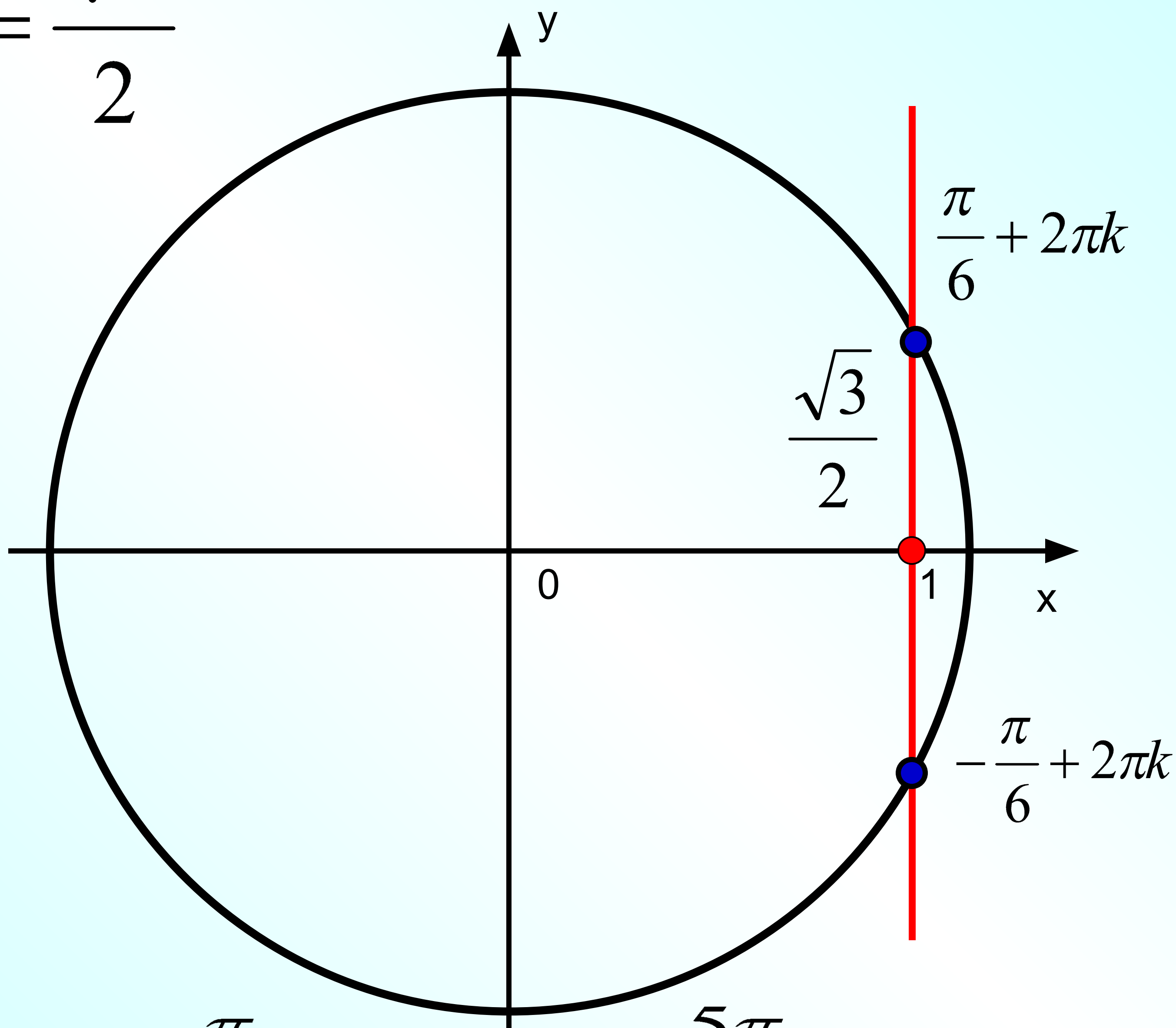
Арккосинус. Решение уравнения $\cos x = a$

Алгебра и начала анализа. 10 класс. УМК Мордкович А.Г. и др.

$$\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi k;\ t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$$

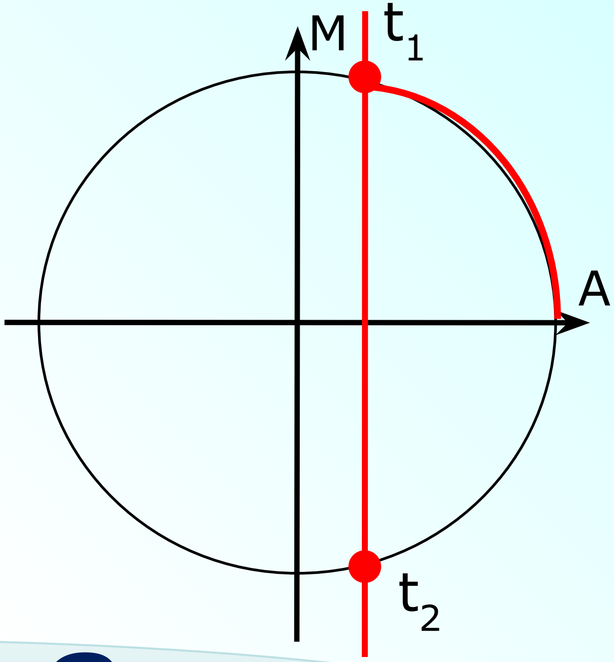
$$\cos t = \frac{1}{4}$$

$$t = t_1 + 2\pi k,\ k \in Z$$

$$t = t_2 + 2\pi k,\ k \in Z$$

Где t_1 – длина дуги AM,

а $t_2 = -t_1$



«arcus» - дуга

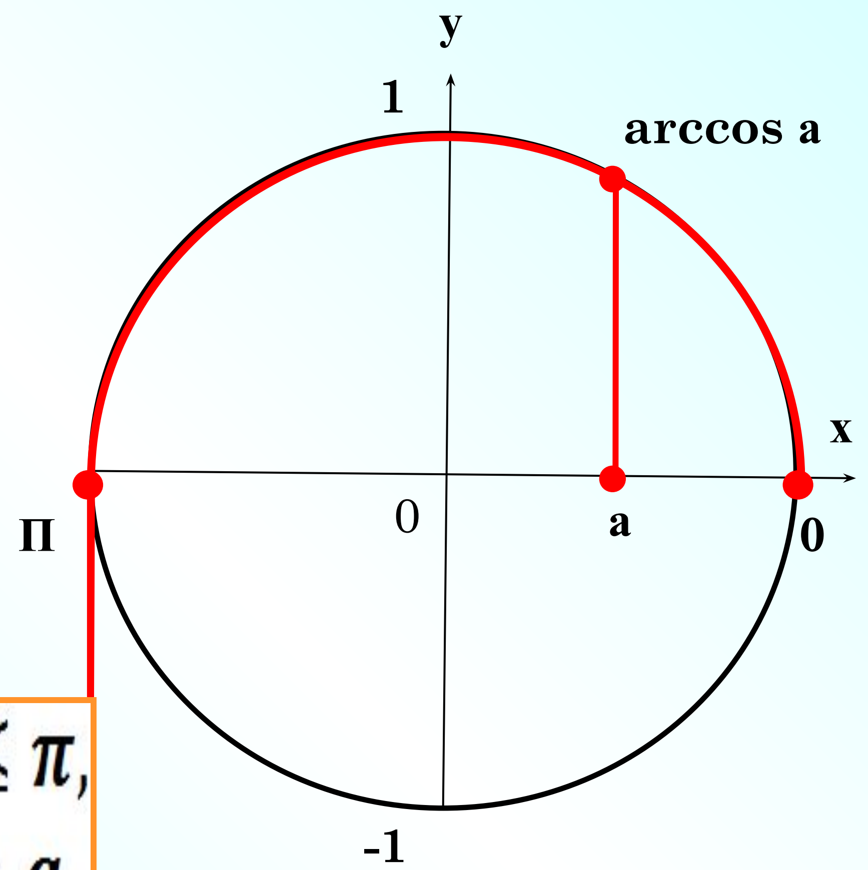
Arccos a

arccos ¼ – арккосинус 1/4

дуга **cos которой равен a**

Понятие арккосинуса

Арккосинусом числа *a* называют такое число из промежутка [0;П], косинус которого равен *a*



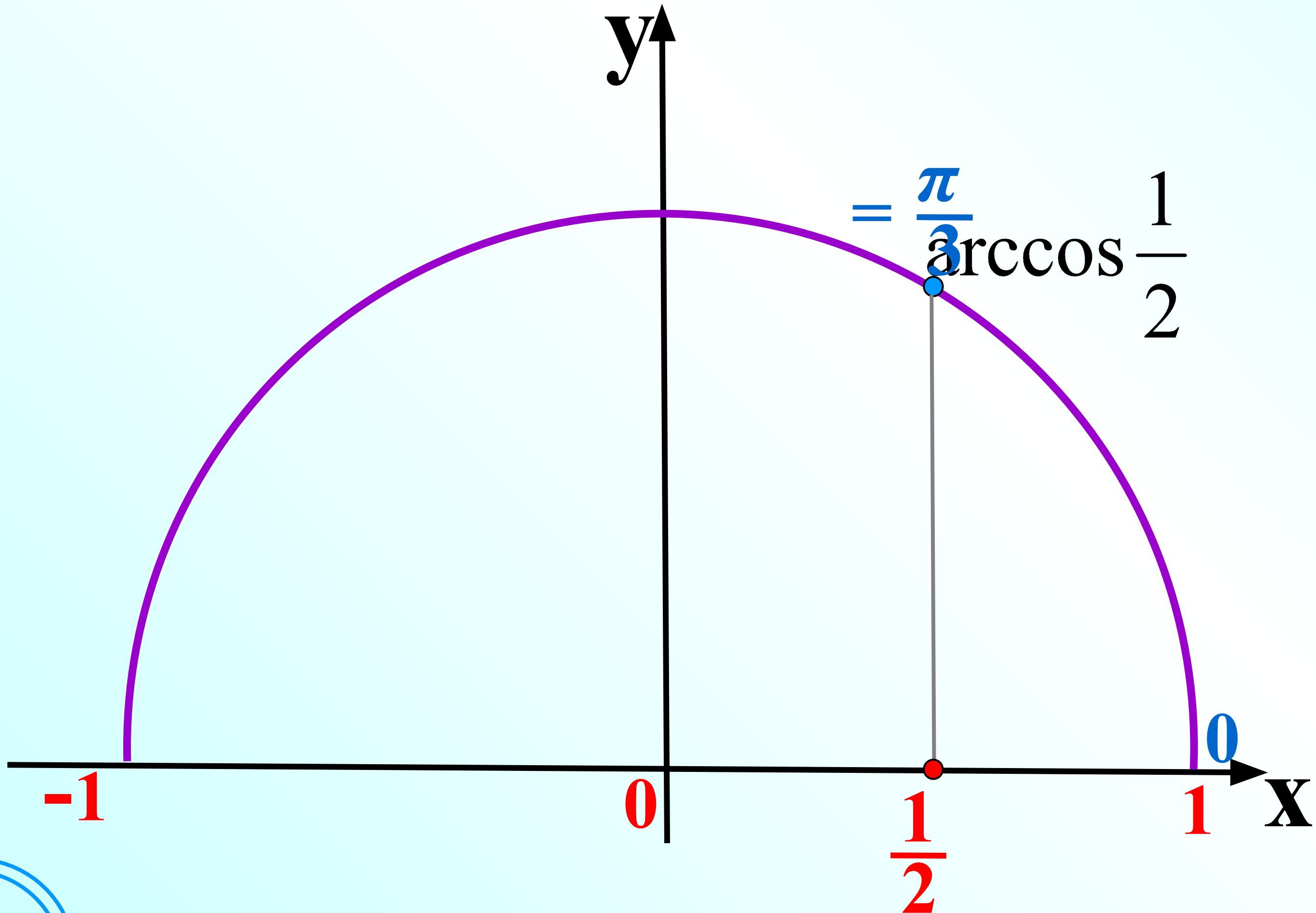
$$arccos a = t <=> \begin{cases} 0 \le t \le \pi, \\ cos t = a. \end{cases}$$

$$\boxed{\alpha \in [-1; 1]}$$

Для чего нужен арккосинус?

$x^2=9$ → $x=\pm 3$

$\cos t = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ → $t = \arccos \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \pi/6$



$$\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

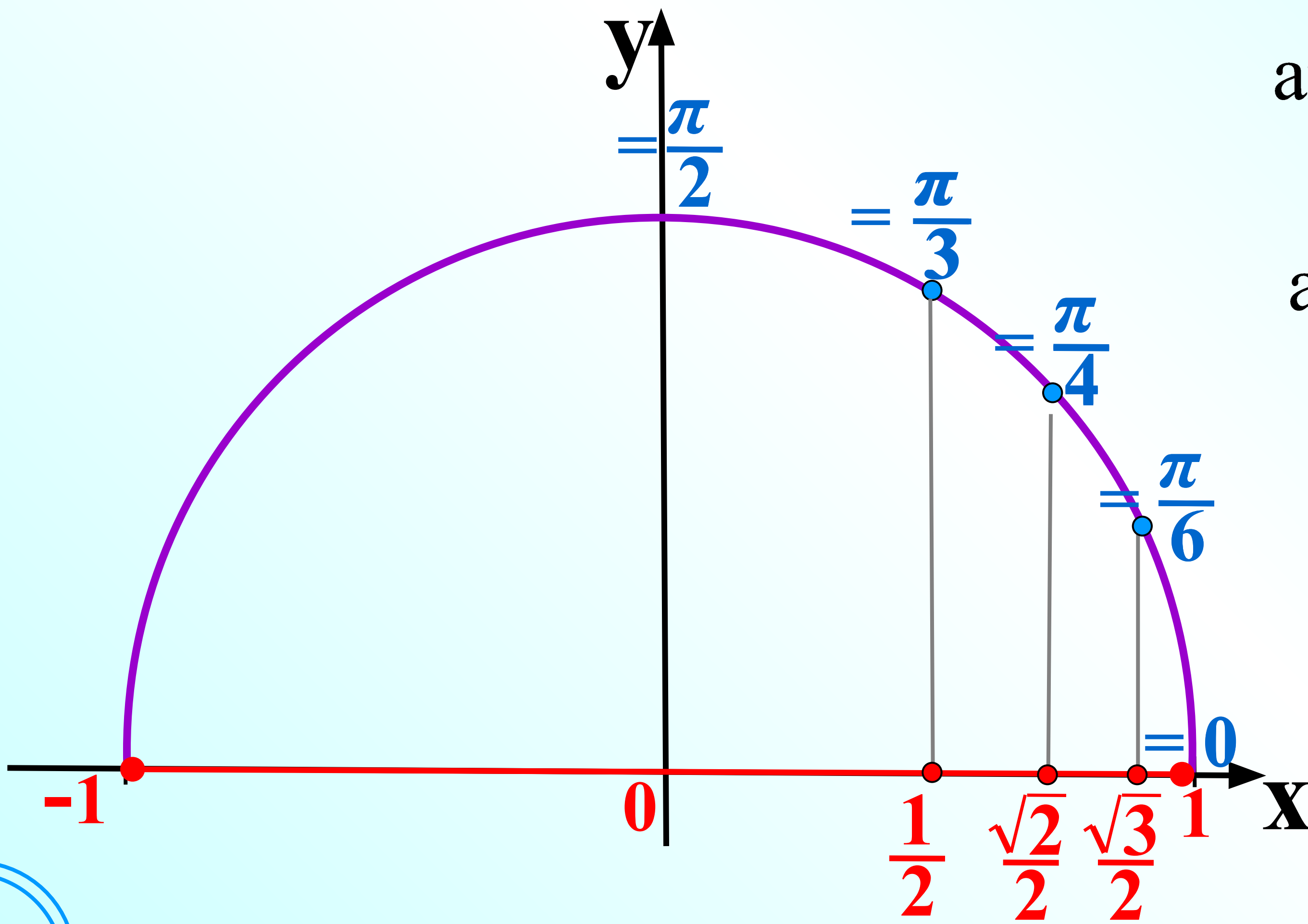
Так как

$$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

arcco a – это такое число α, косинус которого равен ***a***

s

$a \in [-1; 1]$ $\alpha \in [0; \pi]$



$\arccos 1$

$\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\arccos \frac{1}{2}$

$\arccos 0$

$\arccos 1{,}5$

Не существует

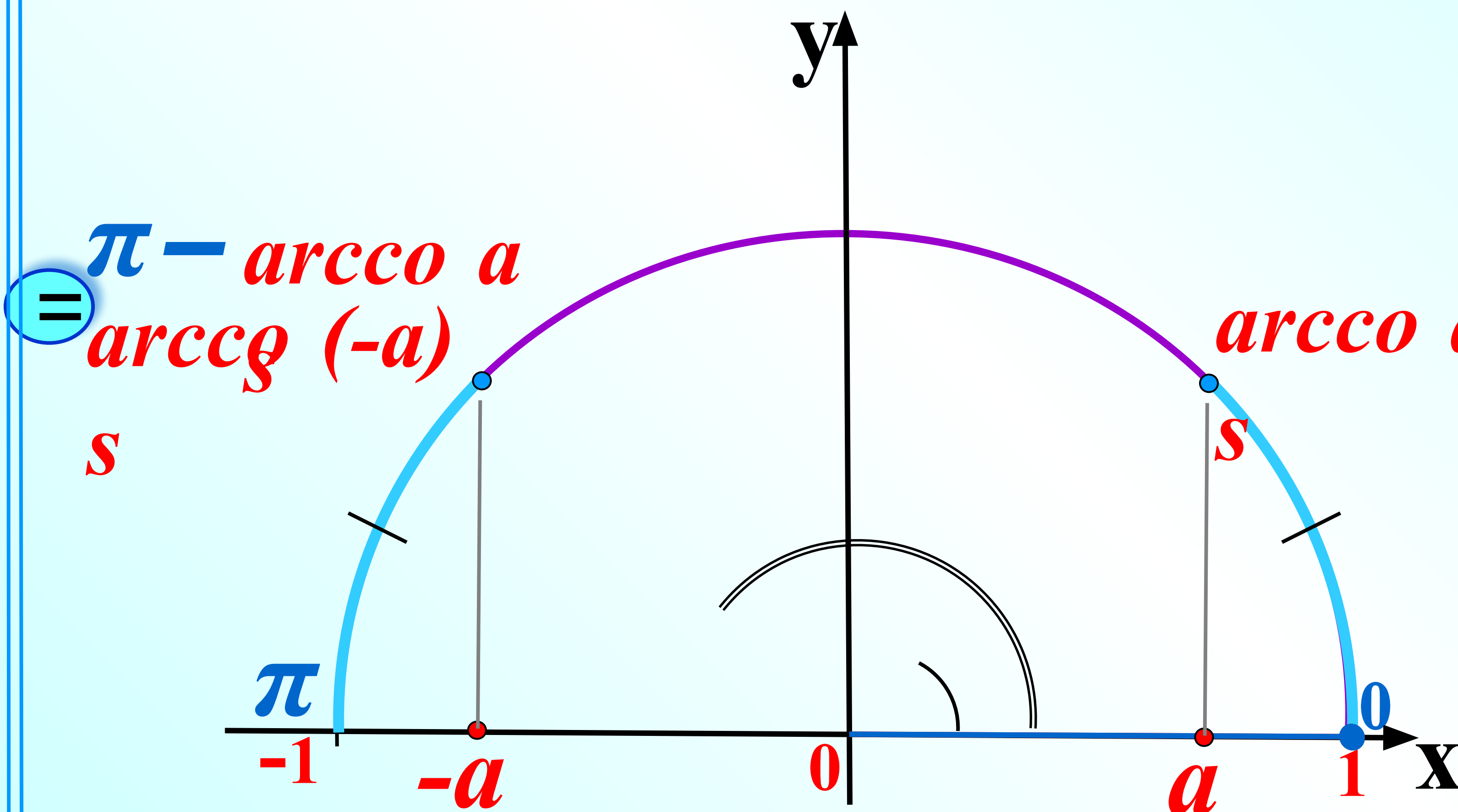
$\arccos \sqrt{3}$

Не существует

Для вычисления арккосинуса отрицательных чисел будем использовать формулу

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

Используем графическую иллюстрацию для обоснования формулы:

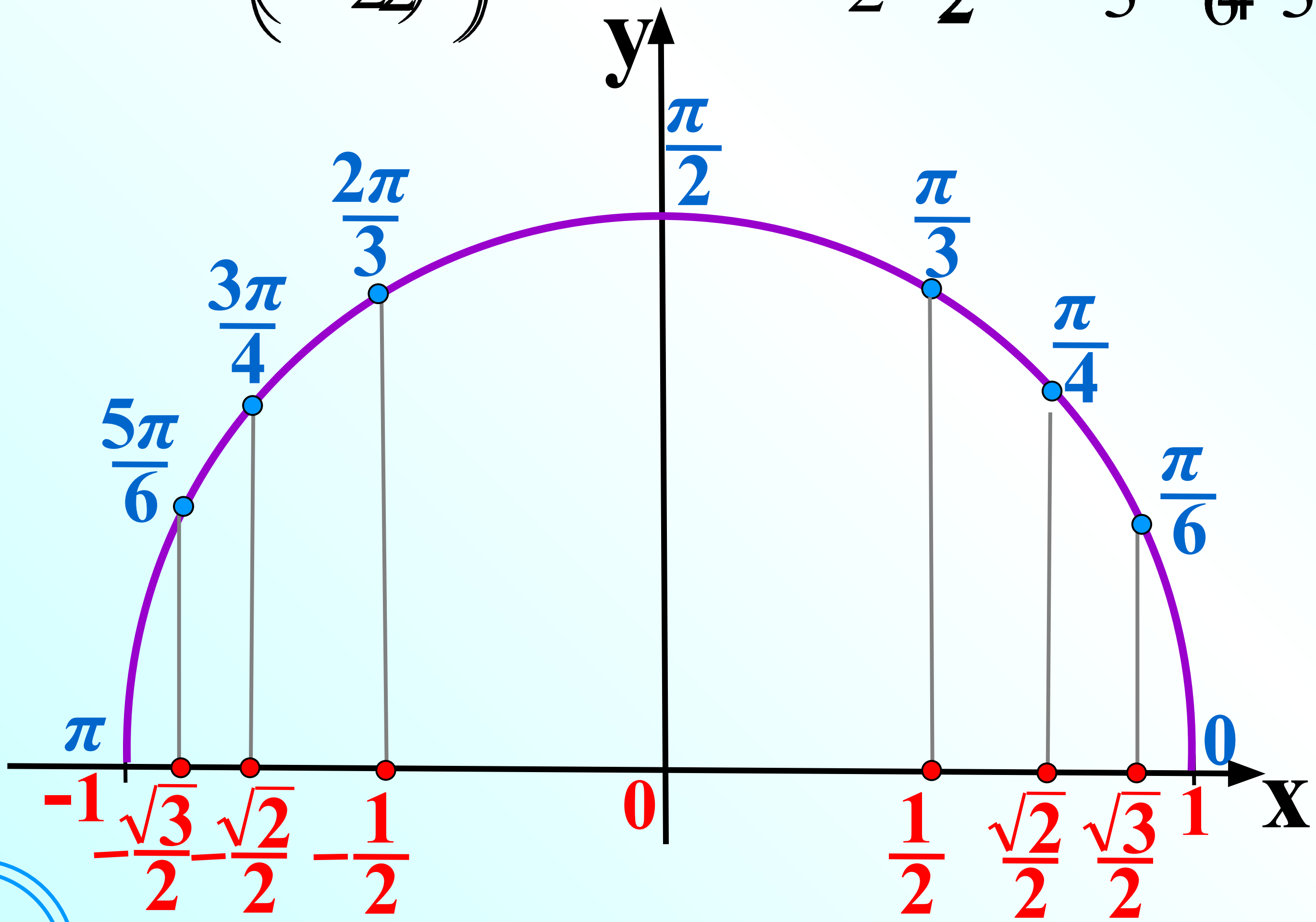


arcco s (-a) = π – arccos a

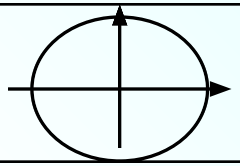
$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{1}{2} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$



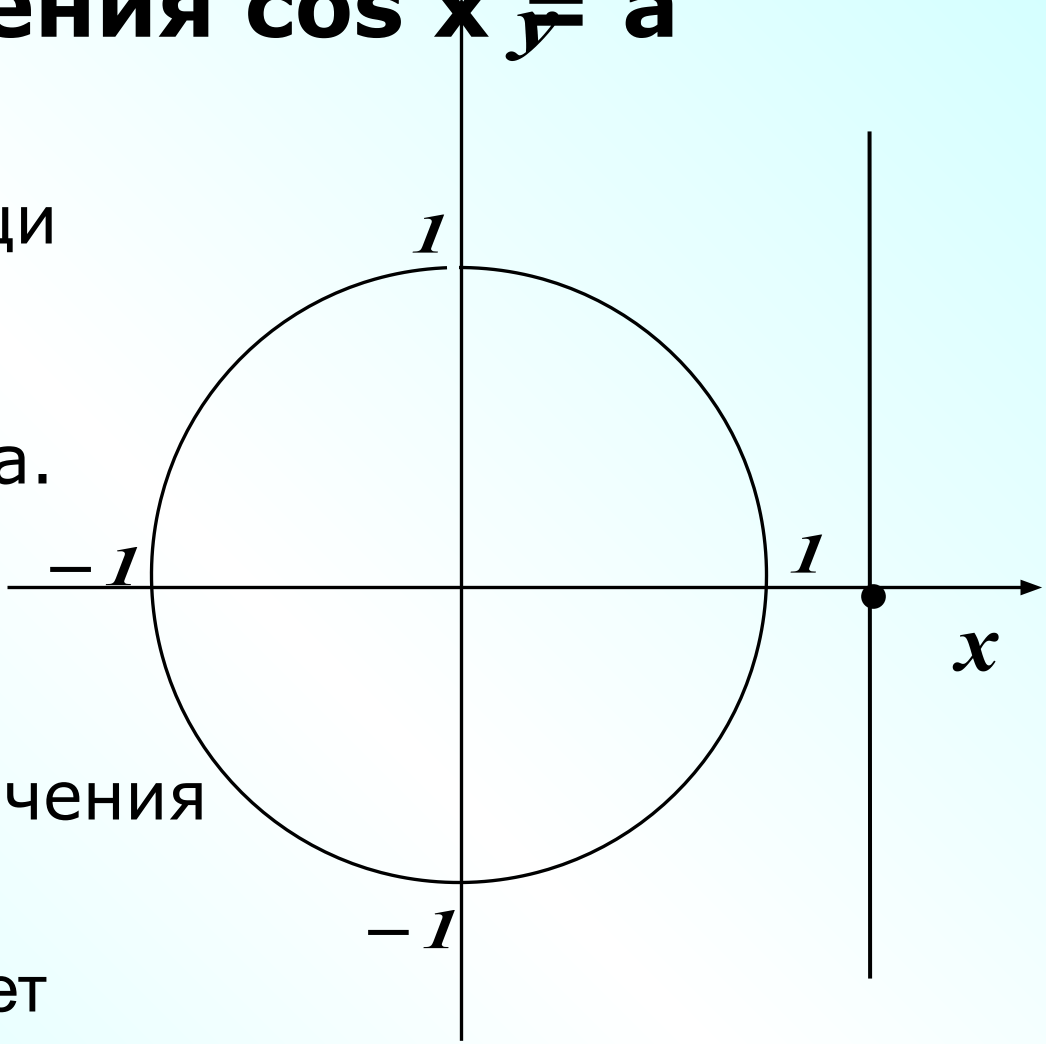
Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Значение a	Решение
$\lvert a \rvert > 1$	
$a = 0$	
$a = 1$	
$a = -1$	
$\lvert a \rvert < 1$	

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

1) $|a| > 1$



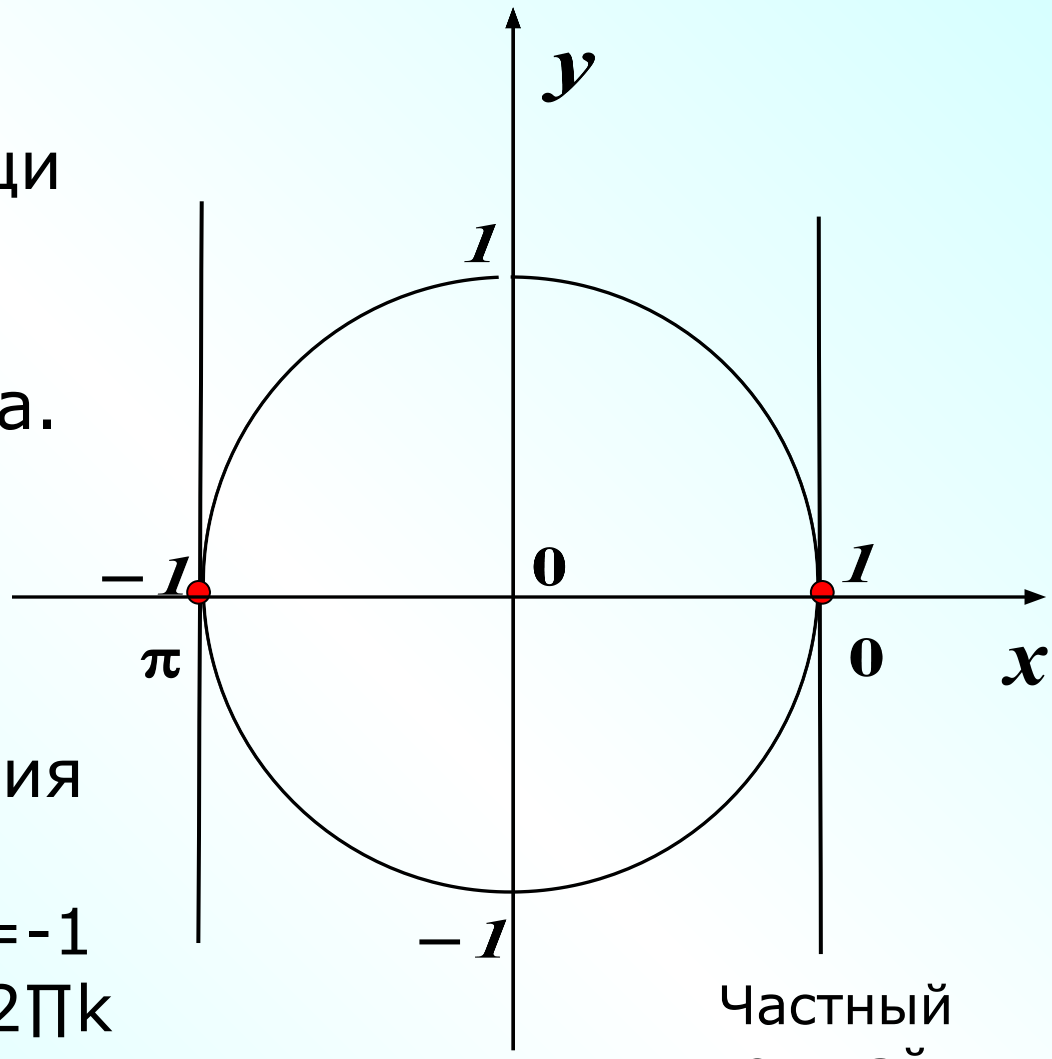
Нет точек пересечения с окружностью.

Уравнение не имеет решений.

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

2) $|a| = 1$



Решения уравнения

cos t=1
t=2Пk

cos t=-1
t=П+2Пk

Частный случай

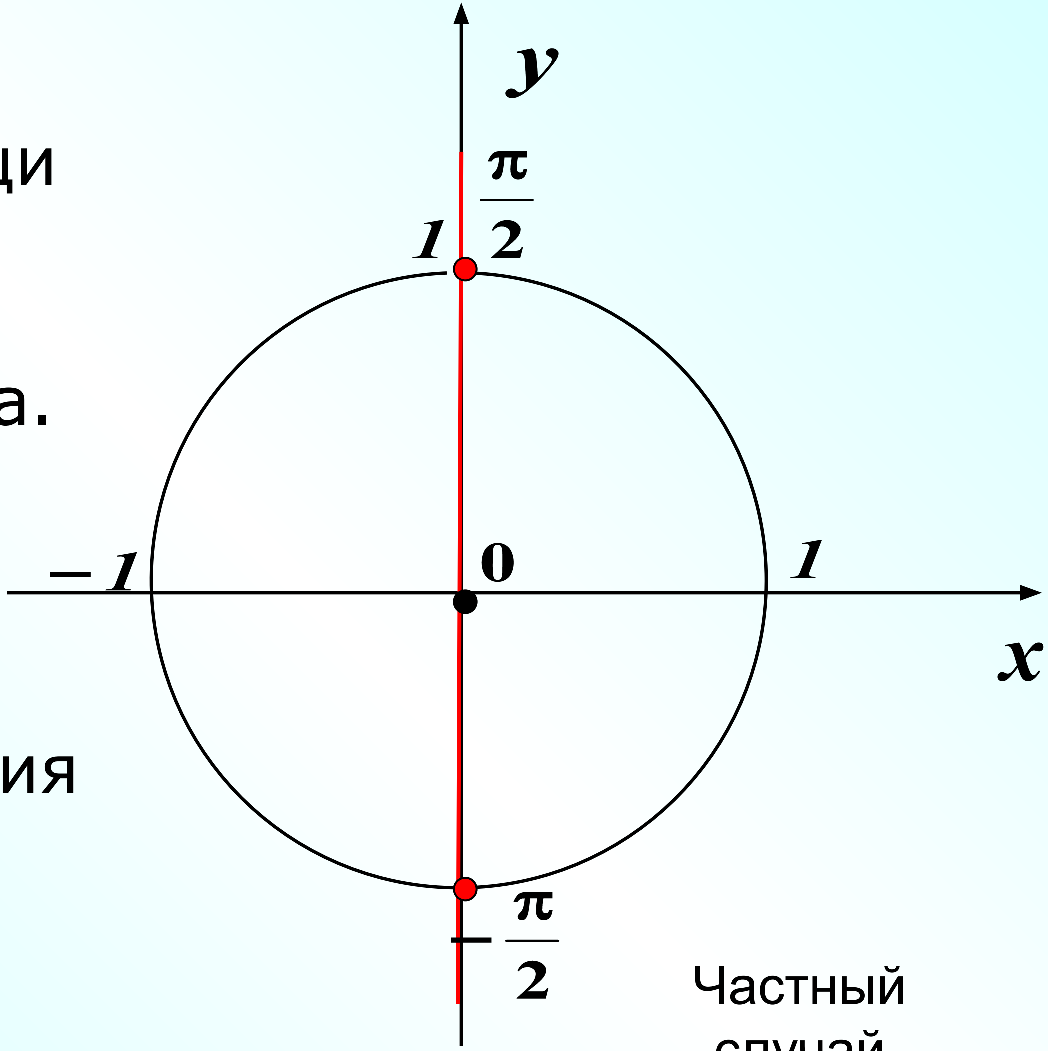
Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

3) a=0

Решения уравнения

$$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$



Частный случай

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

Решим при помощи числовой окружности уравнение cos t=a.

4) $|a| < 1$

Корни, симметричные относительно Ох, могут быть записаны:

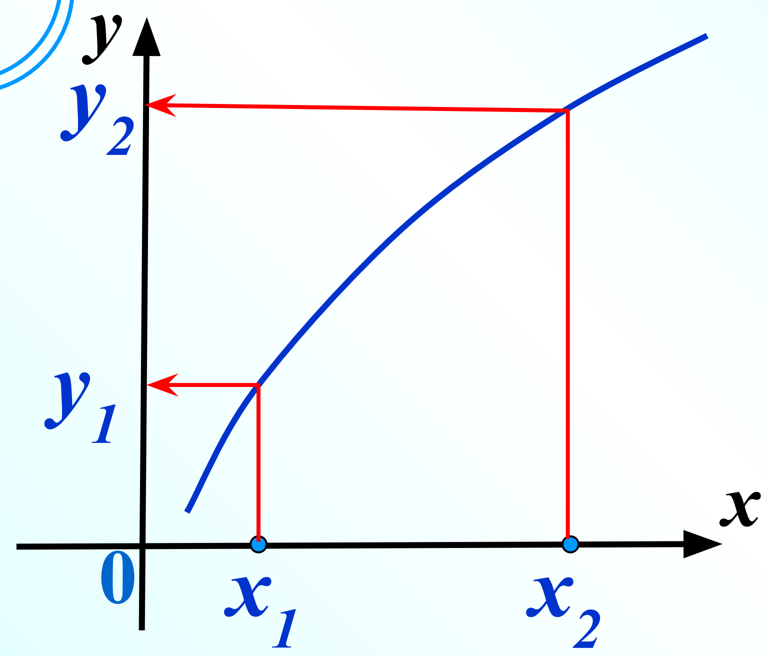
$$t = \begin{cases} \arccos a + 2\pi k, \\ -\arccos a + 2\pi k \end{cases} \quad \text{или}$$

$$t = \pm\arccos a + 2\pi k$$

Общий случай

Арккосинус и решение уравнения cos x = a

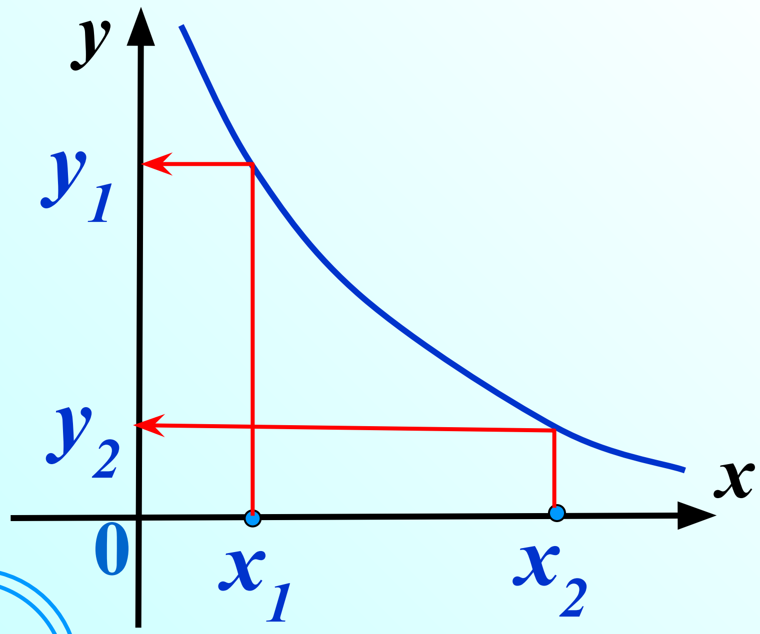
Значение а	Решение
$\lvert a \rvert > 1$	Нет решений
$a = 0$	$t = \frac{\pi}{2} + \pi k$
$a = 1$	$t = 2\pi k$
$a = -1$	$t = \pi + 2\pi k$
$\lvert a \rvert < 1$	$t = \pm \arccos a + 2\pi k$



Возрастающая функция.

Большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$x_2 > x_1$ $y_2 > y_1$



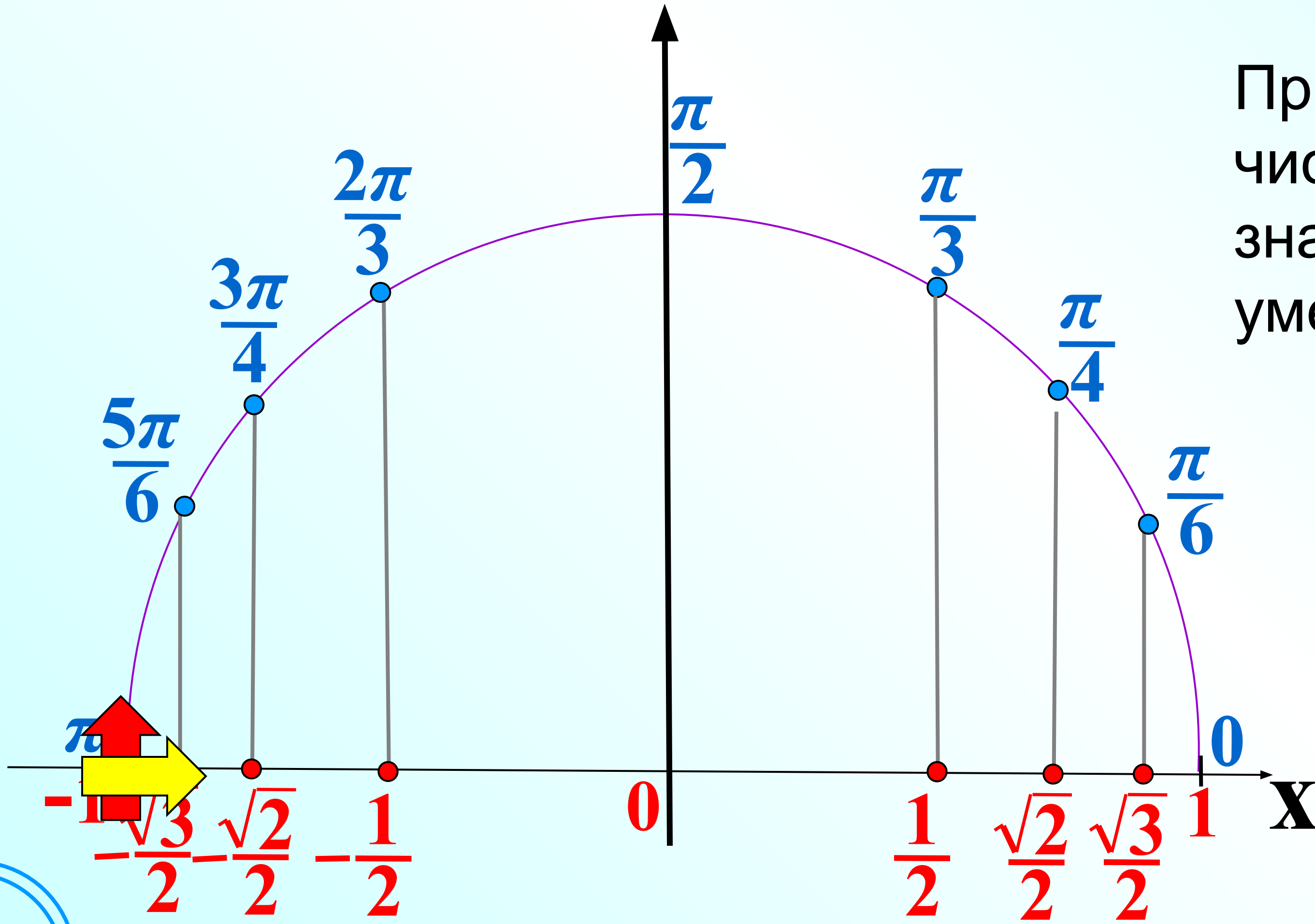
Убывающая функция.

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$x_2 > x_1$ $y_2 < y_1$

$y = \arccos x$ убывающая функция

Большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции



При увеличении числа a (по оси х), значение угла α уменьшается.

Сравнить

$$\arccos\frac{1}{4} < \arccos\left(-\frac{1}{4}\right) \qquad \frac{1}{4} > -\frac{1}{4}$$

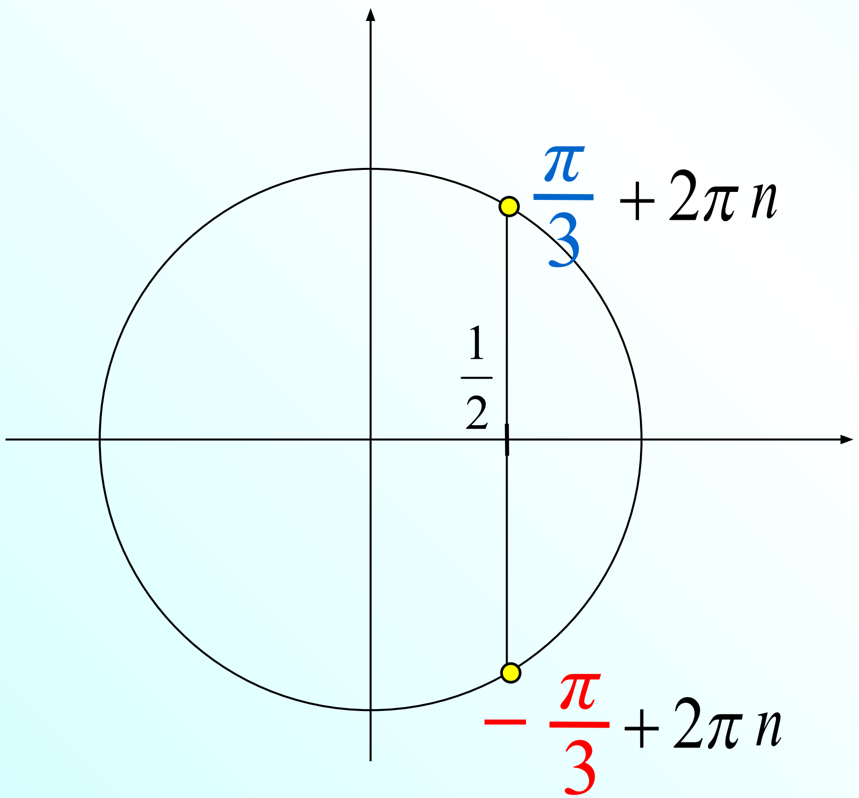
$$\arccos\left(-\frac{3}{4}\right) < \arccos(-1) \qquad -\frac{3}{4} > -1$$

$$\arccos\left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right) > \arccos\left(\frac{\sqrt{7}}{3}\right) \qquad \frac{\sqrt{5}}{3} < \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\arccos(-0{,}3) > \arccos(-0{,}1) \qquad -0{,}3 < -0{,}1$$

$$\arccos(-0{,}9) > \arccos(0{,}34) \qquad -0{,}9 < 0{,}34$$

Решить уравнение cosx = $\frac{1}{2}$

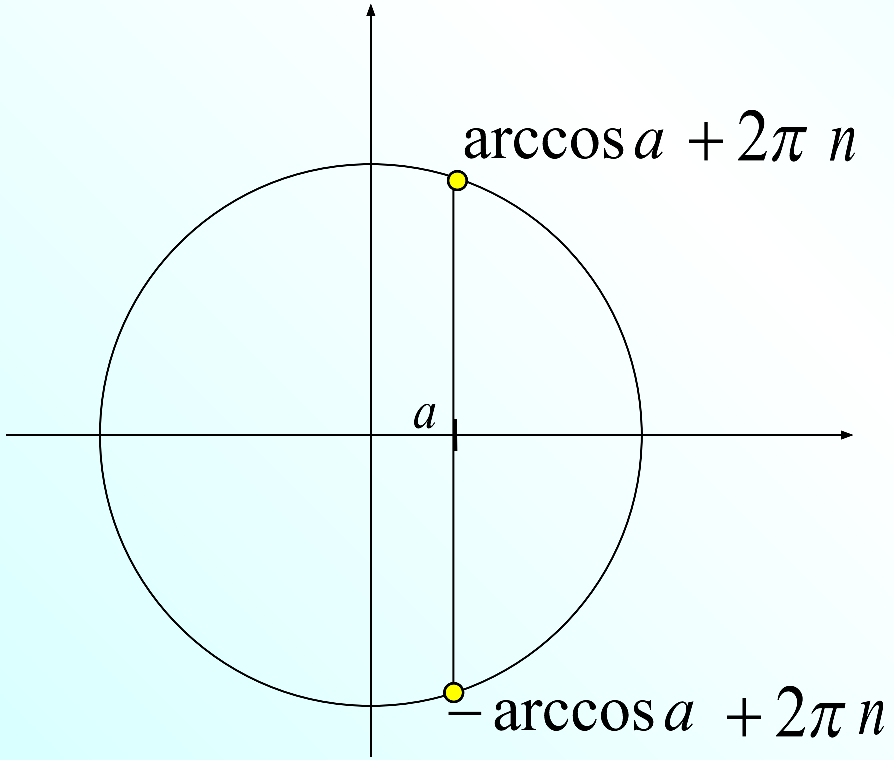


Решение уравнения на тригонометрическом круге

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Решить уравнение cosx = a

Решение уравнения с помощью формулы



$$x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ n \in Z$$

Решить уравнение cosx = 0,3

ВЕРНО!

1 $x = \pm\arccos 0{,}3 + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ПОДУМАЙ!

4 $x = \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

Решить уравнение cosx = 1,6

1 $x = \pm \arccos 1{,}6 + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm \arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ВЕРНО!

4 $x = \arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 1{,}6 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

Решить уравнение cosx = - 0,3

ВЕРНО!

1 $x = \pm(\pi - \arccos 0{,}3) + 2\pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

2 $x = \pm \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

3 $\varnothing$

ПОДУМАЙ!

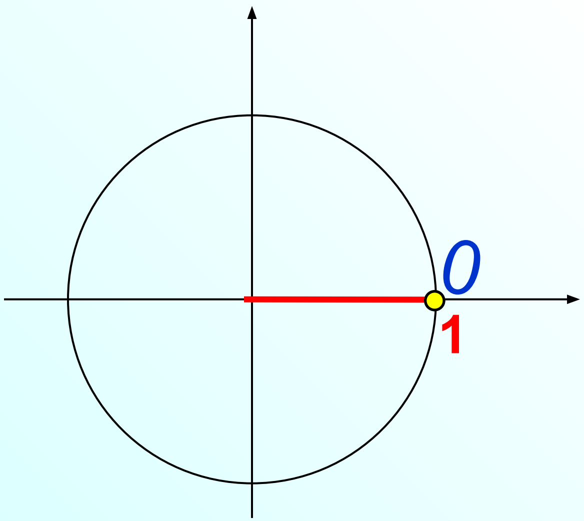
4 $x = \arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

ПОДУМАЙ!

5 $x = -\arccos 0{,}3 + \pi n,\ n \in Z$

Частные случаи

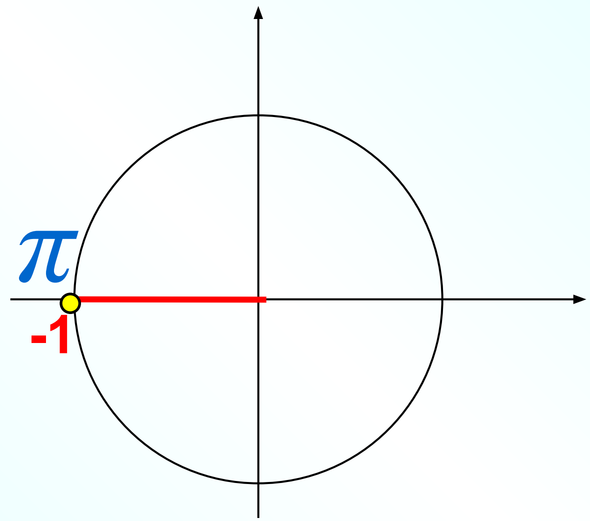
cosx = 1



$$x = 0 + 2\pi n$$

$$x = 2\pi n,\ \ n \in Z$$

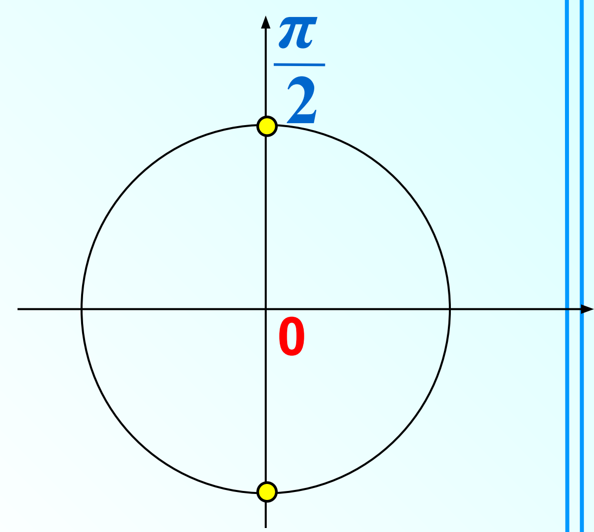
cosx = -1



$$x = \pi + 2\pi n$$

$$x = \pi + 2\pi n,\ \ n \in Z$$

cosx = 0

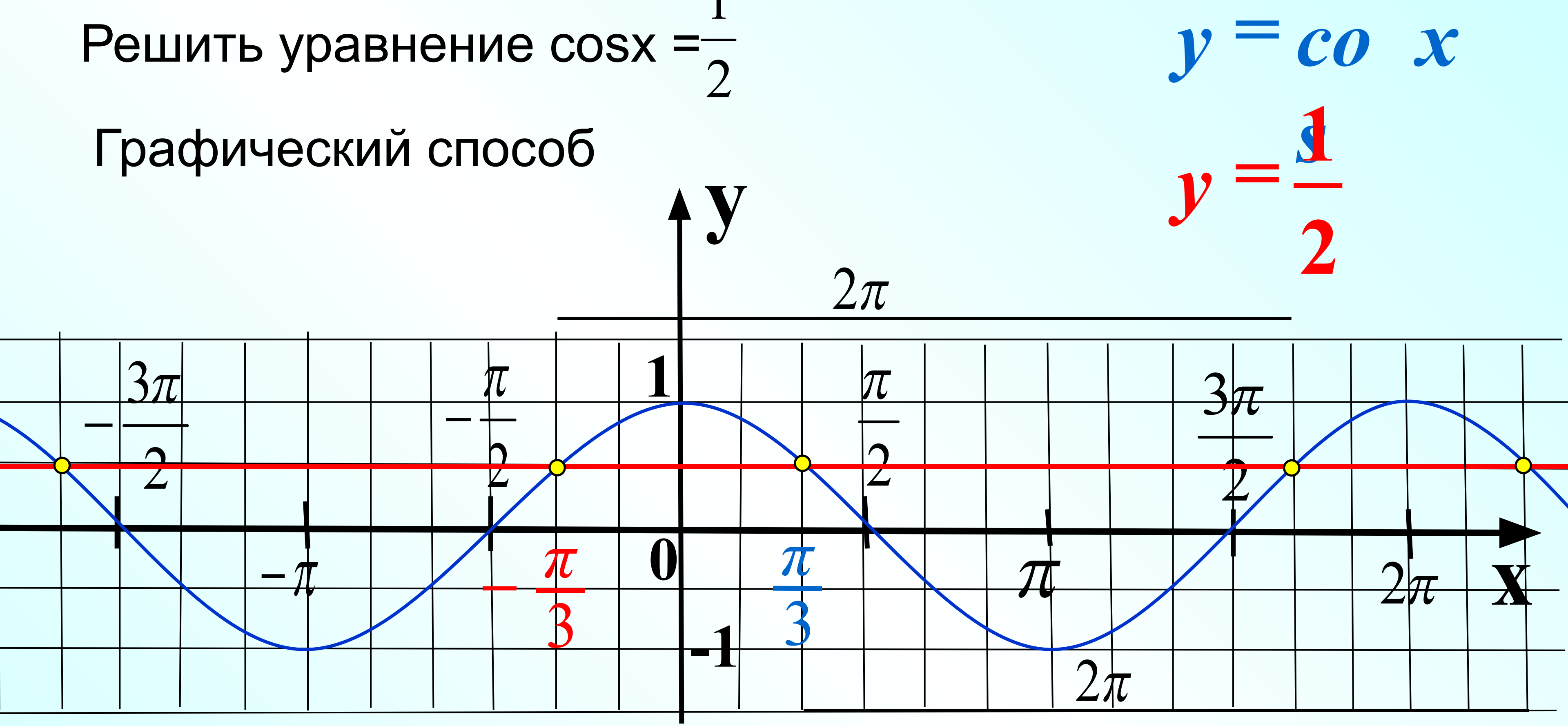


$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ \ n \in Z$$

Решить уравнение cosx = $\frac{1}{2}$

Графический способ



$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$

$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$