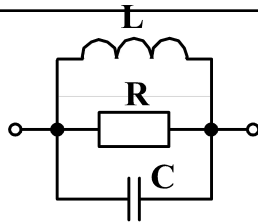
Резонансы в цепях периодического несинусоидального тока

Резонанс на k -ой гармонике – это такой режим работы цепи, при котором k -ая гармоника тока в цепи совпадает по фазе с k -ой гармоникой напряжения.

Условие резонанса $X_{Lk} = X_{Ck}$



На якій гармоніці можливий резонанс напруги в цьому колі, якщо для першої гармоніки $R = 10 \text{ Ом}$, $X_L = 20 \text{ Ом}$, $X_C = 40 \text{ Ом}$.



На якій гармоніці можливий резонанс струмів в цьому колі, якщо для першої гармоніки $R = 10 \text{ Ом}$, $X_L = 5 \text{ Ом}$, $X_C = 20 \text{ Ом}$.