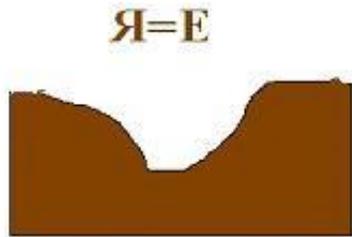




100

1 2 3



1. Является ли пара чисел  $(0;1)$  решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1; \\ y - 2x = 1? \end{cases}$$

**Ответ: Да.**

$$\begin{cases} 0 + 1 = 1; \\ 1 - 2 \cdot 0 = 1. \end{cases}$$

Выразите одну переменную через другую

$$y-2x=2$$

$$y=2x+2$$

$$x-3y+1=0$$

$$x=3y-1$$

$$xy=6$$

$$y = \frac{6}{x}$$

$$3x+2y=5$$

$$y=2,5-1,5x$$

Какую фигуру задаёт уравнение ?

$$y=0,5x^2+1$$

$$x^2+y^2=4$$

$$xy+1=0$$

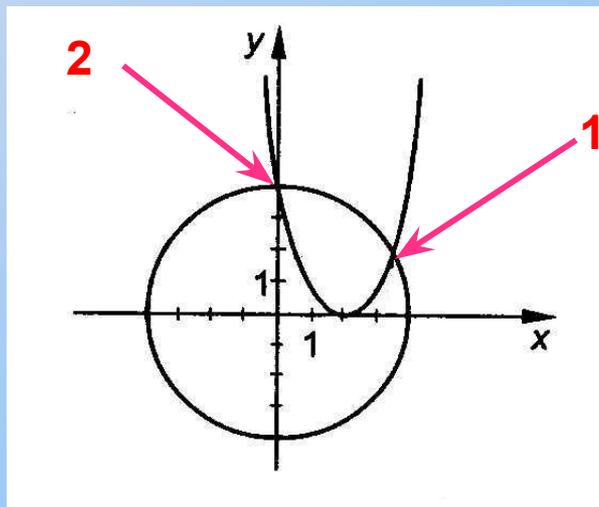
$$x^3-y=0$$

$$2x+3y=4$$

$$(x-2)^2+(y+3)^2=49$$

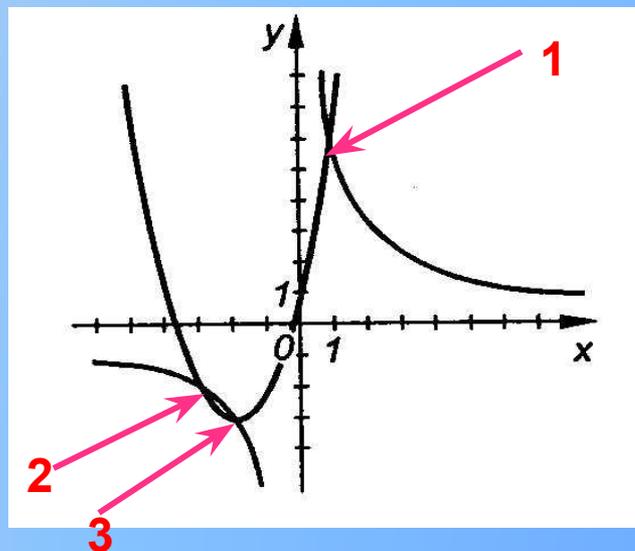
2. Сколько решений имеет система уравнений?

а) 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16; \\ y = (x - 2)^2. \end{cases}$$



**Ответ: 2**

б) 
$$\begin{cases} y = x^2 + 4x + 1; \\ xy = 6. \end{cases}$$



**Ответ: 3**

**3. Определить для каждой системы уравнений рациональный метод решения:**

а) 
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y+5)^2 = 16; \\ y = \frac{8}{x}. \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} y^2 = 5x + 4; \\ x^2 + y^2 = 16. \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} 4x - 2y = 14; \\ 4x + 8y = 18. \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{10}{3}; \\ x - y = 6. \end{cases}$$

**1.Метод алгебраического сложения.**

**2.Метод замены переменных.**

**3.Метод постановки.**

**4.Графический способ**

Эту находку называют «Арифметика из Бахшали». Её нашли при раскопках в Индии в местечке Бахшали и относится она к VII и VIII веку нашей эры.

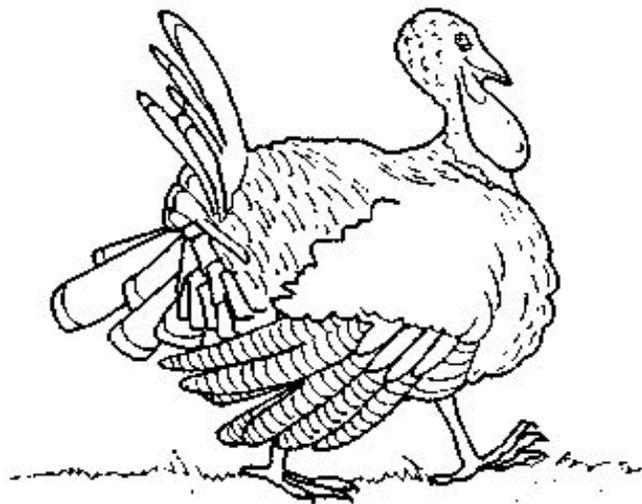
«Найти число, которое от прибавления 5 или отнятия 11 обращается в полный квадрат».

$$\begin{cases} n + 5 = x^2; \\ n - 11 = y^2. \end{cases}$$

# Тема урока: Решение задач с помощью систем уравнений.

# Актуализация опорных знаний.

- Два уравнения с двумя переменными, объединённые фигурными скобками называются .....
- Решением системы уравнений с двумя переменными называется .....
- Решить систему уравнений – значит .....
- Способы решения систем уравнений: .....
- Уравнение окружности, центр которой находится в начале координат имеет вид: .....
- $$x^2 + y^2 = r^2$$
- Графиком функции  $y = ax^2$  является .....
- Линейная функция имеет вид: .....
- Графиком линейной функции является .....
- Площадь прямоугольника вычисляется по формуле: .....
- Теорема Пифагора (формулировку и формулу) .....
- Квадратичная функция имеет вид: .....
- $$y = \frac{k}{x}$$
- Графиком функции  $y = \frac{k}{x}$  является: .....
- Прямая пропорциональность имеет вид: .....
- Периметр прямоугольника вычисляется по формуле: ...
- Площадь квадрата вычисляется по формуле: .....



По тропинке вдоль кустов  
Шло 11 хвостов.  
Насчитать я также смог,  
Что шагало 30 ног.  
Это вместе шли куда-то  
Индюки и жеребята.  
А теперь вопрос таков:  
Сколько было индюков?  
Спросим также у ребят:  
Сколько было жеребят?

# Для решения задач с помощью систем уравнений необходимо

- Обозначить неизвестные элементы переменными;
- По условию задачи составить систему уравнений;
- Удобным способом решить полученную систему уравнений;
  - Выбрать ответ удовлетворяющий условию задачи.

Решить предложенную задачу с использованием данного алгоритма.

- Прямоугольный садовый участок площадью  $2400 \text{ м}^2$  огорожен забором длиной  $200 \text{ м}$ . Найти длину и ширину заданного участка.

Прямоугольный участок площадью  $2400 \text{ м}^2$  нужно оградить забором длиной  $200 \text{ м}$ . Найти длину и ширину участка.

$$\begin{cases} \text{ширина} - x \\ \text{Длина} - y \end{cases} \begin{cases} 2(x+y) = 200 \\ xy = 2400 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=100 \\ xy=2400, \end{cases} \begin{cases} y=100-x \\ x(100-x)=2400, \end{cases} \begin{cases} y=100-x \\ -x^2+100x-2400=0, \end{cases}$$

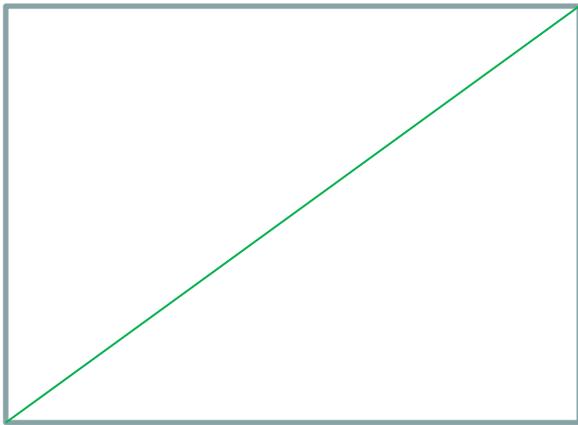
$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

Обозначить неизвестные величины переменными  $x_1 = 40$  или  $x_2 = 60$   
Составить уравнения по условию задачи  $y_1 = 60$  и  $y_2 = 40$ .

Удобным способом решить систему уравнений

## Применение систем уравнений при решении геометрических задач

Диагональ прямоугольника 10 см., а одна из сторон на 2 см. больше другой. Найдите стороны прямоугольника.



Площадь прямоугольника равна  $45 \text{ см}^2$ . Длина прямоугольника относится к его ширине  $5:4$ . Найдите длины сторон этого прямоугольника. Пусть  $a$  и  $b$  - длина и ширина (в см) соответственно.

Какая из систем соответствует условию задачи?

$$1) \begin{cases} ab = 45; \\ \frac{a}{b} = \frac{5}{4}. \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2(a+b) = 45; \\ \frac{a}{b} = \frac{4}{5}. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2(a+b) = 45; \\ 4a = 5b. \end{cases} \quad 4) \begin{cases} ab = 45; \\ (a+b) = \frac{5}{4}. \end{cases}$$

Мальчик и девочка собирали в лесу грибы, причем девочка собрала третью часть от всех грибов. Сколько грибов собрал каждый из них, если мальчик собрал на 10 грибов больше, чем девочка?

Пусть  $a$  грибов собрала девочка,  $b$  грибов – мальчик. Какая из систем уравнений не соответствует условию задачи?

$$\begin{array}{ll} 1) \begin{cases} b - a = 10; \\ 3a = a + b. \end{cases} & 2) \begin{cases} b = a - 10; \\ a = \frac{1}{3}(a + b). \end{cases} \\ 3) \begin{cases} a = \frac{1}{3}(a + b); \\ b = a + 10. \end{cases} & 4) \begin{cases} 2a = b; \\ b - a = 10. \end{cases} \end{array}$$

. Сумма двух чисел равна 12, а их произведение равно 35. Найдите эти числа.

Пусть 1 число –  $x$ , а 2 число –  $y$ , известно, что их сумма  $x+y=12$ , а произведение  $x \cdot y=35$ .

Решение: составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=12; \\ x \cdot y=35; \end{cases} \begin{cases} x=12-y \text{ (выразим } x \text{ через } y) \\ (12-y)y=35 \text{ (подставим во 2 уравнение вместо } x \text{ выражение } (12-y)) \end{cases} \quad (1)$$

(1)  $12y - y^2 = 35$

$$-y^2 + 12y - 35 = 0 \quad |(-1)$$

$$y^2 - 12y + 35 = 0 \quad D = 144 - 140 = 4 = 2^2$$

$$y_1 = 7, \quad y_2 = 5.$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 7$$

Ответ: 5 и 7.

Диагональ прямоугольника равна 10 см, а его периметр равен 28 см. Найдите стороны прямоугольника.

Что нам неизвестно?

Как обозначим эти неизвестные величины?

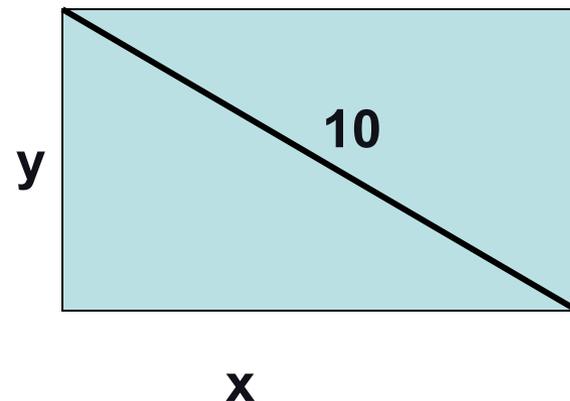
Как найти периметр нашего прямоугольника?

Составьте 1 уравнение системы.

$$2(x+y)=28$$

Как нам связать стороны с диагональю?

По теореме Пифагора получаем  $x^2+y^2=10^2$   
это второе уравнение системы.



$$\begin{cases} x+y=14 \\ x^2+y^2=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=14-y \\ (14-y)^2 + y^2=100 \quad (1) \end{cases} \begin{cases} \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=8 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2=8 \\ y_2=6 \end{cases} \end{cases}$$

$$(1) \quad 196 - 28y + y^2 + y^2 - 100 = 0$$

$$2y^2 - 28y + 96 = 0$$

$$y^2 - 14y + 48 = 0$$

$$D_1 = 49 - 48 = 1$$

$$y_1 = 8; y_2 = 6.$$

Ответ: 6 и 8 см.

На каждой из сторон прямоугольника построен квадрат. Сумма площадей квадратов равна  $122 \text{ см}^2$ . Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна  $30 \text{ см}^2$ .

$$\begin{cases} 2(x^2 + y^2) = 122 \\ xy = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x = 30/y \end{cases}$$

$$(30/y)^2 + y^2 - 61 = 0$$

$$y^4 - 61y^2 + 900 = 0$$

Замена  $y^2 = a, a > 0$ .

$$a^2 - 61a + 900 = 0, \quad D = 61^2 - 4 \cdot 900 = 3721 - 3600 = 121$$

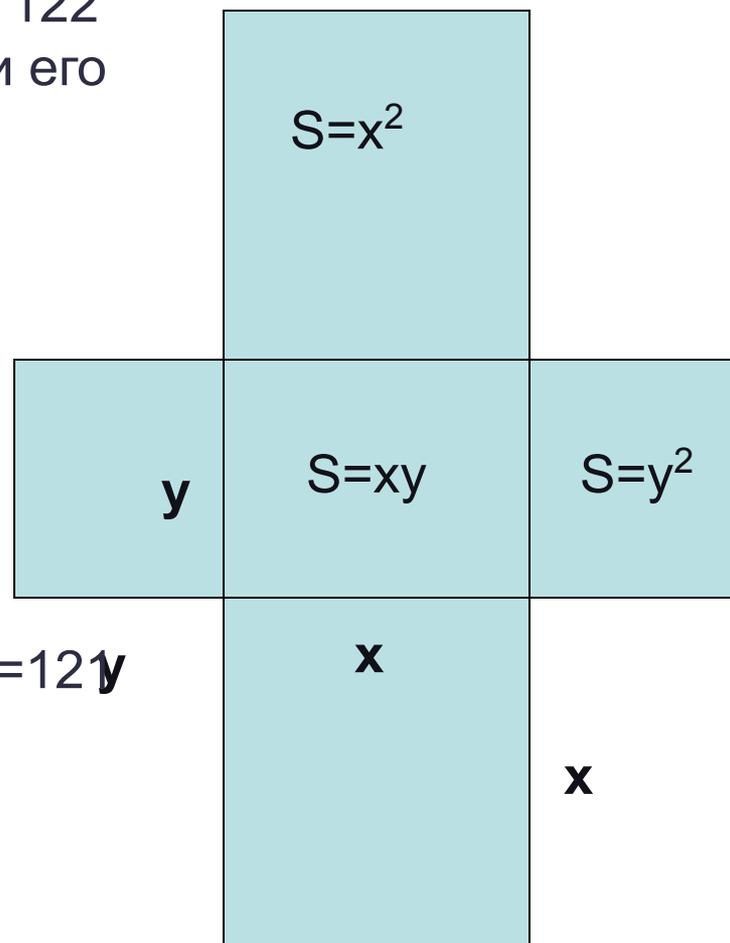
$$a_1 = 36, \quad a_2 = 25.$$

Обратная замена:  $y^2 = 36, y = 6, y^2 = 25, y = 5$

$$x = 5$$

$$x = 6$$

Ответ: 5 и 6 см.



# Помоги себе сам!

1. В классе 25 учащихся. При посадке деревьев в школьном саду каждая девочка посадила по 2 дерева, а каждый мальчик по 3 дерева. Всего было посажено 63 дерева. Сколько в классе девочек и сколько мальчиков?
2. На дворе 20 кроликов и кур, у которых 52 ноги. Сколько кур и кроликов в отдельности?
3. В мастерской «Автосервис» отремонтировали 22 легковых и грузовых автомобиля. Среди них легковых на 8 меньше, чем грузовых. Сколько автомобилей каждого вида отремонтировали в мастерской?
4. В фермерском хозяйстве под гречиху и просо отведено 19 га, причём гречиха занимает на 5 га больше, чем просо. Сколько гектаров отведено под каждую из этих культур?

# Проверь себя

1.  $x$  - девочек,  $y$  – мальчиков;  
 $x+y=25$ ;  
 $2x+3y=63$ .

Ответ: 12 девочек, 13 мальчиков.

2.  $x$  – кроликов,  $y$  – кур;  
 $x+y=20$ ;  
 $4x+2y=52$ .

Ответ: 6 кроликов, 14 кур.

3.  $x$  – легковых,  $y$  – грузовых  
 $x+y=22$ ,  
 $y-x=8$ .

Ответ: 7 легковых, 15 грузовых.

4.  $x$  – гречиха,  $y$  – просо  
 $x+y=19$ ,  
 $x-y=5$ .

Ответ: 7 га проса, 15 га гречихи.

# Помощь друга!

- Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20 сантиметрам. Найдите его катеты, если один из них больше другого на 4 сантиметра.
- Площадь прямоугольника равна 56 сантиметрам квадратным, а разность сторон 10 сантиметрам. Вычислите стороны прямоугольника.

# Проверь себя!

- **Прямоугольный треугольник.**
  - Гипотенуза – 20 см.
  - Катеты:  $x$ ,  $y$ ;
  - Один из катетов на 4 см. больше другого:  $x - y = 4$ .
  - Теорема Пифагора:
  - $x^2 + y^2 = 400$
  - Система уравнений:
  - $x - y = 4$ ,  $x^2 + y^2 = 400$ .
  - **Ответ: катеты – 12 см., 16 см.**
- **Прямоугольник.**
  - $a, b$  – стороны пр-ка;
  - Разность сторон:  $a - b = 10$ ;
  - Площадь:  $a \cdot b = 56$ .
  - Система уравнений:
  - $a - b = 10$ ,  $a \cdot b = 56$ .
  - **Ответ: стороны – 4 см., 14 см.**

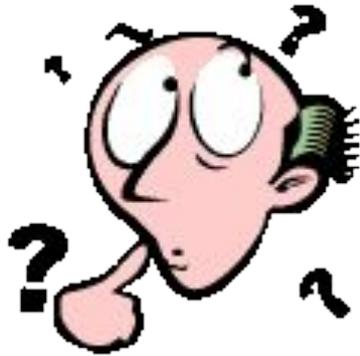
# Задачи для самостоятельного решения



- Если периметр прямоугольного треугольника 84 см, а его гипотенуза 37 см, то чему равны катеты данного треугольника?

Ответ: 12 см и 35 см

# Задачи для самостоятельного решения



- Одна сторона прямоугольника длиннее другой на 14 см. Если диагональ равна 26 см, найдите стороны прямоугольника.

Ответ: 10 и 24

# Задачи для самостоятельного решения



- Если сумма двух чисел равна 12, а их произведение 35, найдите данные числа.

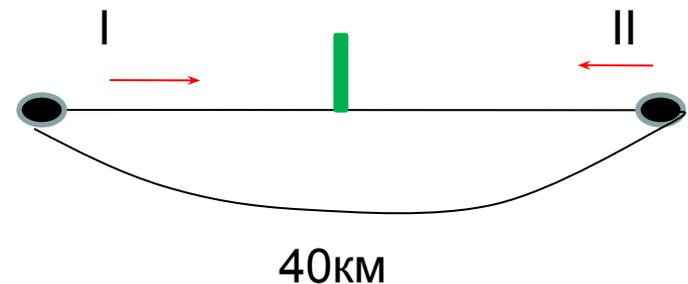
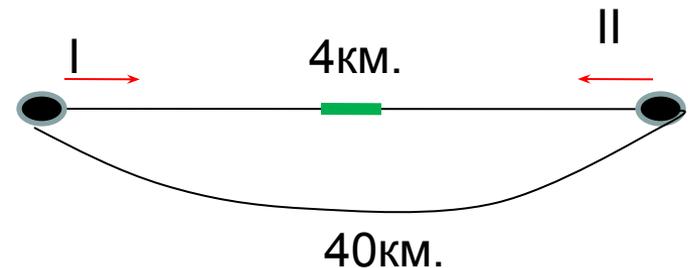
Ответ: 5 и 7

# Применение систем уравнений при решении задач на «движение»

Из двух посёлков, расстояние между которыми 40 км одновременно, навстречу друг другу вышли два пешехода. Через 4 часа им оставалось пройти до встречи 4 километра. Если бы первый пешеход вышел на 1 час раньше, то встреча произошла бы на середине пути. С какой скоростью шёл каждый пешеход?

1 случай	v	t	S
I пешеход			
II пешеход			

2 случай	v	t	S
I пешеход			
II пешеход			



## Применение систем уравнений при решении задач на « смеси и сплавы»

Имеется два сплава . I сплав содержит 10% никеля, а II – 30% никеля. Из этих сплавов получили третий сплав массой 20 кг., содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса I сплава меньше массы II сплава?

	<b>m сплава</b>	<b>% содержание никеля</b>	<b>m никеля в сплаве</b>
I сплав			
II сплав			
III сплав			



# Алгоритм решения задач на совместную работу.

---

- Принимаем всю работу, которую необходимо выполнить за 1.  
Находим производительность труда каждого рабочего в отдельности, т.е. , где  $t$  – время, за которое этот рабочий может выполнить всю работу, работая отдельно.
- Находим ту часть всей работы, которую выполняет каждый рабочий отдельно за то время, которое он работал.
- Составляем уравнение, приравнивая объем всей работы к сумме слагаемых, каждое из которых есть часть всей работы, выполненная отдельно каждым из рабочих.

# Задача №1

---

- **Один комбайнер может убрать урожай пшеницы с участка на 24 ч быстрее, чем другой. При совместной работе они закончат уборку урожая за 35 часов. Сколько времени потребуется каждому комбайнеру, чтобы одному убрать урожай?**

# Решение задачи

- Вспомним формулу для вычисления работы

$$A = N \cdot t$$

- A-работа, N-производительность, t-время

	A	N	t	За t=35
1 рабочий	1	1/x	x	35/x
2 рабочий	1	1/y	y	35/y

Составим систему:

---

$$\begin{cases} \frac{35}{x} + \frac{35}{y} = 1 \\ y = 24 + x \end{cases}$$

# Решаем систему способом подстановки

---

□ Ответ:  $y = 60$ ,  $x = 84$

## Задача №2

---

- Две бригады, работая совместно, могут выполнить некоторое задание за 3 ч 36 мин. Сколько времени затратит на выполнение этого задания каждая бригада, работая в отдельности, если известно, что первой бригаде требуется для этого на 3 часа больше времени, чем второй.

## Задача №3

---

- Мастер и ученик должны были выполнить некоторое задание. После четырех дней совместной работы ученик был переведен в другой цех, и, чтобы закончить выполнение задания, мастеру пришлось еще 2 дня работать одному. За сколько дней мог бы выполнить каждый из них это задание, если известно, что мастеру для этого требуется на 3 дня меньше, чем ученику?

# Поможем агроному

Первый комбайнер работает -  $x$  час.

Второй комбайнер работает –  $y$  час.

$$\begin{cases} \frac{35}{x} + \frac{35}{y} = 1 \\ x - y = 24 \end{cases}$$

Ответ: 84 часов и 60 часов

- Первый комбайнер может собрать урожай с заданного участка на 24 часа быстрее второго комбайнера. Два комбайнера работая вместе могут собрать урожай за 35 часов. За сколько часов могут собрать урожай каждый комбайнер, работая отдельно?

## Алгоритм решения задач, в которых используется формула двузначного числа.

---

- Вводится обозначение:  
х – цифра десятков  
у – цифра единиц
- Искомое двузначное число  $10x + y$
- Составить систему уравнений

## Задача №1.

---

- Двухзначное число в четыре раза больше суммы его цифр. Если к этому числу прибавить произведение его цифр, то получится 32. Найдите это двухзначное число.

# Решение задач

- $X$  – цифра десятков.  $Y$  – цифра единиц.  $10x + y$  – искомое число.

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y) \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + y = 4x + 4y \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 3y \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 10x + 2x + 2x^2 = 32 \end{cases}$$

$x_1 = -8$  (посторонний корень)  $x_2 = 2$ ,  
тогда  $y = 4$ .

□ **Задача №2.**

Двузначное число в трое больше суммы его цифр. Если из этого числа вычесть произведение его цифр, то получится 13. Найдите это двузначное число. (27)

---

□ **. Задача №3.**

Двузначное число в шесть раз больше суммы его цифр. Если это число сложить с произведением его цифр, то получится 74. Найдите это число.(54).

# Домашнее задание:

---

□ **Задача №4.**

Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.(32).

□ **Задача №5.**

Произведение цифр двузначного числа в три раза меньше самого числа. Если к искомому числу прибавить 18, то получится число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти это число.

# Интересно знать?

- **Биллион** – миллиард.
- **Близнецы** – два простых числа с разностью, равной 2.  
В первой сотне 8 пар близнецов: (3;5), (5;7), (11;13), (17;19), (29;31), (41;43), (59;61), (71;73).
- **Дружественные числа** – натуральные числа А и В такие, что А есть сумма всех натуральных делителей числа В, меньших В, а число В есть сумма всех натуральных делителей числа А, меньших А.  
Первая пара дружественных чисел (220; 284).  
 $220 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142;$   
 $284 = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$   
Была известна древнегреческому учёному Пифагору (6 век до н.э.)