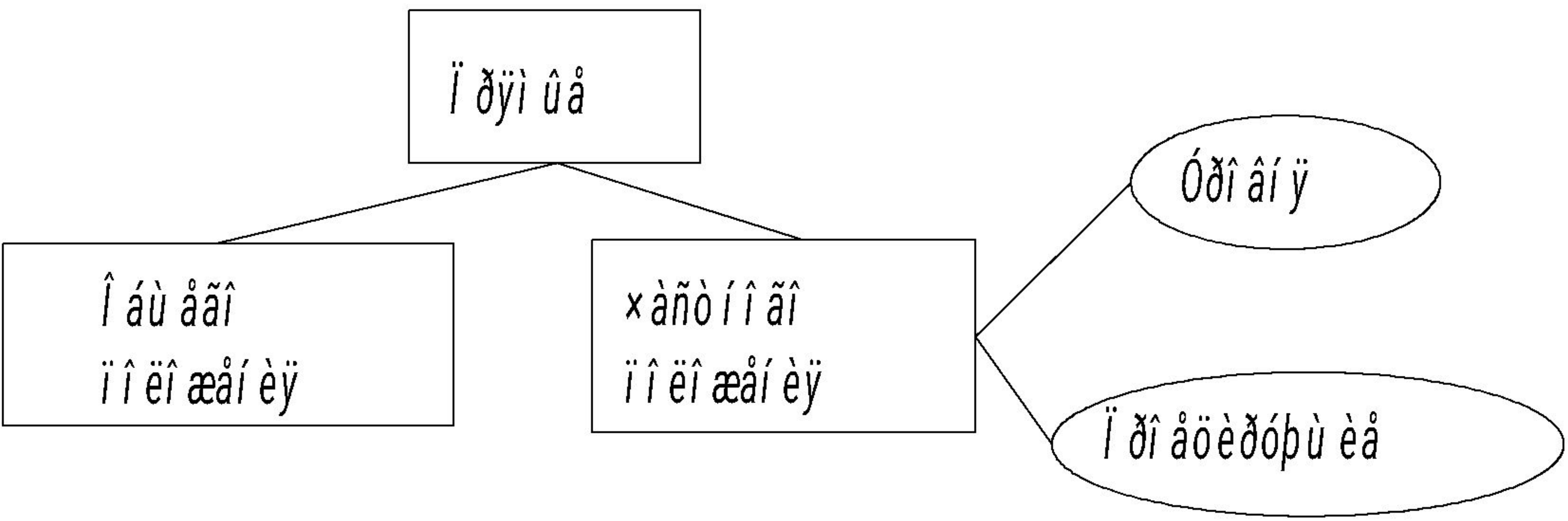
Лекция 2

Комплексный чертеж прямой, кривой линии

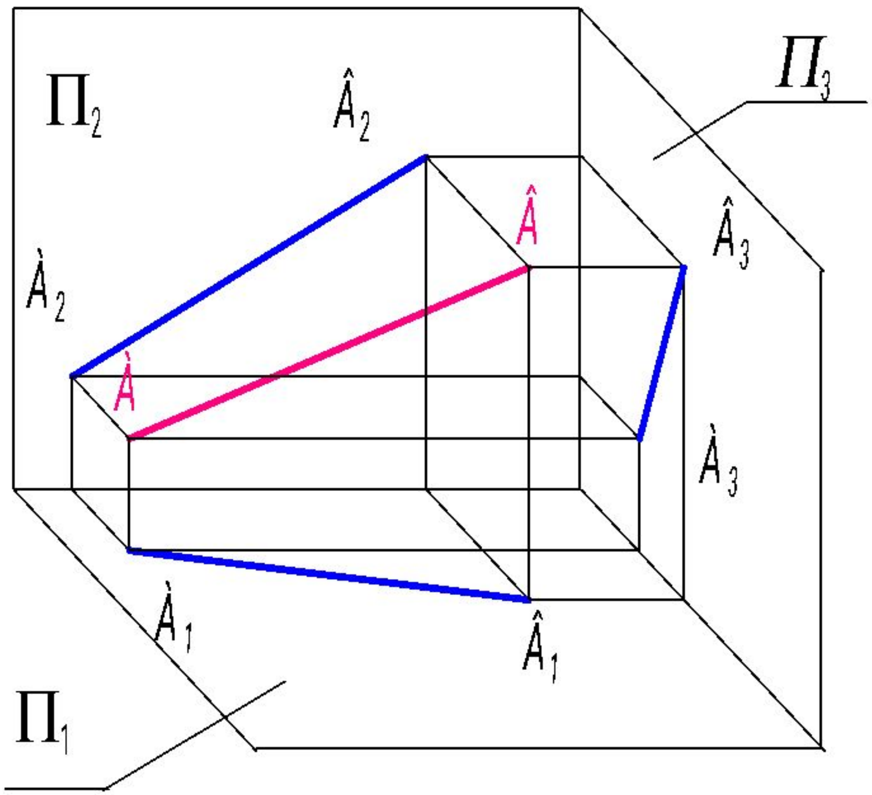
Задание прямой
на комплексном чертеже

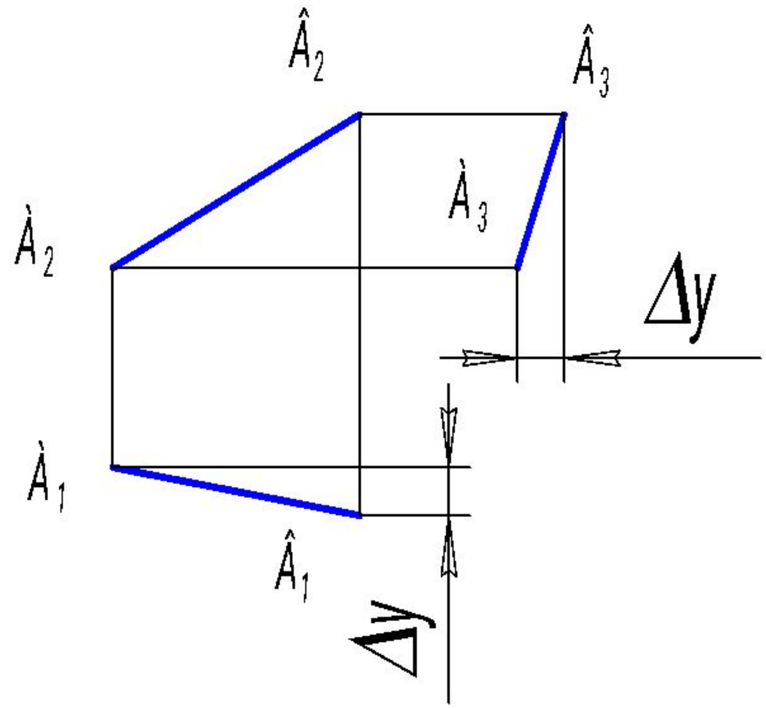
Прямая в пространстве может занимать общее и частное положение.



Прямые общего положения

Прямая (отрезок), не параллельная и не перпендикулярная ни к одной из плоскостей проекций, называется прямой общего положения

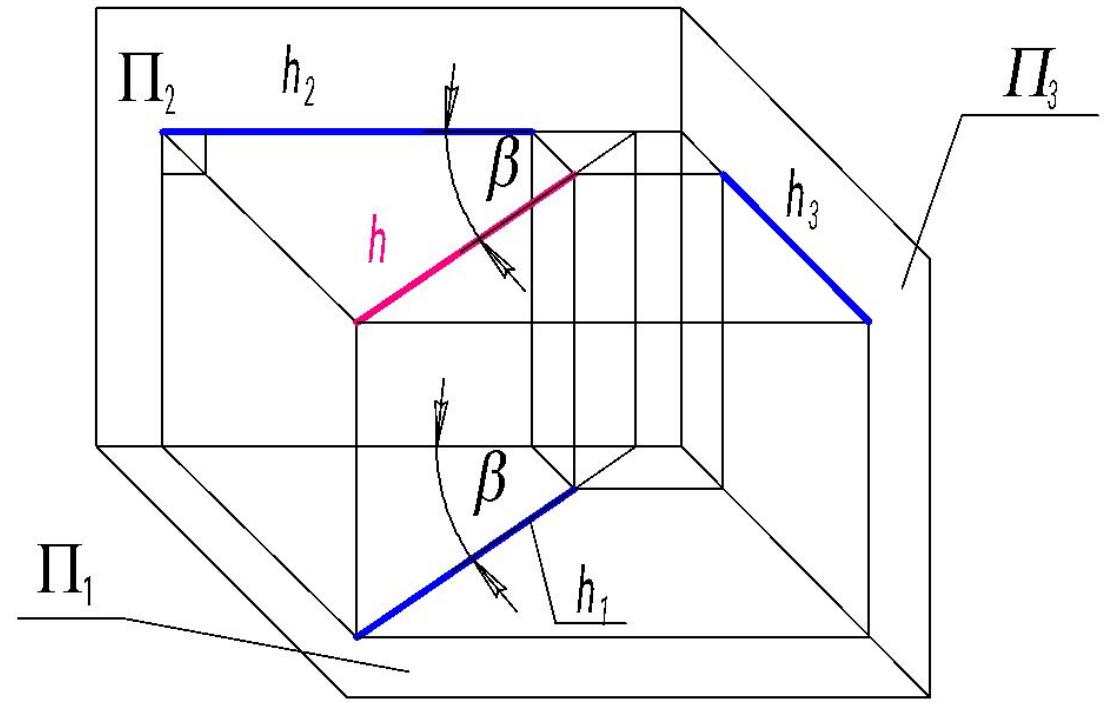


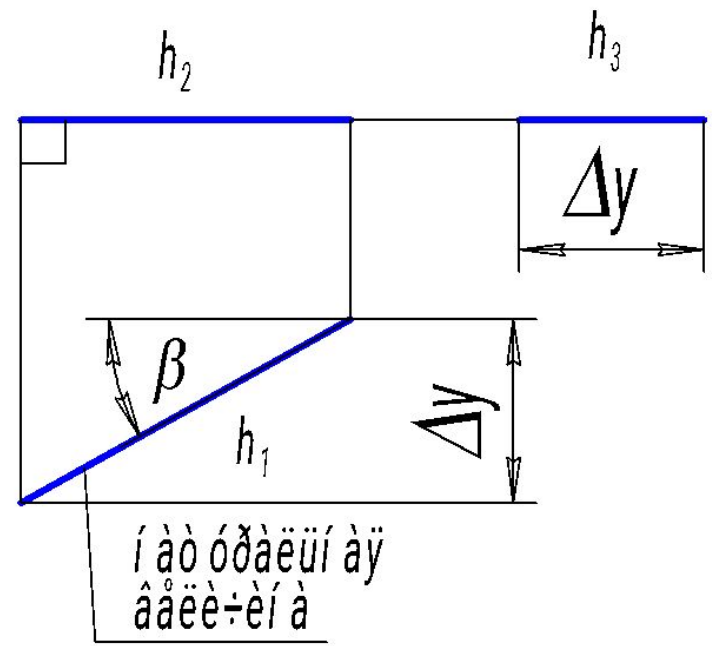


Прямые уровня

Прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются прямыми уровня.
Существует три линии уровня: *h, f, p*

Горизонталь: h (h_1, h_2, h_3) || $П_3$

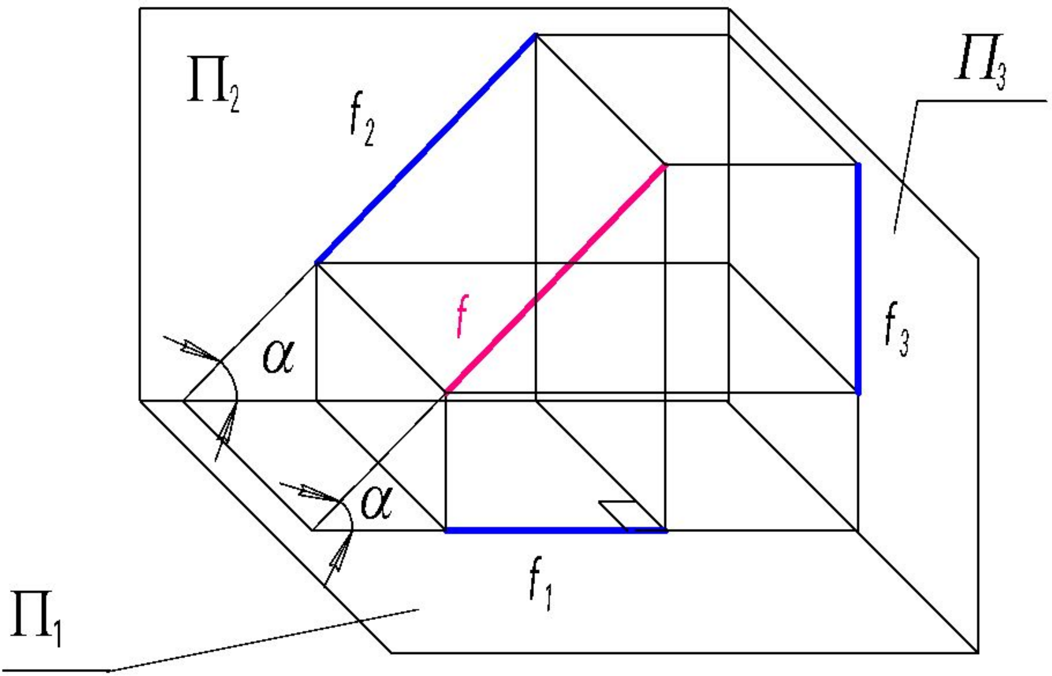


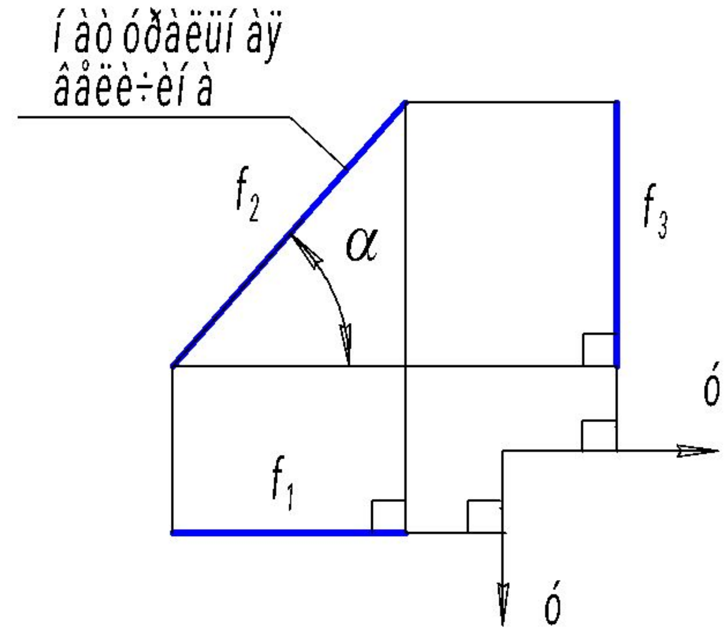


У горизонтали | *h* | = | h_1 |, а угол наклона к $П_2$ -*β* проецируется без искажения..

Фронталь

f (f_1, f_2, f_3) || $П_2$

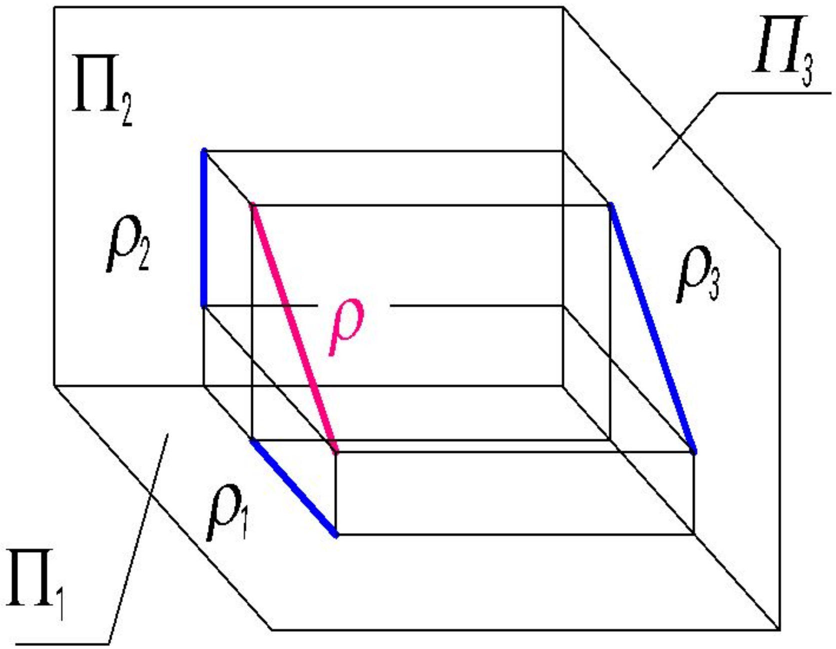


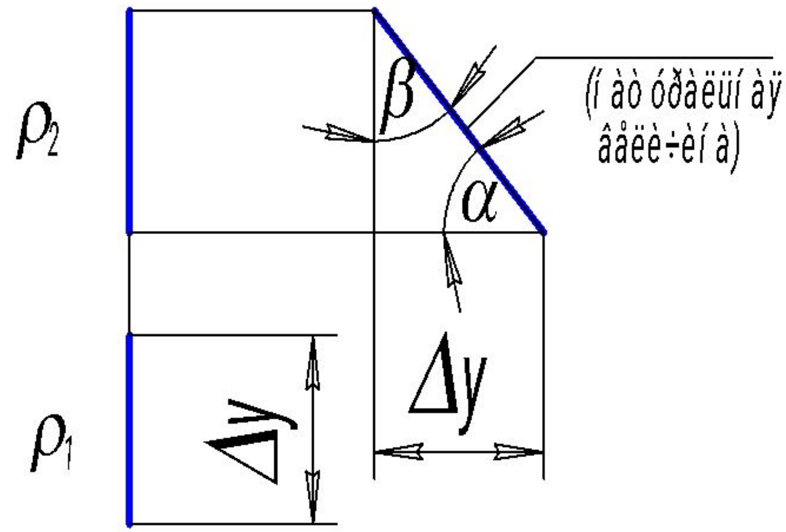


У фронтали | *f* | = | *f* $_2$ |, а угол наклона к $П_1$ - *α* проецируется без искажения.

Профильная прямая

p (p₁, p₂, p₃) || П₃



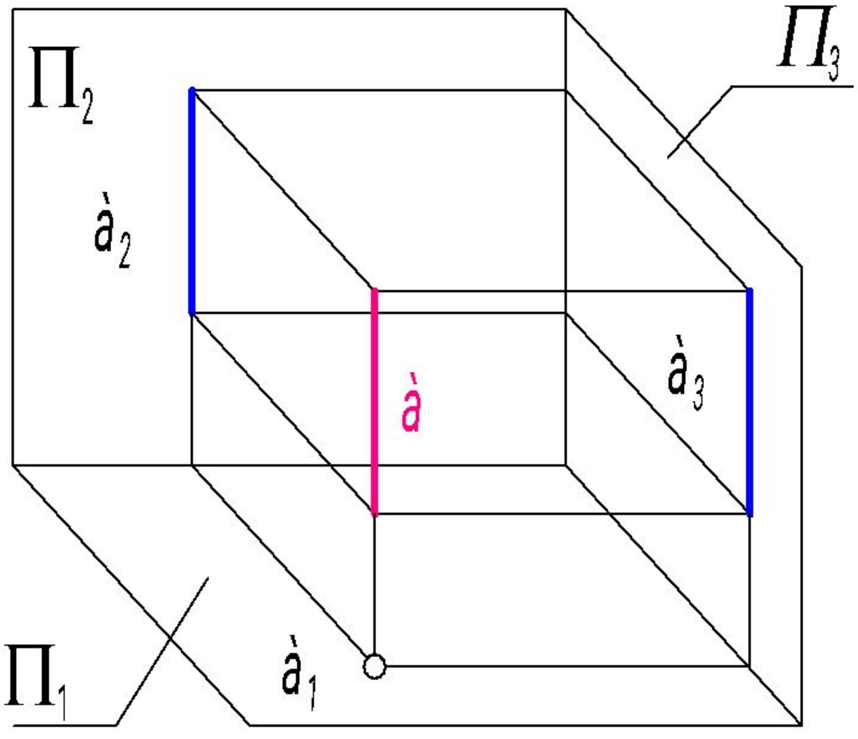


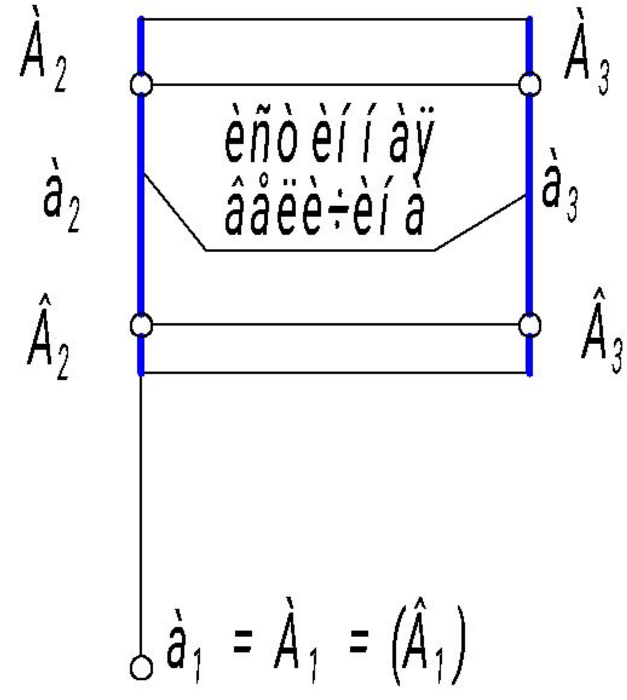
| *p* | = | *p*$_3$ | - натуральная (истинная) величина

Углы наклона профильной прямой к П$_1$ и *П*$_2$ проецируются на *П*$_3$ без искажения.

Проецирующие прямые

Прямые, перпендикулярные какой - либо плоскости проекций, называются проецирующими прямыми.





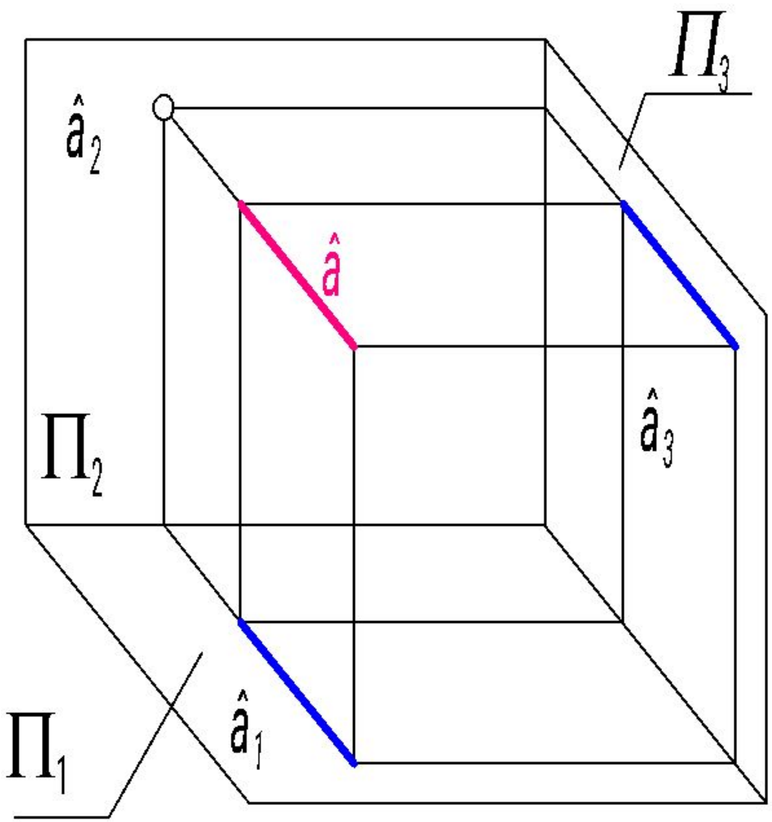
Графический признак горизонтально проецирующей прямой - ее горизонтальная проекция есть точка, она называется главной проекцией

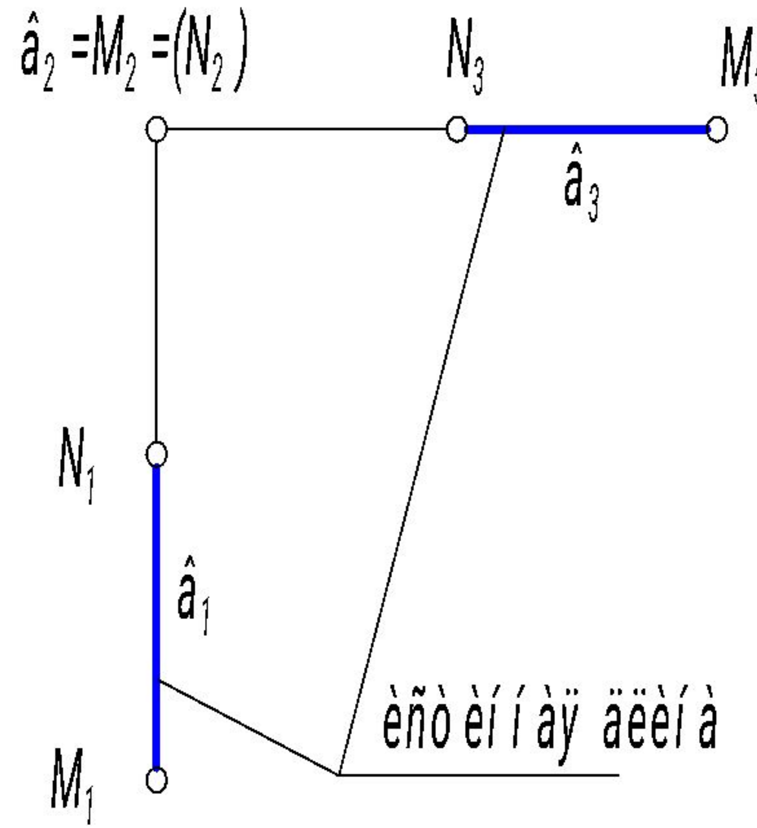
Геометрическая фигура называется проецирующей, если одна из ее проекций есть геометрическая фигура на единицу меньшего измерения, она называется главной проекцией и обладает собирательными свойствами.

- a_1 - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее горизонтальной проекцией $\Rightarrow a_1 = A_1 = B_1$
- Точки *A* и *B* - горизонтально конкурирующие.

Фронтально проецирующая прямая

в(в$_1$, в$_2$, в$_3$) $\perp$ П$_2$ (в || П$_1$ и П$_3$)



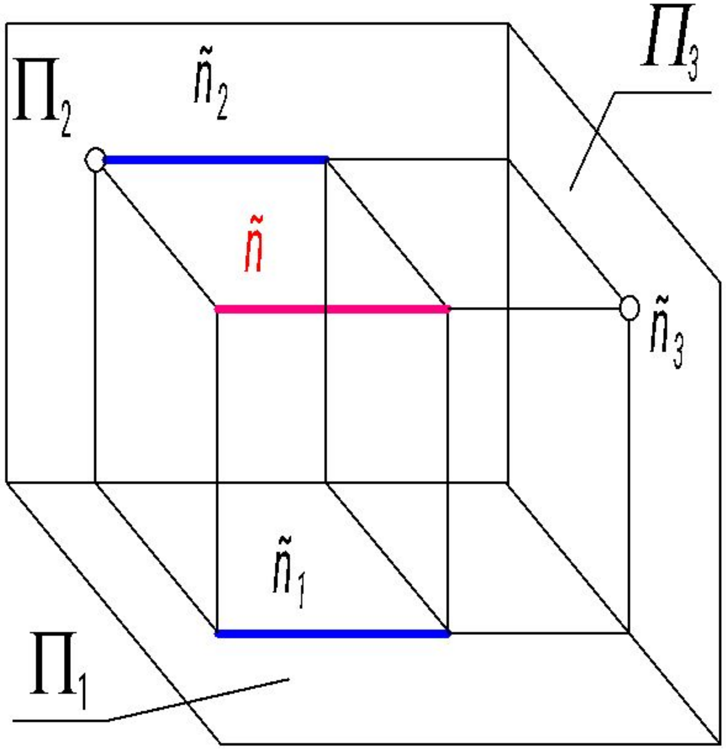


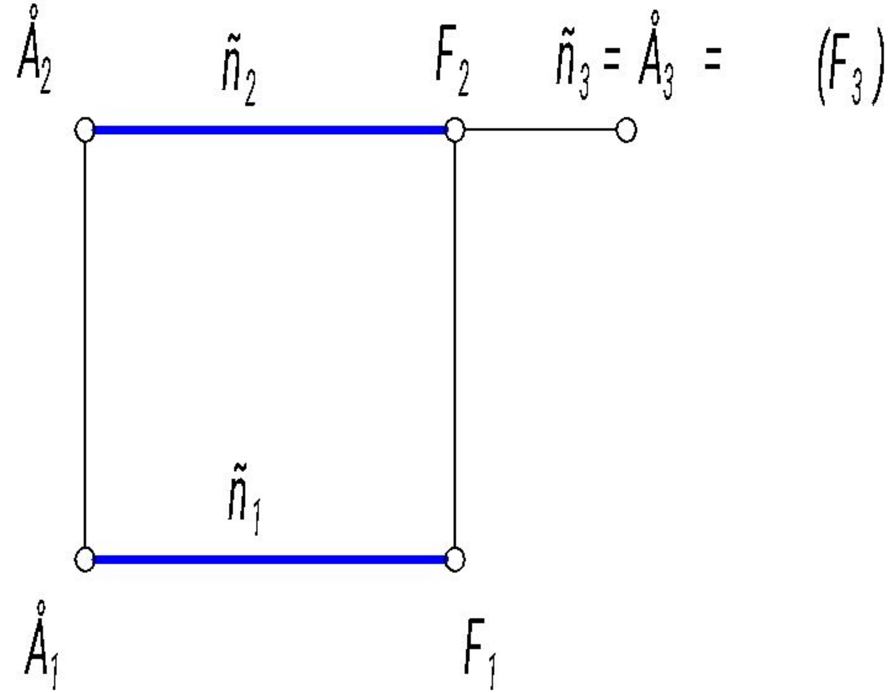
Графический признак фронтально проецирующей прямой, ее фронтальная проекция есть точка, она называется главной проекцией

- $в_2$ - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее фронтальной проекцией $\Rightarrow в_2 = M_2 = N_2$
- Точки *M* и *N* - фронтально конкурирующие.

Профильно проецирующая прямая

$c(c_1, c_2, c_3) \perp П_3 \; (c \parallel П_1 \text{ и } П_2)$

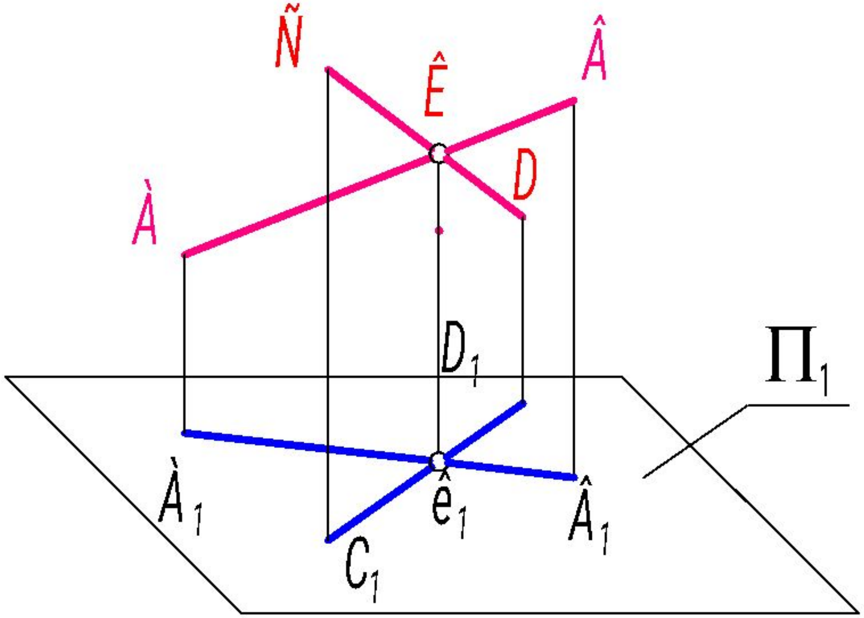


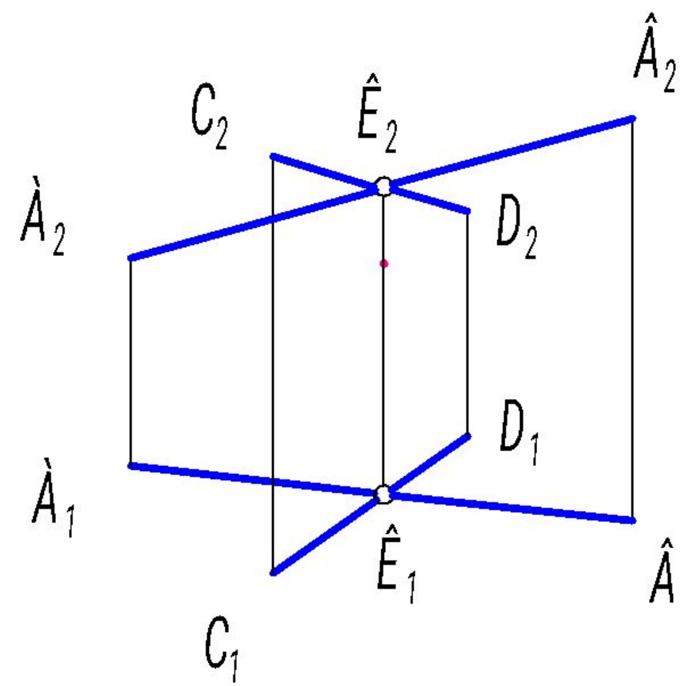


Графический признак профильно проецирующей прямой: ее профильная проекция есть точка, она называется главной проекцией.

- c_3 - главная проекция, которая обладает "собирательными" свойствами. Любая точка, взятая на этой прямой совпадет с ее профильной проекцией $\Rightarrow c_3 = E_3 = F_3$
- Отличительным признаком проецирующих прямых на комплексном чертеже является то, что одна из проекций прямой вырождается в точку.

Пресекающиеся прямые





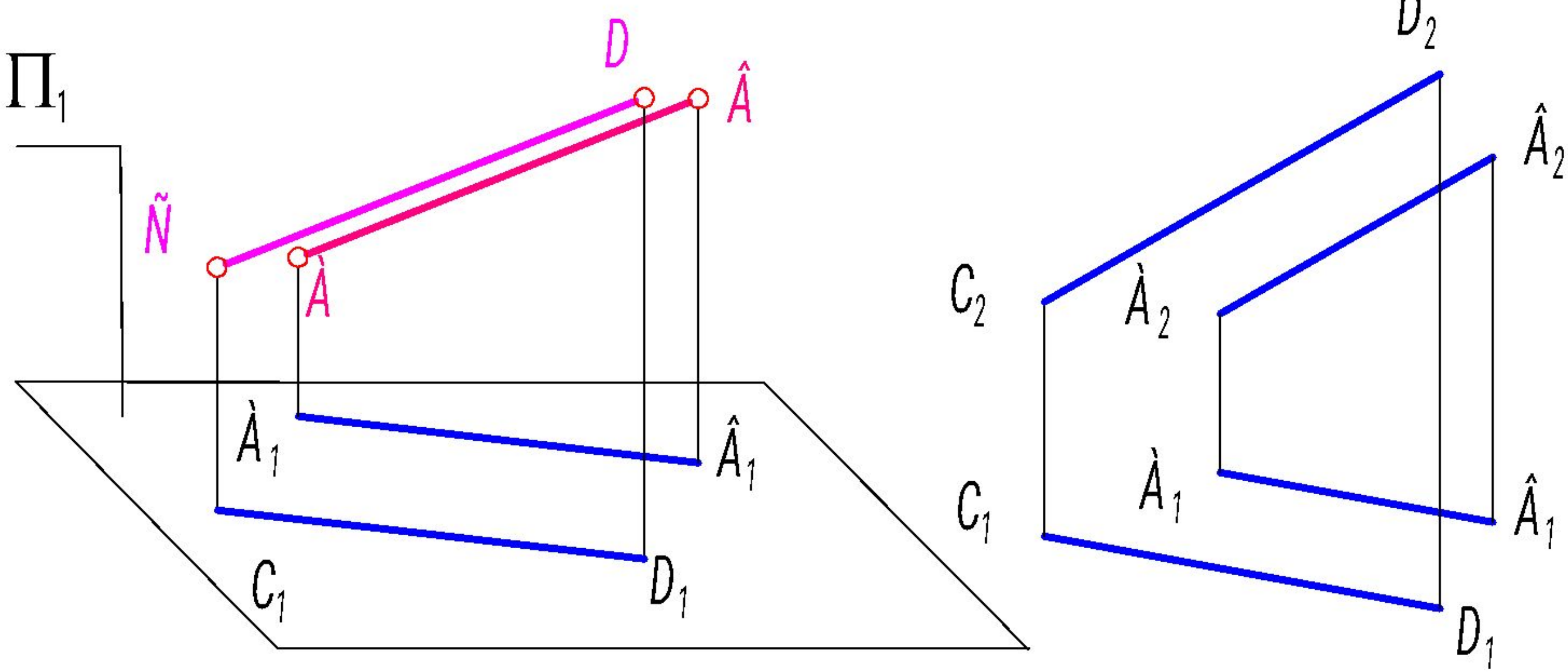
Прямые называются пересекающимися, если они имеют единственную общую точку. Они всегда лежат в одной плоскости.

- Если прямые пересекаются, то существует единственная точка пересечения: $a \cap в = K$.
- На основании свойства принадлежности: $a \cap в = K \Rightarrow a_1 \cap в_1 = K_1$, $a_2 \cap в_2 = K_2$
- Согласно свойству чертежа Монжа, обе проекции (K_1 и K_2) точки К лежат на одной линии связи данного установленного направления.
- **Графический признак $a \cap в$: точки пересечения одноименных проекций лежат на одной линии связи, установленного направления.**

Параллельные прямые

На основании свойства параллельности прямых (*а* || *в*) - одноименные проекции параллельных прямых параллельны:

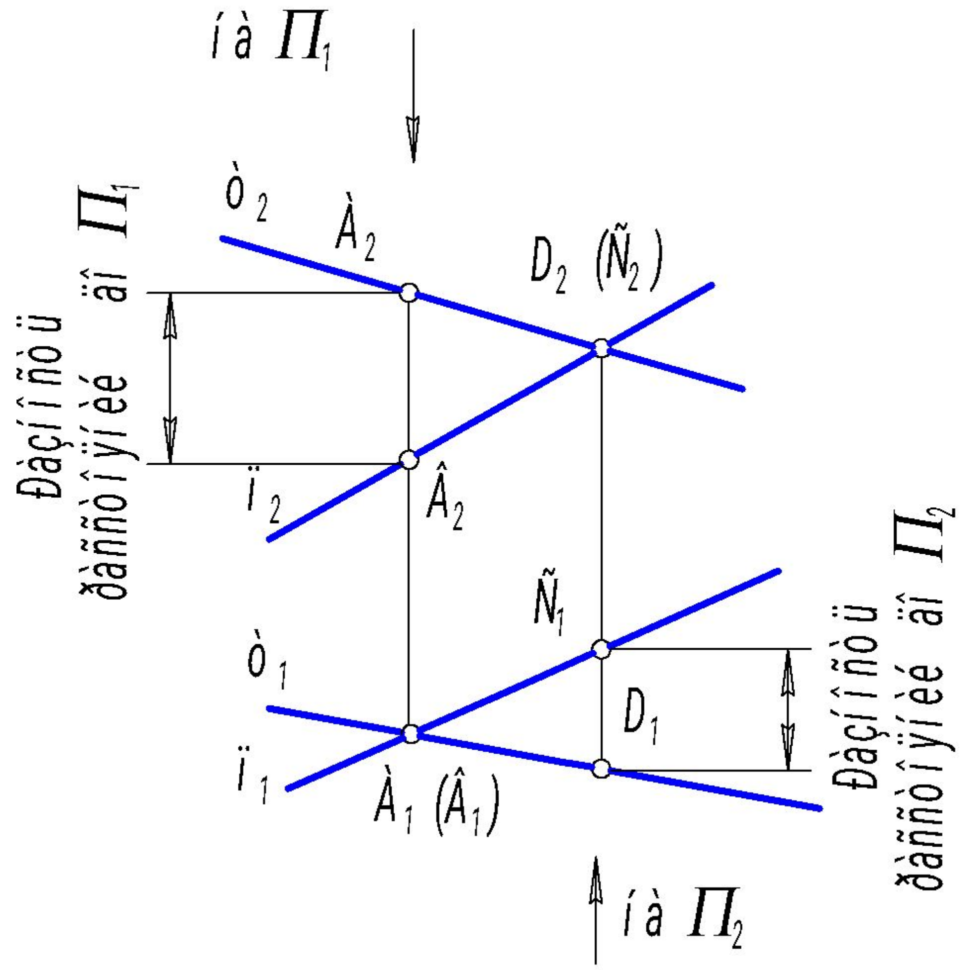
$$a \parallel в \Rightarrow a_1 \parallel в_1,\ a_2 \parallel в_2$$



Скрещивающиеся прямые

- Если прямые не параллельны и не пересекаются, то они называются скрещивающимися прямыми. Через скрещивающиеся прямые невозможно провести плоскость, т.к. если одна прямая будет принадлежать плоскости, то другая будет пересекать эту плоскость.

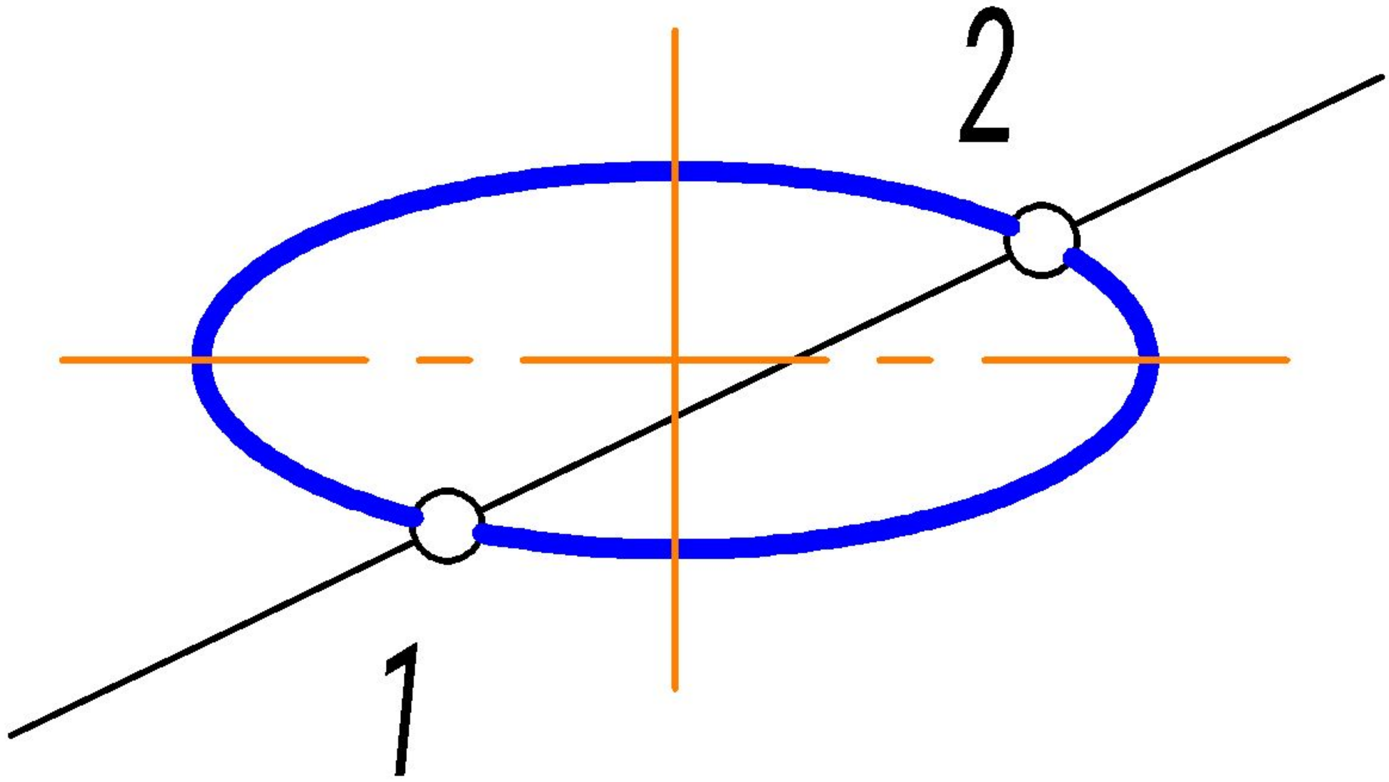
Графический признак скрещивающихся прямых: точки пересечения одноименных проекций прямых никогда не находятся на одной линии связи.



Комплексный чертеж кривых линий

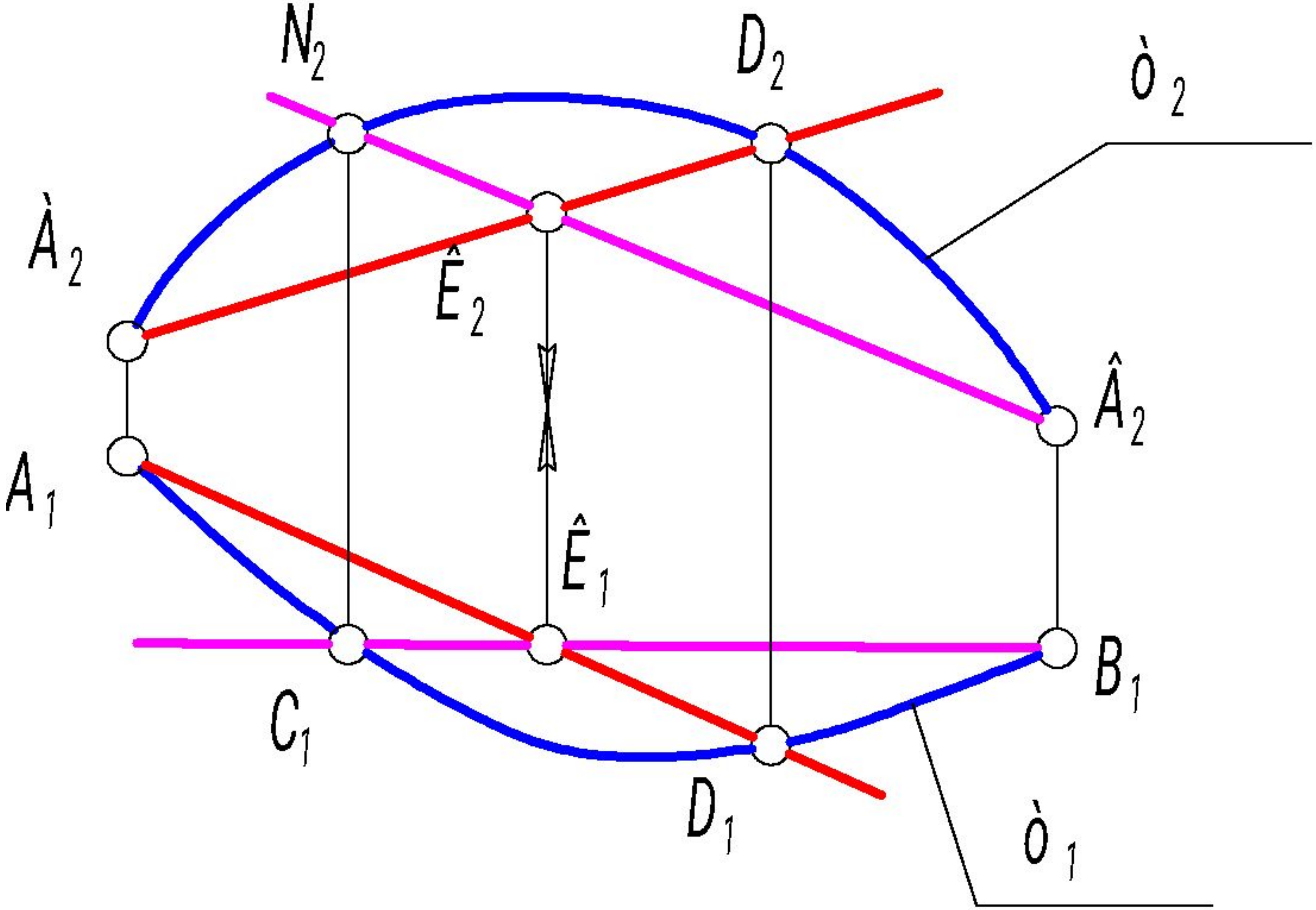
- Если все точки кривой расположены в одной плоскости, то такую кривую называют плоской кривой линией (например эллипс, окружность).
- Если все точки кривой невозможно совместить с одной плоскостью, то такую кривую называют **пространственной** (винтовая линия).
- Если существует математическое уравнение, описывающее движение точки, то кривую называют **закономерной**. Аналитически закономерные линии подразделяются на алгебраические и трансцендентные. Примером алгебраических кривых служат кривые второго порядка (эллипс, парабола, гипербола). К трансцендентным линиям относят графики тригонометрических функций (синусоида, косинусоида), эвольвента, циклоида.

Порядок алгебраической кривой равен степени ее уравнения или определяется графически, т.е. числом точек ее возможного пересечения с произвольной прямой.



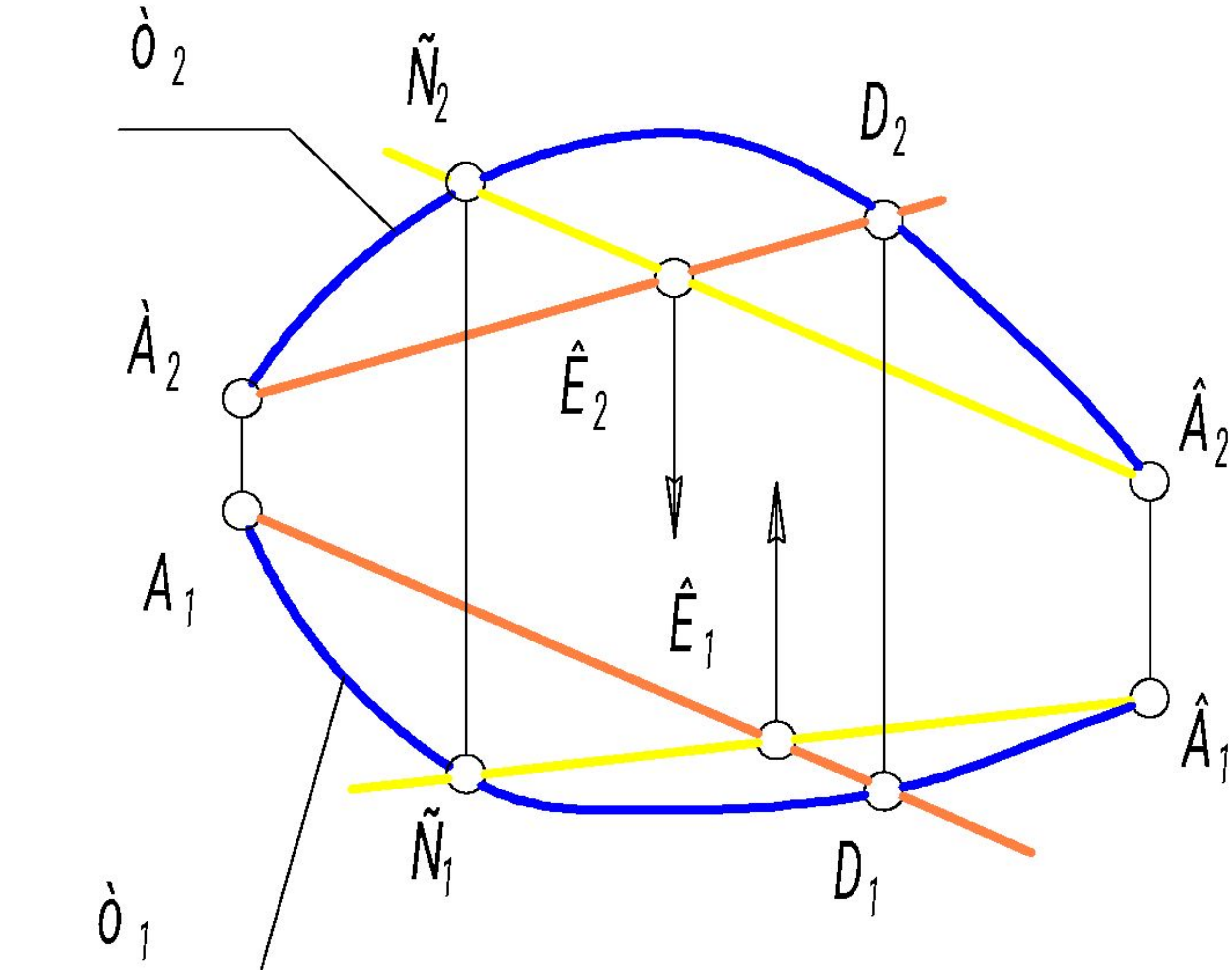
Метод хорд

- 1. Если хорды пересекаются (графически это видно на рис. 1-47, когда *К1, К2* - точки пересечения проекций хорд лежат на одной линии связи), то через пересекающиеся прямые можно провести плоскость, а это значит, что они образуют плоскость, в которой лежит заданная кривая. Значит, кривая линия - плоская.



$Ñ_2$
D_2
$ò_2$
$À_2$
$Ê_2$
$Â_2$
A_1
$Ê_1$
B_1
C_1
D_1
$ò_1$

2. Хорды не пересекаются, а скрещиваются (графически это видно на рис. 1-48, когда *К1, К2* - точки пересечения проекций хорд не лежат на одной линии связи), значит кривая линия - пространственная.

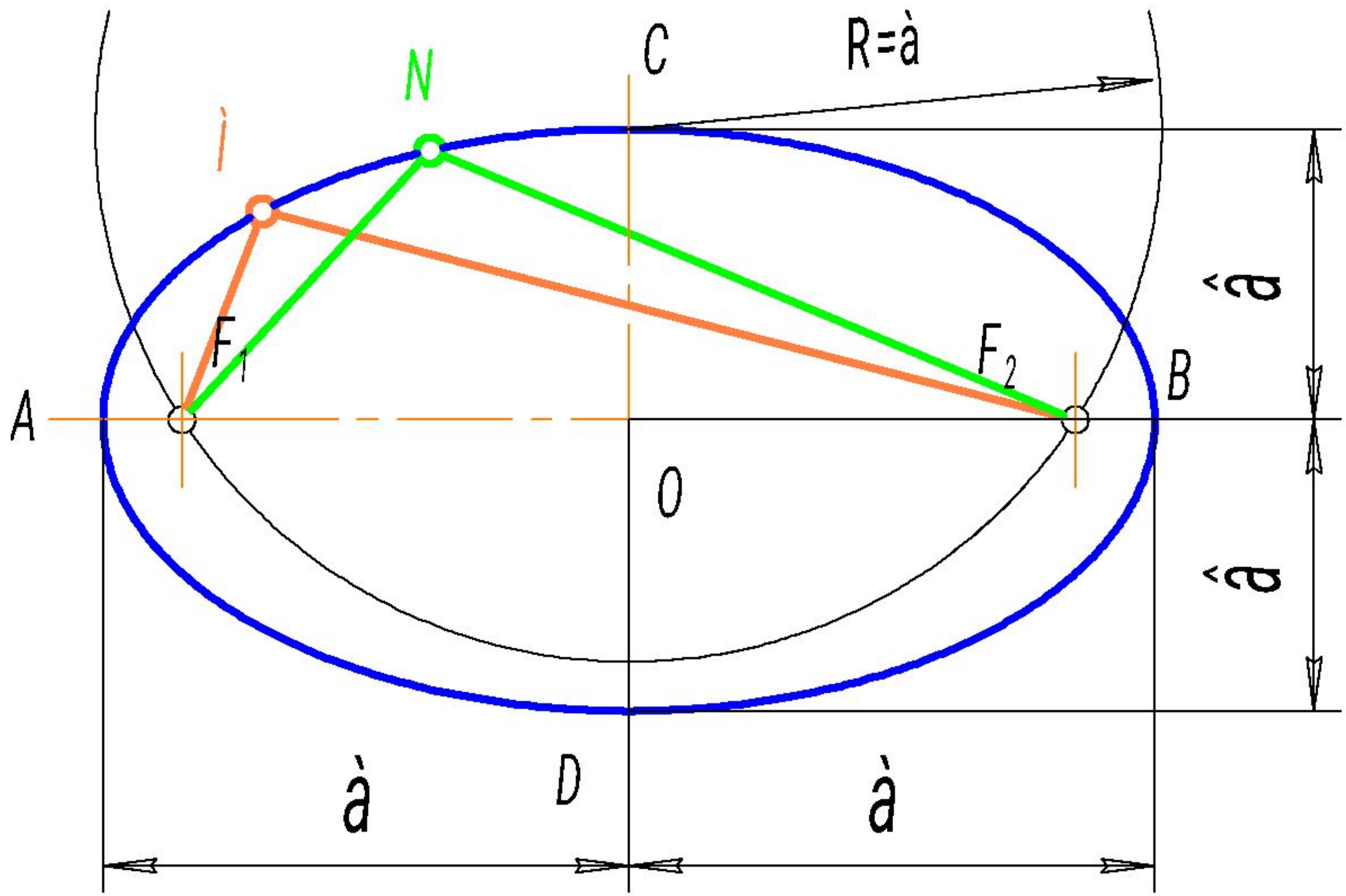


Свойства проекций кривых линий

1. Проекцией кривой линии является кривая линия (в общем случае).
2. Касательная к кривой проецируется в касательную к ее проекции.
3. Несобственная точка кривой проецируется в несобственную точку ее проекции.
4. Порядок кривой (только для алгебраических кривых) в проекциях не изменяется.
5. Число точек пересечения кривой сохраняется при проецировании.

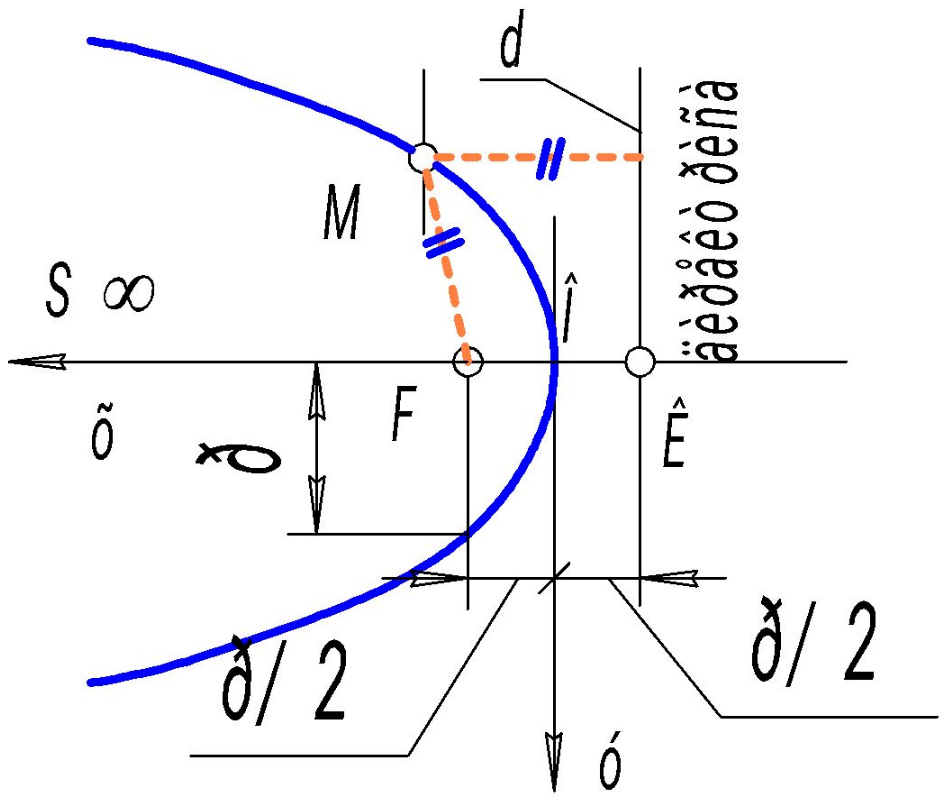
Эллипс

Эллипс - это все множество точек, сумма расстояний от каждой из которых до двух данных точек (фокусов) есть величина постоянная, равная 2*a*.

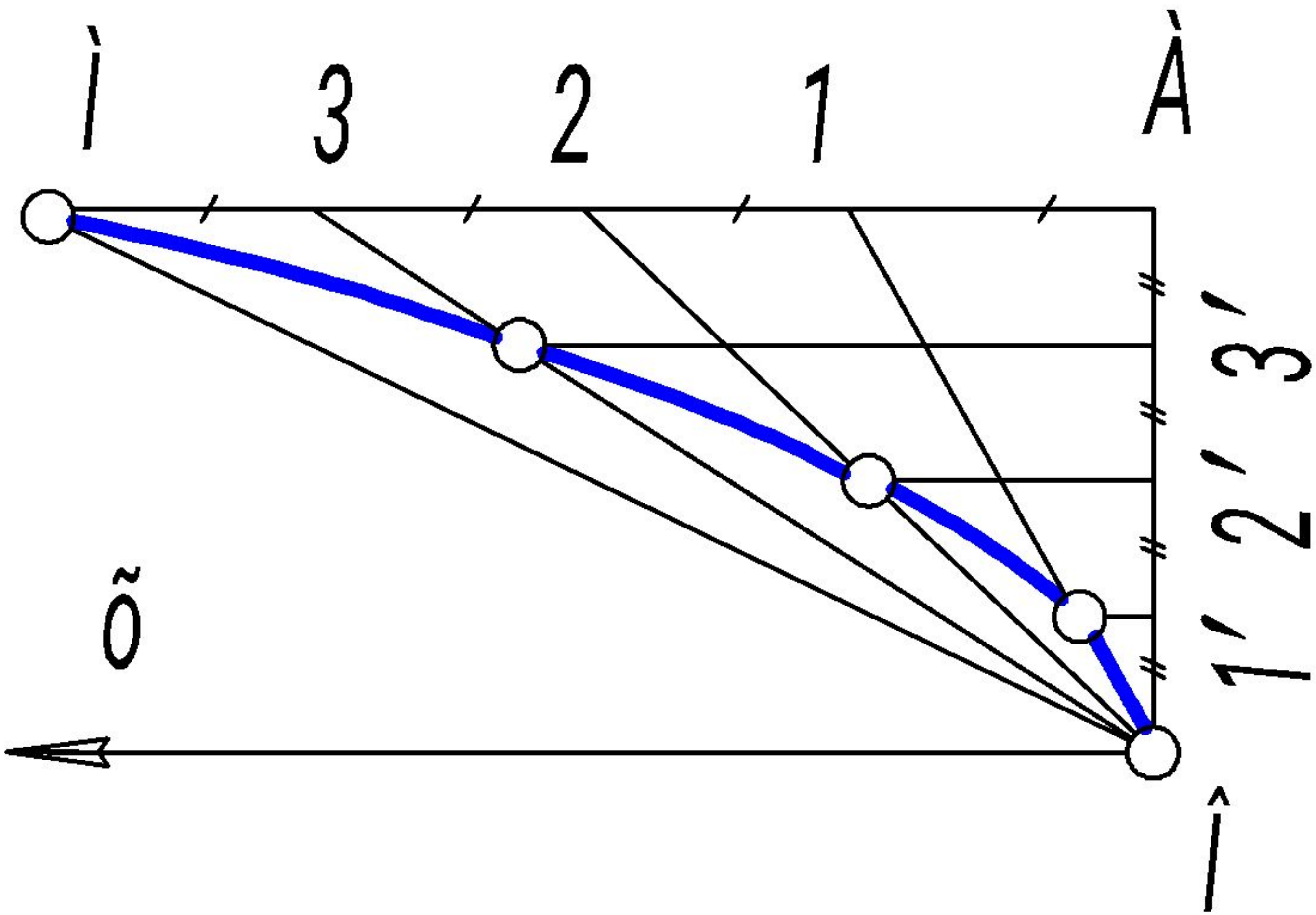


Парабола

Парабола обладает одной осью и имеет две вершины: *O* - собственная точка и *S* ∞ - несобственная точка (парабола имеет одну несобственную точку), *F* - фокус и *P* - параметр параболы Парабола - это все множество точек, равноудаленных от прямой *d* (директрисы) и данной точки *F* (фокуса)



Если требуется построить параболу по заданной вершине *O*, оси *X* и точки *M*, то строится прямоугольный треугольник - *OAM*

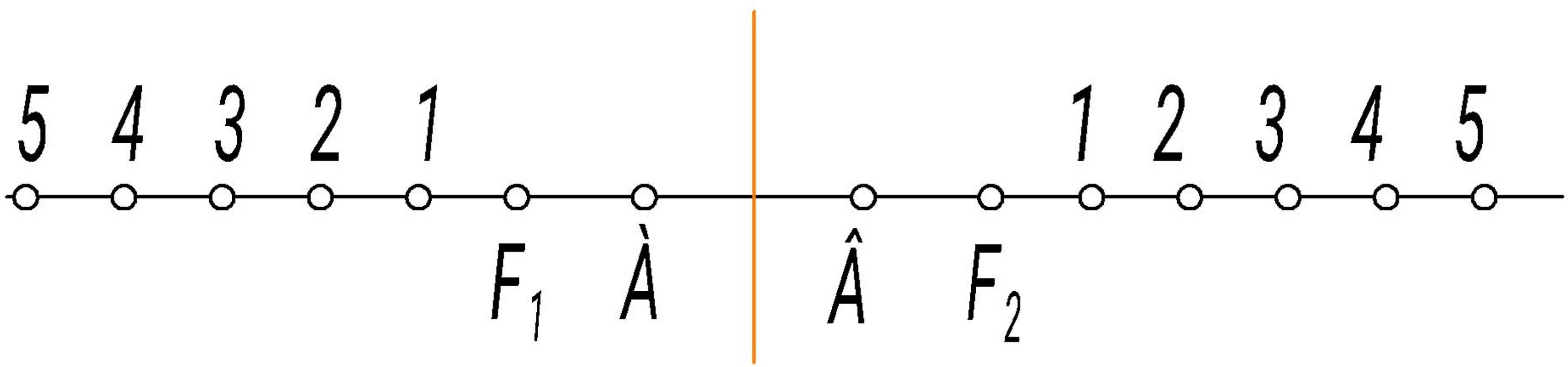


Гипербола - разомкнутая кривая, состоящая из двух симметричных ветвей; она имеет две оси симметрии - действительную (ось - *x*) и мнимую (ось - *y*). Асимптоты - это прямые, к которым ветви гиперболы неограниченно

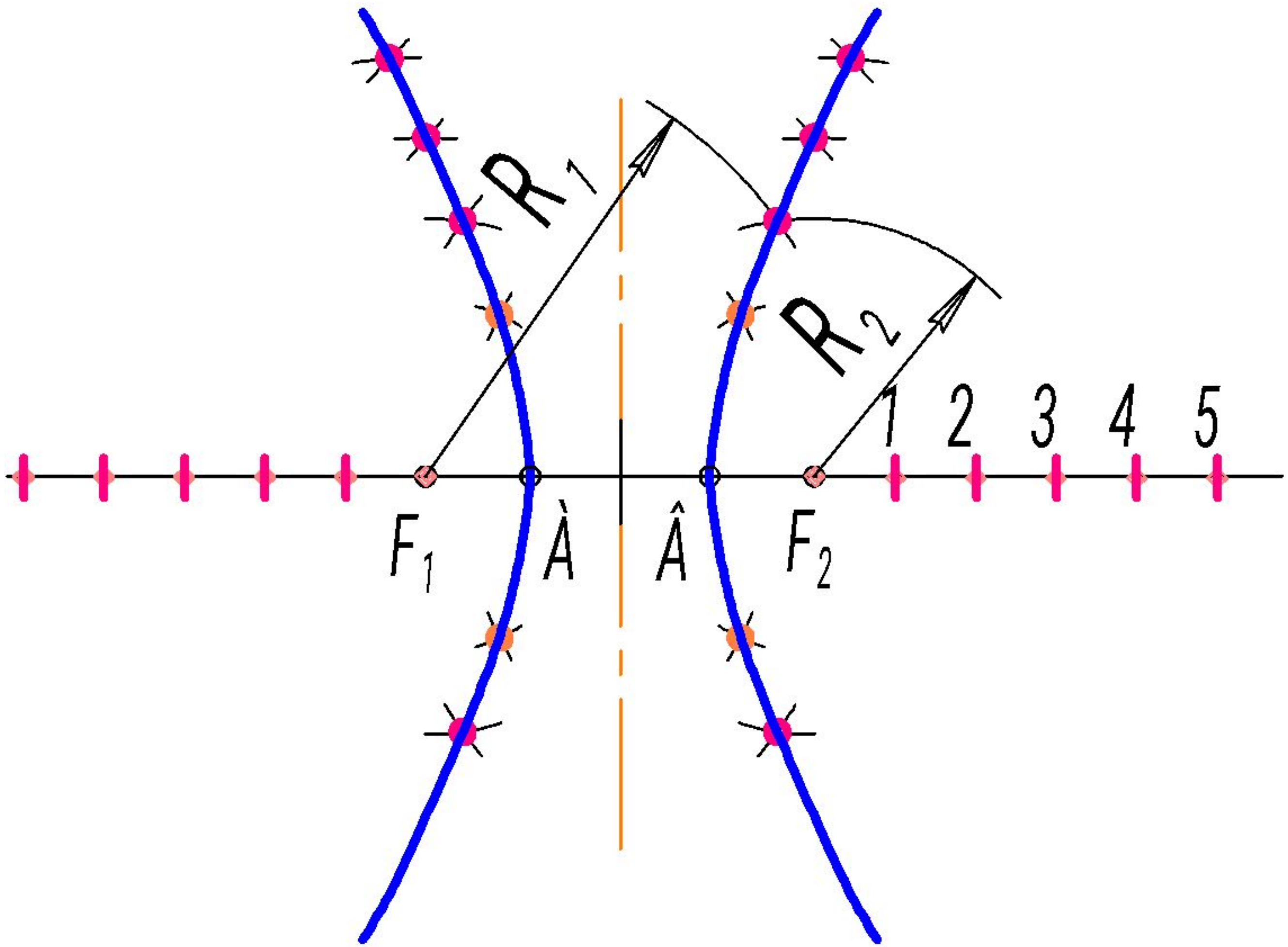
приближаются при удалении в бесконечность

- Точки *A* и *B* - вершины гиперболы.
- F_1 и F_2 - фокусы гиперболы
- $|MF_1| - |MF| = |NF_1| - |NF_2| = const = 2a$
- Расстояние между F_1 и F_2 равняется сумме $(a_2 + в_2)$

Построение гиперболы, если заданы вершины *A* и *B* и фокусы F_1 и F_2



Точки - *1, 2, 3, 4, 5* - ряд произвольно взятых точек. Из фокусов F_1 и F_2, как из центров, проводят дуги, радиусами которых служат расстояния от вершин *А* и *В* до точек *1, 2, 3, 4, 5* и т.д.. R_2 = *В1, В2, В3, В4, В5* R_1 = *А1, А2, А3, А4, А5*

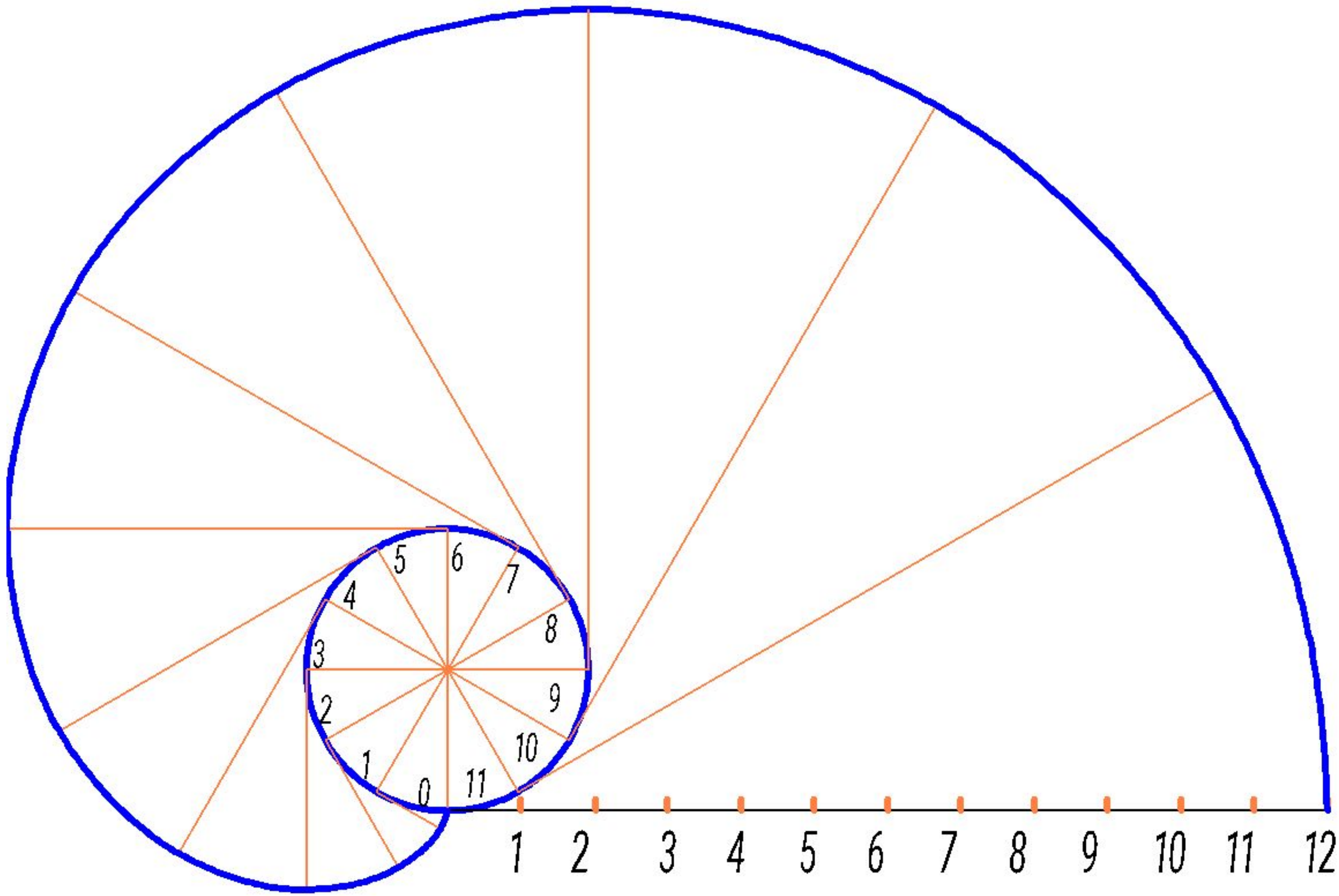


Эвольвента

- Эвольвента (развертка окружности)- эта лекальная кривая широко применяется в технике. Например, форма боковой поверхности зуба зубчатых передач, называемая профилем зуба, очерчивается по эвольвенте.

Алгоритм построения

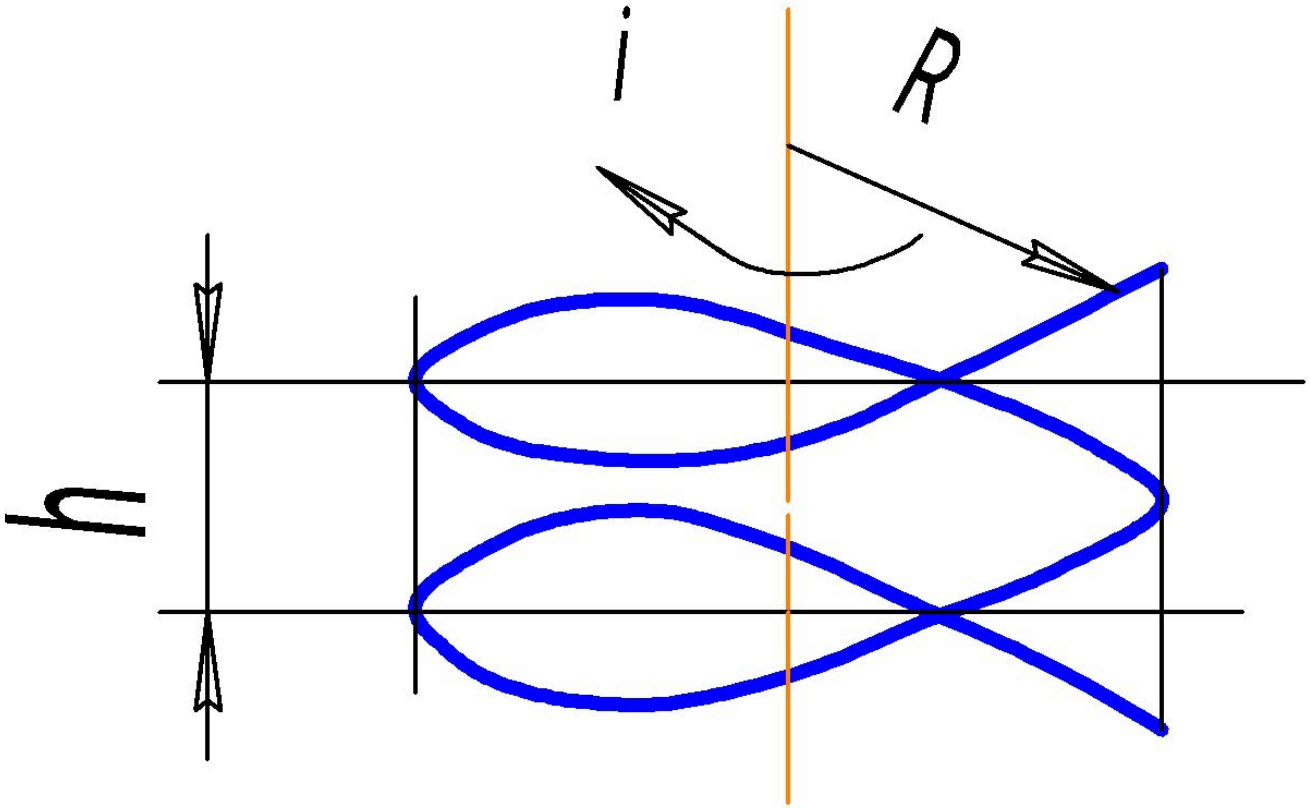
1. Окружность разделить на 12 частей.
2. В точках деления провести касательные к окружности направленные в одну сторону
3. На касательной, проведенной через последнюю точку, откладывают отрезок равный, $2\pi R$, и делят на 12 частей.
5. На первой касательной откладывают 1/12 отрезка на второй 2/12 и т.д.


0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

Цилиндрическая винтовая линия

- Цилиндрическая винтовая линия образуется вращением точки вокруг некоторой оси с одновременным поступательным движением вдоль этой же оси.

i - ось винтовой линии
R - радиус вращения
h - шаг, определяет расстояние между двумя смежными витками.



Алгоритм построения

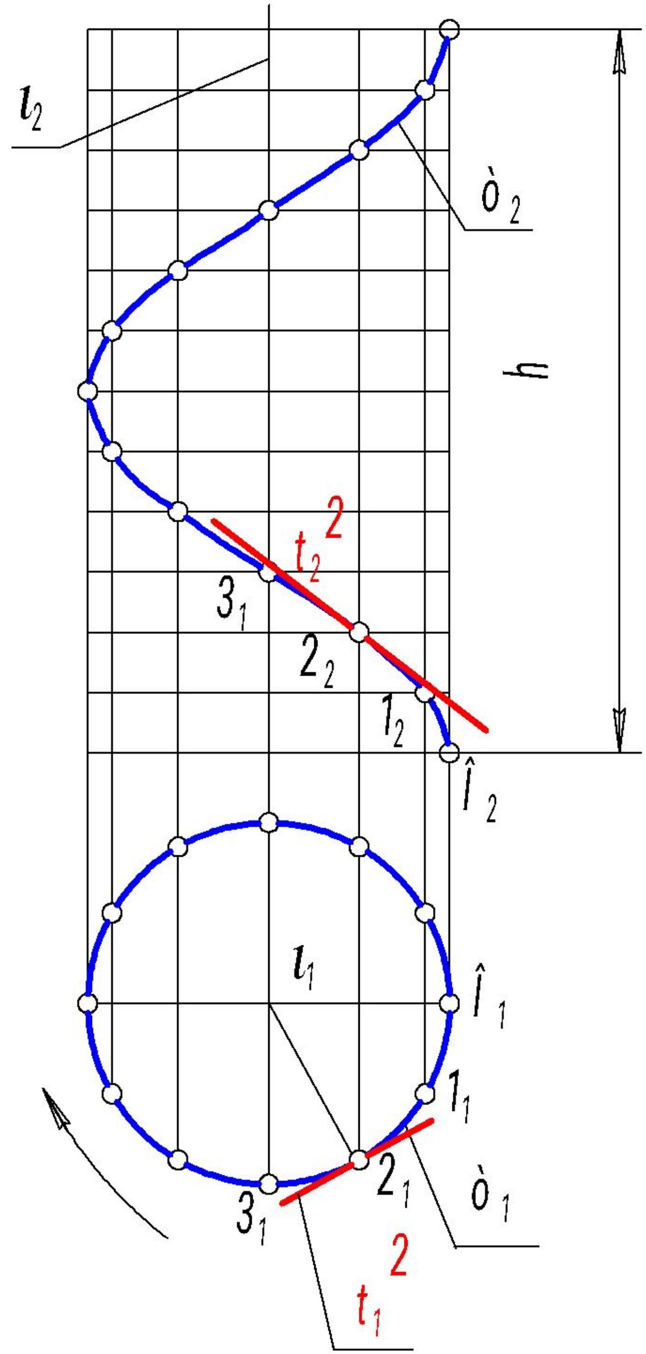
1. Горизонтальную проекцию (окружность) делить на 12 частей.

2. Делить принятое значение шага (*h*) на 12 частей.

3. Определить нулевое положение точки $O(O_1$ и $O_2)$

4. Фронтальные проекции точек находятся как точки пересечения одноименных горизонтальных и вертикальных прямых, проведенных через точки деления.

- m_1 - окружность
- m_2 - синусоида
- Винтовую линию называют правой, если точка поднимается вверх и вправо по мере удаления от наблюдателя и левой, если точка поднимается вверх и влево по мере удаления от наблюдателя.
- $\boldsymbol{t^2}$ - касательная к винтовой линии в точке $2\ (2_1,\ 2_2)$



l_2
$\grave{o}_2$
h
t_2
2
3_1
2_2
1_2
$\hat{I}_2$
l_1
$\hat{I}_1$
1_1
2_1
$\grave{o}_1$
3_1
2
t_1