

# МДК.01.02 Программное обеспечение компьютерных сетей 3-курс

Занятие 21

# Теория очередей

# Теория очередей

Сегодня во многих областях практической деятельности человека мы сталкиваемся с необходимостью пребывания в состоянии ожидания.

Подобные ситуации возникают в очередях в билетных кассах, в крупных аэропортах, при ожидании обслуживающим персоналом самолетов разрешения на взлет или посадку, на телефонных станциях в ожидании освобождения линии абонента, в ремонтных цехах в ожидании ремонта станков и оборудования, на складах снабженческо-сбытовых организаций в ожидании разгрузки или погрузки транспортных средств.

Изучение таких ситуаций относится к задачам теории очередей.

# Теория очередей

При дальнейшем развитии массового обслуживания применение принципов теории очередей в управлении различного рода организациях является необходимым условием их благополучного функционирования.

Если клиенты долго ожидают своей очереди, то они вряд ли будут совершать повторные покупки в универмаге, где им пришлось полчаса ждать, пока их обслужат, так как людям не нравится тратить время на ожидание.

Основной целью теории очередей является изучение принципов функционирования системы обслуживания при возникновении очередей и исследование явлений, возникающих в процессе обслуживания.

# Теория очередей

Время пребывания требования в очереди можно сократить за счет увеличения количества обслуживающих устройств.

Однако каждое дополнительное устройство требует определенных материальных затрат, при этом увеличивается время бездействия обслуживающего устройства из-за отсутствия требований на обслуживание, что также является негативным явлением.

Следовательно, возникает проблема, каким образом достичь максимального сокращения очереди или потерь требований при минимальных затратах, связанных с простоем обслуживающих устройств.

# Понятие теории очередей

# Понятие теории очередей

**Теория очередей** в русскоязычной литературе чаще именуется **теорией массового обслуживания**.

Действительно, во многих работах они трактуются как равнозначные, в других – теория очередей рассматривается лишь как раздел теории массового обслуживания, поскольку последней изучаются системы не только с очередями, но и с отказами, например, когда система занята, а очередь требований не образуется, так как им «отказывается» в обслуживании.

Термин «массовое» предполагает статистическую устойчивость картины и многократную повторяемость ситуаций в том или ином смысле: много прибывших в систему и обслуженных заявок, большое число находящихся в эксплуатации аналогичных систем.

# Понятие теории очередей

**Теория очередей** – раздел прикладной математики, изучающий процессы, связанные с удовлетворением массового спроса на обслуживание, с учетом случайного характера спроса и обслуживания.

Сюда относятся системы, предназначенные для обслуживания массового потока требований случайного характера, случайными могут быть как моменты появления требований, так и затраты времени на их обслуживание.



# Понятие теории очередей

Теория очередей возникла в начале XX в. на базе задач телефонии: требовалось найти способ определения числа телефонных линий, обеспечивающий удовлетворительное обслуживание абонентов.

Специфику этой задачи составляет случайный характер моментов, когда абоненты вызывают друг друга, и длительность разговора.

Вначале задача решалась эмпирическим путем.

Затем начала строиться теория, основанная на методах теории вероятностей.

# Понятие теории очередей

Задачи, аналогичные по математической постановке задачам телефонии, возникли при создании:

- предприятий массового обслуживания,
- аэропортов,
- автомобильных дорог,
- при планировании железнодорожных перевозок,
- при планировании запасов продукции и т.п.

# Понятие теории очередей

Во второй половине 60-х гг. теория очередей стала применяться к различным задачам кибернетики:

- организации взаимодействия вычислительных машин,
- теории надежности,
- операций исследованию,
- радиотехнике,
- радиолокации
- и др.

# Понятие теории очередей

В то же время теория очередей – раздел исследования операций, который рассматривает разнообразные процессы в экономике, а также в телефонной связи, здравоохранении и других областях, как процессы обслуживания, т.е. удовлетворения каких-то запросов, заказов.

Например:

- обслуживание кораблей в порту – их разгрузка и погрузка,
- обслуживание токарей в инструментальной кладовой цеха – выдача им резцов,
- обслуживание клиентов в прачечной – стирка белья и т. д.

# Понятие теории очередей

При всем разнообразии эти процессы имеют общие черты:

- требования на обслуживание нерегулярно (случайно) поступают в канал обслуживания (место у причала, окно в раздаточной);
- в зависимости от занятости канала, продолжительности обслуживания и других факторов образуют очередь требований.

# Понятие теории очередей

Теория очередей изучает статистические закономерности поступления требований и на этой основе вырабатывает решения, т.е. такие характеристики, при которых затраты времени на ожидание в очереди, с одной стороны, и на простой каналов обслуживания – с другой, были бы наименьшими.

Так можно рассматривать сумму потерь времени на ожидание в очередях и на простое каналов обслуживания (хранение товаров на складах) как меру эффективности изучаемой экономической системы: чем меньше потери, тем выше эффективность.

# Понятие теории очередей

Теория очередей изучает системы, в которых требования, застающие систему занятой, не теряются, а ожидают её освобождения и затем обслуживаются в том или ином порядке, также возможно предоставление приоритета определённым категориям требований.

Выводы теории очередей используют для рационального планирования систем массового обслуживания.

Применение методов теории очередей необходимо даже в простейших случаях для правильного понимания статистических закономерностей, возникающих в системах массового обслуживания.

# Понятие теории очередей

**Система массового обслуживания** – объект (предприятие, организация и др.), деятельность которого связана с многократной реализацией исполнения каких-то однотипных задач и операций.

С точки зрения **теории очередей** – это совокупность пунктов, на которые в случайные или неслучайные моменты времени поступают заявки на обслуживание или требования, подлежащие удовлетворению.

Система массового обслуживания состоит из **обслуживаемой** и **обслуживающей** систем.

**Обслуживаемая** система включает совокупность источников требований и входящего потока требований.

**Обслуживающая** система состоит из накопителя и механизма обслуживания.



# Понятие теории очередей

Система характеризуется следующими **параметрами**:

- **Требование/заявка** – каждый отдельный запрос на выполнение какой-либо работы.
- **Входящий поток** требований – требования, поступающие от всех источников в обслуживаемую систему.
- **Время обслуживания** – время, в течение которого выполняется заявка.
- **Интерактивность обслуживания** – количество требований, обслуживаемых одним каналом в единицу времени.
- **Блок обслуживания** – та часть системы обслуживания, в которую поступает поток требований. Он может состоять из одного или нескольких «приборов», «каналов», под которыми понимаются устройства или люди, осуществляющие обслуживание.

# Понятие теории очередей

Примеров систем массового обслуживания можно привести очень много.

## **Телефонная сеть:**

- здесь заявка – вызов абонента,
- обслуживающее устройство – коммутатор.

## **Магазин:**

- заявка в этом случае – приход в магазин покупателя,
- а обслуживающее устройство – касса.

# Понятие теории очередей

Можно, правда, рассматривать работу магазина и с противоположных позиций.

В этом случае считать, что:

- кассир, ожидающий покупателя, – это заявка на обслуживание,

- а обслуживающее устройство – это покупатель, способный удовлетворить заявку,

т.е. подойти к кассе с покупками и прекратить вынужденный простой кассира.

Возможность такого двойственного подхода является основой для оптимизации структуры исследуемых систем.

# Понятие теории очередей

Если, например, в магазине работает лишь одна касса, а покупатели заходят часто, то возникнет очередь покупателей, ожидающих обслуживания.

Если же, наоборот, покупатели заходят редко, а кассиров несколько, то возникнет очередь кассиров, ожидающих покупателя.

В обоих случаях магазин несет потери:

- в первом случае потому, что не все желающие купить товар будут обслужены,
- а во втором – потому, что кассиров слишком много и часть фонда их заработной платы будет расходоваться напрасно.

# Понятие теории очередей

Поэтому, критерием правильности организации работы магазина может служить:

**средняя сумма времени ожидания покупателя и времени ожидания кассира.**

Работа магазина организована наилучшим образом, если эта величина минимальна.

# Задачи теории очередей

# Задачи теории очередей

**Очередь** представляет собой **последовательность требований** или **заявок**, которые, заставляя систему обслуживания занятой, не выбывают, а ожидают ее освобождения, а затем они обслуживаются в том или ином порядке.

**Очередью** можно назвать также и **совокупность ожидающих каналов** или **средств обслуживания**.

Это ключевое понятие теории очередей.

Процесс образования очереди носит стохастический характер, так как состоит из случайных переменных, значения которых меняются во времени.

Очереди требований или заявок подразделяются, прежде всего, на замкнутые и линейные.

# Задачи теории очередей

**В первом случае** обслуженные требования могут возвращаться в систему и вновь поступать на обслуживание.

Например, автомашины, приписанные к определенному парку, могут образовать замкнутую очередь для зарядно-аккумуляторной станции этого парка.

Или мастер, задачей которого является наладка станков в цехе, должен периодически их обслуживать.

Каждый налаженный станок становится в будущем потенциальным источником требований на еще одну наладку.

В подобных системах общее число циркулирующих требований конечно и чаще всего постоянно.



# Задачи теории очередей

**Во втором случае** обслуженные требования не возвращаются в систему.

Например, зарядно-аккумуляторная станция общего пользования на автостраде.

Также примерами подобных систем могут служить:

- магазины,
- кассы вокзалов,
- кассы аэропортов и др.

Для этих систем поступающий поток требований можно считать неограниченным.

# Задачи теории очередей

**Дисциплина обслуживания** – совокупность правил, пользуясь которыми, из очереди выбирают требования для обслуживания.

По дисциплине обслуживания очереди также подразделяются на ряд видов:

- живая очередь,
- очередь с приоритетами, когда отдельным требованиям отдается предпочтение,
- случайные очереди
- и д.р.

# Задачи теории очередей

Также важными параметрами являются:

- **длина очереди**
- **и время ожидания обслуживания.**

**Длина очереди** – это среднее число ожидающих требований.

**Время ожидания обслуживания** – это среднее время пребывания требования в системе до момента начала обслуживания.

# Задачи теории очередей

Задачи теории очередей, сформулированные математически, обычно сводятся к изучению специального типа случайных процессов.

Исходя из заданных вероятностных характеристик поступающего потока вызовов и продолжительности обслуживания, теория очередей определяет соответствующие характеристики качества обслуживания:

- вероятность отказа,
- среднее время ожидания начала обслуживания,
- среднее время простоя линий связи и т. д.

# Задачи теории очередей

**Время обслуживания** – это время, затрачиваемое системой на обслуживание отдельного требования.

Чаще всего длительность обслуживания является случайной величиной и характеризуется максимально возможным временем обслуживания.

Это означает, что вероятность того, что время, затраченное на обслуживание требования, не больше чем предельно допустимое время.

# Задачи теории очередей

**Расчет пропускной способности системы** подразумевает определение максимального числа требований, которые могут быть обслужены одновременно.

Требования обслуживаются с помощью канала обслуживания.

Канал обслуживания означает устройство, средство или человека, способное в заданный момент времени обслуживать лишь одно требование.

**Пропускная способность канала** – один из определяющих параметров при решении задач теории очередей.

Другой его важнейшей характеристикой является среднее время обслуживания одной заявки

# Задачи теории очередей

Доступность системы включает определение всевозможных причин, по которым число требований, удовлетворяемых одновременно, меньше, чем пропускная способность.

Кроме того, вся система может быть время от времени не готова к приему требований, например, обеденный перерыв в магазине, поэтому доступность включает характеристики времени «отключения» системы.

Время «отключения» системы чаще всего считают, так же как и длительность обслуживания, случайной величиной и описывают вероятностью того, что канал или вся система отключается на определенное время.

Реальные системы часто «неполнодоступны», хотя существуют и «полнодоступные» системы.

# Задачи теории очередей

Важную роль в выполнении задач теории очередей выполняют модели теории очередей, с помощью которых проектируются модели оптимального обслуживания.

Модель теории очередей или модель оптимального обслуживания используется для определения оптимального числа каналов обслуживания по отношению к потребности в них.

К ситуациям, в которых модели теории очередей могут быть полезны, можно отнести звонки людей в авиакомпанию для резервирования места и получения информации, ожидание в очереди на машинную обработку данных, мастеров по ремонту оборудования, очередь грузовиков под разгрузку на склад, ожидание клиентами банка свободного кассира.



# Задачи теории очередей

Если, например, клиентам приходится слишком долго ждать кассира, они могут решить перенести свои счета в другой банк.

Подобным образом, если грузовикам приходится слишком долго дожидаться разгрузки, они не смогут выполнить столько поездок за день, сколько положено.

Таким образом, **одна** принципиальная проблема заключается в уравнивании расходов на дополнительные каналы обслуживания:

- больше людей для разгрузки грузовиков,
- больше кассиров,
- больше клерков, занимающихся предварительной продажей билетов на самолеты.

# Задачи теории очередей

**Вторая** принципиальная проблема заключается в поддержании потерь от обслуживания на уровне ниже оптимального:

- грузовики не могут сделать лишнюю остановку из-за задержек под разгрузкой,
- потребители уходят в другой банк или обращаются к другой авиакомпании из-за медленного обслуживания.

# Задачи теории очередей

Рассмотрим общую постановку задачи теории очередей в массовом обслуживании.

Имеется некоторая система, предназначенная для обслуживания поступающих в нее заявок или требований.

Система располагает определенным количеством рабочих мест или средств обслуживания (каналы обслуживания).

Поступление требований в систему и время их обслуживания носят случайный характер.

# Задачи теории очередей

При этом в системе возникают ситуации, когда:

- 1) либо образуется очередь требований в ожидании обслуживания;
- 2) либо простаивают каналы обслуживания.

И то и другое приводит к увеличению издержек обслуживания.

Чтобы не допустить неоправданного увеличения издержек, можно:

- 1) изменить среднее количество требований, поступающих в систему в единицу времени;
- 2) изменить количество каналов обслуживания;
- 3) изменить оба параметра.

# Задачи теории очередей

Задачи теории очередей рассматриваются для действующих и проектируемых систем.

Для действующих систем дают количественную оценку функционирования системы и ее отдельных элементов, на основании которой принимают решения, направленные на совершенствование работы системы и улучшение ее организации.

Для проектируемых систем определяют ее оптимальные качественные и количественные характеристики:

1. Оптимальное количество каналов обслуживания.
2. Вероятность возникновения нежелательных ситуаций (простой каналов обслуживания, простой требований в очереди).

# Задачи теории очередей

Таким образом, в любом из двух случаев модель задачи массового обслуживания включает в себя:

- поток заявок;
- каналы обслуживания;
- организацию очереди и дисциплину обслуживания;
- показатели эффективности.

Рассмотрим данные элементы задачи теории очередей.

# Задачи теории очередей

**Входящий поток требований** представляет собой последовательность требований, поступающих в канал обслуживания.

Требования возникают случайно и требуют определенного, обычно заранее точно не предсказуемого времени для их удовлетворения.

В большинстве случаев входящий поток неуправляем и зависит от ряда случайных факторов.

Число требований, поступающих в единицу времени, случайная величина. Случайной величиной является также интервал времени между соседними поступающими требованиями. Однако среднее количество требований, поступивших в единицу времени, и средний интервал времени между соседними поступающими требованиями предполагаются заданными.

# Задачи теории очередей

Входящий поток требований называется **стационарным**, если вероятность поступления определенного числа требований за какой-то промежуток времени определяется только величиной этого промежутка и не зависит от момента его начала.

Если требования могут поступать в систему только по одному, то такой поток называется **ординарным**.

Если числа поступающих за разные промежутки времени заявок взаимно независимы – это **поток без последствия**.



# Задачи теории очередей

Если требования поступают в определенные моменты времени, то говорят о дискретном входящем потоке.

Системы с такими потоками наиболее распространены. К их числу относятся, например, телефонная сеть, универсам.

Встречаются и системы с непрерывным входящим потоком.

Примером может служить газгольдер, в который непрерывно поступает газ, причем снятие с хранения, так как в данном случае именно это и является обслуживанием, может осуществляться как дискретно, ведь газ может требоваться отдельными порциями, так и непрерывно.

# Задачи теории очередей

Если в систему может поступить одновременно только конечное число требований, входящий поток называется **ограниченным**; в противном случае – **неограниченным**.

Например, если ремонтная бригада обслуживает участок из 30 станков, то число требований – отказов станков – не может быть одновременно более 30, а в задаче о нагрузке телефонной сети входящий поток обычно можно считать неограниченным.

# Задачи теории очередей

Системы обслуживания по числу установленных устройств делятся на одно- и многоканальные.

Количество требований, одновременно могущих находиться на обслуживании, не превышает числа каналов.

В многоканальной системе массового обслуживания поступившее требование может быть обслужено одним из нескольких каналов, входящих в блок обслуживания.

Каналы могут быть однородными, специализированными по типам заявок, различающимися интенсивностью обслуживания и т.п.

# Задачи теории очередей

Заявки, пришедшие в занятую систему, не могут быть обслужены немедленно и образуют очередь.

Очередь может быть ограничена максимальной длиной или максимальным временем пребывания в ней.

Примером задачи с временным ограничением является прибытие на стройку самосвала с бетонной смесью.

При нарушении ограничения заявка получает отказ.

Введение ограничения автоматически исключает очень большие задержки, но связано с дополнительными «штрафами» за отказ в обслуживании.

# Задачи теории очередей

Вновь прибывшая заявка в зависимости от организации и назначения системы становится либо **в конец очереди** (дисциплина FCFS: First Come – First Served), либо **в ее начало** (LCFS: Last Come – First Served).

Последний вариант иначе называется стековым («магазинным») принципом.

При неоднородных заявках может вводиться **приоритетное обслуживание**.

В этом случае заявки выстраиваются в **несколько очередей**, и в освободившийся канал поступает заявка из непустой очереди с **наивысшим приоритетом**.

# Задачи теории очередей

Наиболее важными показателями эффективности системы являются:

1. вероятность отказа в приеме заявки на обслуживание;
2. вероятность нулевого ожидания, т.е. вероятность того, что требование будет обслужено сразу после поступления в систему;
3. время пребывания заявки в системе;
4. время ожидания начала обслуживания;
5. длина очереди;
6. распределение и моменты длительности непрерывной занятости системы.

# Задачи теории очередей

Также системы оценивают по характеристикам распределения **времени пребывания**.

Характеристики **ожидания** и, в частности, его средняя длительность отражают цену, которую клиент должен заплатить за совместное с другими клиентами использование обслуживающей системы.

# Список литературы:

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М: Высшая школа, 2003.
2. Грачева М.В. Моделирование экономических процессов. – М.: Юнити-Дана, 2005 г.
3. Касамин Н.С. Элементы теории и практики управления очередями в организациях. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2003.
4. Косоруков О.А. Исследование операций. – М.: Экзамен, 2005.
5. Орлова И.В. Экономико-математическое моделирование. – М.: Высшая школа, 2004.
6. Рыжиков Ю.И. Теория очередей и управление запасами. – СПб: Питер, 2004.
7. Соломенцев Ю.М. Технологические основы гибких производственных систем. – М.: Вузовский учебник, 2007 г.
8. Уткин В.Б., Балдин К.В. Информационные системы и технологии в экономике. – М.: Юнити, 2005.
9. Фомин Г.П., Математические методы и модели в коммерческой деятельности. – М: Финансы и статистика, 2004.
10. Хемди А. Введение в исследование операций. – М.: Вильямс, 2004.
11. Шапкин, А.С. Мазаева Н.П. Математические методы и модели исследования операций. – М.: Дашков и К, 2004.
12. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001.



# Благодарю за внимание!

Преподаватель: Солодухин Андрей Геннадьевич

Электронная почта: [asoloduhin@kait20.ru](mailto:asoloduhin@kait20.ru)