

Мережі Петрі.

Це математична модель, яка широко використовується для моделювання динамічних систем багатьох типів. Мережі Петрі запропонував у своїй дисертації Карл Адам Петрі у 1962 році і згодом вони стали однією з найбільш зручних математичних конструкцій для уявлень моделей складних причинно-наслідкових систем. Можна легко побудувати моделі будь-яких асинхронних, паралельних і розподілених систем.

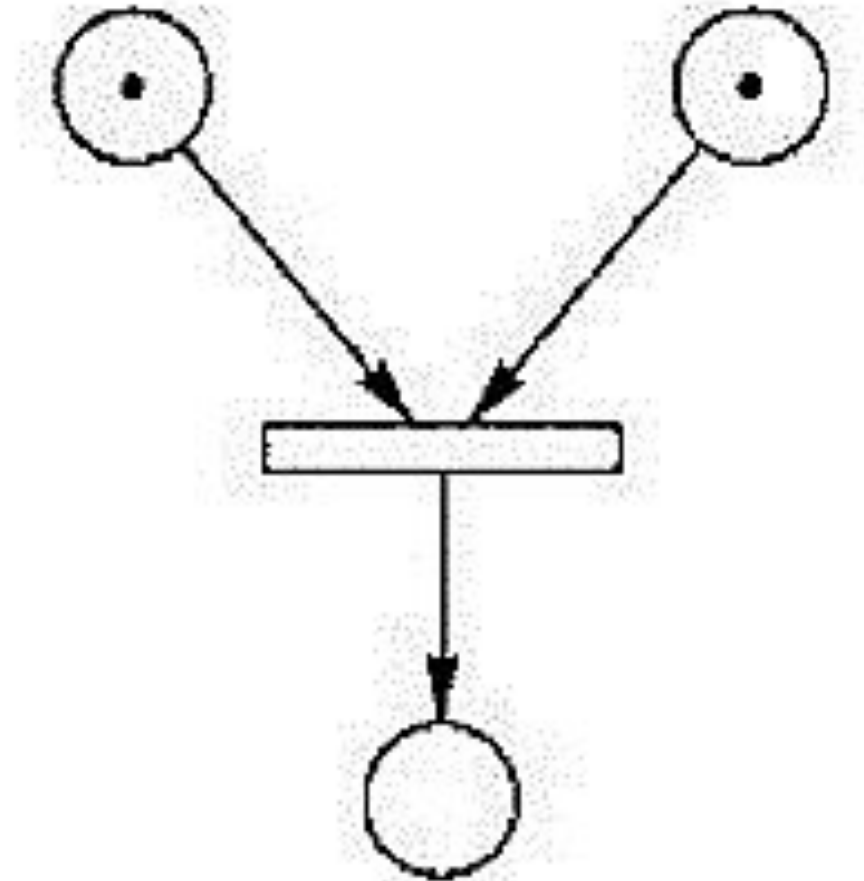
Легко можна побудувати на їх основі алгоритми і програми моделювання. Можна використовувати для опису рівнянь станів, алгебраїчних рівнянь та інших математичних моделей, які керують поведінкою систем. Досить зручний інструмент для аналізу і автоматизації побудови програм імітаційного моделювання.

Прості мережі Петрі.

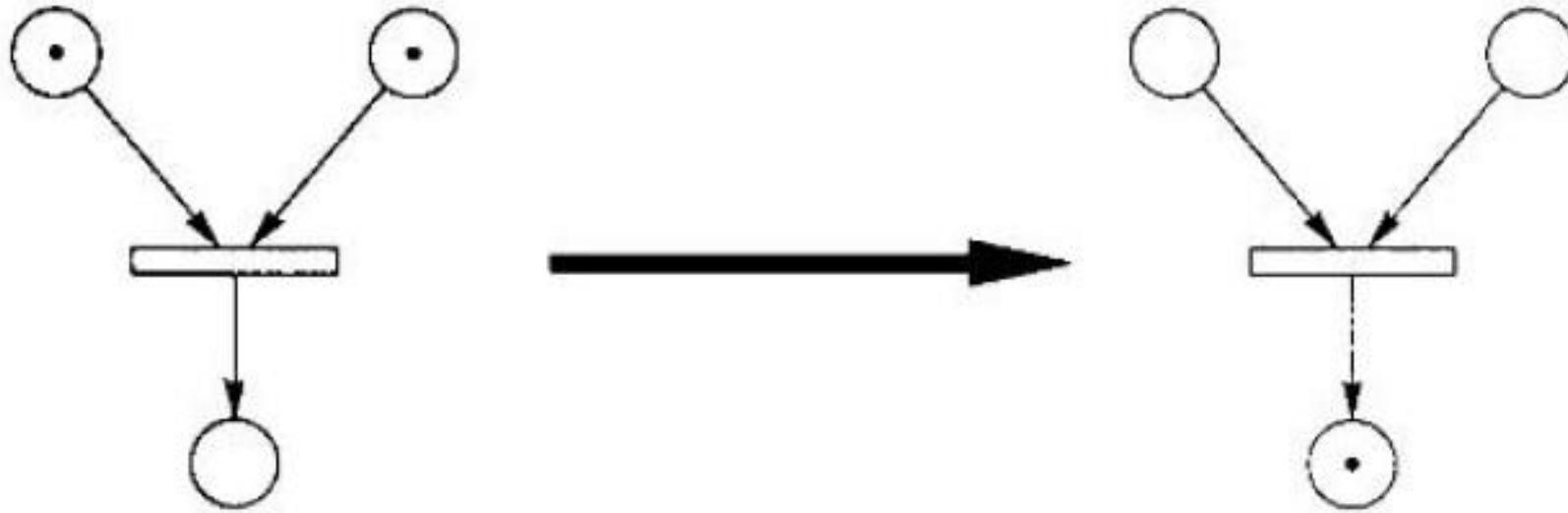
Мережа Петрі є орієнтованим дводольним графом, який має 4 базових елементи: **вузли** (місця, places), **переходи** (transitions), **дуги** (arcs), **маркери** (tokens). Дводольним називається граф, який має дві множини вузлів і не має ребер, що з'єднують вузли одної множини. **Вузли** позначають кружками і визначають стан, в якому може перебувати мережа або її частина. **Переходи** - це активні елементи мережі, які позначають дії, що здійснюються під час спрацювання переходів. Для того, щоб перехід міг спрацювати, необхідне виконання певних умов, які визначаються наявністю маркерів у вузлах мережі, з'єднаних з переходом. Якщо умова настання подій виконана, то вважають, що **перехід збуджений**. Переходи позначаються короткими вертикальними або горизонтальними лініями. Вузли та переходи з'єднуються орієнтованими ребрами (дугами). Вузли, з яких виходять дуги до певного переходу, називаються **вхідними вузлами переходу**, а вузли, до яких ведуть дуги з певного переходу, - **вихідними**.

Два вузла або два переходи з'єднуватися дугами не можуть. Кожен перехід може бути з'єднаний з вузлом тільки однією дугою (входить або виходить). Функціонування мережі Петрі можна описати різними способами. Наприклад, можна розглядати вузли як певні умови, а переходи - як події. Таким чином, стан мережі у кожен момент часу задається системою умов. Для зручності завдання умов в мережі Петрі вводяться маркери (фішки), які зображуються точками всередині вузлів. Виникнення певної комбінації маркерів у вузлах призводить до настання деякої події, яка в свою чергу викликає зміну стану умов мережі. Стан маркування або стан мережі Петрі визначається сукупністю маркерів кожного окремого вузла мережі.

На рис. зображена проста мережа Петрі з одним переходом, трьома вузлами, два з яких містять маркери.



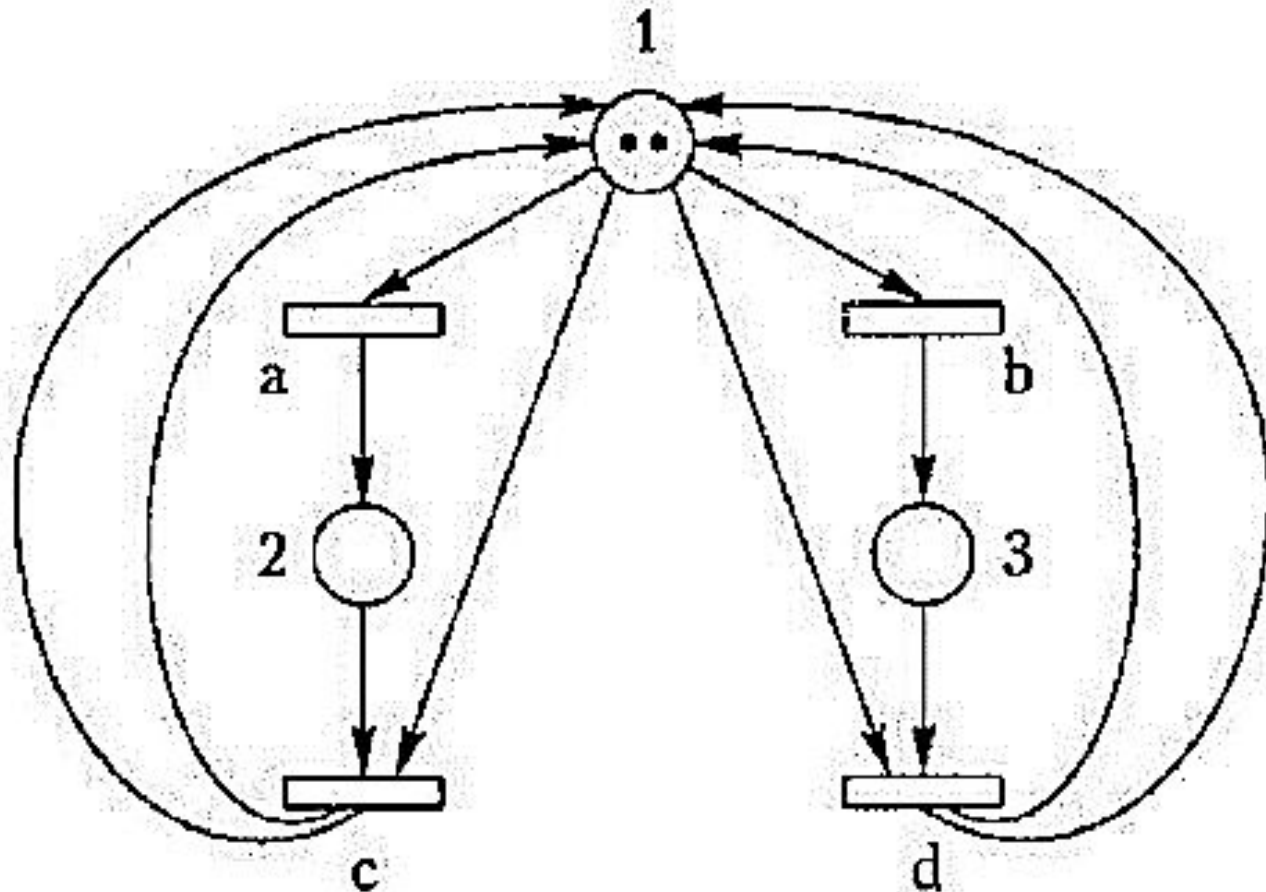
Перехід, у якого всі вхідні вузли містять маркери, називається збудженим. Збуджений перехід може спрацювати, після чого всі маркери з вхідних вузлів переходу перемістяться у вихідні. Настає подія, яка змінює стан мережі.



Якщо одночасно порушуються кілька переходів мережі, виникає невизначеність, тому одночасне спрацювання кількох переходів в мережі Петрі неможливо, тобто переходи спрацьовують послідовно. Незважаючи на те, що маркери змінюють своє положення в вузлах, прості мережі Петрі - це статичні моделі, в яких не враховується динаміка в часі.

Розмітка мережі Петрі.

Розмітка M мережі Петрі - це функція, яка ставить у відповідність маркерам вузлів цілі позитивні числа. Суть розмітки полягає в приписуванні кожному вузлу певної кількості маркерів.



Розмітка мережі задається такими елементами $M = [2,0,0]$, $P = \{1,2,3\}$, $n(P) = 3$, a, b, c, d - переходи. Переходи a, b є збудженими, c, d - ні. В результаті збудження і спрацьовування переходу a отримуємо розмітку $M^1 = [1,1,0]$. Перехід, у якого немає ні одного вхідного вузла, завжди є збудженим і може видавати (генерувати) маркери.

Перехід, який не має жодної вихідної дуги, і має тільки одну вхідну дугу, збуджений завжди тільки в тому випадку, якщо вхідний вузол містить маркер. Такий перехід може знищувати маркери.

Мережа Петрі знаходиться в «живому» стані (живуча розмітка), коли кожен з переходів може збуджуватися нескінченне число разів.

Мережа Петрі знаходиться в «мертвому» стані (заблокована), якщо вона не має жодного збудженого переходу.

Два переходи «конфліктують», якщо вони не можуть бути збуджені одночасно.

Моделювання за допомогою мереж Петрі.

Розширення простих мереж Петрі.

У простих мережах Петрі допускається наявність у вузлі тільки одного маркера, тоді як в розширених може бути кілька. Кількість маркерів у вузлі позначається числом поруч з вузлом. Відповідно для вузлів змінюються правила маркування:

- 1) перехід збуджується тільки тоді, коли число, яке позначає кількість маркерів в кожному вхідному вузлі, більше або дорівнює 1;
- 2) якщо збуджений перехід спрацьовує, то число маркерів у всіх вхідних вузлах, що містять маркери, зменшується на 1, а у всіх вихідних вузлах - збільшується на 1.

Проста мережа Петрі відображає роботу тільки логічного елемента «І», тому за допомогою цієї мережі можна змоделювати збудження переходу, коли вхідний вузол не має маркерів (логічний оператор заперечення «Ні»).

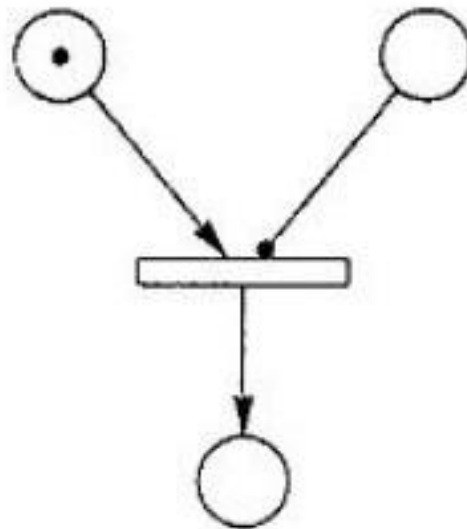
Для цього в розширених мережах вводять дуги заперечення, які зображуються лініями з кружечком на кінці.

Дуги, визначені раніше, розглядаються як **ПОЗИТИВНІ**.

Наявність дуг заперечення змінює правила маркування:

1) перехід збуджується тільки тоді, коли число, яке визначає кількість маркерів кожного вхідного вузла з позитивною дугою, більше або дорівнює 1, і коли кількість маркерів кожного вхідного вузла з дугою заперечення дорівнює нулю;

2) якщо збуджений перехід спрацьовує, то число маркерів всіх вхідних вузлів з позитивною дугою зменшується на 1, в той же час як кількість маркерів всіх вхідних вузлів з дугами заперечення залишається незмінним. Кількість маркерів всіх вихідних вузлів збільшується на 1.



Для кожної позитивної дуги можна задати певний **ваговий коефіцієнт (вагу)**, що дорівнює одиниці або більше за неї. За замовчуванням ваговий коефіцієнт дуги дорівнює одиниці.

Тоді збудження і спрацьовування переходу відбувається за такими правилами:

1) перехід збуджується тільки тоді, коли кількість маркерів в кожному вхідному вузлі більше ваги дуги або дорівнює їй, а для дуги заперечення дорівнює нулю;

2) в разі перемикання переходу кількість маркерів кожного вхідного вузла зменшується на відповідну вагу вхідної дуги і залишається незмінною для дуг заперечення. Кількість маркерів кожного вхідного вузла збільшується на вагу відповідної вихідної дуги.

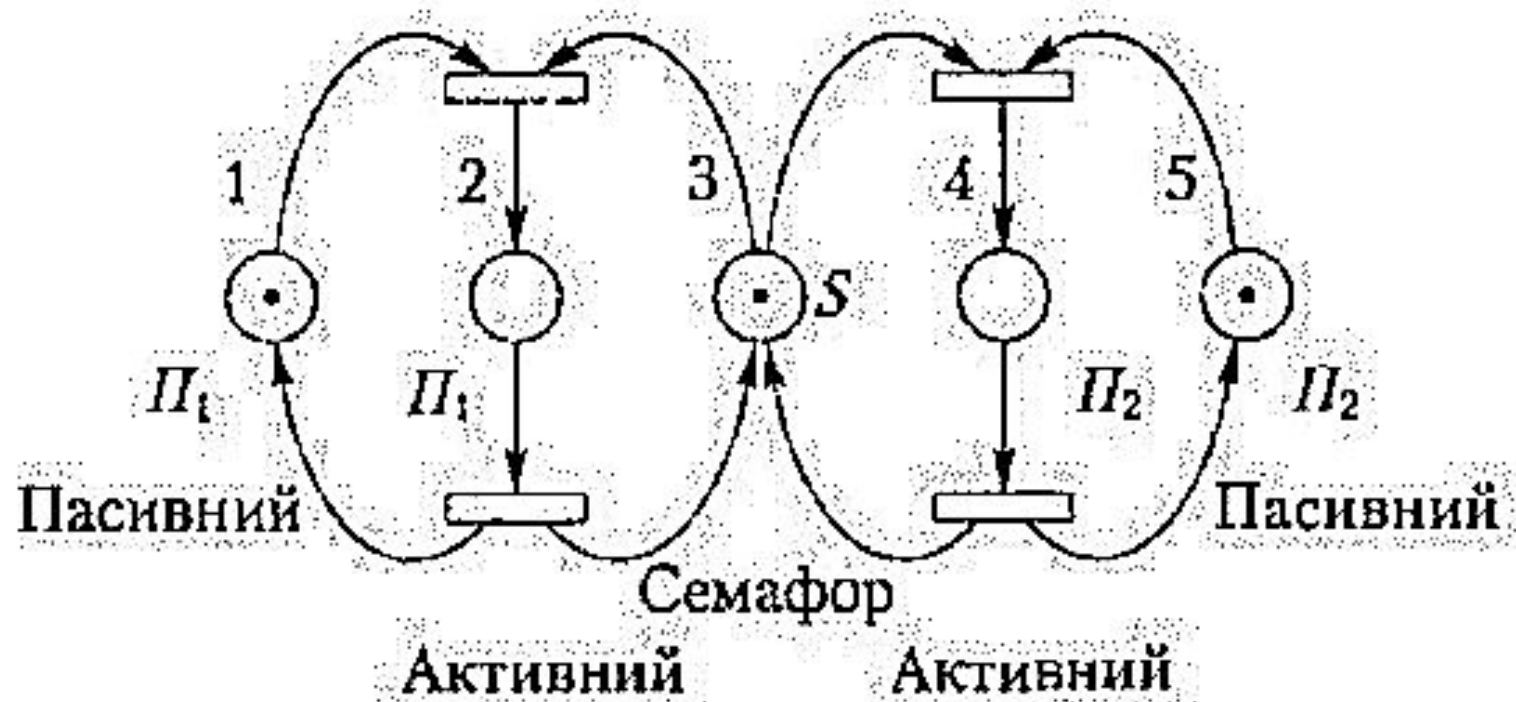
Формалізоване зображення моделі за допомогою мережі Петрі.

Один з найскладніших етапів створення моделі - це вибір методу її формалізації. Існує кілька підходів до зображення моделі системи і мережі Петрі. Продемонструємо на прикладах, як перейти від змістовної постановки задачі до формальної моделі.

Приклад. Покажемо, як за допомогою мережі Петрі можна синхронізувати кілька асинхронних обчислювальних процесів, які виконуються в пам'яті комп'ютера. Розглянемо роботу комп'ютерної системи, в якій 2 обчислювальних процеси, П1 і П2, намагаються одночасно записати дані в область пам'яті (П1) і зчитувати з неї дані (П2).

Проблема, яку потрібно вирішити - синхронізація доступу процесів до пам'яті. Щоб уникнути протиріччя, необхідно заборонити одночасний доступ процесів до однієї і тієї ж області пам'яті. Це означає, що активним може бути тільки 1 процес, який виконує операцію доступу до пам'яті.

Для формалізації модельованої системи скористаємося семафором, який буде розділяти доступ до області пам'яті. Побудуємо просту мережу Петрі, яку можна буде використовувати для синхронізації цих процесів, і розглянемо її роботу.

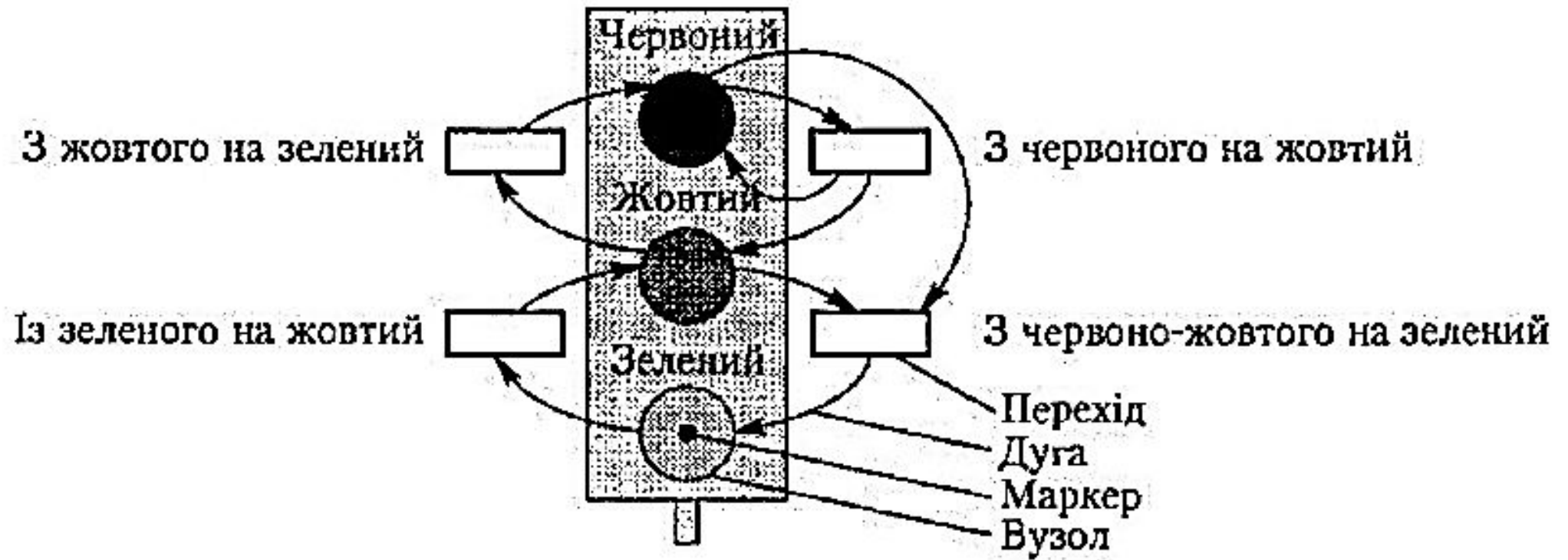


Кожен обчислювальний процес може знаходитися в одному з двох станів: активному або пасивному, які відповідно позначені двома вузлами. Розміщення маркерів в мережі, зображеної на малюнку, показує, що в даний момент обидва процеси знаходяться в пасивному стані. Кожен процес може змінити свій стан за допомогою спрацьовування переходу. Зміна стану мережі залежить від вузла семафора S. Розмітка вихідного стану мережі $M = [1,0,1,0,1]$.

Якщо один процес, наприклад, П1, намагається змінити свій стан на активний (записати дані), то він збуджує свій перехід і змінює розмітку мережі на $M = [0,1,0,0,1]$. Таким чином, збудження переходу процесу П2 (зчитування даних з тієї ж області) не відбудеться до тих пір, поки процес П1 не перейде в пасивний стан і розмітка мережі знову не зміниться на $M = [1,0,1,0,1]$.

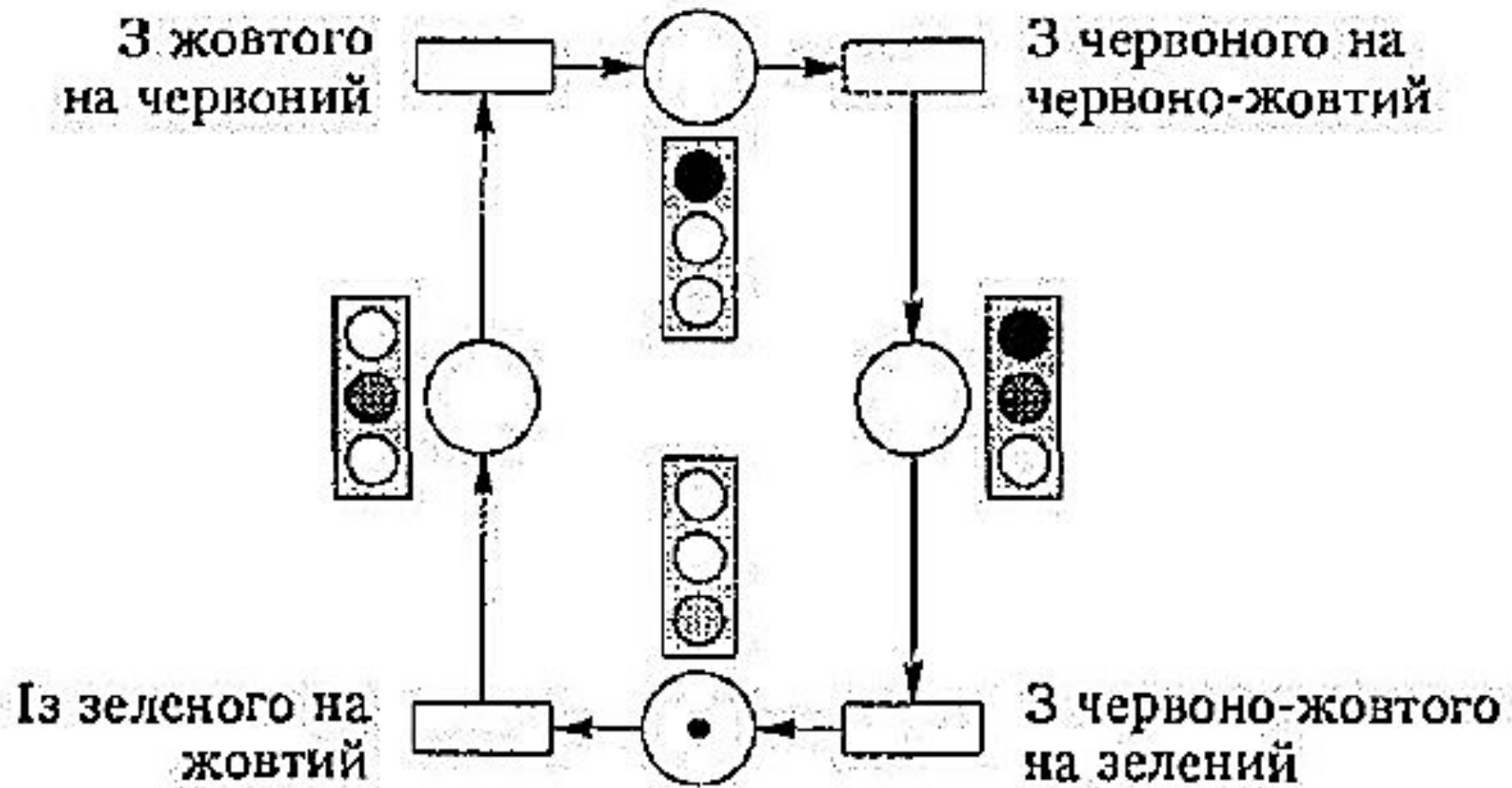
Приклад. Покажемо, як за допомогою мереж Петрі можна описати роботу семафора, який керує дорожнім рухом. Модель світлофора можна використовувати для моделювання систем управління рухом транспорту. Ця модель повинна відтворювати зміну станів світлофора: зелене світло, жовте світло, червоне світло і червоно-жовте світло. Для формалізації модельованої системи скористаємося простою мережею Петрі, вузли якої визначатимуть стан світлофора, а положення чорного маркера - поточний його стан.

На малюнку зображена модель роботи світлофора, стан якої відповідає ситуації, коли горить зелене світло (цей стан позначено маркером). Динаміку роботи світлофора, тобто зміна його світла і відповідно положення маркера в мережі Петрі, можна відтворити за допомогою переходів, для яких повинні виконуватися правила збудження і спрацьовування.



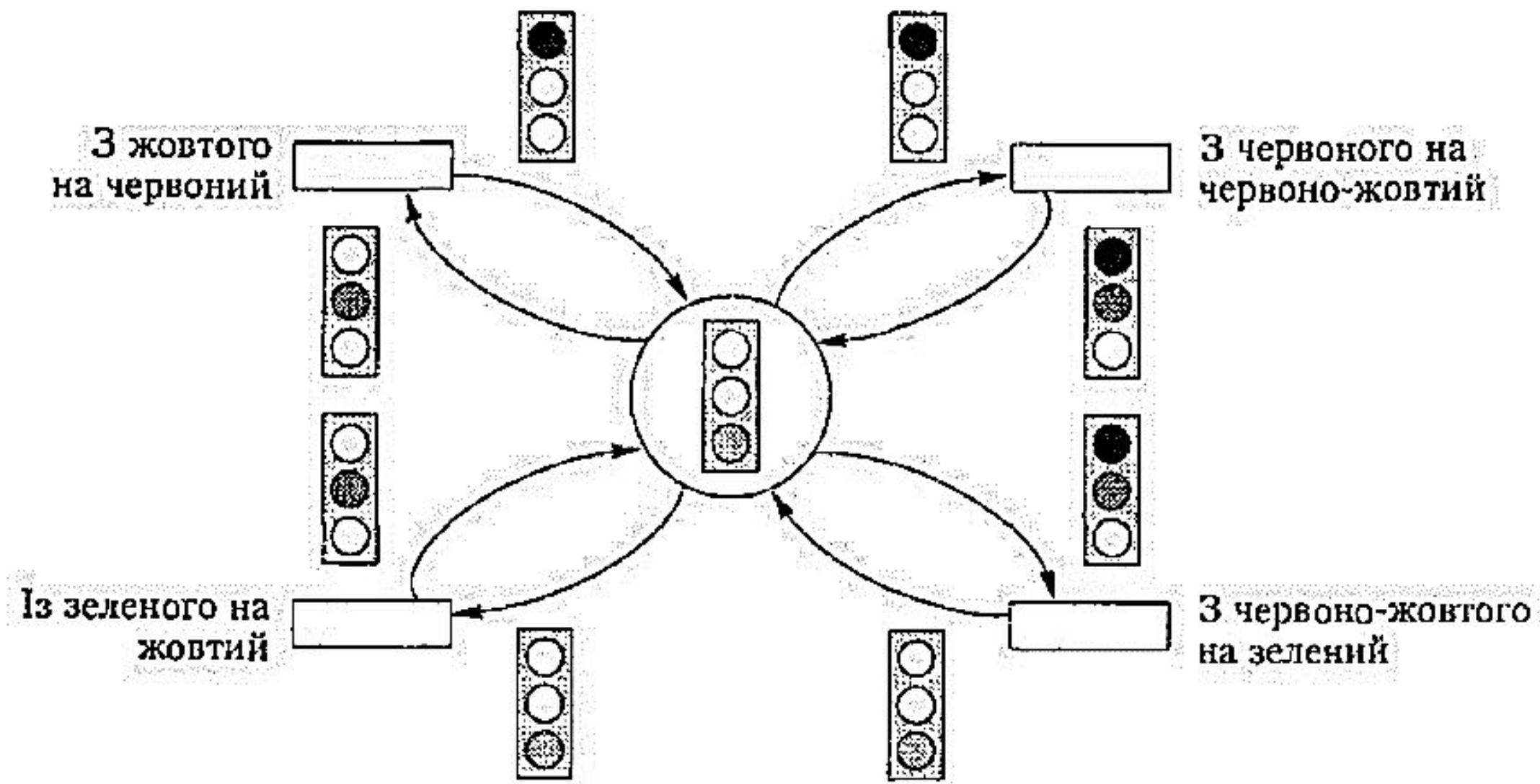
У мережі на малюнку збудженим є тільки перехід, який відповідає зміні зеленого світла на жовтий. У разі спрацювання переходу маркер з зеленого вузла переміщається в жовтий. Зміна положення маркера призводить до нового стану моделі, що відповідає ситуації, коли горить жовте світло. З цього стану можливий перехід тільки в стан, який відповідає ситуації, коли горить червоне світло. Таким чином, ця модель описує їхні стани світлофора, які змінюються в певній послідовності.

Для формалізації моделі світлофора можна скористатися і іншим підходом, коли її стани світлофора і переходи можна зобразити графічно за допомогою кінцевого автомата. **Кінцевий автомат** - це граф станів (вершин) і переходів (дуг). Стан такого автомата позначається маркером в одній з його вершин. Модель функціонування світлофора у вигляді кінцевого автомата зображена на малюнку.



Поточний стан моделі позначається тільки одним маркером (слід звернути увагу, що в мережі Петрі для позначення стану моделі світлофора, в якому одночасно горять червоне і жовте світло, використовувалося 2 маркера). Множину можливих станів такої моделі можна розширити, наприклад, ввести стан світлофора, коли горить зелене і жовте світло. Кількість необхідних маркерів в моделі не зміниться, але модель стане складнішою - з'явиться ще один вузол і перехід. Таким чином, виникають питання: чи потрібно всі стани моделі відображати окремими вузлами, чи можна позначати поточний стан моделі за допомогою маркерів різного кольору (рис.). Можна перейти до ще до одного підходу формалізації моделі світлофора.

Такий підхід передбачає, що стани світлофора в мережі Петрі, які зображувалися раніше декількома різними вузлами, зображуються тільки одним вузлом, в якому знаходиться маркер відповідного кольору (зелений, жовтий, червоний і червоно-жовтий). На малюнку зображена мережа Петрі, поточний стан якої визначає зелений маркер, що знаходиться у вузлі. Стан мережі змінюється тільки після спрацьовування переходу від зеленого світла до жовтого. Для порушення цього переходу повинні виконуватися обидві умови збудження переходу:



- у вхідному вузлі повинен знаходитися зелений маркер;
- в разі спрацювання переходу жовтий маркер може переміститися у вузол стану світлофора.

Відображення станів моделі за допомогою маркерів різного кольору - один з можливих підходів до формальної побудови моделі, яка відрізняється від моделі кінцевого автомата, в якому кожен допустимий стан моделі зображується окремим вузлом.

Розширення можливостей вузлів під час моделювання.

Раніше зазначалося, що в мережі Петрі всі допустимі стани моделі позначаються вузлами з маркерами. У загальному випадку вузли виступають як сховища даних заданого об'єму, а переходи - як потоки даних. Можливості вузлів мережі Петрі можна значно розширити, якщо маркерам надати різні типи даних, наприклад, ряди символів, цілі або дійсні числа, множини, структури, як це робиться в мовах програмування. Тоді в разі зображення вузлів з такими маркерами необхідно вказувати типи даних і визначати максимальну кількість маркерів кожного типу, які можуть перебувати в вузлі.

Існує ще одна можливість розширення функцій - відзначити режим доступу до маркерів, тобто задати, яким чином маркери (дані) приходять до вузлів і як вони з них вилучаються. Це дає можливість формувати у вузлах черги маркерів, подібно до того, як створюються черги вимог в СМО. Наведено основні режими доступу до вузлів.

RAM Принцип випадкового доступу. Маркер, який надійшов у вузол, розміщується в черзі випадково. У разі спрацювання переходу маркер, який вилучається з черги, вибирається випадково

FIFO Принцип «перший прийшов - першим покинув». Маркер, який надійшов у вузол, розміщується в черзі останнім. У разі спрацювання переходу вилучається перший маркер черги.

LIFO Принцип «останній прийшов - першим покинув». Маркер, який надійшов у вузол останнім, розміщується в черзі першим. У разі спрацювання переходу вилучається перший маркер черги.

FIFORAM Принцип «прийшов випадково - першим покинув». Маркер, який надійшов, розміщується в черзі випадково. У разі спрацювання переходу з черги вилучається перший маркер.

LIFORAM Принцип «прийшов випадково - останній першим покинув». Маркер, який надійшов, розміщується в черзі випадково. У разі спрацювання переходу з черги вилучається останній маркер.