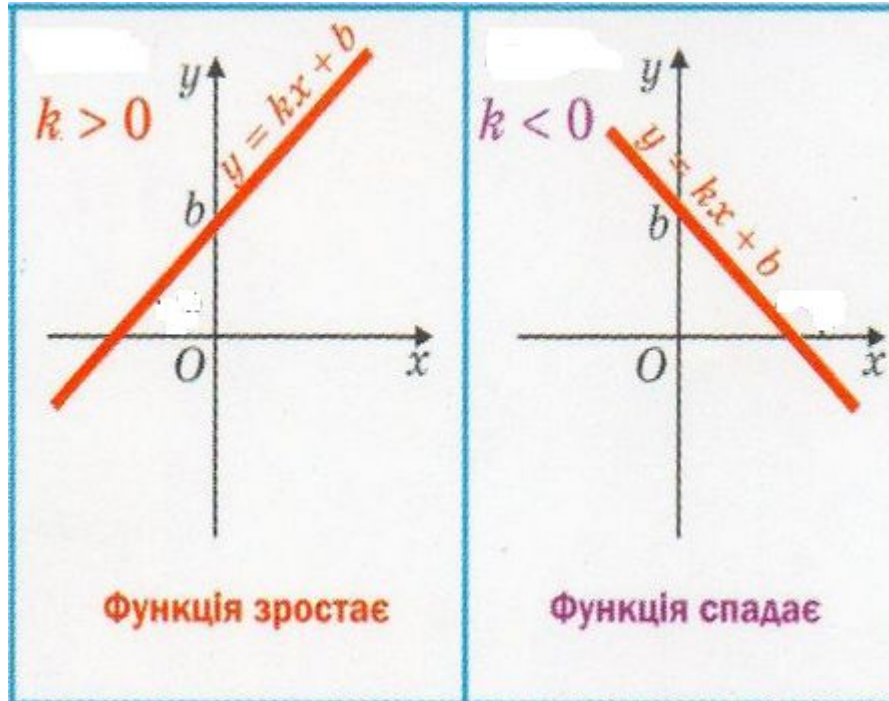


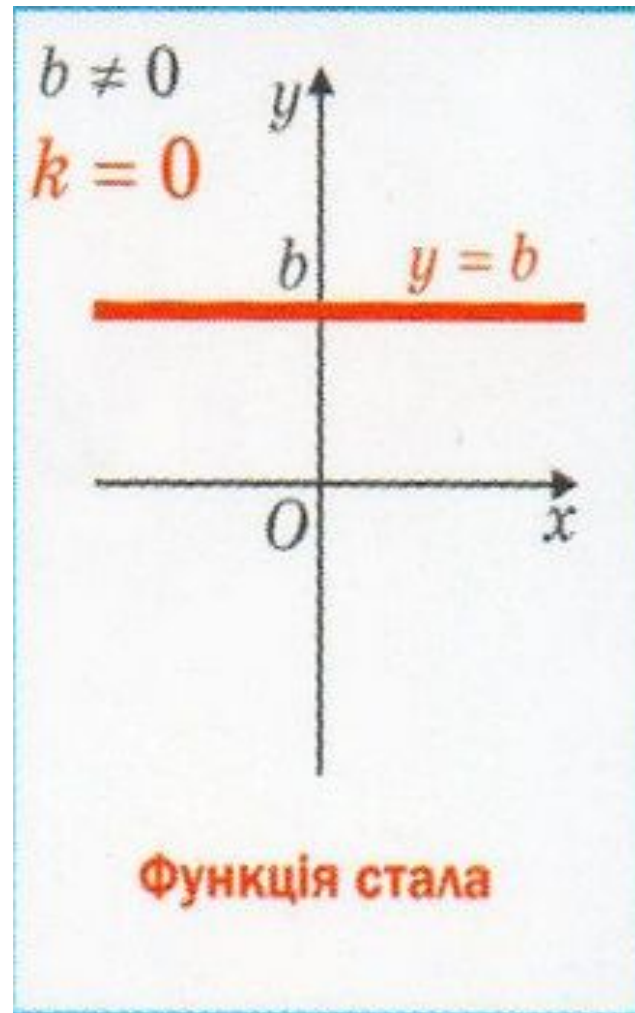
# **Класифікація елементарних функцій**

# 1. Лінійна функція $y=kx+b$



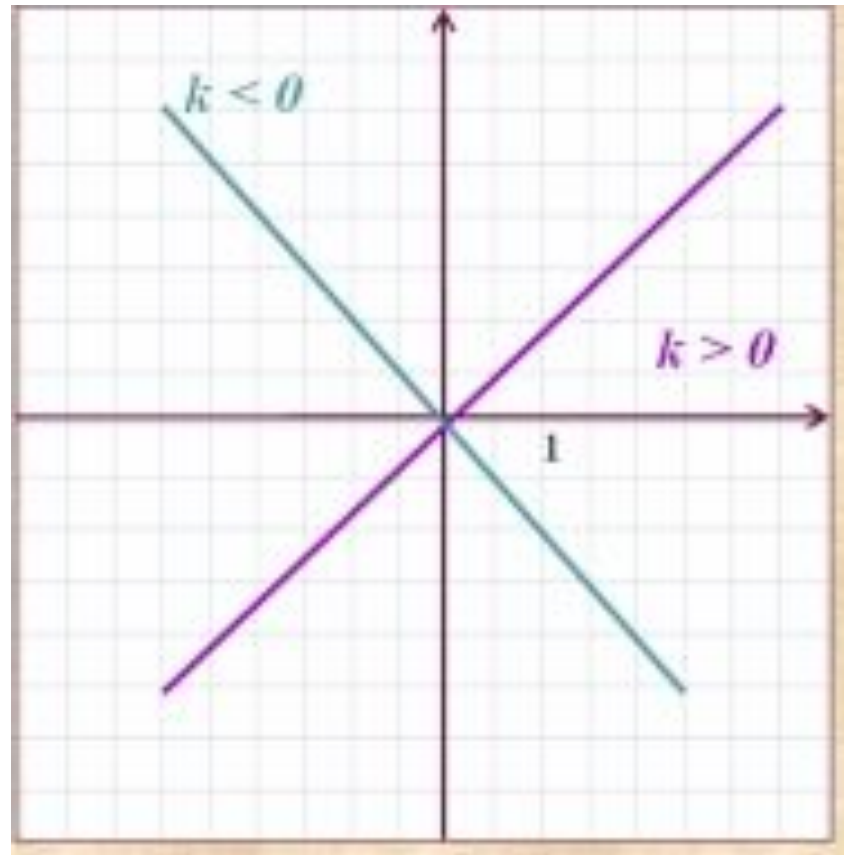
- **Властивості:**
- 1.  $D(y) \in R$  ,  $E(y) \in R$
- 2.  $k > 0$  - зростає,  $k < 0$  - спадає.
- 3. Функція загального вигляду.

$k=0$ :  $y = b$  (стала функція)



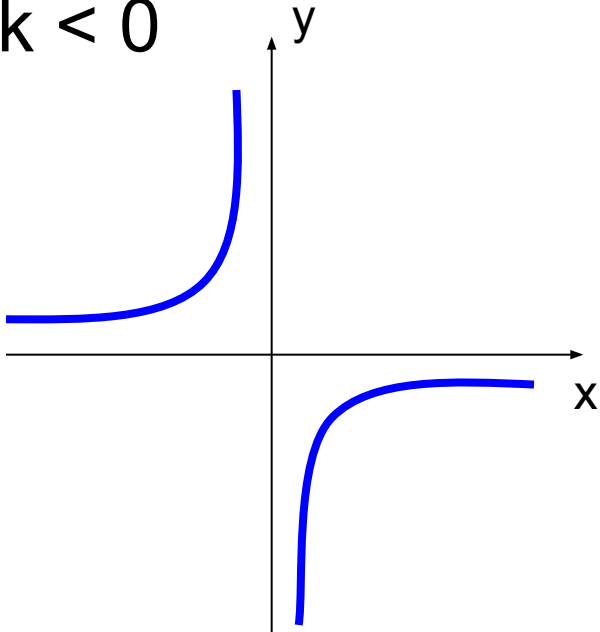
# $b=0: y=kx$ (пряма пропорційність)

- **Властивості:**
- 1. Пряма проходить через початок координат
- 2. Непарна
- 3.  $k>0$  - зростає,  
 $k<0$  - спадає

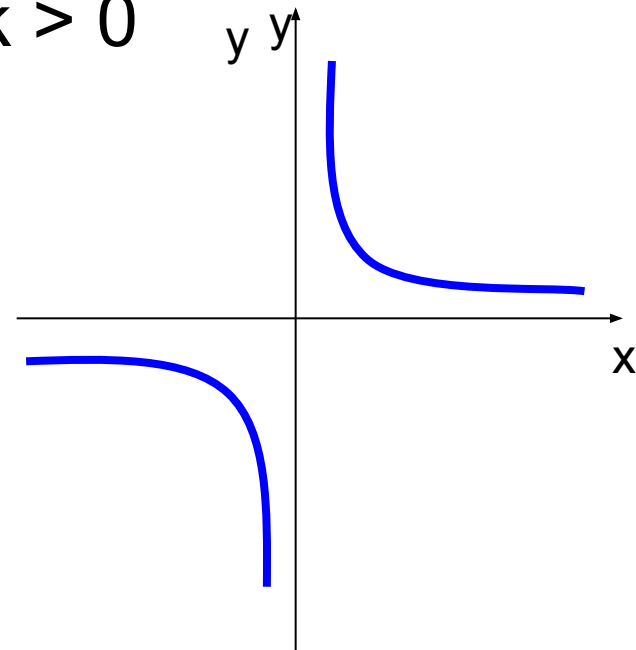


## 2) **Обернена пропорційність** $y = \frac{k}{x}$

$k < 0$



$k > 0$



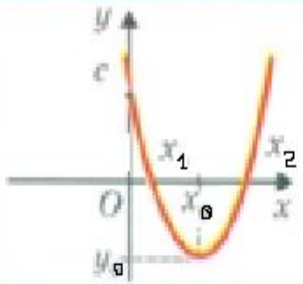
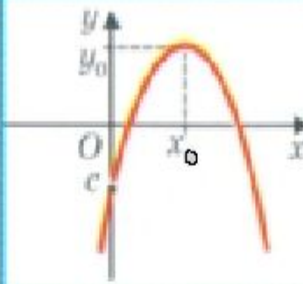
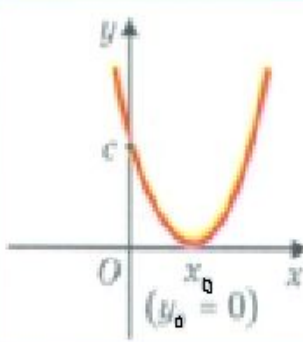
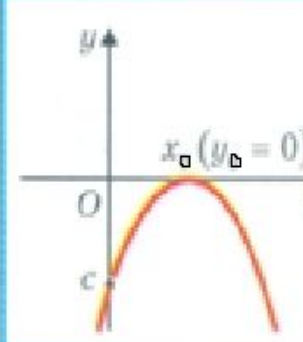
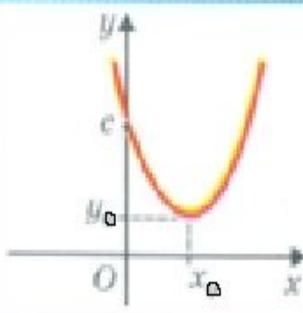
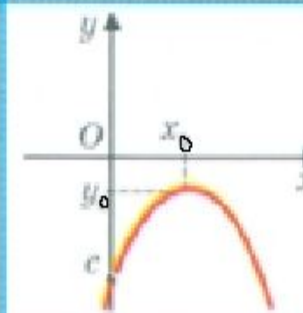
- **Властивості**

- 1.  $D(y) \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
- 2.  $E(y) \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
- 3. Функція непарна.
- 4. Спадна ( $k > 0$ ), зростаюча ( $k < 0$ ).

Графік називається *гіперболою*.

# 3) Квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$

$$a \neq 0$$

	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$ Графік перетинає вісь $Ox$ у двох точках		
$D = 0$ Графік дотикається до осі $Ox$		
$D < 0$ Графік не перетинає вісь $Ox$		

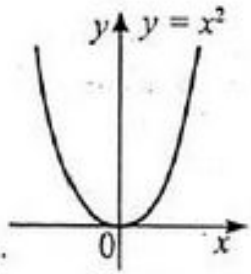
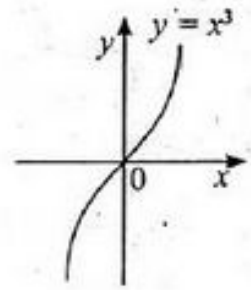
## Властивості

1.  $D(y) \in (-\infty; \infty)$
2. Ф-я загального вигляду.
3. Кусково-монотонна.
4. При  $a > 0$  вітками направлена вгору, при  $a < 0$  -донизу.
5. Вершина параболі:

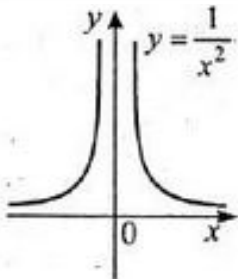
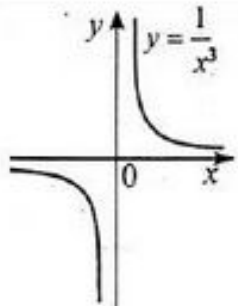
$$x_0 = -\frac{b}{2a}, \quad y_0 = y(x_0)$$

# 4) Степенева функція $y = x^n$

- 1)  $n$  - натуральне ( $n \in \mathbb{N}$ )

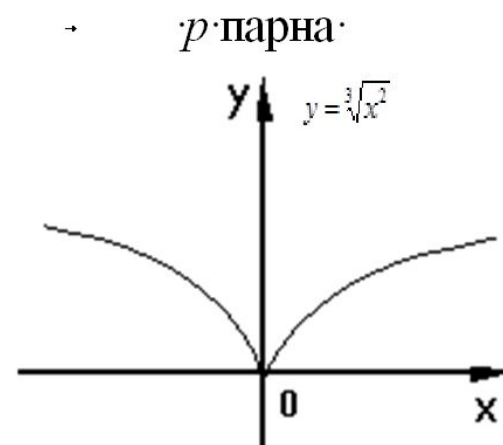
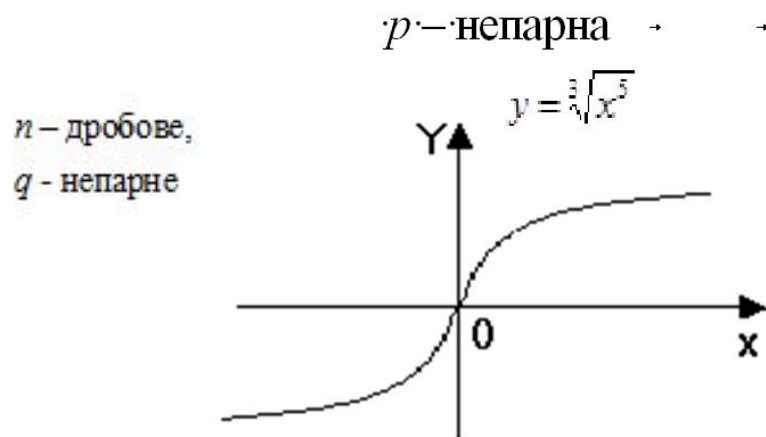
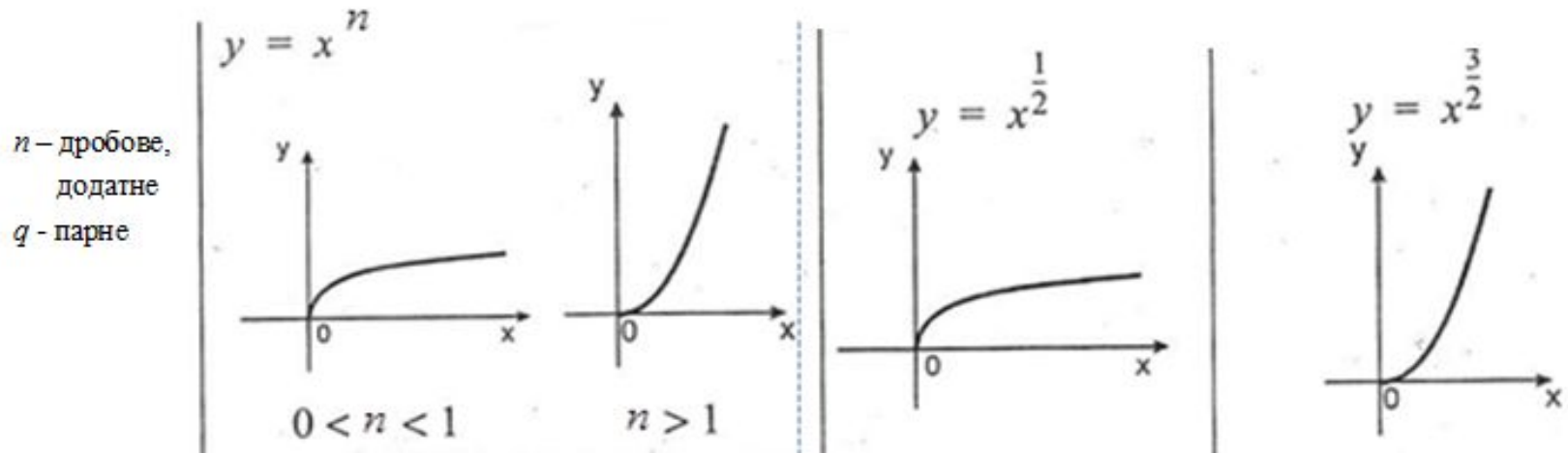
№ з/П	$p$	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність (непарність)	Зростання (спадання)
1	$n$ - парне $n = 2k,$ $k \in \mathbb{N}$		$\mathbb{R}$	$[0; +\infty)$	парна	спадає, якщо $x \in (-\infty; 0]$ ; зростає, якщо $x \in [0; +\infty)$
2	$n$ - непарне $n = 2k + 1,$ $k \in \mathbb{N}$		$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	непарна	зростає

## 2) $n$ – ціле, від'ємне ( $n \in \mathbb{Z}$ )

№ з/п	$n$	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність (непарність)	Зростання (спадання)
3	$n$ – парне $n = -2k,$ $k \in \mathbb{N}$		$x \neq 0$	$(0; +\infty)$	парна	зростає, якщо $x \in (-\infty; 0);$ спадає, якщо $x \in (0; +\infty)$
4	$n$ – непарне $n = -(2k+1),$ $k \in \mathbb{N}$		$x \neq 0$	$y \neq 0$	непарна	спадає на проміжках $(-\infty; 0), (0; +\infty)$

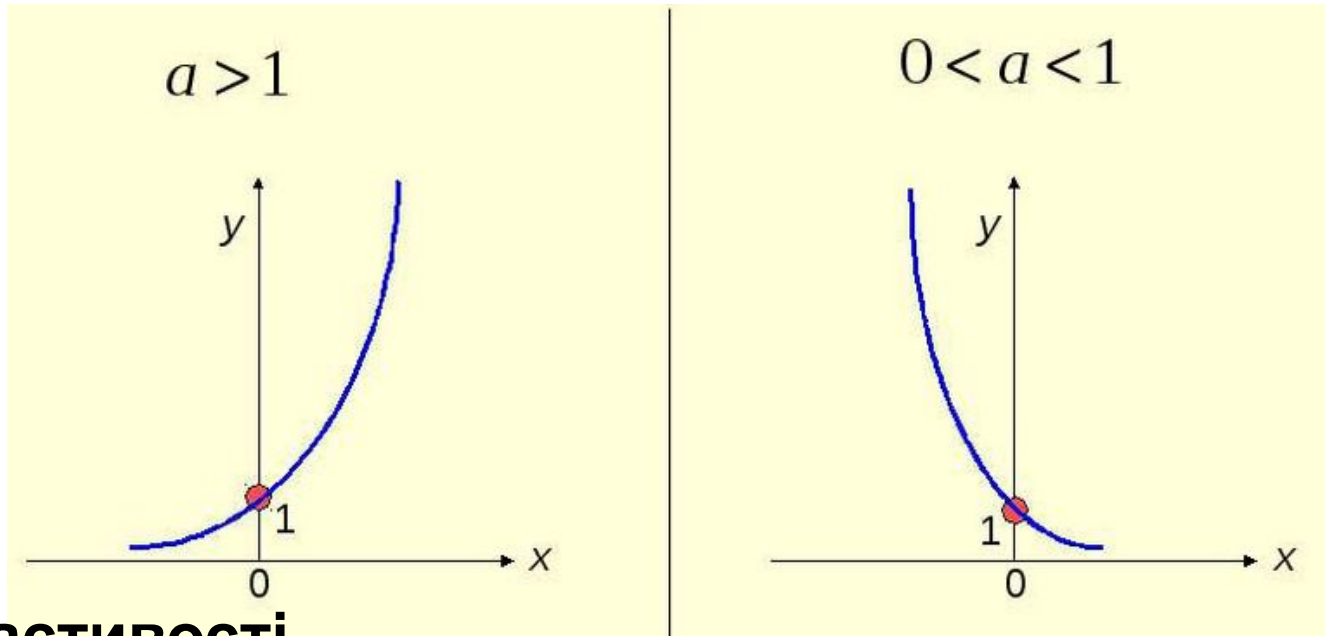


# 3) $n$ – дробове, $n = \frac{p}{q}$



# 5) Показникова функція

$$y = a^x \quad (a > 0, \quad a \neq 1)$$

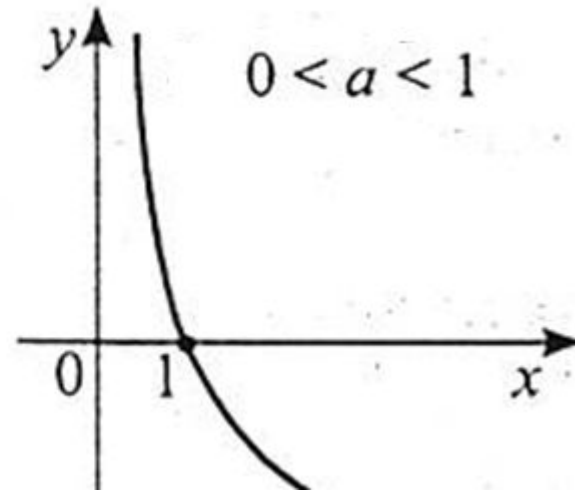
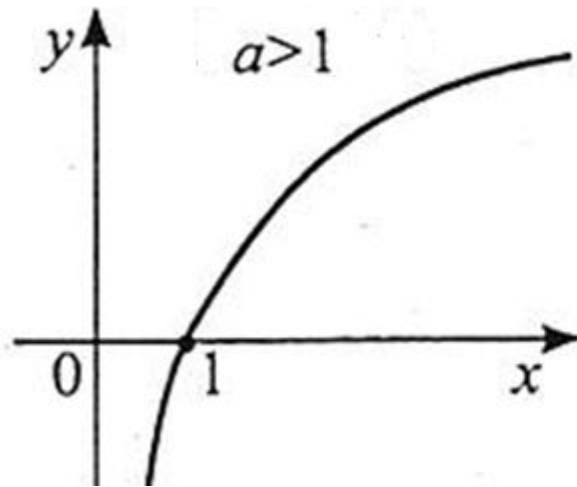


- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in (0; +\infty)$
- 3. Функція загального вигляду.
- 4. Спадна ( $0 < a < 1$ ), зростаюча ( $a > 1$ ).

# 6) Логарифмічна функція

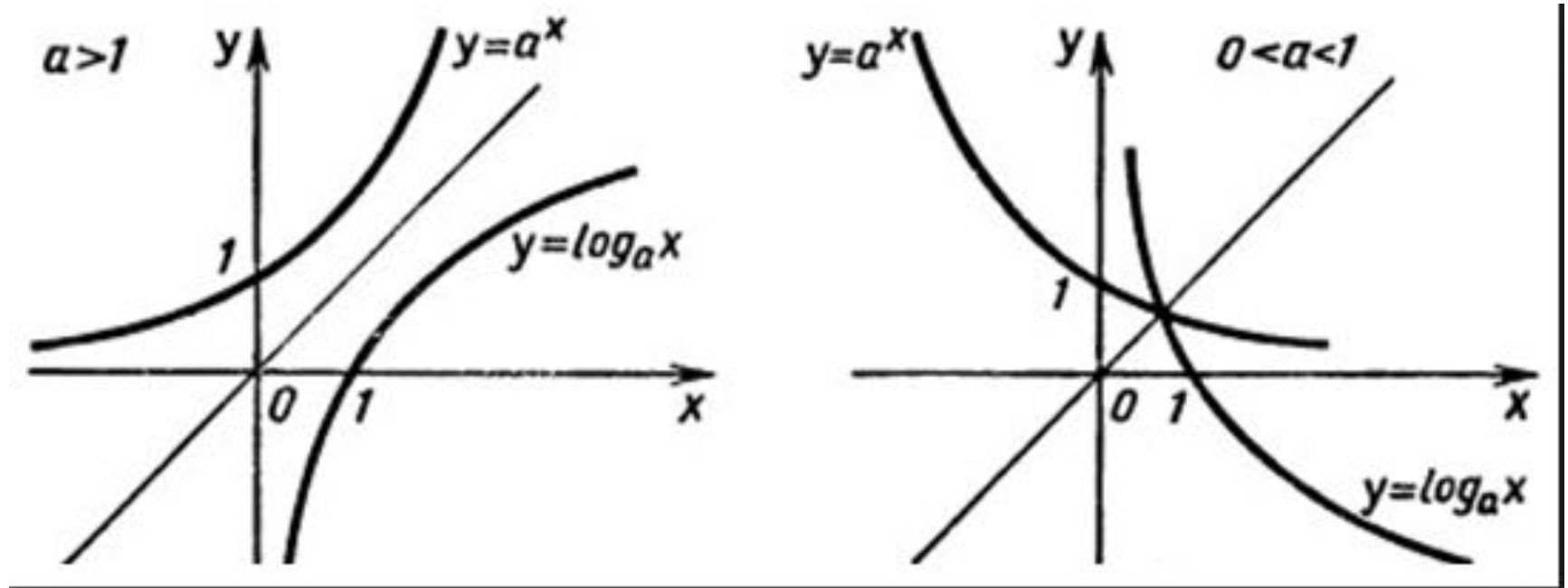
$$y = \log_a x \quad (a > 0, \quad a \neq 1)$$



- **Властивості**

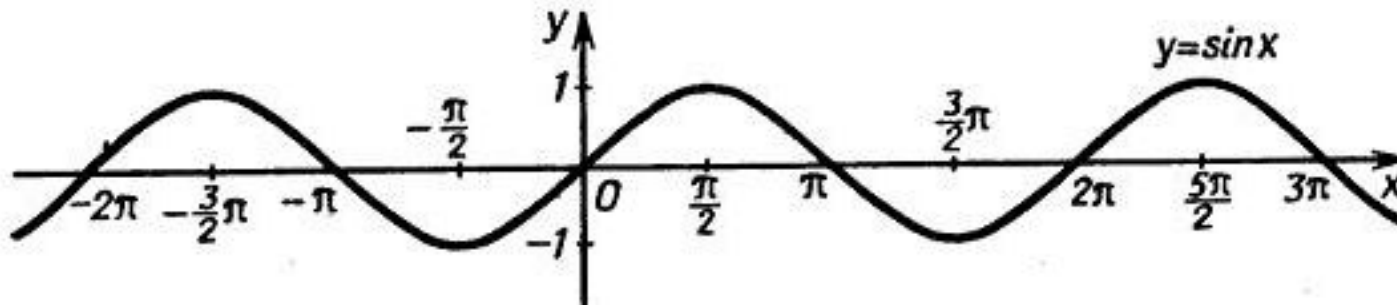
- 1.  $D(f) \in (0; +\infty)$
- 2.  $E(f) \in R$
- 3. Функція загального вигляду.
- 4. Спадна ( $0 < a < 1$ ), зростаюча ( $a > 1$ ).

Логарифмічна функція є оберненою до показникової. Тому їхні графіки симетричні відносно бісектриси I та III кутів



# 7) Тригонометричні функції

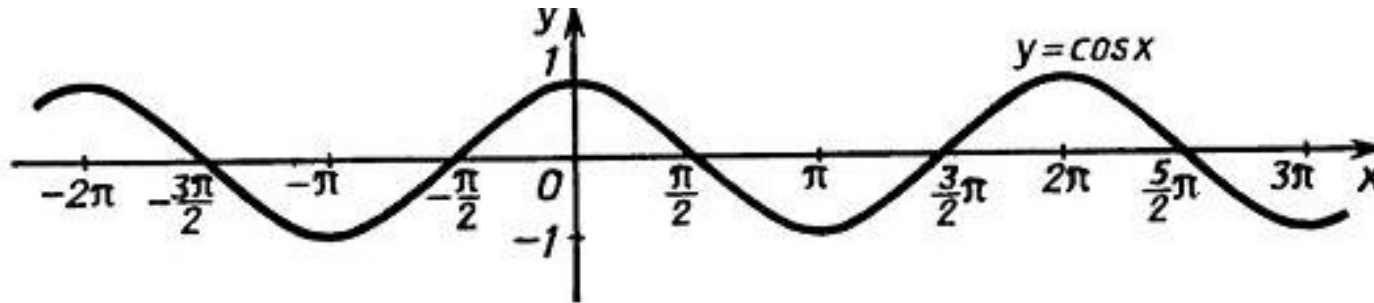
a)  $y = \sin x$



## • Властивості

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in [-1; 1]$
- 3. Непарна:  $\sin(-x) = -\sin x$
- 4. Спадна  $\left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right]$
- 5. Зростаюча  $\left[ -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right]$
- 5. Період  $T = 2\pi$

б)  $y = \cos x$



- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in [-1; 1]$
- 3. Парна:  $\cos(-x) = \cos x$
- 4. Спадна  $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$
- Зростаюча  $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$
- 5. Період  $T = 2\pi$

- В)  $y = \operatorname{tg} x$

- **Властивості**

- 1.  $D(f) = R / x = \frac{\pi}{2} + \pi k$

- 2.

$$E(f) = R$$

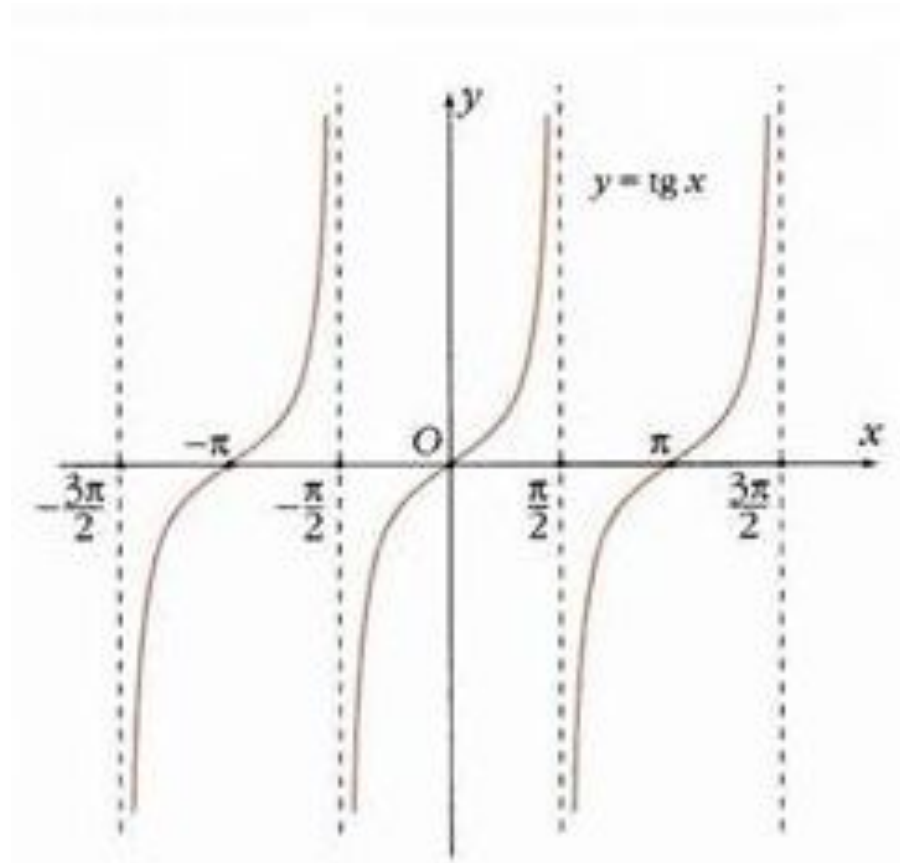
- 3. Непарна:

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}x$$

- 4. Зростаюча

- 5. Період

$$T = \pi$$



- г)  $y = ctg x$

- **Властивості**

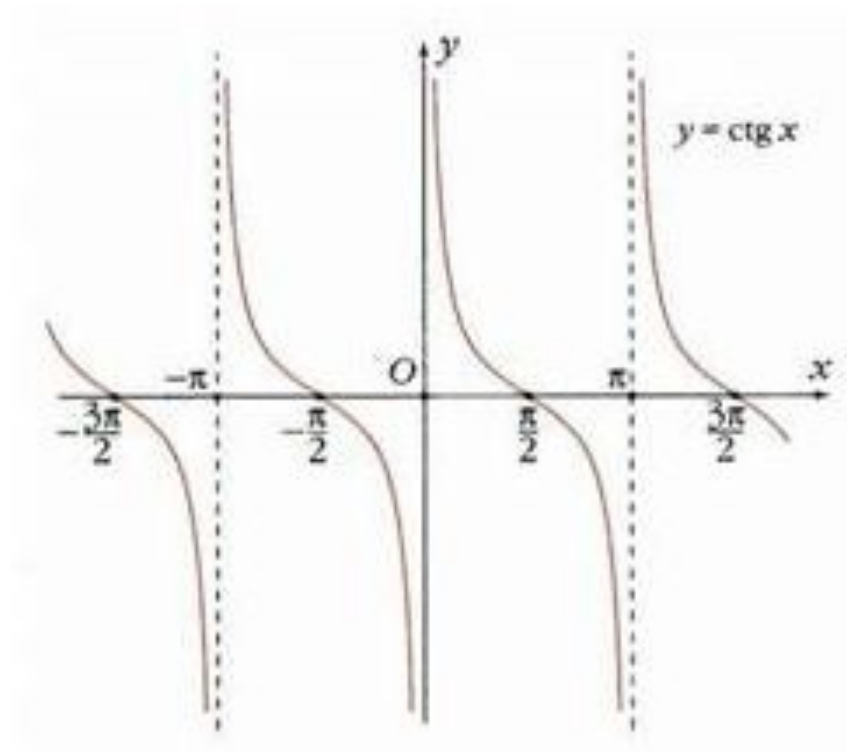
- 1.  $D(f) = R / x = \pi + \pi k$

- 2.  $E(f) = R$

- 3. Непарна:  
 $ctg(-x) = -ctgx$

- 4. Спадає

- 5. Період  
 $T = \pi$





## 8) Обернені тригонометричні функції

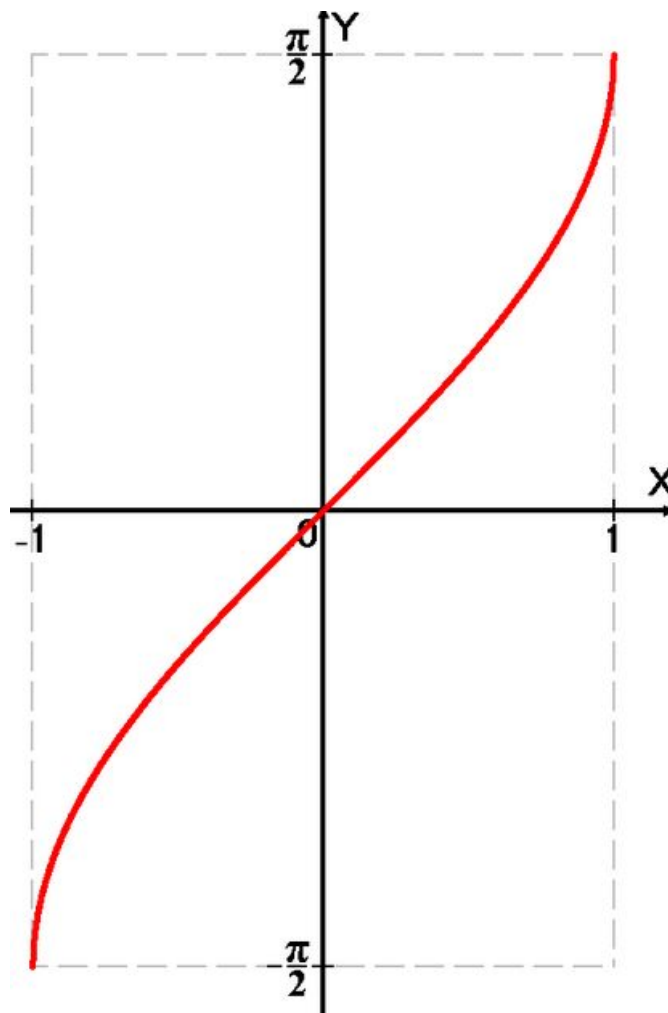
a)  $y = \arcsin x$

- **Властивості**

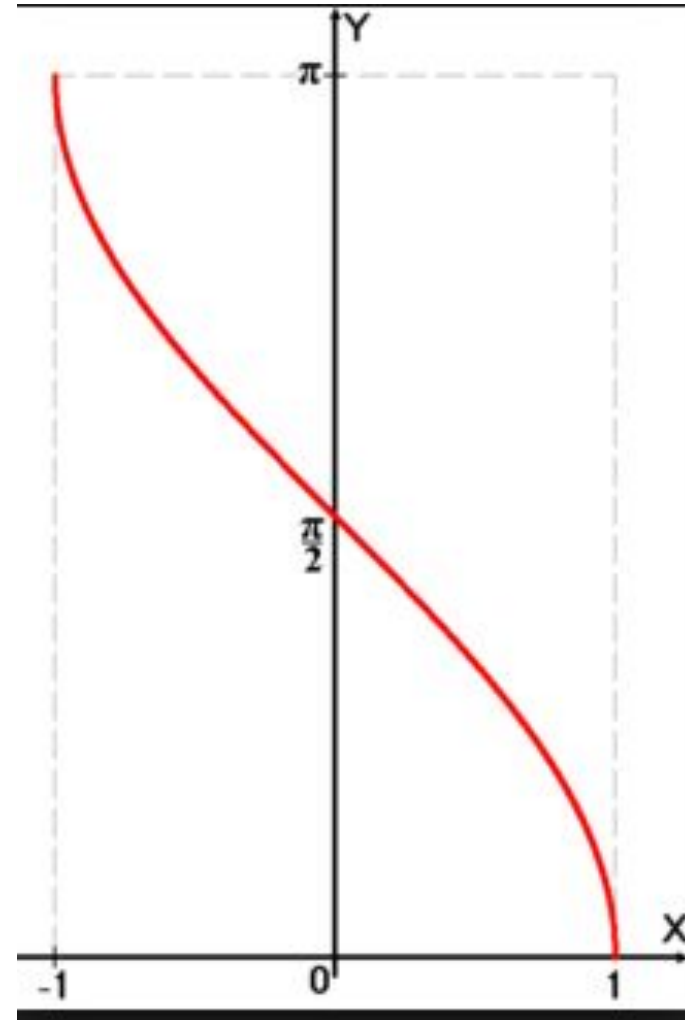
- 1.  $D(f) \in [-1 ; 1]$
- 2.  $E(f) \in [-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}]$
- 3. Непарна:

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

- 4. Зростаюча
- 5. Неперіодична



e)  $y = \arccos x$



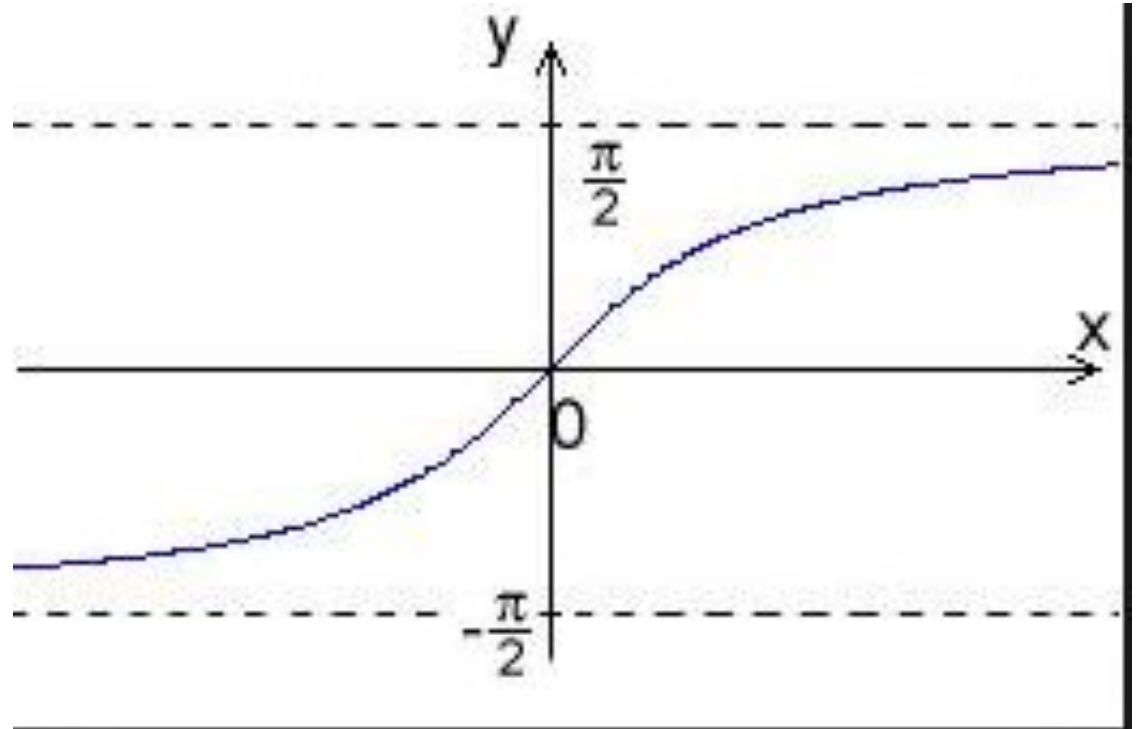
- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in [-1 ; 1]$
- 2.  $E(f) \in [0 ; \pi]$
- 3. Функція загального вигляду:

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

- 4. Спадна
- 5. Неперіодична

б)  $y = \operatorname{arctg} x$



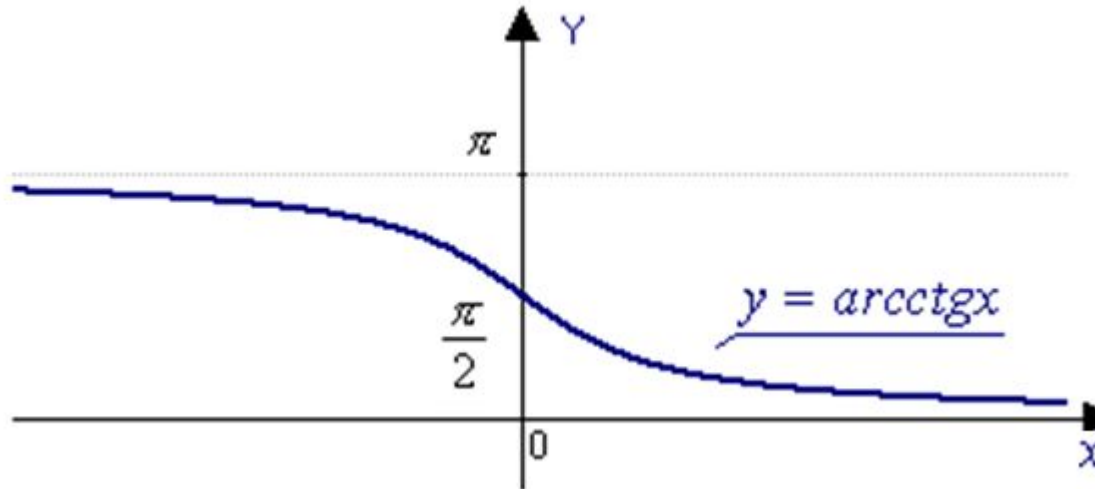
- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$
- 3. Непарна:  $\frac{\pi}{2}$   $\frac{\pi}{2}$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg}x$$

- 4. Зростаюча
- 5. Неперіодична

2)  $y = \operatorname{arcctg} x$



- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in (0; \pi)$
- 3. Функція загального вигляду:

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

- 4. Спадна
- 5. Неперіодична

## 9) Гіперболічні функції

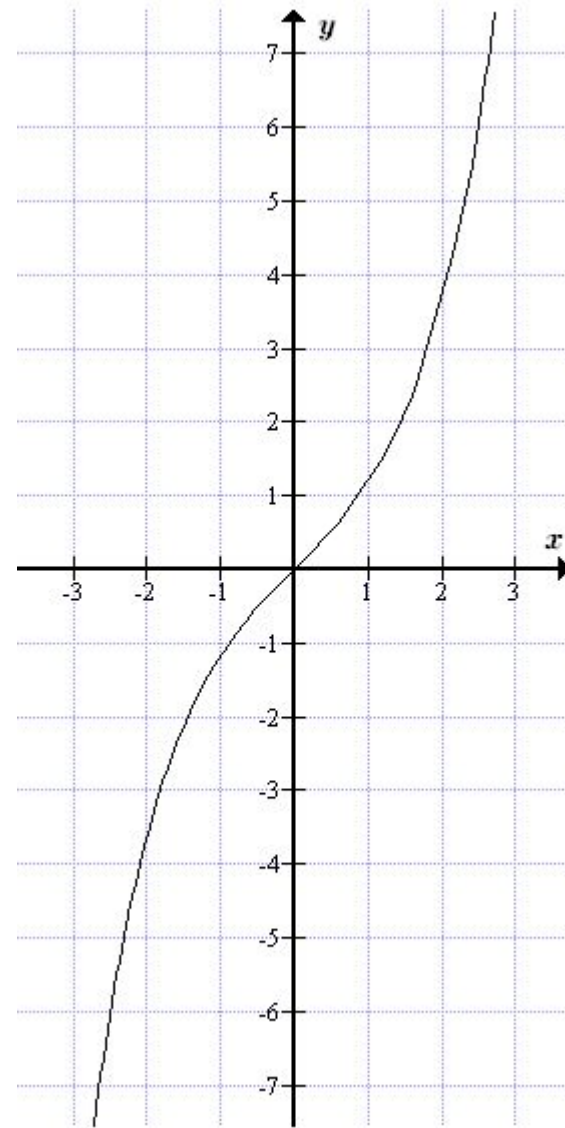
$$a) \quad y = \operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in R$
- 3. Непарна:

$$\operatorname{sh}(-x) = -\operatorname{sh} x$$

- 4. Зростаюча



$$б) \quad y = chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

- **Властивості**

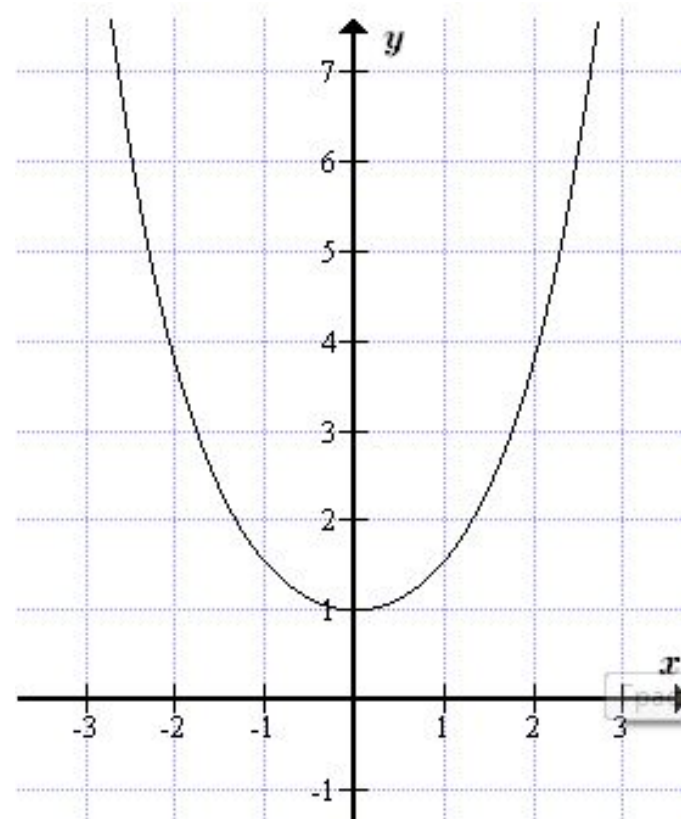
- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in [1; \infty)$
- 3. Парна:

$$ch(-x) = ch x$$

- 4. Кусково-монотонна

Зростає при  $x \in [0; \infty]$

Спадає при  $x \in [-\infty; 0]$



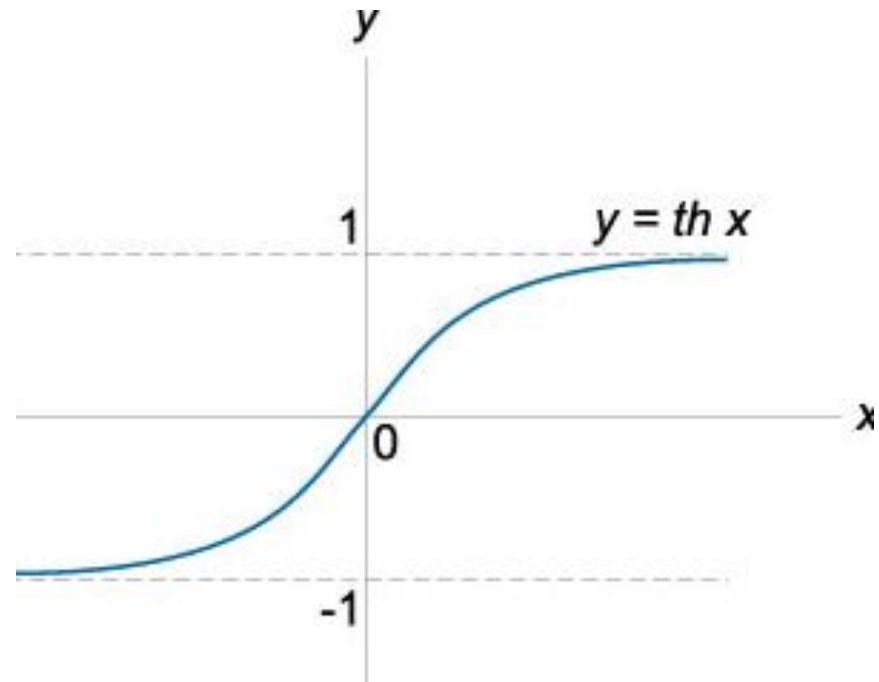
$$в) \quad y = thx = \frac{sh x}{ch x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in R$
- 2.  $E(f) \in (-1; 1)$
- 3. Непарна:

$$th(-x) = -th x$$

- 4. Зростаюча



$$в) \quad y = cthx = \frac{ch x}{sh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

- **Властивості**

- 1.  $D(f) \in (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$
- 2.  $E(f) \in (-\infty; -1) \cup (1; \infty)$
- 3. Непарна:

$$cth(-x) = -cth x$$

- 4. Спадна

