

ИЗГИБ

ИЗГИБ

Изгиб - наиболее частый случай нагружения различных систем.

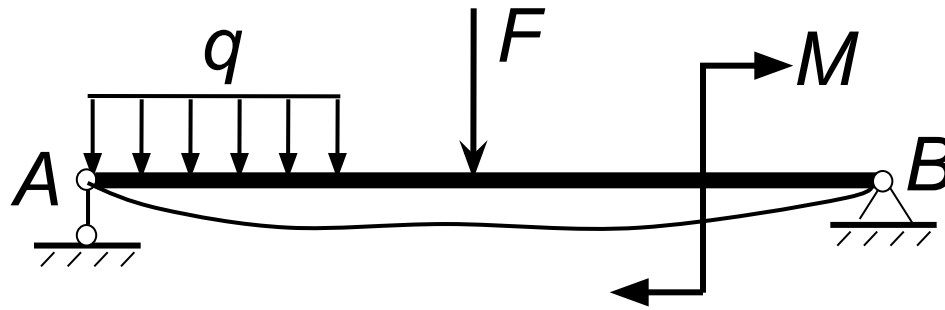
Деформацию **изгиба** испытывают оси и валы транспортных средств, рельсы, детали машин, механизмов и строительных сооружений.

Именно изгиб часто является причиной поломок, разрушений и аварий.

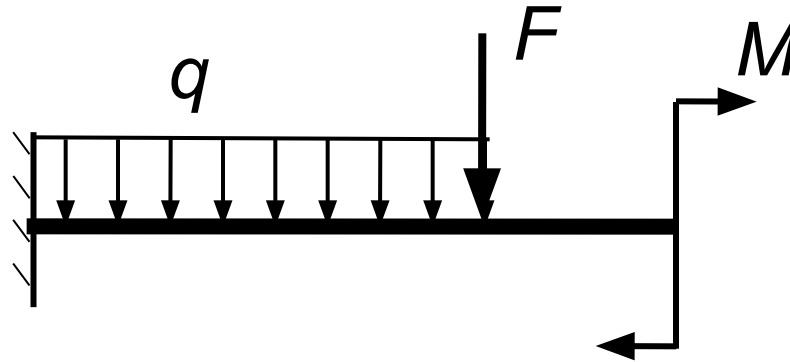
ИЗГИБ

Основные понятия

Изгиб - вид деформации, который связан с изменением кривизны бруса под действием поперечных сил и внешних пар.



Брусья, работающие на изгиб, называются **балками**.



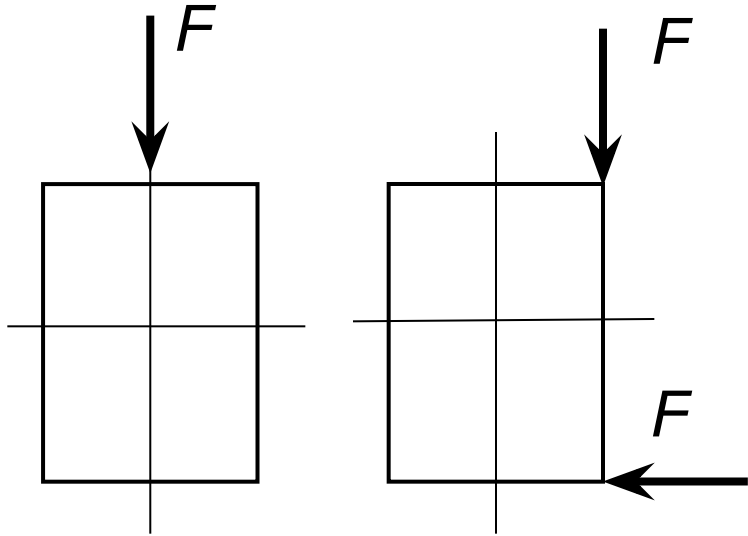
Балка с одним заделанным концом – это консольная балка или **консоль**.

ИЗГИБ

Если в поперечном сечении действует только изгибающий момент, деформация называется **ЧИСТЫЙ ИЗГИБ**.

Изгиб от поперечных нагрузок называют **ПОПЕРЕЧНЫМ**.

Поперечный изгиб может быть **ПЛОСКИМ ПРЯМЫМ** или **КОСЫМ** изгибом.



Плоский изгиб происходит в случае, когда силовая плоскость (плоскость действия изгибающего момента) проходит через одну из **главных осей инерции**

ИЗГИБ

Расчет на изгиб начинается с выбора расчетной схемы

При изгибе для закрепления балки, в основном, используются следующие связи:

стержень с шарнирами на концах (шарнирно-подвижная опора)

цилиндрический шарнир (шарнирно-неподвижная опора),

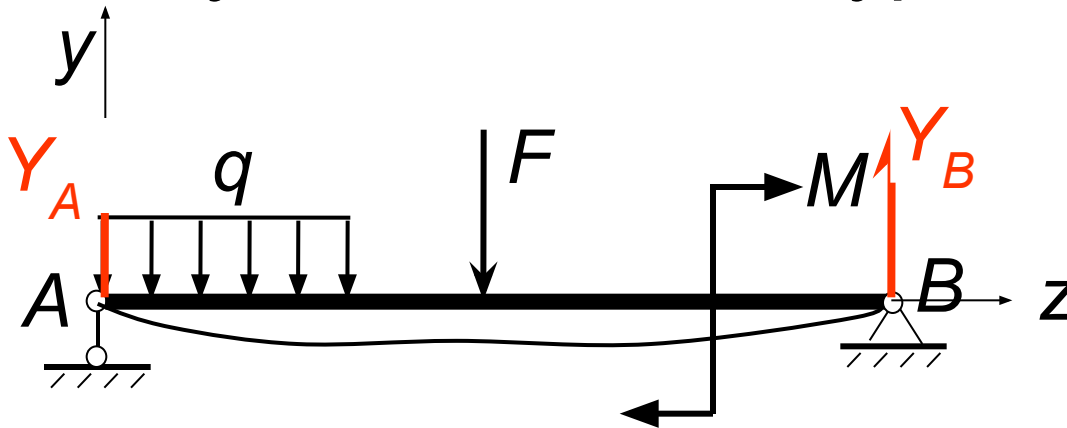
жесткая заделка.

ИЗГИБ

Определение реакций

Для плоской системы сил достаточно 3-х уравнений статики. Так как все силы действуют перпендикулярно продольной оси балки, горизонтальная составляющая реакции равна **нулю**.

Для балки на двух опорах обычно используется следующая система уравнений:



$$\sum M_{(A)} = 0$$

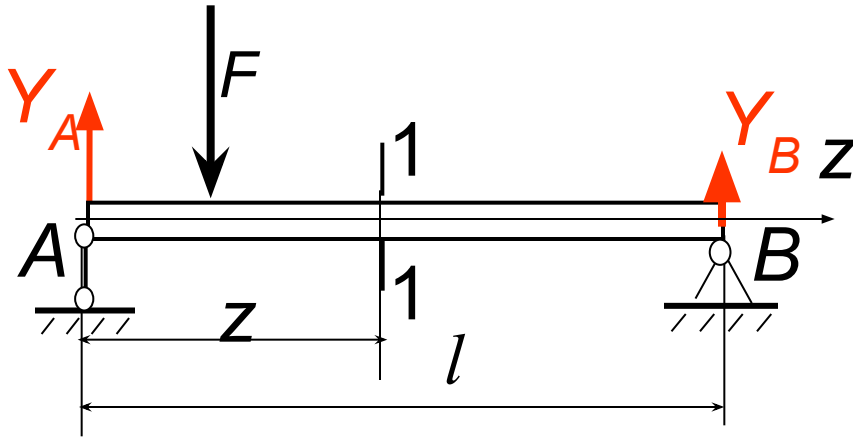
$$\sum M_{(B)} = 0$$

$$\sum F_{ky} = 0$$

Третье уравнение используют для **проверки** правильности определения реакций

Внутренние усилия при изгибе

При действии внешних силовых факторов в каждом поперечном сечении балки возникают **внутренние усилия: поперечные силы и изгибающие моменты.**



Для их нахождения используется метод сечений.

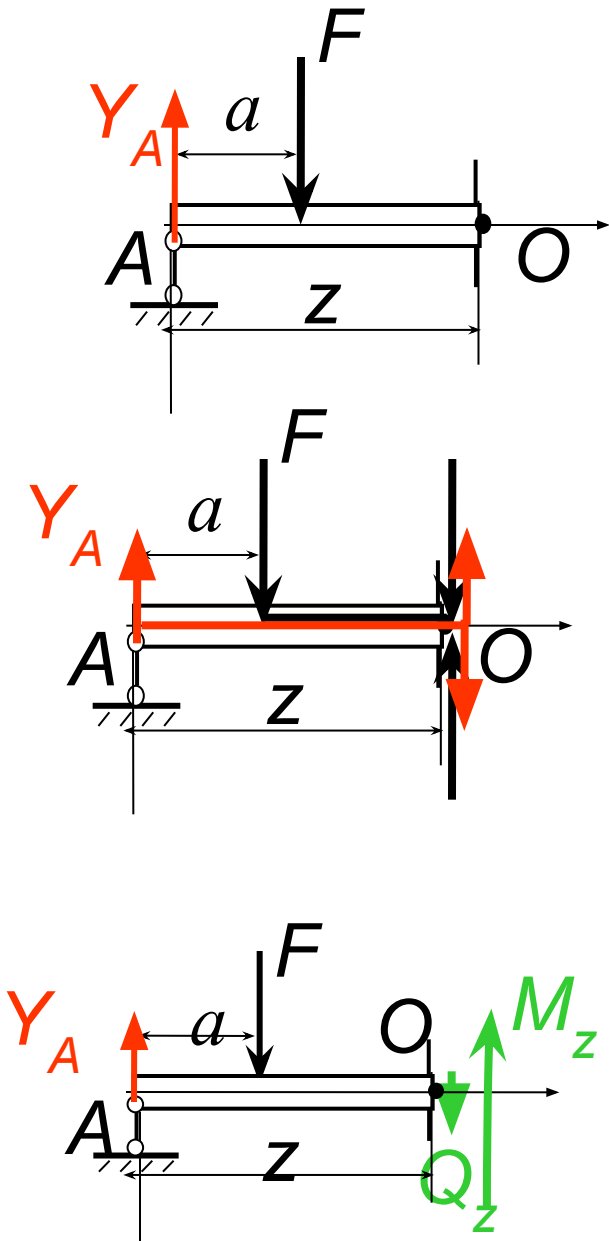
Рассмотрим равновесие левой части балки.

Внутренние усилия при изгибе

O - центр сечения

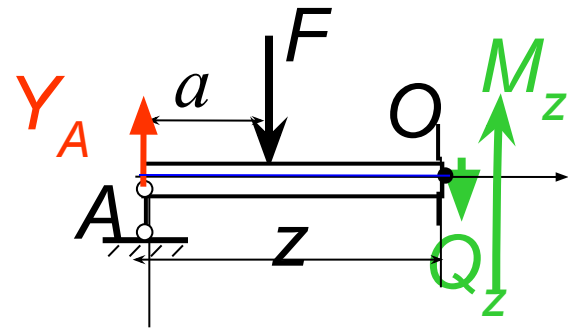
Выполним приведение системы сил к центру сечения O

Систему внешних сил можно выразить через **главный вектор**, равный сумме внешних сил и **главный момент**, равный сумме моментов внешних сил относительно центра сечения.



Внутренние усилия при изгибе

Запишем условие равновесия:



$$1) \sum M_O = 0; \quad M_z - Y_A \cdot z + F \cdot (z - a) = 0;$$

$$2) \sum F_{ky} = 0; \quad -Q_z + Y_A - F = 0$$

$$M_z = Y_A \cdot z - F \cdot (z - a)$$

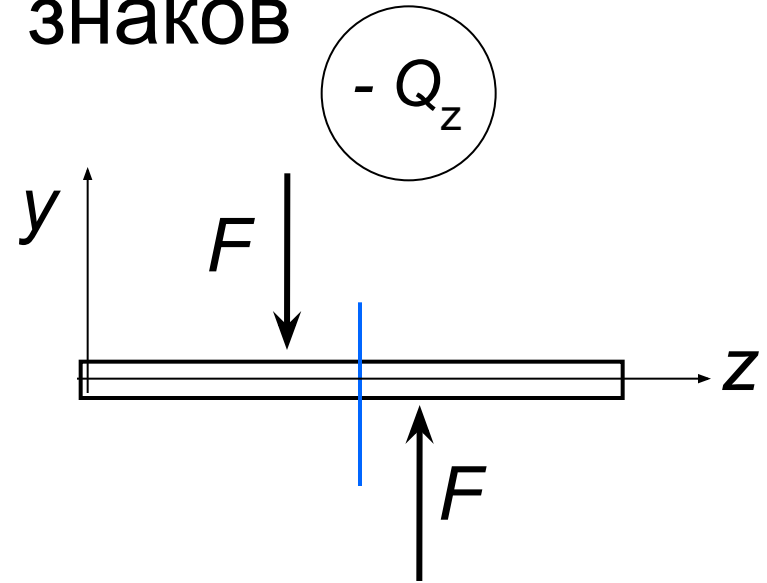
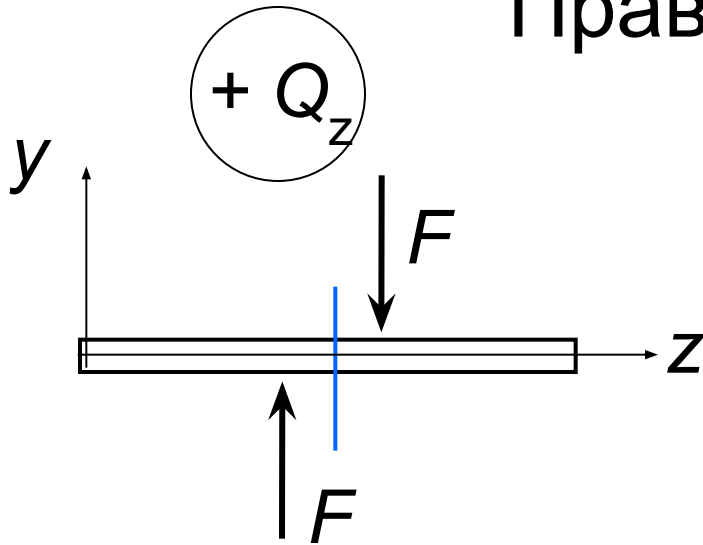
$$Q_z = Y_A - F$$

Изгибающий момент M_z в любом сечении равен **алгебраической сумме моментов** всех сил, действующих по одну сторону от сечения балки относительно центра тяжести сечения.

Поперечная сила Q_z в любом сечении равна **алгебраической сумме проекций** всех внешних сил, приложенных с одной стороны от сечения на ось в плоскости сечения, перпендикулярную к продольной оси балки.

Внутренние усилия при изгибе

Правило знаков

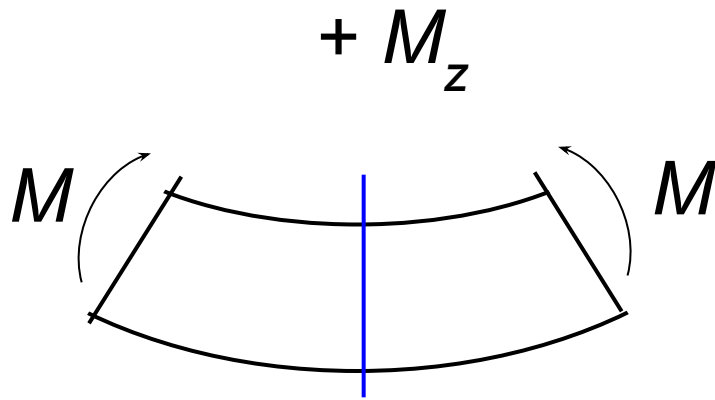


Поперечная сила считается **положительной**, если она сдвигает левую часть балки от сечения вверх, а правую - вниз

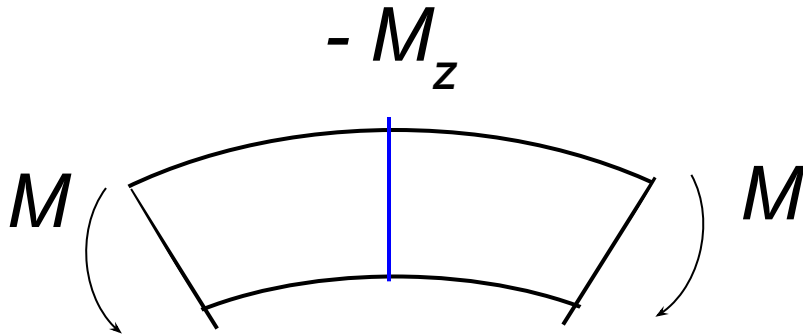
В противном случае поперечная сила **отрицательна**.

Внутренние усилия при изгибе

Правило знаков

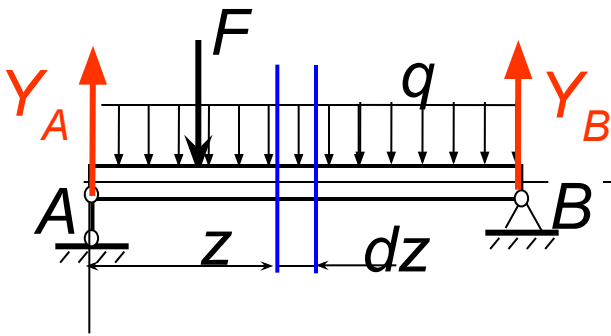


Изгибающий момент в сечении считается **положительным**, если он изгибает балку выпуклостью вниз: сжатые волокна сверху.



При изгибе балки выпуклостью вверх изгибающий момент считается **отрицательным**.

Дифференциальная зависимость между q , Q и M

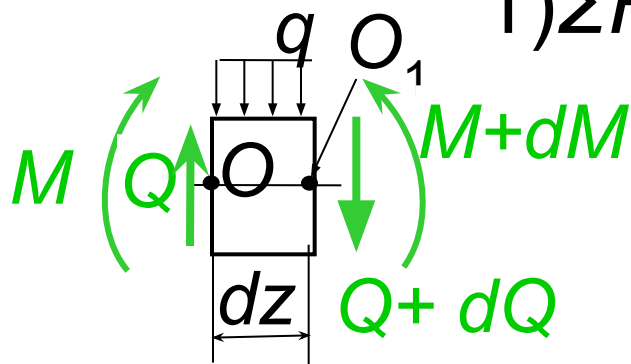


На балку, лежащую на двух опорах, действует распределенная нагрузка.

Вырежем двумя сечениями элемент балки длиной dz .

Рассмотрим равновесие элемента

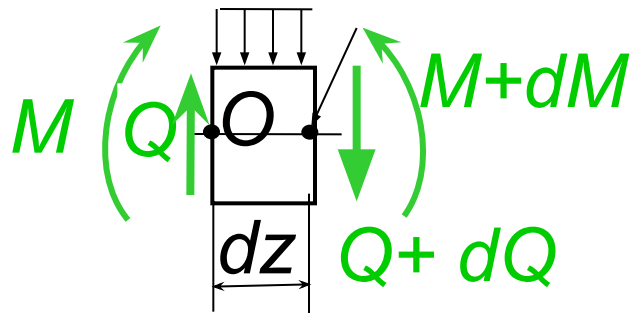
$$1) \sum F_{ky} = 0; Q - Q - dQ - qdz = 0$$



$$-q = \frac{dQ}{dz}$$

Дифференциальная зависимость между q , Q и M

$$2) \Sigma M_o = 0;$$



$$- M - (Q + dQ)dz - qdz \cdot dz/2 + M + dM = 0;$$

$$- M - Qdz - dQdz - qdz \cdot dz/2 + M + dM = 0;$$

Слагаемыми второго порядка малости можно пренебречь

$$Q = \frac{dM}{dz}$$

и

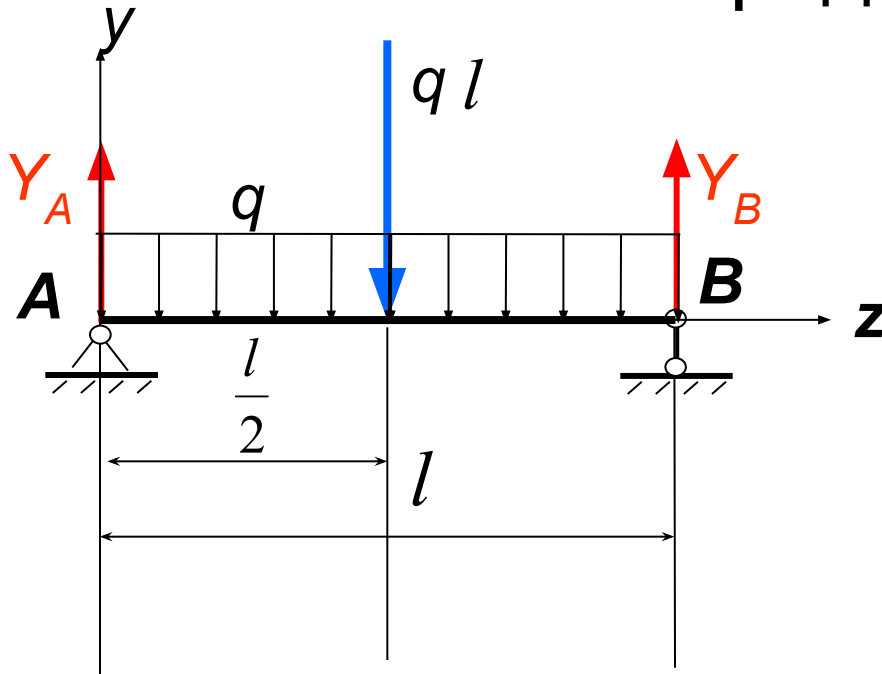
$$-q = \frac{dQ}{dz} = \frac{d^2M}{dz^2}$$

Порядок построения эпюр

1. Балка вычерчивается в выбранном масштабе с указанием размеров и нагрузок;
2. Определяются реакции с обязательной проверкой;
3. Балка разбивается на отдельные участки со своим законом нагружения;
4. Для каждого участка записываются уравнения для определения Q_z и M_z ;
5. Вычисляют ординаты Q_z и M_z по составленным для участков уравнениям;
6. Строят в принятом масштабе эпюры Q_z и M_z , откладывая вверх от оси балки положительные значения, вниз - отрицательные.

ИЗГИБ Внутренние усилия

Определяем реакции



$$\Sigma M_{(A)} = 0; Y_B \cdot l - q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0; -Y_A \cdot l + q \cdot l \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma Y = 0; \quad (3)$$

$$(1) \quad Y_B = \frac{ql}{2}$$

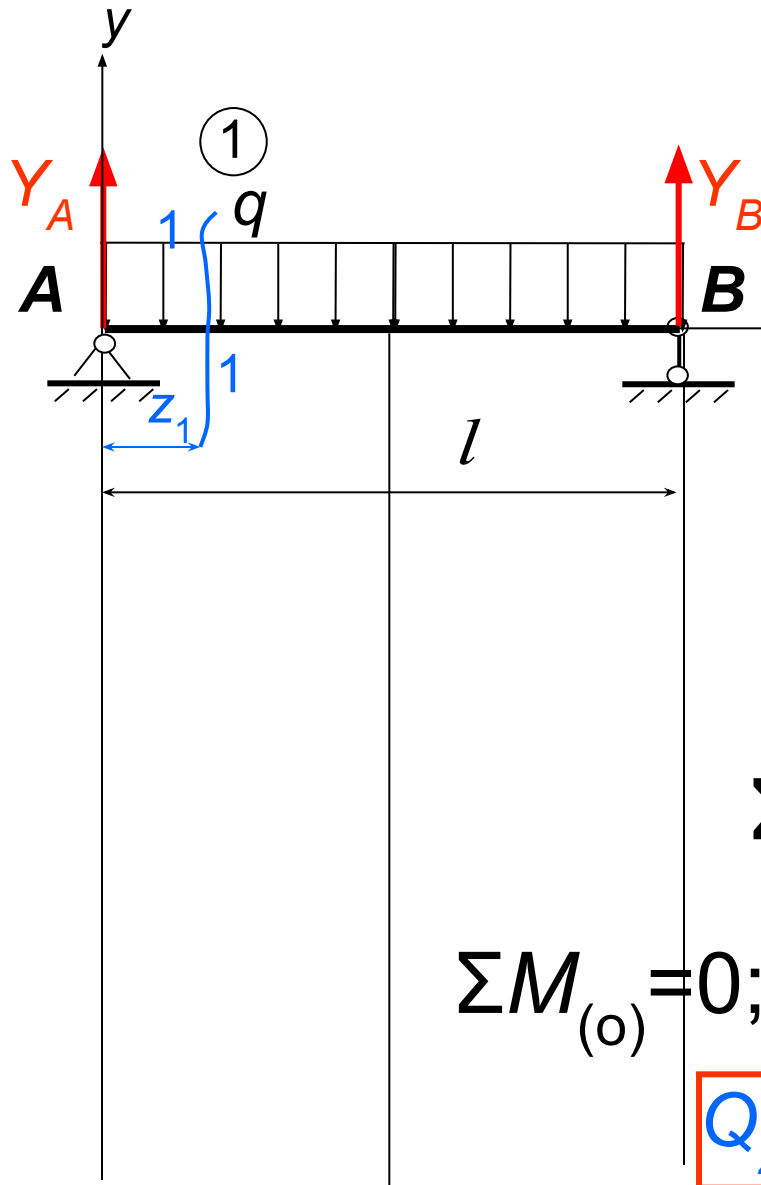
$$(2) \quad Y_A = \frac{ql}{2}$$

Проверка

$$(3) \quad Y_A + Y_B - q \cdot l = 0$$
$$0 = 0$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры

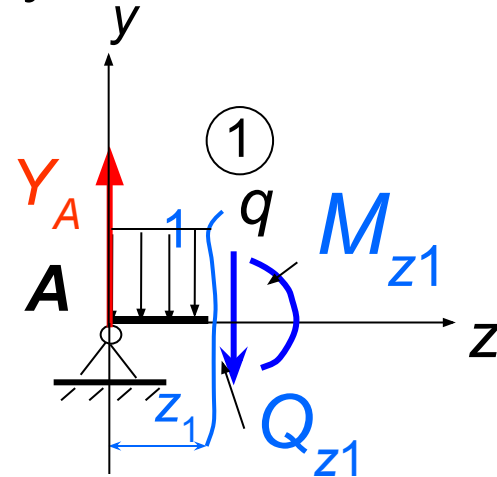
Разбиваем балку на участки



①

$$z_1=0; \quad z_1=l$$

Участок один, так как характер нагрузки не меняется



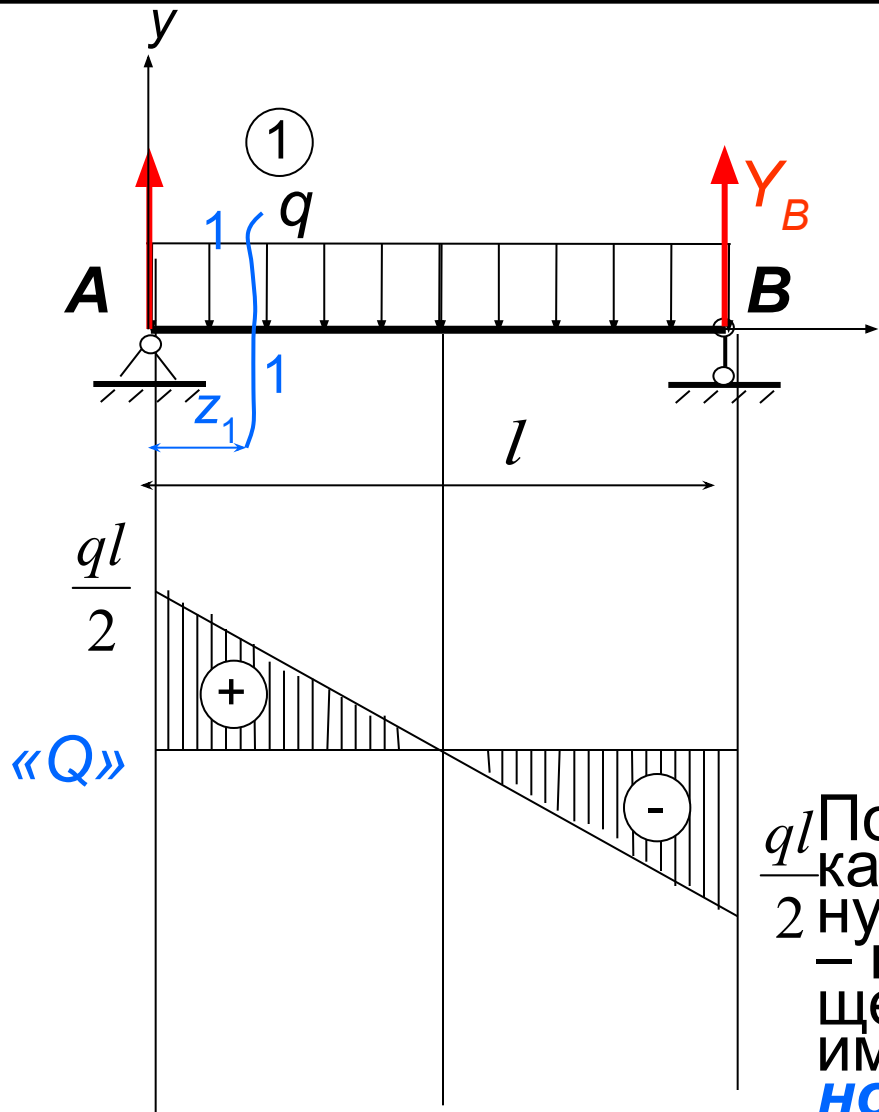
$$\Sigma Y = 0; \quad -Q_{z_1} - qz_1 + Y_A = 0$$

$$\Sigma M_{(o)} = 0; \quad -Y_A \cdot z_1 + q \cdot \frac{z_1^2}{2} + M_{z_1} = 0;$$

$$Q_{z_1} = Y_A - qz_1$$

$$M_{z_1} = Y_A \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2}$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



①

$$Q_{z_1} = Y_A - qz_1$$

Подставим значения координат и рассчитаем величину поперечной силы на концах участков

$$Q_{z_1=0} = Y_A = \frac{ql}{2} ;$$

$$Q_{z_1=l} = Y_A - ql = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2} ;$$

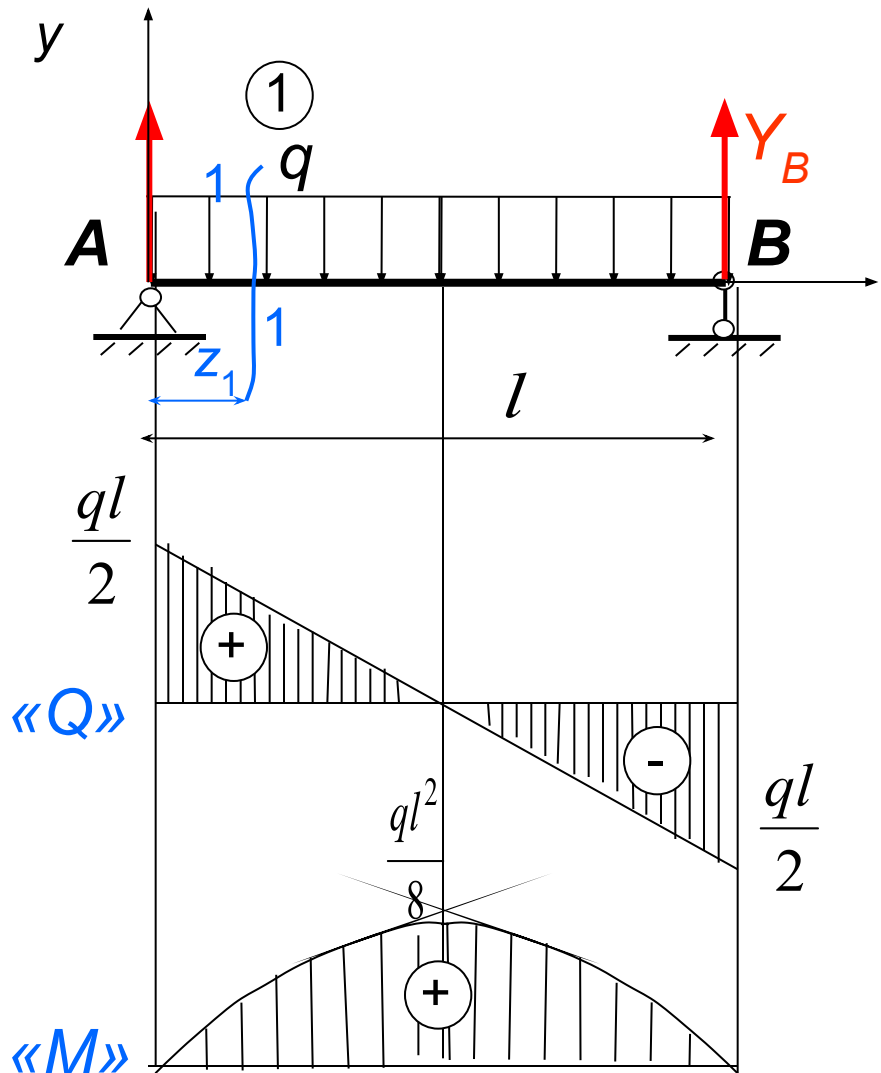
Поперечная сила по длине участка принимает значение равное нулю, а так как поперечная сила – первая производная изгибающего момента, то момент будет иметь в этой точке **экстремальное значение**

Найдем координату, при которой $Q=0$.

$$Y_A - qz_1 = 0$$

$$z_1 = Y_A / q = \frac{ql}{2q} = \frac{l}{2}$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



$$M_{z_1} = Y_A \cdot z_1 - q \frac{z_1^2}{2}$$

$$M_{z_1=0} = 0$$

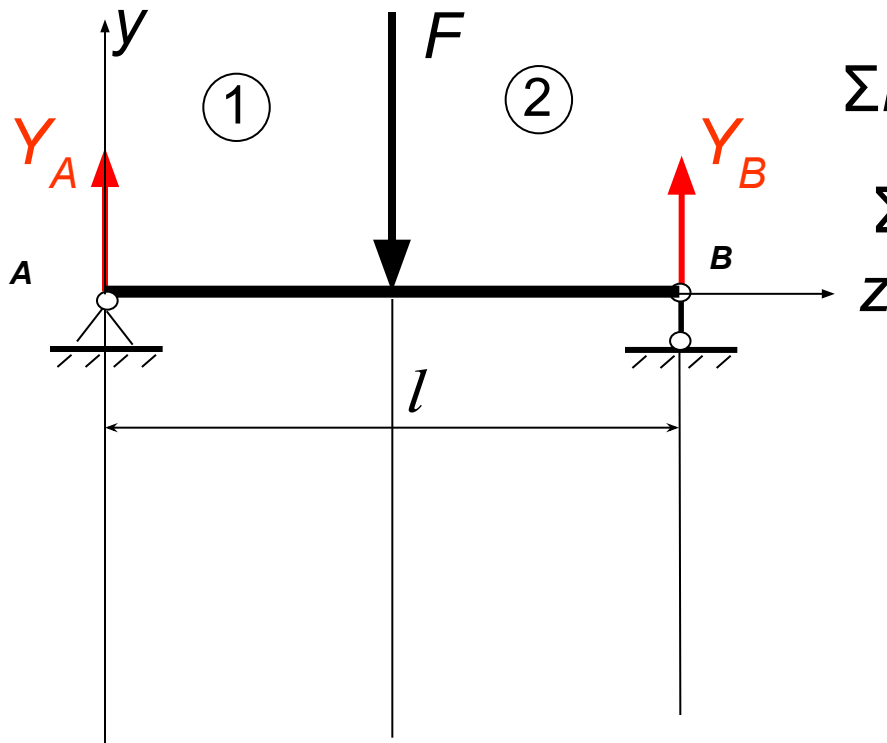
$$M_{z_1=l} = \frac{ql}{2} \cdot l - q \frac{l^2}{2} = 0$$

$$M_{z_1=\frac{l}{2}} = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{ql^2}{8} = \frac{ql^2}{8}$$

Так как зависимость момента от координаты квадратичная, то линия, ограничивающая эпюру моментов - парабола

Эпюра построена на сжатом волокне

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



$$\Sigma M_{(A)} = 0; Y_B \cdot l - F \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0; -Y_A \cdot l + F \cdot \frac{l}{2} = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma Y = 0; \quad (3)$$

$$(1) \quad Y_B = \frac{F}{2}$$

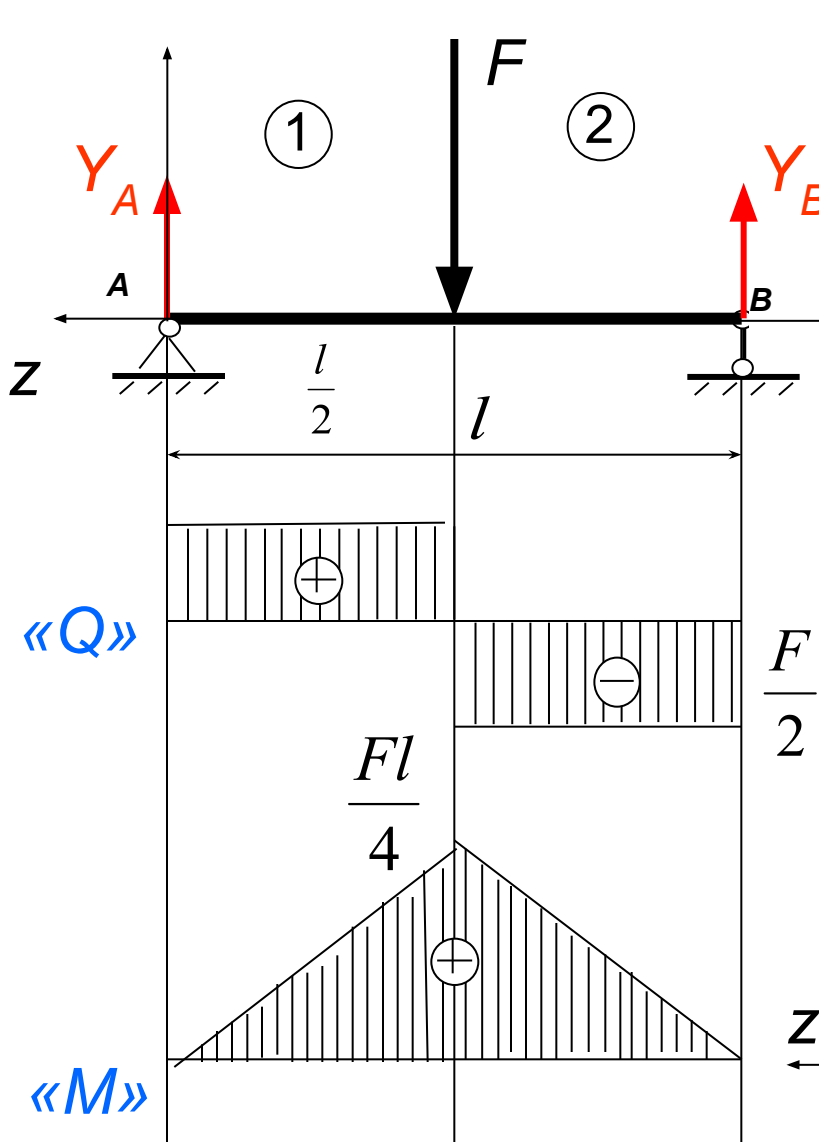
$$(2) \quad Y_A = \frac{F}{2}$$

Проверка

$$(3) \quad Y_A + Y_B - F = 0$$

$$0 = 0$$

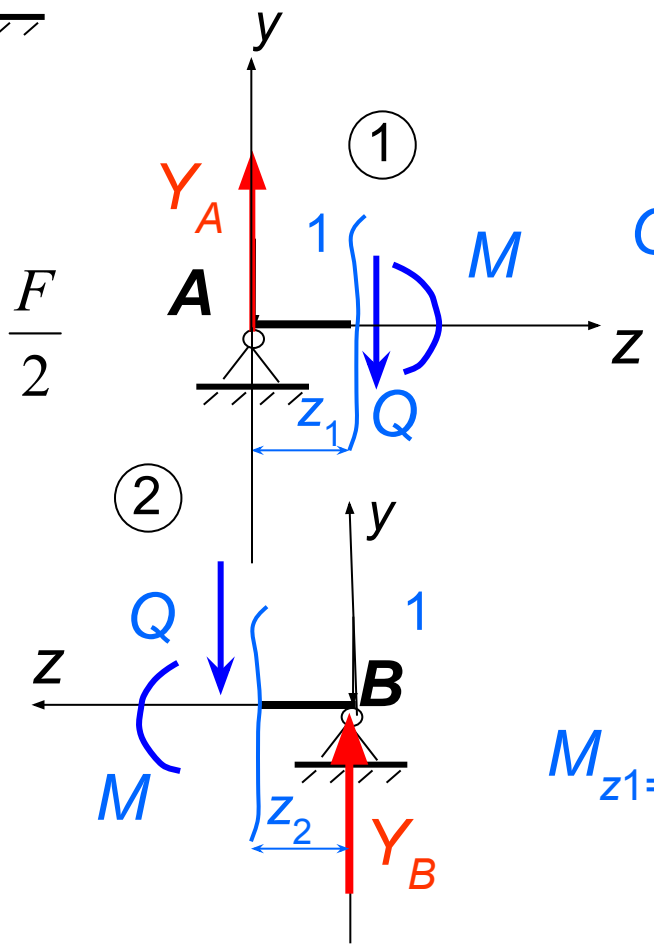
ИЗГИБ



① $z_1=0; z_1 = \frac{l}{2}$

Начало координат в т. B

② $z_2=0; z_2 = \frac{l}{2}$



$Q_{z1} = Y_A = \frac{F}{2};$

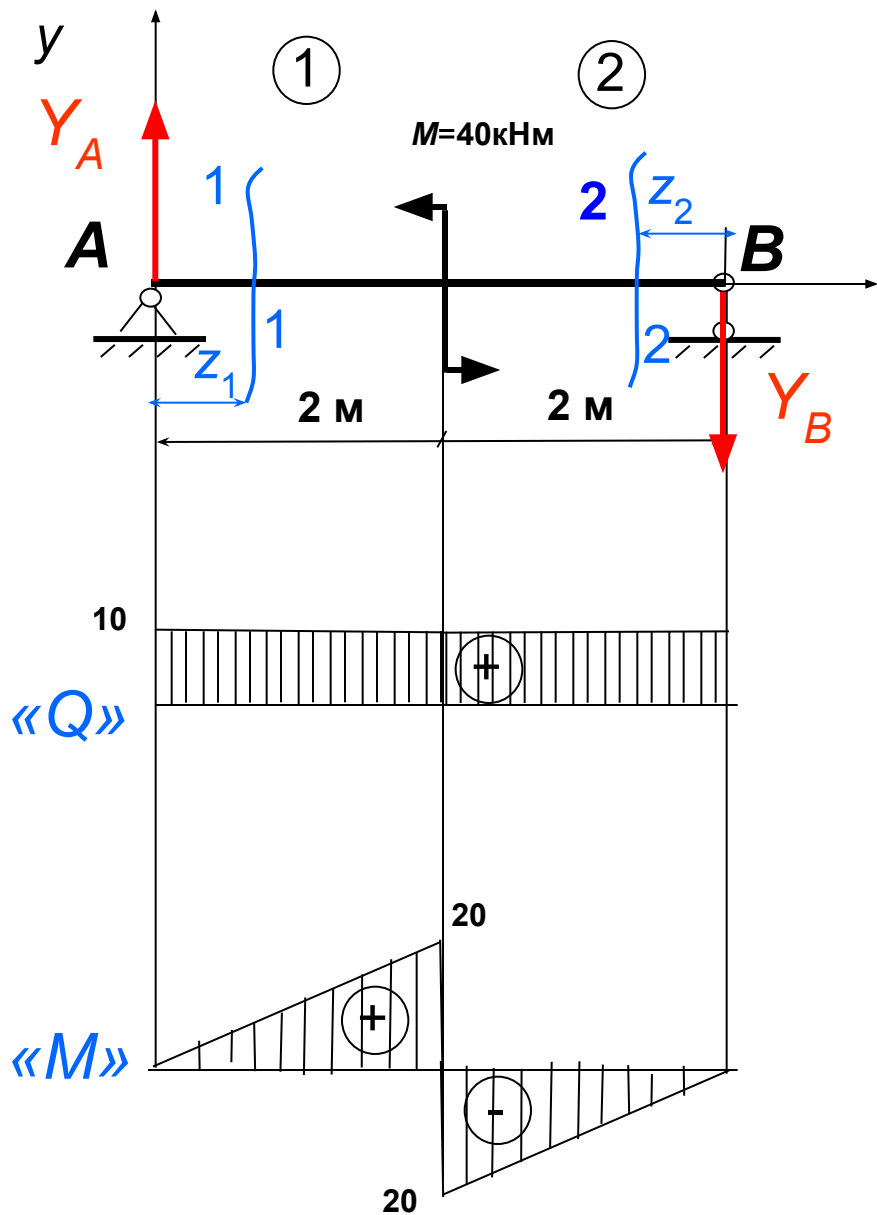
$Q_{z2} = -Y_B = -\frac{F}{2}$

$M_{z1} = Y_A \cdot z_1$

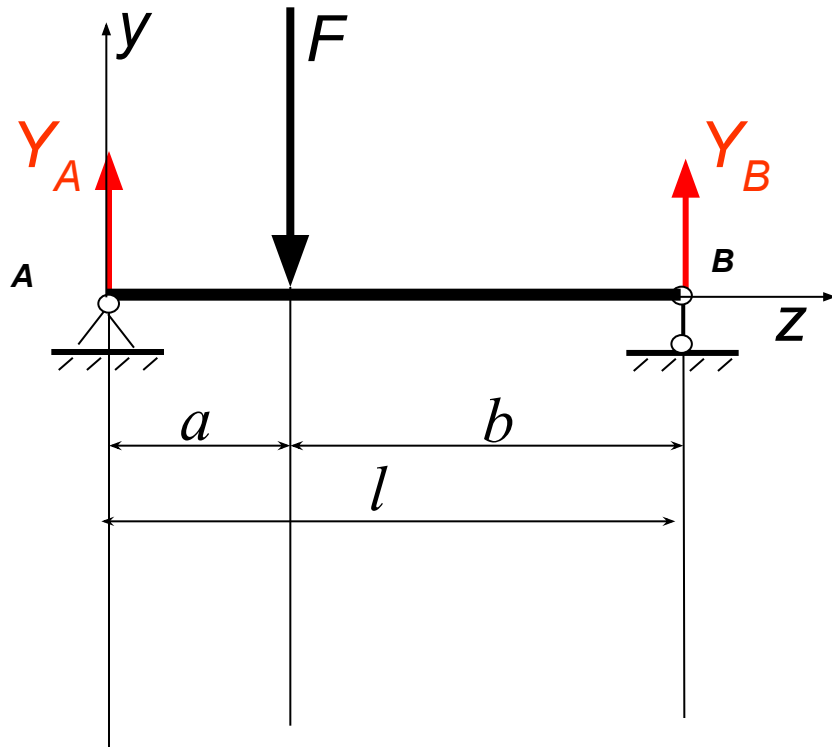
$M_{z2} = Y_B \cdot z_2$

$M_{z1} = \frac{l}{2} = \frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4};$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



Определение реакций

$$\Sigma M_{(A)} = 0; Y_B \cdot l - F \cdot a = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0; -Y_A \cdot l + F \cdot b = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma Y = 0; \quad (3)$$

(1)

$$Y_B = \frac{F a}{l}$$

(2)

$$Y_A = \frac{F b}{l}$$

Проверка

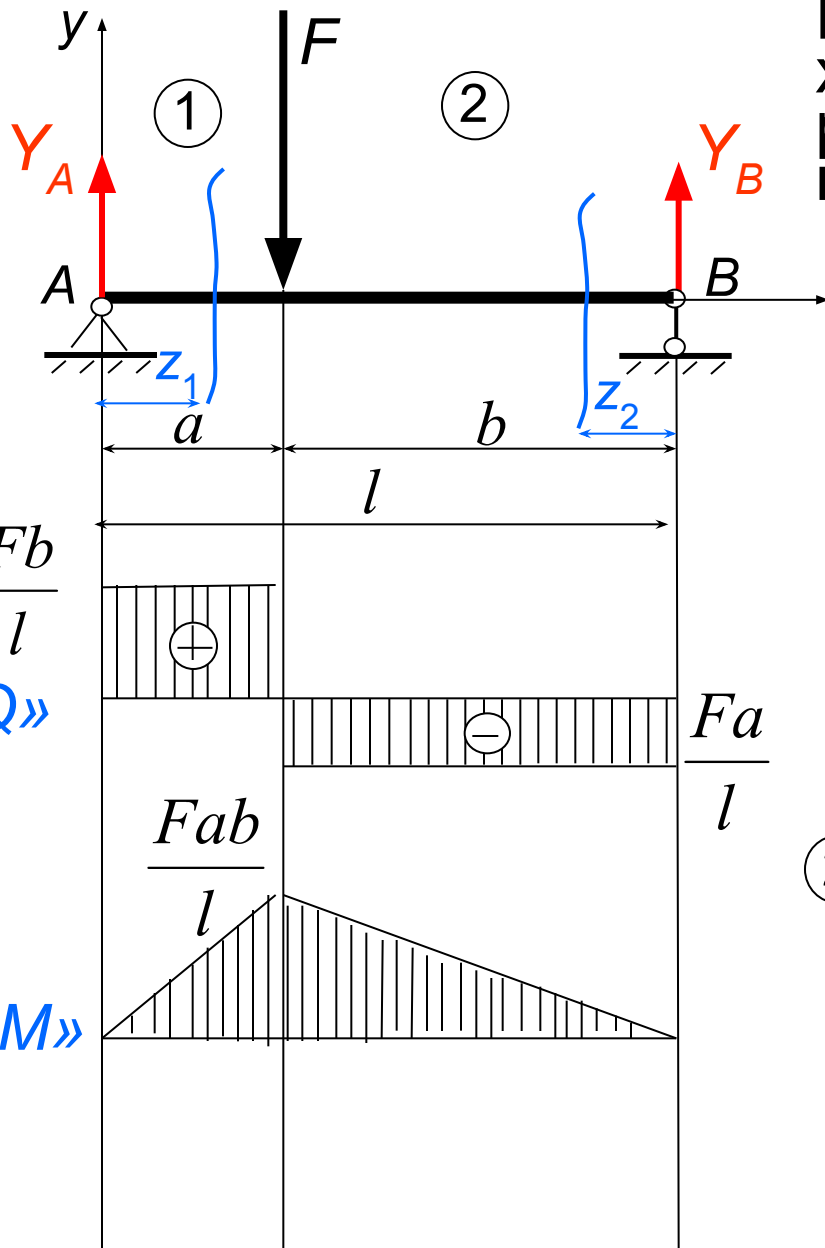
$$(3) Y_A + Y_B - F = 0$$

$$\frac{F b}{l} + \frac{F a}{l} - F = 0$$

$$0 = 0$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры

На балке 2 участка с разным характером нагружения: 1-й рассматривается при начале координат в точке A.



$$\textcircled{1} \quad z_1 = 0; \quad z_1 = a$$

$$Q_{z_1} = Y_A = \frac{Fb}{l};$$

$$M_{z_1} = Y_A \cdot z_1$$

$$M_{z_1=0} = 0; \quad M_{z_1=a} = \frac{Fab}{l}$$

При рассмотрении 2-го участка начало координат переносится в точку B

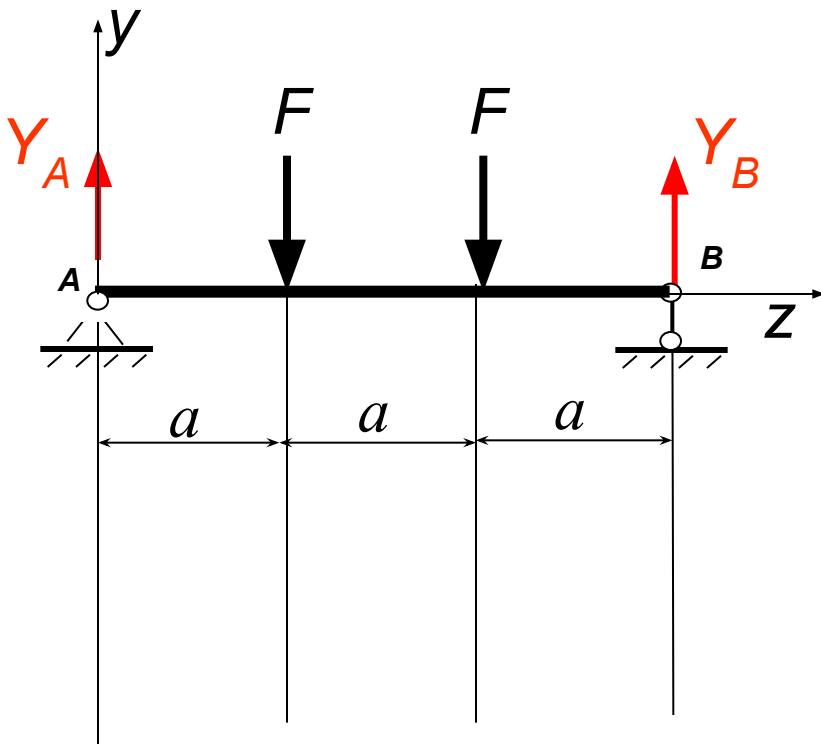
$$\textcircled{2} \quad z_2 = 0; \quad z_2 = b.$$

$$Q_{z_2} = -Y_B = -\frac{Fa}{l};$$

$$M_{z_2} = Y_B \cdot z_2$$

$$M_{z_2=0} = 0; \quad M_{z_2=b} = \frac{Fab}{l}$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



Определение реакций

$$\Sigma M_{(A)} = 0; Y_B \cdot 3a - F \cdot a - F \cdot 2a = 0; \quad (1)$$

$$\Sigma M_{(B)} = 0; -Y_A \cdot 3a + F \cdot a + F \cdot 2a = 0; \quad (2)$$

$$\Sigma Y = 0; \quad (3)$$

(1)

$$Y_B = F$$

(2)

$$Y_A = F$$

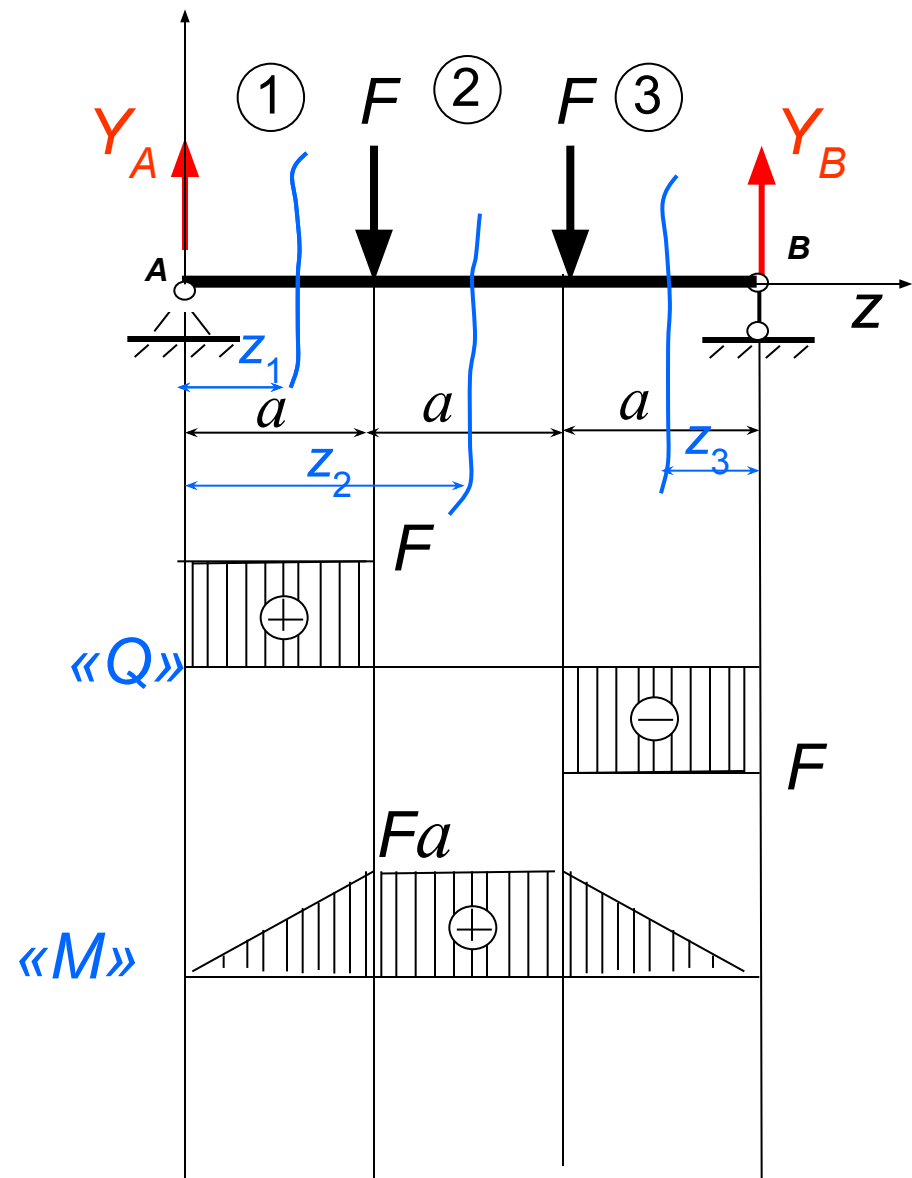
Проверка

$$(3) \quad Y_A + Y_B - 2F = 0$$

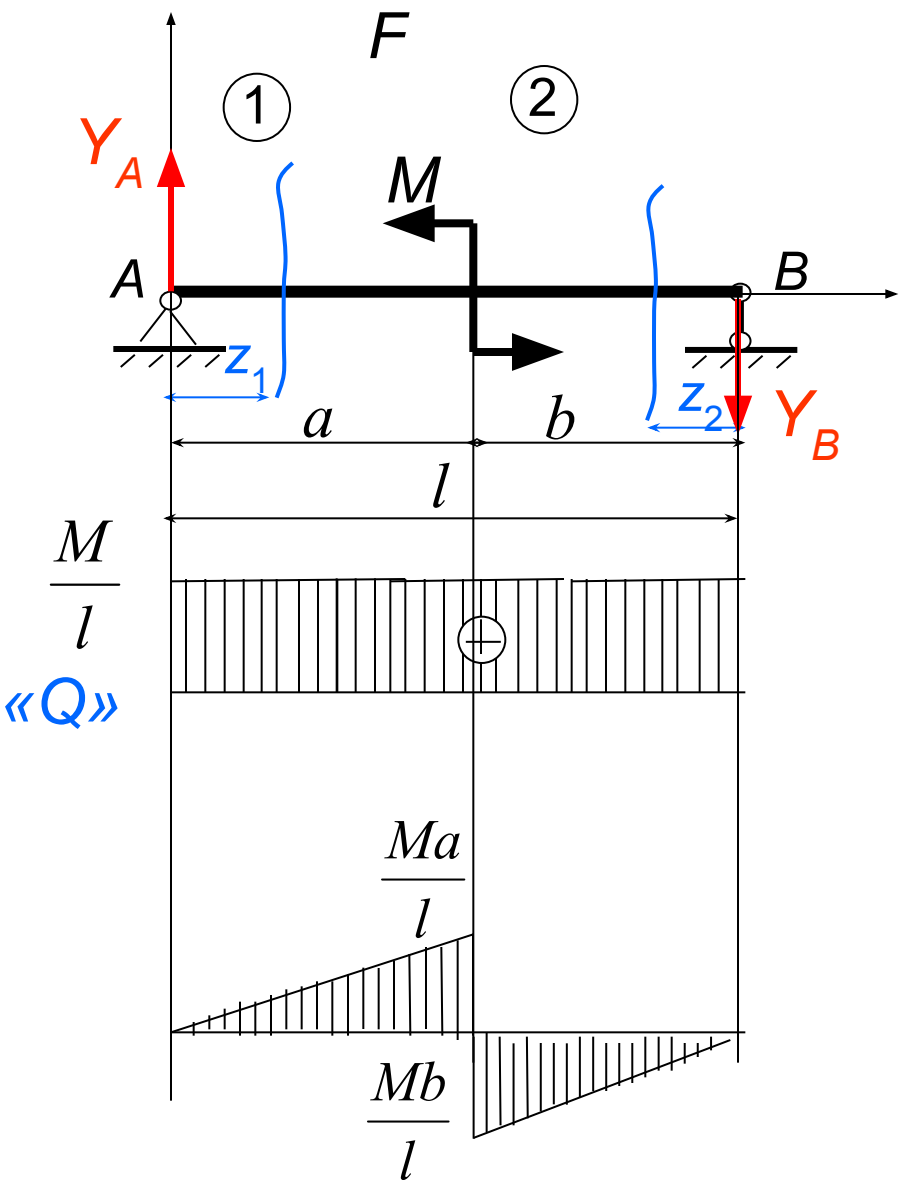
$$F + F - 2F = 0$$

$$0 = 0$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



ИЗГИБ Внутренние усилия

Контрольные правила для построения эпюр

1. На концевых шарнирных опорах поперечная сила Q_z равна реакциям, а M_z равны нулю, если на опорах не приложены пары с моментами M .

2. На участках балки, где отсутствует распределенная нагрузка, поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по **линейному** закону.

3. На участках, где приложена равномерно распределенная нагрузка, эпюра Q_z изменяется по закону прямой наклонной линии, а эпюра M_z - по закону квадратичной параболы. В том сечении, где эпюра Q_z пересекается с осевой линией, на эпюре M_z наблюдается экстремальное значение момента (вершина параболы)

ИЗГИБ Внутренние усилия

4. В тех сечениях, где приложены сосредоточенные силы (включая реакции), на эпюре Q_z наблюдаются **скачки** (перепады) на величину этих сил, а на эпюре M_z - переломы смежных линий.

5. В тех сечениях, где приложены пары с моментами M , на эпюре M_z наблюдаются скачки на величину этих моментов.

6. На свободном конце консольной балки поперечная сила Q_z равна нулю, если в этом месте не приложена сосредоточенная сила; и изгибающий момент M_z равен нулю, если в этом месте не приложена пара с моментом M

7. В жесткой заделке консольной балки Q_z равна реакции, а изгибающий момент M_z равен моменту заделки.

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры

Начало координат на левой стороне балки для сечений 1-1 и 2-2, для сечения 3-3 - на правой стороне.

Запишем аналитические выражения для Q в каждом сечении и рассчитаем значения на концах сечений:

$$\begin{aligned} Q_{z_1} &= Y_A - q \cdot z_1; & Q_{z_1=0} &= 51,3 \text{ кН}; & Q_{z_1=4,4} &= 7,3 \text{ кН}. \\ Q_{z_2} &= Y_A - q \cdot 4,4 - F & Q_{z_2=4,4} &= -42,7 \text{ кН}. & Q_{z_2=5,5} &= -42,7 \text{ кН}. \\ Q_{z_3} &= -Y_B; & Q_{z_3=0} &= -42,7 \text{ кН}. & Q_{z_3=1,1} &= -42,7 \text{ кН} \end{aligned}$$

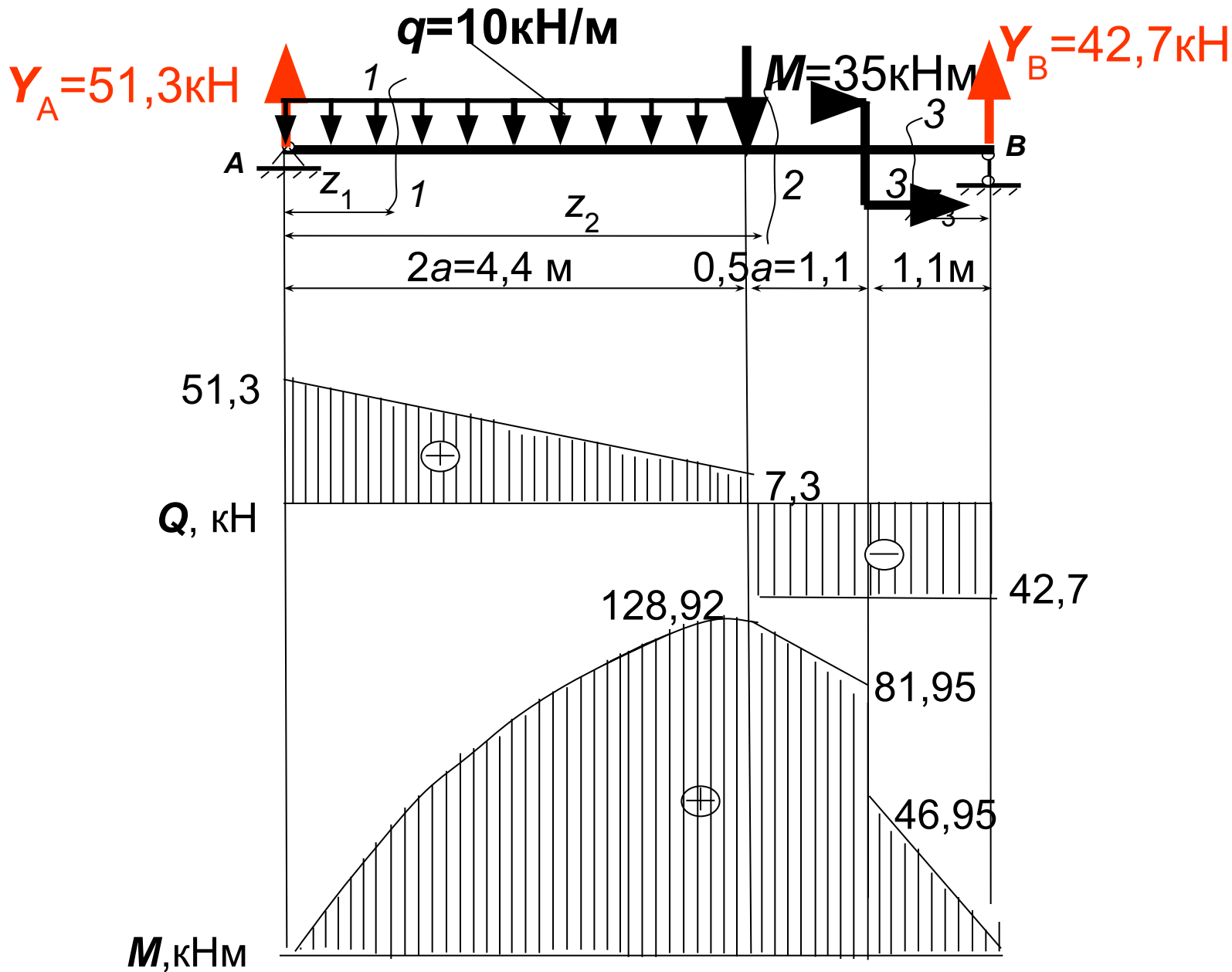
Определяем изгибающие моменты:

$$\begin{aligned} M_{z_1} &= Y_A \cdot z_1 - q \cdot z_1^2 / 2; & M_{z_1=0} &= 0; & M_{z_1=4,4} &= 128,92 \text{ кНм}. \\ M_{z_2} &= Y_A \cdot z_2 - q \cdot 4,4 \cdot (z_2 - 2,2) - F(z_2 - 4,4); & M_{z_2=4,4} &= 128,92 \text{ кНм}; \\ & M_{z_2=5,5} &= 81,95 \text{ кНм}; \\ M_{z_3} &= Y_B \cdot z_3; & M_{z_3=0} &= 0; & M_{z_3=1,1} &= 46,95 \text{ кНм}. \end{aligned}$$

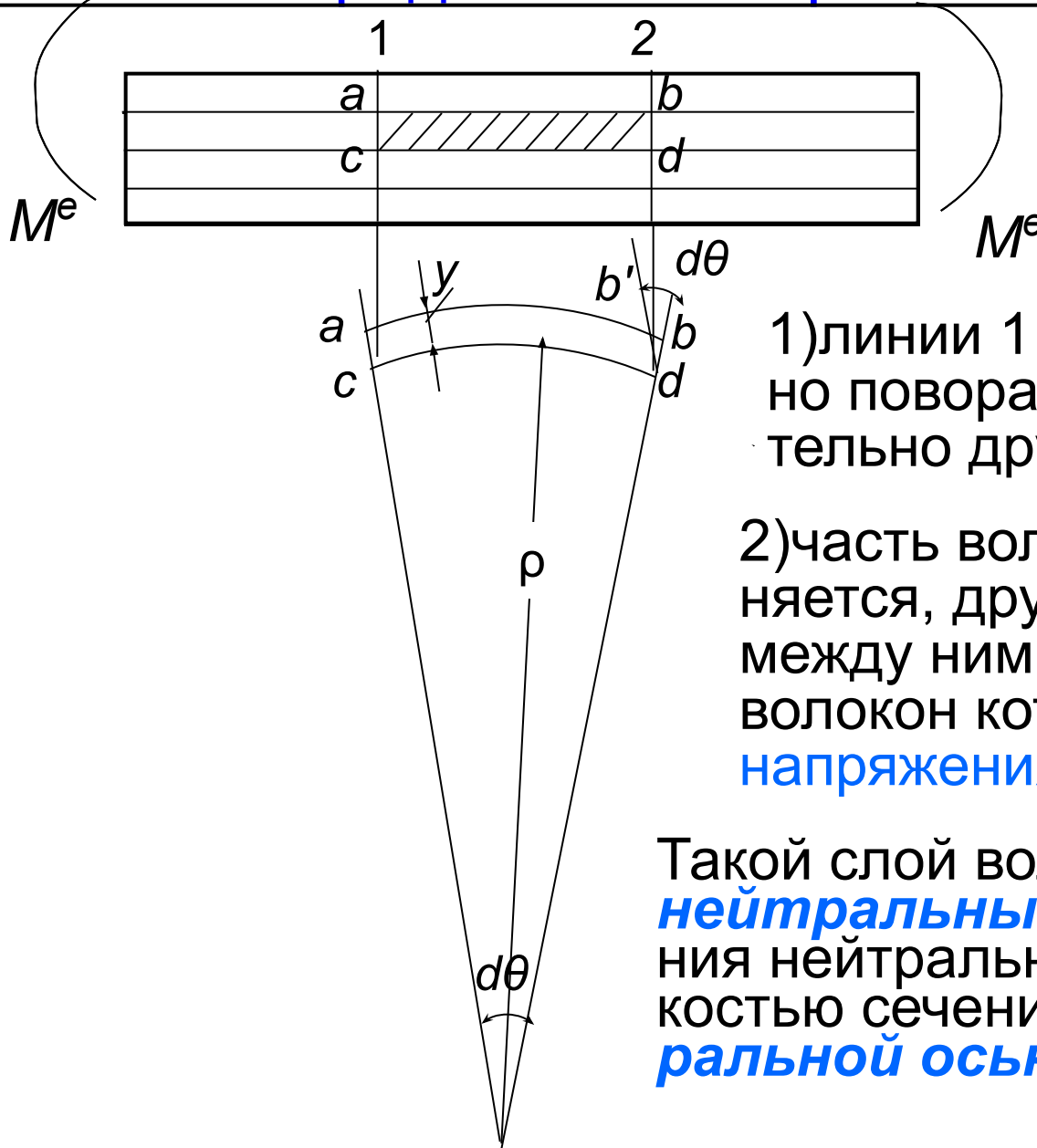
Строим по полученным данным эпюру поперечных сил Q и изгибающих моментов M . Выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные - вниз.

Опасное сечение - сечение с изгибающим моментом, равным 128,92 кНм.

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



ИЗГИБ Определение напряжений и деформаций



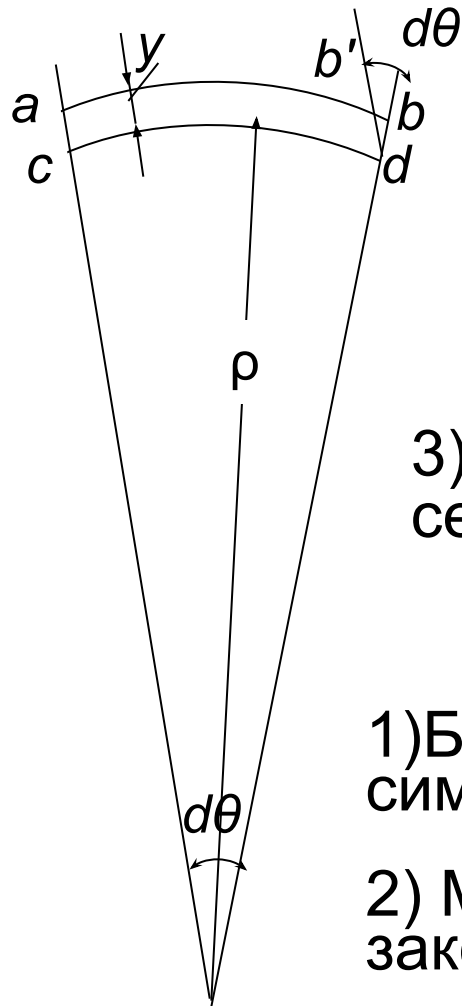
Экспериментально доказано, что при чистом изгибе:

1) линии 1 и 2 остаются прямыми, но поворачиваются друг относительно друга на некоторый угол

2) часть волокон при изгибе удлиняется, другая – укорачивается, между ними есть слой, длина волокон которого не меняется, **напряжения в них отсутствуют**

Такой слой волокон называется **нейтральным**, а линия пересечения нейтральных волокон с плоскостью сечения называется **нейтральной осью**

ИЗГИБ Определение напряжений и деформаций



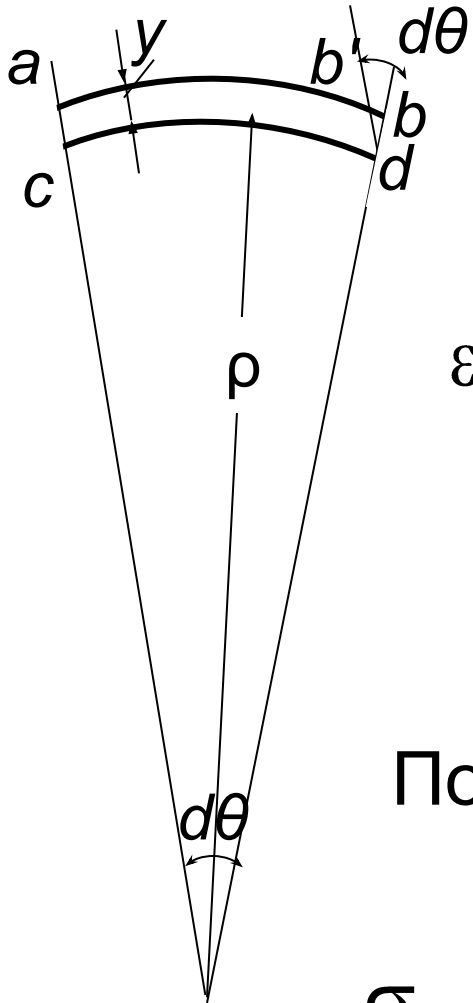
Допущения

- 1) Плоское поперечное сечение остается плоским
- 2) Продольные волокна друг на друга не давят, т. е. находятся в линейном напряженном состоянии
- 3) Деформации волокон по ширине сечения одинаковы

Ограничения

- 1) Балка должна иметь хотя бы одну ось симметрии
- 2) Материал балки должен подчиняться закону Гука

ИЗГИБ Определение напряжений и деформаций



Геометрическая сторона

$bb' = yd\theta$ - удлинение волокна ab

$\varepsilon = \frac{bb'}{cd} = \frac{yd\theta}{\rho d\theta}$ - относительная деформация

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$$

Физическая сторона

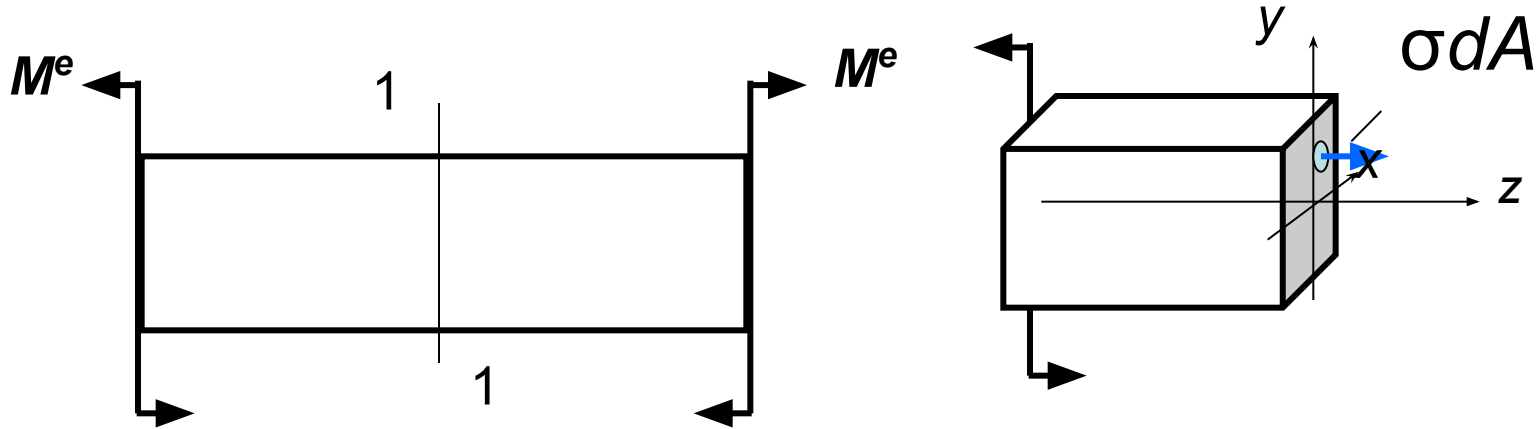
По закону Гука $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma = \frac{yE}{\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sigma}{yE}$$

Статическая сторона



σdA – элементарная продольная сила

$$\Sigma F_{kx} = 0$$

$$\Sigma M_x = M^e - \int \sigma dA y = 0$$

$$\Sigma F_{ky} = 0$$

$$\Sigma M_y = - \int^A \sigma dA x = 0$$

$$\Sigma F_{kz} = \int^A \sigma dA = 0$$

$$\Sigma M_z = 0$$

ИЗГИБ Определение напряжений и деформаций

Подставляя значение σ в уравнения статики и преобразуя их, получаем следующие выводы

- 1) Нейтральная ось проходит через центр сечения
- 2) Нейтральная ось является главной осью инерции и перпендикулярна силовой плоскости
- 3) Нормальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma = \frac{M}{I_x} y$$

или

$$\sigma = \frac{M}{W_x}$$

- 3) Касательные напряжения определяются по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q S_x^{\text{отс}}}{I_x b}$$

ИЗГИБ Пример выполнения задания

Расчет балки на прочность и жесткость

Для расчетной схемы балки необходимо:

1. Построить по длине балки эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.

2. Подобрать поперечное сечение балки двутаврового профиля, материал Сталь 3 при $\sigma_{adm} = 160$ МПа, $\tau_{adm} = 96$ МПа.

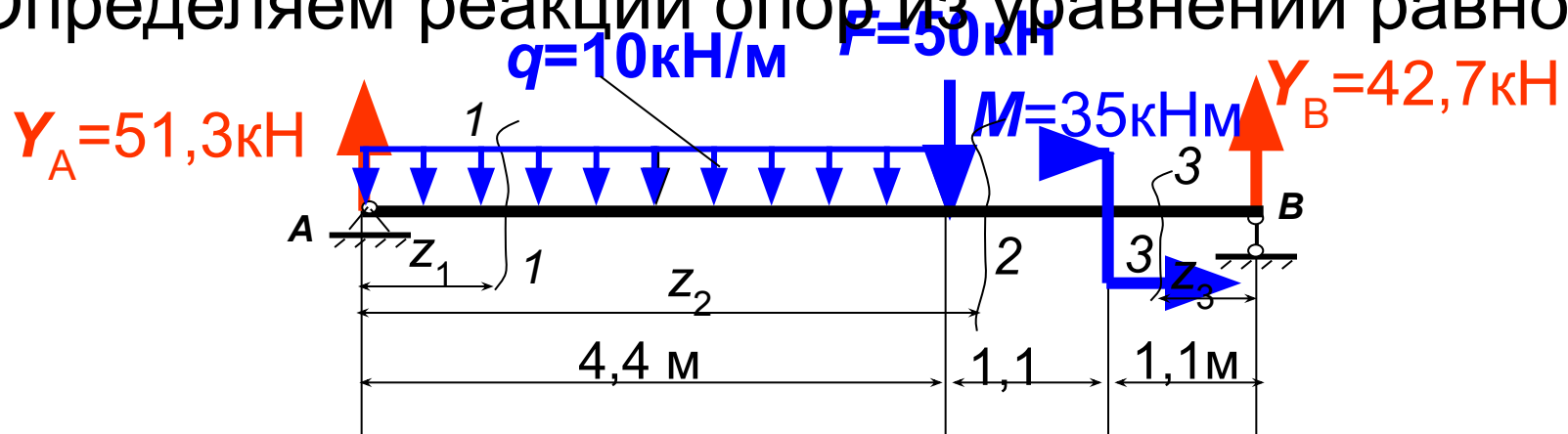
3. Подобрать прямоугольное поперечное сечение балки, материал – дерево, $\sigma_{adm} = 10$ МПа.

4. Провести проверку стальной балки на жёсткость, определив по методу начальных параметров величину прогибов балки в характерных сечениях. Принять $y_{adm} = (1/100) l$.

ИЗГИБ Пример выполнения задания

1. Вычерчиваем балку в масштабе с указанием размеров и нагрузок

2. Определяем реакции опор из уравнений равновесия



$$\Sigma M_{(A)} = 0; \quad M - q \cdot 4,4 \cdot 2,2 - F \cdot 4,4 + Y_B \cdot 6,6 = 0;$$

$$Y_B = (-M + q \cdot 4,4 \cdot 2,2 + F \cdot 4,4) / 6,6 = 42,7 \text{ кН.}$$

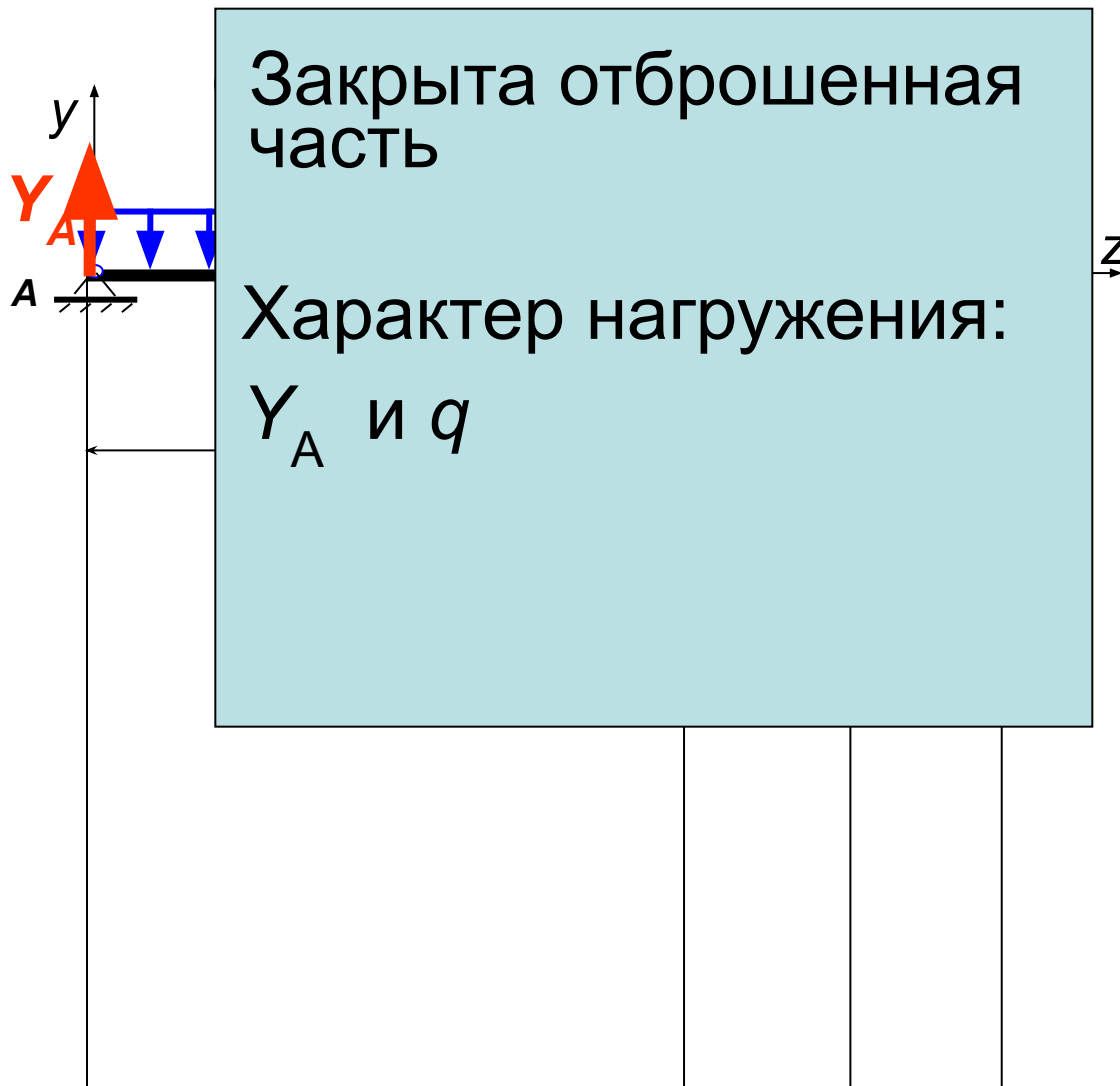
$$\Sigma M_{(B)} = 0; \quad M + q \cdot 4,4 \cdot 4,4 + F \cdot 2,2 - Y_A \cdot 6,6 = 0;$$

$$Y_A = (M + q \cdot 4,4 \cdot 4,4 + F \cdot 2,2) / 6,6 = 51,3 \text{ кН.}$$

Проверка $\Sigma Y = 0; \quad Y_A + Y_B - q \cdot 4,4 - F = 0;$

$$51,3 + 42,7 - 44 - 50 = 0 \quad 0 = 0.$$

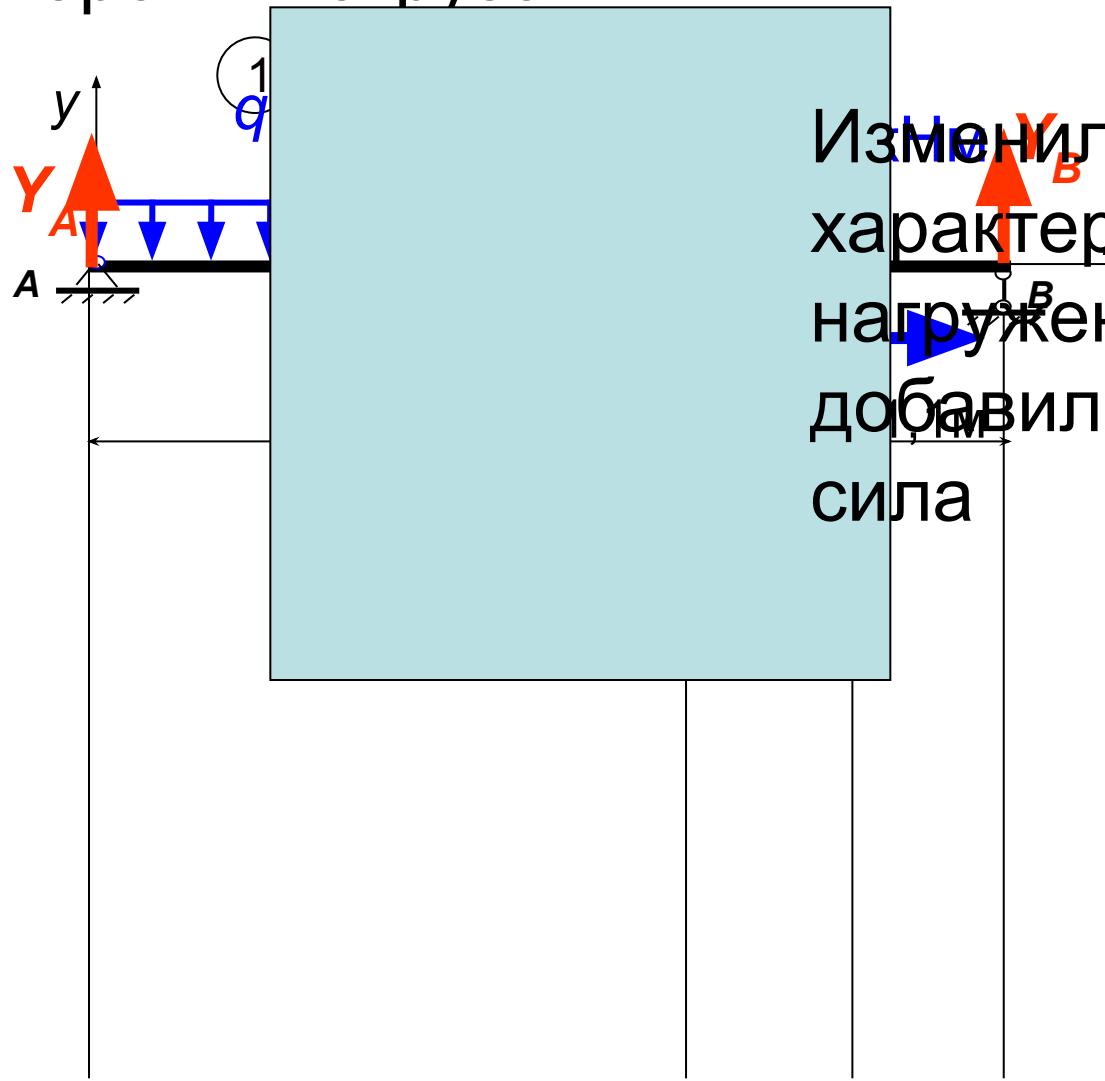
ИЗГИБ Пример выполнения задания



3. Определяем количество участков и их границы.

ИЗГИБ Пример выполнения задания

1. Вычерчиваем балку в масштабе с указанием размеров и нагрузок



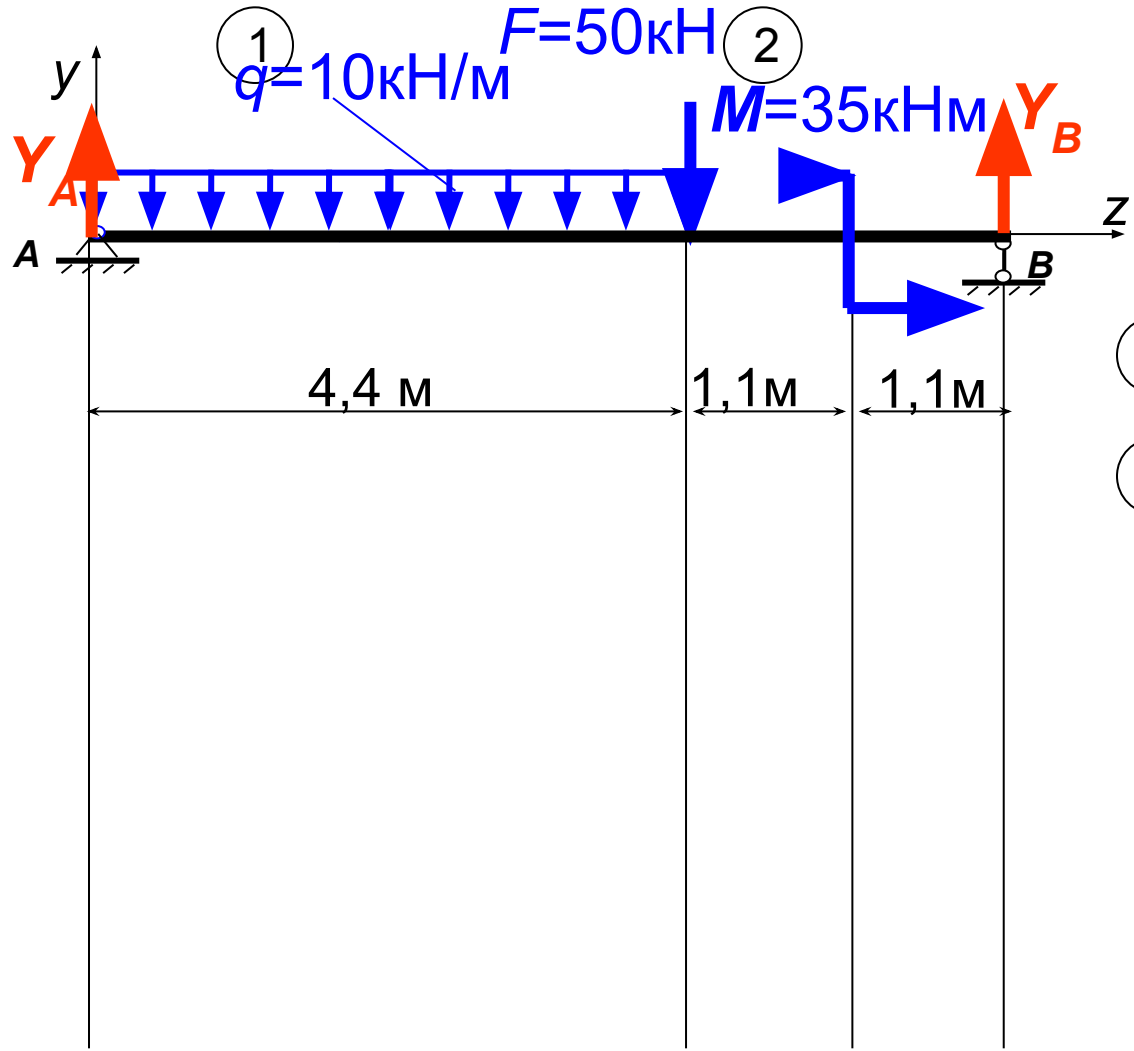
Изменился
характер
нагружения,
добавилась
сила

2. Определяем количество участков и их границы.

$z_1 = 0; z_1 = 4,4 \text{ м};$

ИЗГИБ Пример выполнения задания

1. Вычерчиваем балку в масштабе с указанием размеров и нагрузок



Определяем количество участков и их границы.

- ① $z_1 = 0; z_1 = 4,4 \text{ м};$
- ② $z_2 = 4,4 \text{ м}; z_2 = 5,5 \text{ м};$

ИЗГИБ Пример выполнения задания

1. Вычерчиваем балку в масштабе с указанием размеров и нагрузок



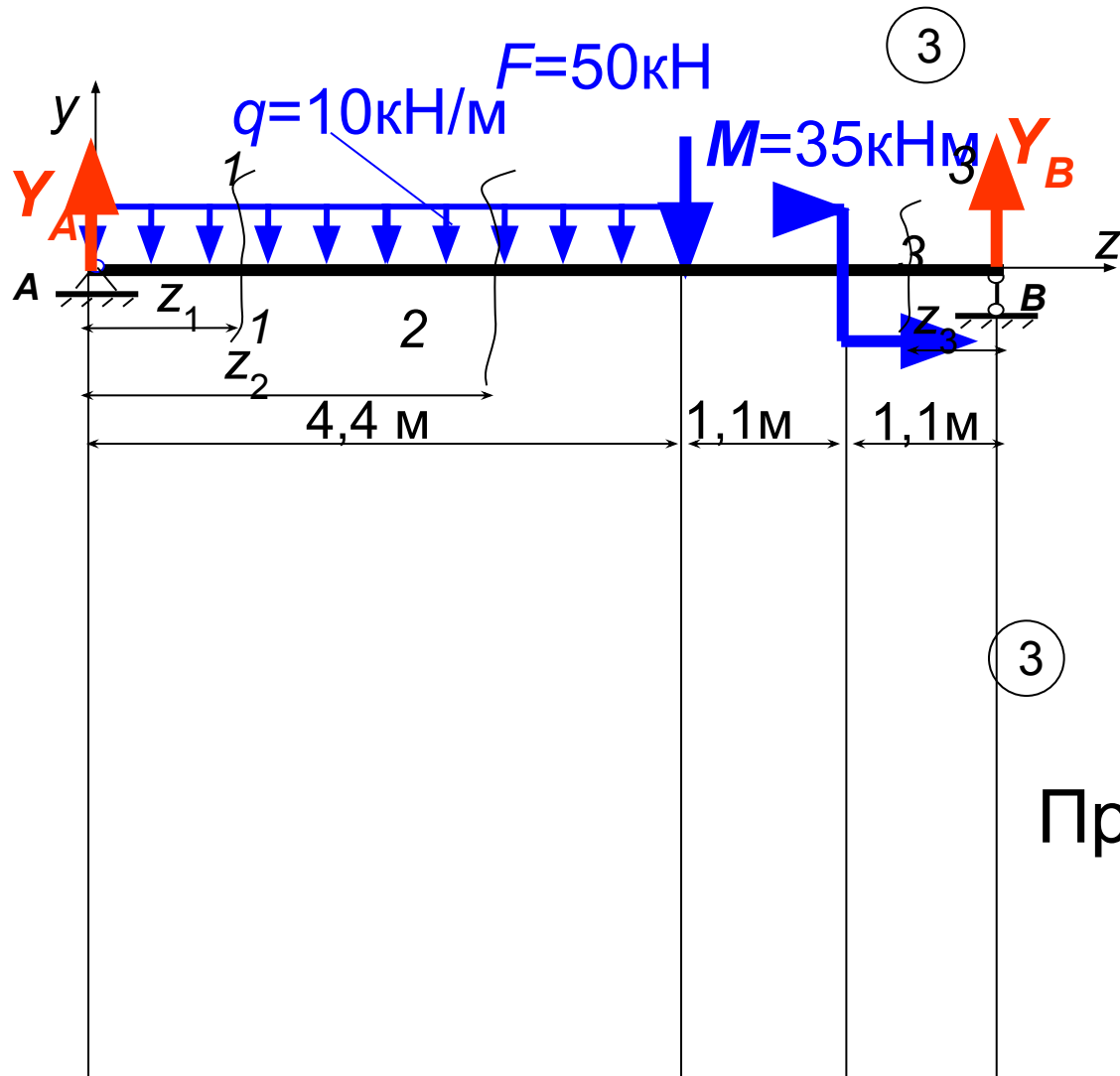
Переносим начало координат на правую опору

Характер нагружения: Y_B

Определяем количество участков и их границы.

- ① $z_1 = 0$; $z_1 = 4,4$ м;
- ② $z_2 = 4,4$ м; $z_2 = 5,5$ м;

3 }
3 }



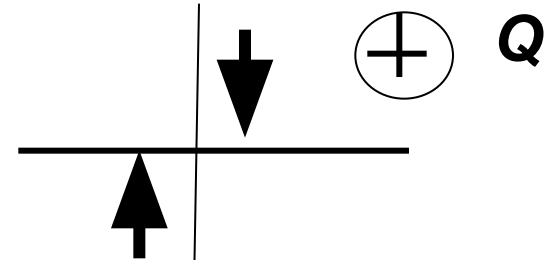
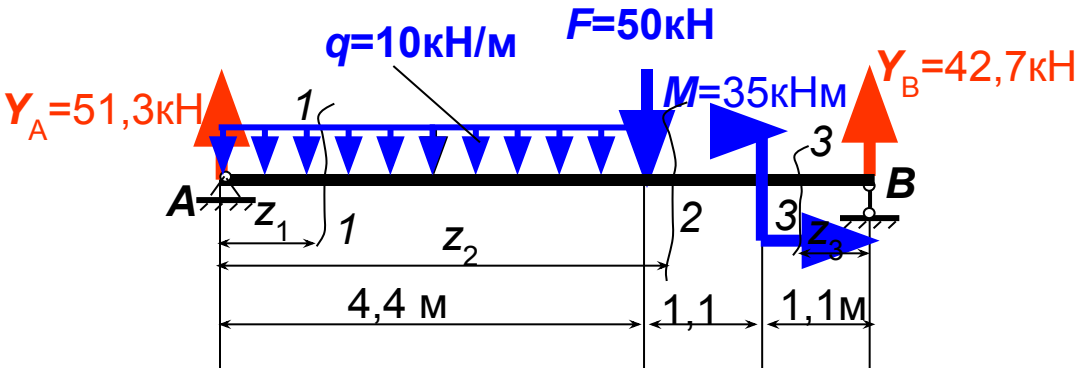
3 $z_3 = 0; z_3 = 1.1 \text{ m};$

Проводим сечения

ИЗГИБ Пример выполнения задания

Начало координат на левой стороне балки для сечений 1-1 и 2-2, для сечения 3-3 - на правой стороне.

Запишем аналитические выражения для Q в каждом сечении и рассчитаем значения на концах сечений:

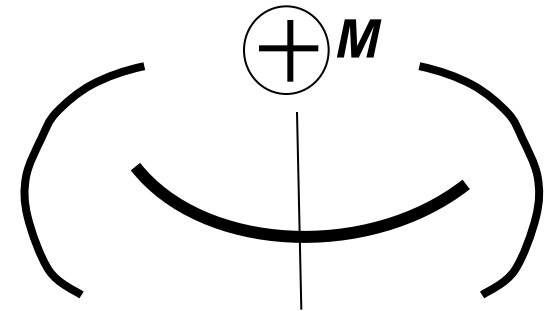
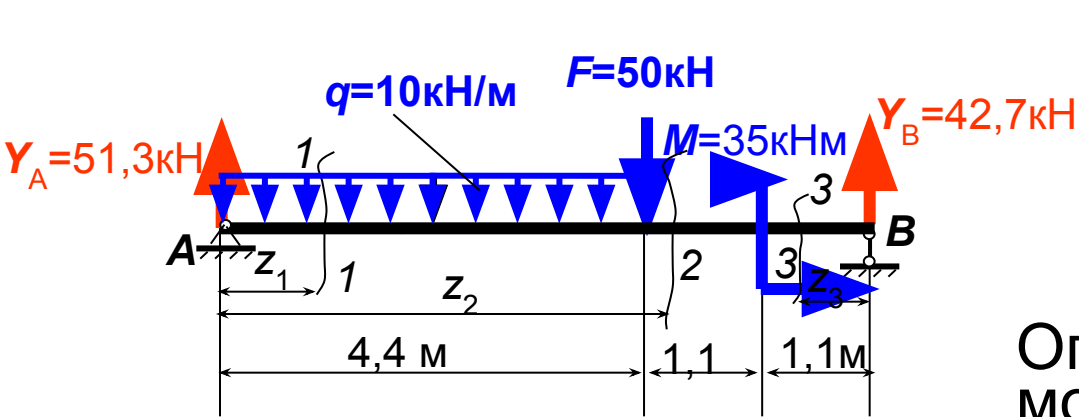


$$\underline{Q_{z_1} = Y_A - q \cdot z_1}; \quad Q_{z_1=0} = 51,3 \text{ кН}; \quad Q_{z_1=4,4} = 7,3 \text{ кН}.$$

$$\underline{Q_{z_2} = Y_A - q \cdot 4,4 - F}; \quad Q_{z_2=4,4} = -42,7 \text{ кН}. \quad Q_{z_2=5,5} = -42,7 \text{ кН}.$$

$$\underline{Q_{z_3} = -Y_B}; \quad Q_{z_3=0} = -42,7 \text{ кН}; \quad Q_{z_3=1,1} = -42,7 \text{ кН}.$$

ИЗГИБ Пример выполнения задания



Определяем изгибающие моменты:

$$\underline{M_{z1} = Y_A \cdot z_1 - q \cdot z_1^2 / 2};$$

$$M_{z1=0} = 0; \quad M_{z1=4,4} = 128,92 \text{ кНм.}$$

$$\underline{M_{z2} = Y_A \cdot z_2 - q \cdot 4,4 \cdot (z_2 - 2,2) - F(z_2 - 4,4)};$$

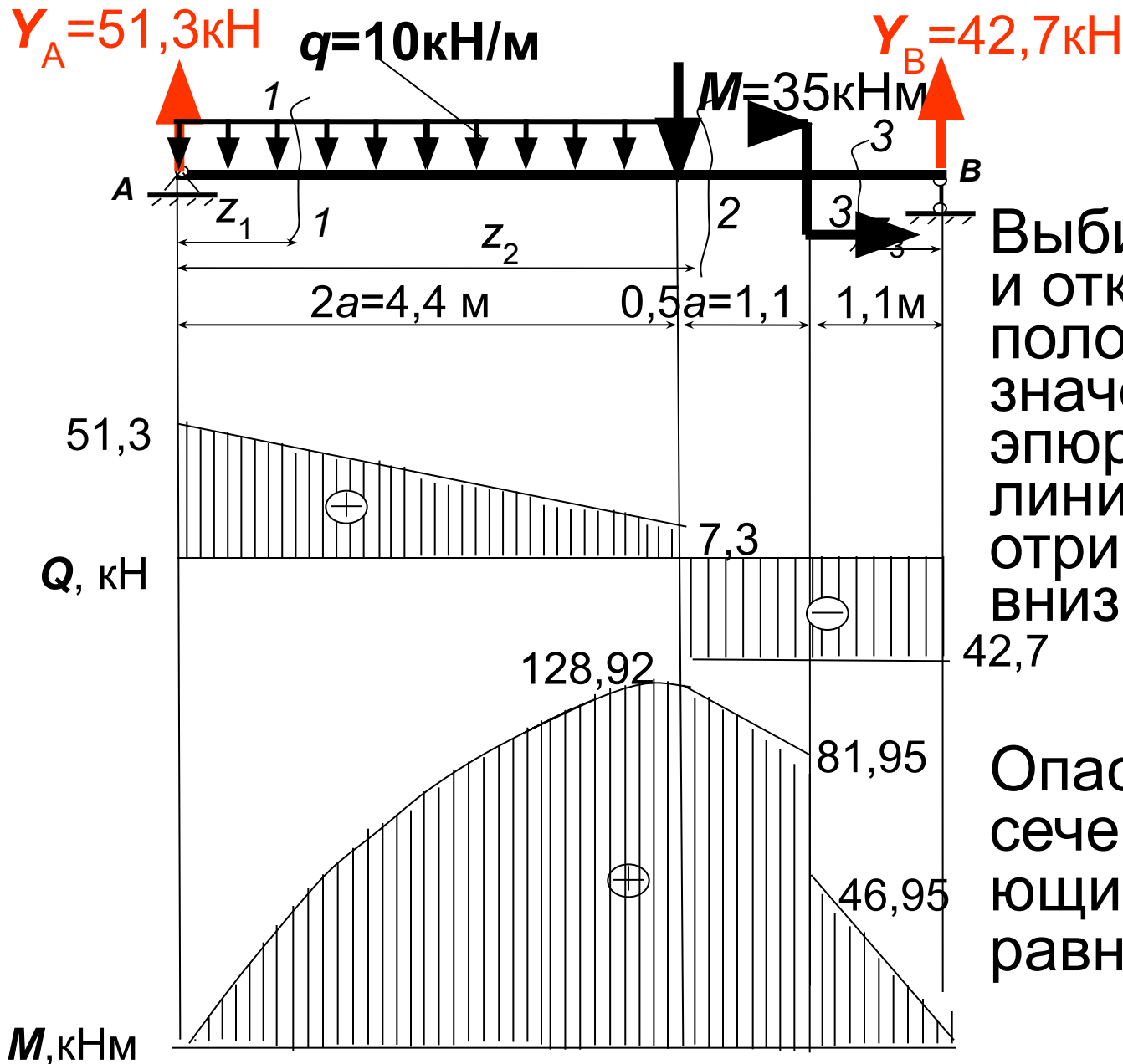
$$M_{z2=4,4} = 51,3 \cdot 4,4 - 10 \cdot 4,4 \cdot 2,2 - 50(4,4 - 4,4) = 128,92 \text{ кНм};$$

$$M_{z2=5,5} = 51,3 \cdot 5,5 - 10 \cdot 4,4 \cdot 3,3 - 50(5,5 - 4,4) = 81,95 \text{ кНм};$$

$$\underline{M_{z3} = Y_B \cdot z_3}$$

$$M_{z3=0} = 0; \quad M_{z3=1,1} = 46,95 \text{ кНм.}$$

ИЗГИБ Внутренние усилия Примеры



Выбираем масштаб и откладываем положительные значения ординат эпюр от нулевой линии вверх, а отрицательные - вниз.

Опасное сечение - сечение с изгибающим моментом, равным $128,92 \text{ кНм}$.

ИЗГИБ Пример выполнения задания

Подбор сечения двутаврового профиля выполняем из условия прочности при изгибе

$$\sigma = \frac{M_x}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{adm}$$

откуда

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{M_x}{\sigma_{adm}}$$

где $W_{\text{н.о.}}$ – момент сопротивления относительно нейтральной оси, которая в сечении балки совпадает с осью x

$$W_{\text{н.о.}} \geq \frac{128,92 \cdot 10^{-3}}{160} = 8,05 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 805 \text{ см}^3$$

ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ

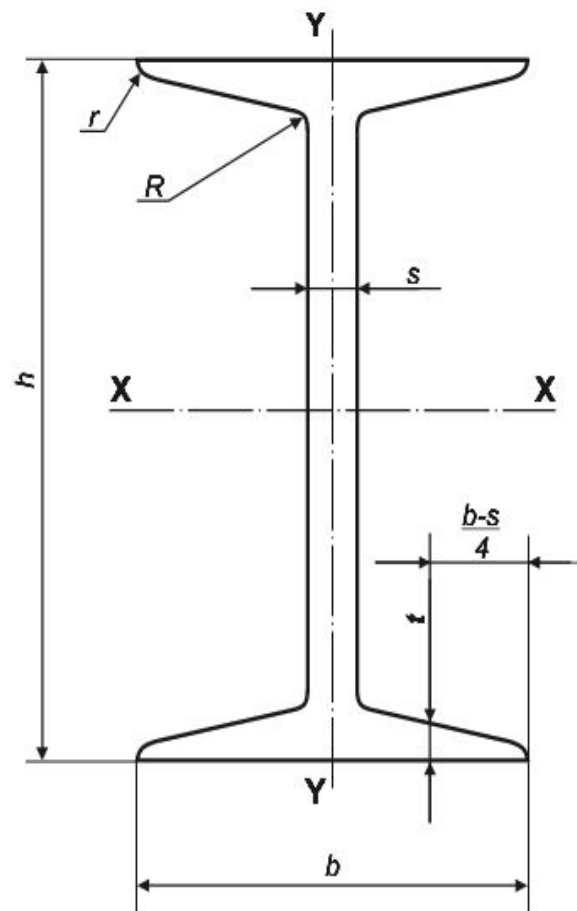
Сортамент

ГОСТ 8239-89
(СТ СЭВ 2209-80)
ОКП 09 2500

Срок действия: с 01.07.1990 до 01.07.2000.

Hot-rolled steel flange beams. Assortment.

Несоблюдение стандарта преследуется по закону.



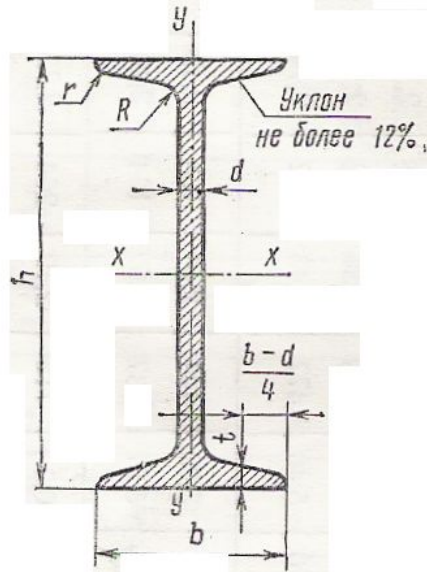
h — высота двутавра; b — ширина полки; s — толщина стенки;
 t — средняя толщина полки; R — радиус внутреннего закругления;
 r — радиус закругления полки.

Таблица 1

Номер профиля	Размеры						Площадь поперечного сечения, см ²	Масса 1 м, кг	Справочные значения для осей						
	h	b	s	t	R	r			X-X				Y-Y		
					не более				I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
	мм														
100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	9,46	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	
120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	11,50	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	
140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	13,70	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,50	1,55	
160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	15,90	873	109,0	6,57	62,3	58,6	14,50	1,70	
180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	18,40	1290	143,0	7,42	81,4	82,6	18,40	1,88	
200	100	5,2	8,4	9,5	4,0	26,8	21,00	1840	184,0	8,28	104,0	115,0	23,10	2,07	
220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	24,00	2550	232,0	9,13	131,0	157,0	28,60	2,27	
240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	27,30	3460	289,0	9,97	163,0	198,0	34,50	2,37	
270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	31,50	5010	371,0	11,20	210,0	260,0	41,50	2,54	
300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	36,50	7080	472,0	12,30	268,0	337,0	49,90	2,69	
330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	42,20	9840	597,0	13,50	339,0	419,0	59,90	2,79	
360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	48,60	13380	743,0	14,70	423,0	516,0	71,10	2,89	
400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	57,00	19062	953,0	16,20	545,0	667,0	86,10	3,03	
450	160	9,0	14,2	16,0	7,0	84,7	66,50	27696	1231,0	18,10	708,0	808,0	101,00	3,09	
500	170	10,0	15,2	17,0	7,0	100,0	78,50	39727	1589,0	19,90	919,0	1043,0	123,00	3,23	
550	180	11,0	16,5	18,0	7,0	118,0	92,60	55962	2035,0	21,80	1181,0	1356,0	151,00	3,39	
600	190	12,0	17,8	20,0	8,0	138,0	108,00	76806	2560,0	23,60	1491,0	1725,0	182,00	3,54	

ИЗГИБ Пример выполнения задания

Сталь прокатная. Балки двутавровые.



Номер профиля	I пог. м, кг	Размеры, мм:				Площадь сечения, см ²	Справочные величины для осей						
		h	b	d	t		x-x				y-y		
							I _x , см ⁴	W _x , см ³	i _x , см	S _x , см ³	I _y , см ⁴	W _y , см ³	i _y , см
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05

а) Проверка по рабочим нормальным напряжениям:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_{н.о.}} = \frac{128,92 \cdot 10^{-3}}{947 \cdot 10^{-6}} = 136 \text{ МПа} \leq \sigma_{adm} = 160 \text{ МПа},$$

т. е. условие прочности выполняется.

ИЗГИБ Пример выполнения задания

б) Проверка по максимальным касательным напряжениям:

$$\tau = \frac{Q_{max} \cdot S_{\text{Н.О.}}^{\text{отс}}}{I_{\text{Н.О.}} \cdot b}$$

S_x - статический момент отсеченной (верхней части) относительно оси x в сечении;

I_x - момент инерции сечения,

b – толщина стенки, для двутавра $b=d$;

$$\tau = \frac{51,3 \cdot 10^{-3} \cdot 540 \cdot 10^{-6}}{18930 \cdot 10^{-8} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 18,3 < 96 \text{ МПа}$$

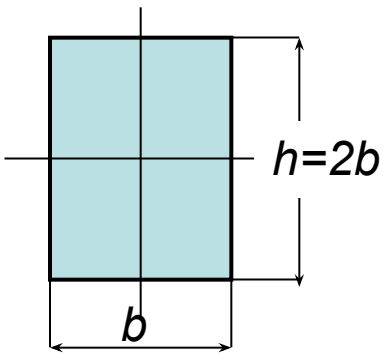
условие прочности по касательным напряжениям также выполняется.

ИЗГИБ Пример выполнения задания

1) Прямоугольное сечение, материал - дерево

Момент сопротивления для прямоугольника относительно оси x

$$W_x = \frac{bh^2}{6}$$



Учитывая условие прочности,

$$\sigma = \frac{M_x}{W_{\text{н.о.}}} \leq \sigma_{adm}$$

имеем

$$\frac{6M}{b2^2 b^2} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{3M}{2b^3} \leq \sigma_{adm}$$

$$\frac{6M}{bh^2} \leq \sigma_{adm}$$

ИЗГИБ Пример выполнения задания

$$b = \sqrt[3]{\frac{3M}{2\sigma_{adm}}} \quad b = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10}} = 0,144\text{м}$$

$$b \times h = 144 \times 288 \text{ мм}^2$$

Деревянное сечение по расходу материала весьма не экономично.

$$\sigma = \frac{6M}{bh^2} = \frac{6 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{0,144 \cdot 0,288^2} = 10\text{МПа} \leq \sigma_{adm}$$