



ЗАДАЧІ НА ВІДСОТКИ

Підготувала вчитель математики

Павлівської загальноосвітньої школи



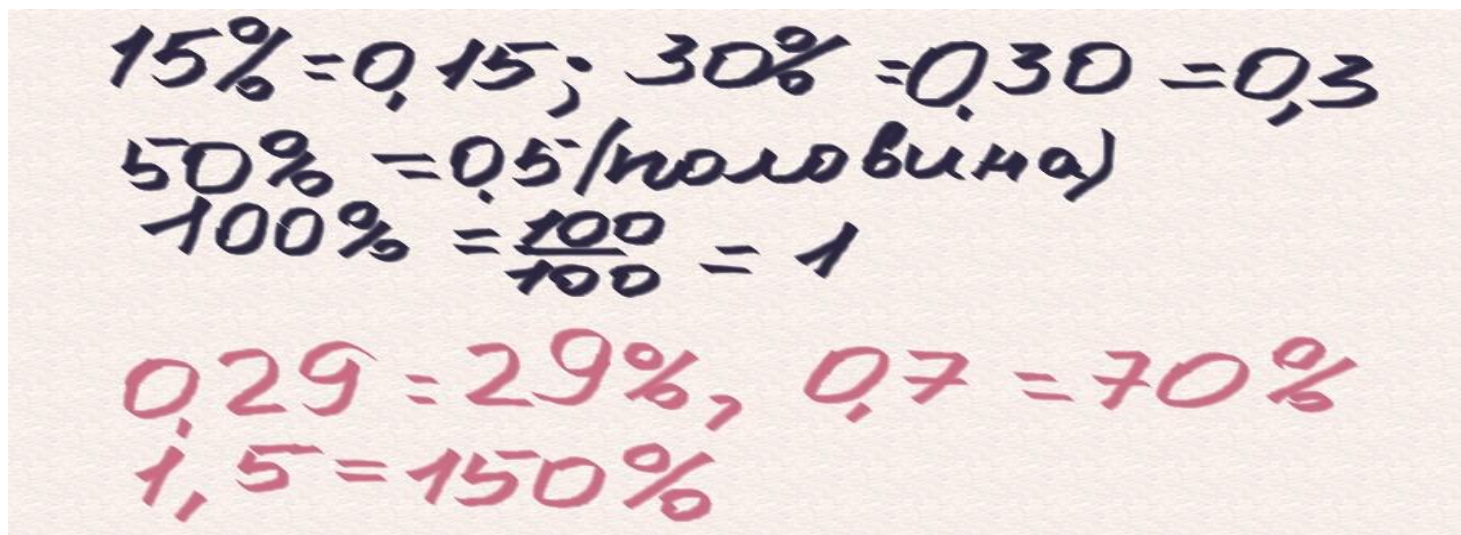
Задорожнюк С. І.

2013 рік

ПОНЯТТЯ ВІДСОТКА

Відсотком (процентом) будь-якого числа називається сота частина цього числа, тобто $1\% = 1/100 = 0,01$.

Слово “процент” походить від латинських слів *pro centum*, що означає “з сотні”



Handwritten mathematical examples of percentage conversions:

$$15\% = 0,15; \quad 30\% = 0,30 = 0,3$$
$$50\% = 0,5 \text{ (половина)}$$
$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$
$$0,29 = 29\%, \quad 0,7 = 70\%$$
$$1,5 = 150\%$$

ТИПИ ЗАДАЧ НА ВІДСОТКИ

Розрізняють три типи задач на відсотки:

- 1) знаходження відсотка від числа;**
- 2) знаходження числа за його відсотком;**
- 3) знаходження відсоткового відношення двох чисел.**

Знаходження відсотка

(дроби, частини)

Від числа

p % числа a дорівнює

$$\frac{a * p}{100} \quad \text{або} \quad a * 0,01p$$

Можна сказати і так: відсоток p % від числа a знаходять **множенням** числа a на відсоток p % (записаний дробом)

Наприклад, 24% числа 325 можна знайти так:

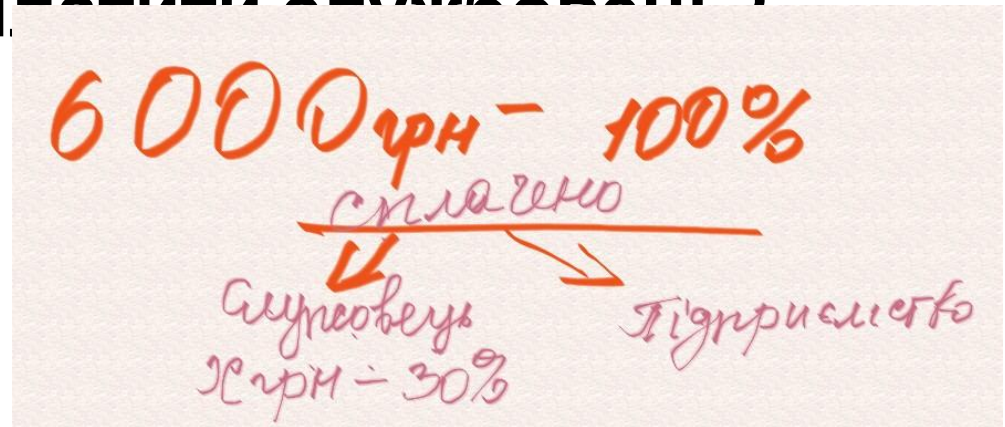
$$325 * 0,24 \quad \frac{325 * 24}{100} \quad \text{або} \quad \text{так:}$$

**Путівка до санаторію коштує 6000 грн.
Службовець купує путівку за 30% її вартості.
Скільки**

Розв'язання: гривень має сплатити службовець?

6000грн - 100%,

X грн - 30%,



$$X = \frac{6000 * 30}{100} = 1800(\text{грн.})$$

$$6000 \cdot 0,3 = 1800$$

Отже, службовець має сплатити 1800 грн.
Відповідь. 1800 грн.

Знаходження числа за його (дробом, частиною) відсотком

Якщо $p\%$ якогось числа становить a , то
все число дорівнює $a:0,01p$ або $\frac{a * 100}{p}$

Можна сказати і так: число за його відсотком
знаходять **діленням** на відсоток $p\%$ (записаний
дробом)

Наприклад, якщо 24% якогось числа становить 35 ,
то це число можна знайти так:
або так: $35:0,24=8.4$ $\frac{35 * 100}{24}$

Службовець купує путівку за 30% її вартості і сплачує 1800 грн. Скільки коштує путівка?

X грн. – 100%,
1800 грн. – 30%,

$$X = \frac{1800 \cdot 100}{30} = 6000 (\text{грн.})$$

Путівка – грн. – 100%
↓
сплачено
1800 грн. – 30%

Отже, путівка коштує 6000 грн.

Відповідь. 6000 грн.

$$1800 : 0.3 = 18000 : 3 = 6000$$

Знаходження відсоткового відношення двох чисел

**Відсоткове відношення числа a до
числа b дорівнює**

$$\frac{a}{b} * 100\% = \frac{a * 100\%}{b}$$

**Наприклад, відсоткове відношення числа 35
до числа 78 можна знайти так:**

$$\frac{35 * 100\%}{78}$$

За путівку до санаторію, яка коштує 6000 грн.,
службовець сплачує 1800 грн. Скільки
відсотків
становить сплачена сума по відношенню до

повної ціни?

Розв'язання :

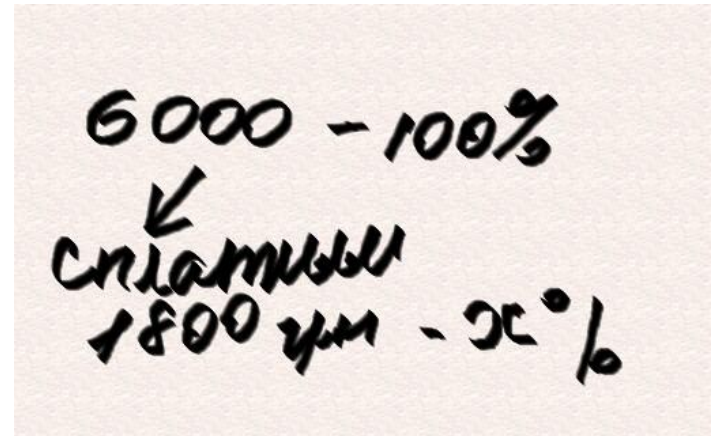
6000грн. – 100%,

1800грн. – X%,

$$X = \frac{1800}{6000} * 100 = 30\%$$

Отже, службовець сплатив 30% вартості
путівки.

Відповідь. 30%



**1) 15% числа в дорівнює 0,15
В;**

**2) число, 15% якого
становлять в дорівнює
в:0,15;**

**3) число 4 від числа 8
становить $(4:8)*100\%$**

$0,5*100\% = 50\%$

***Розв'яжи задачі, використовуючи
три типи задач на відсотки.***

**№1. В цеху 35% усіх станків –
столярні, а решта – токарні, яких
на заводі на 252 штуки більше, ніж
столярних.**

Скільки станків у цеху?

Розв'язання.

Токарні станки становлять $100\% - 35\% = 65\%$ від загальної кількості станків.

Токарних більше, ніж столярних на $65\% - 35\% = 30\%$, що становить 252 штук. Щоб знайти кількість усіх станків, слід знаходити число за його відсотком. Отже, загальна кількість станків дорівнює

$$\frac{252 * 100}{30} = 840(\text{шт.})$$

або $252 : 0,3 = 2520 : 3 = 840(\text{шт})$

Відповідь. 840 станків.

**№2. Від продажу товару за ціною 1386
гривень одержано 10% прибутку.
Знайти собівартість товару.**

Розв'язання. Відсоток прибутку береться у відношенні до собівартості товару, яку приймемо за 100%. Ціна товару при продажу (1386грн.) становить
 $100\% + 10\% = 110\%$ собівартості.

Ціна: 1386 грн - 110%

Собівартість: x грн - 100%

Отже, собівартість дорівнює

$$x = \frac{1386 * 100}{110} = 1260(\text{грн.})$$

Відповідь. 1260 грн.

№ 3. Вологість свіжих грибів дорівнювала 99%. Коли гриби підсушили, їх вологість знизилась до 98%.

Як знизилась маса грибів?

Розв'язання. Для свіжих грибів маємо

Гриби: X кг – 100%,

Вода: $0,99 \cdot X$ кг – 99%,

Суша речовина: $0,01 \cdot X$ кг – 1%.

Для підсушених грибів маємо:

Гриби: Y кг – 100%,

Вода: $0,98 \cdot Y$ кг – 98%,

Суша речовина: **$0,01 \cdot X$ кг – 2%,**

$$y = \frac{0,01x \cdot 100}{2} = \frac{x}{2}$$

Тому маса грибів зменшилась у 2 рази.

Відповідь . У 2 рази.

ЕКОНОМІЧНІ ЗАДАЧІ

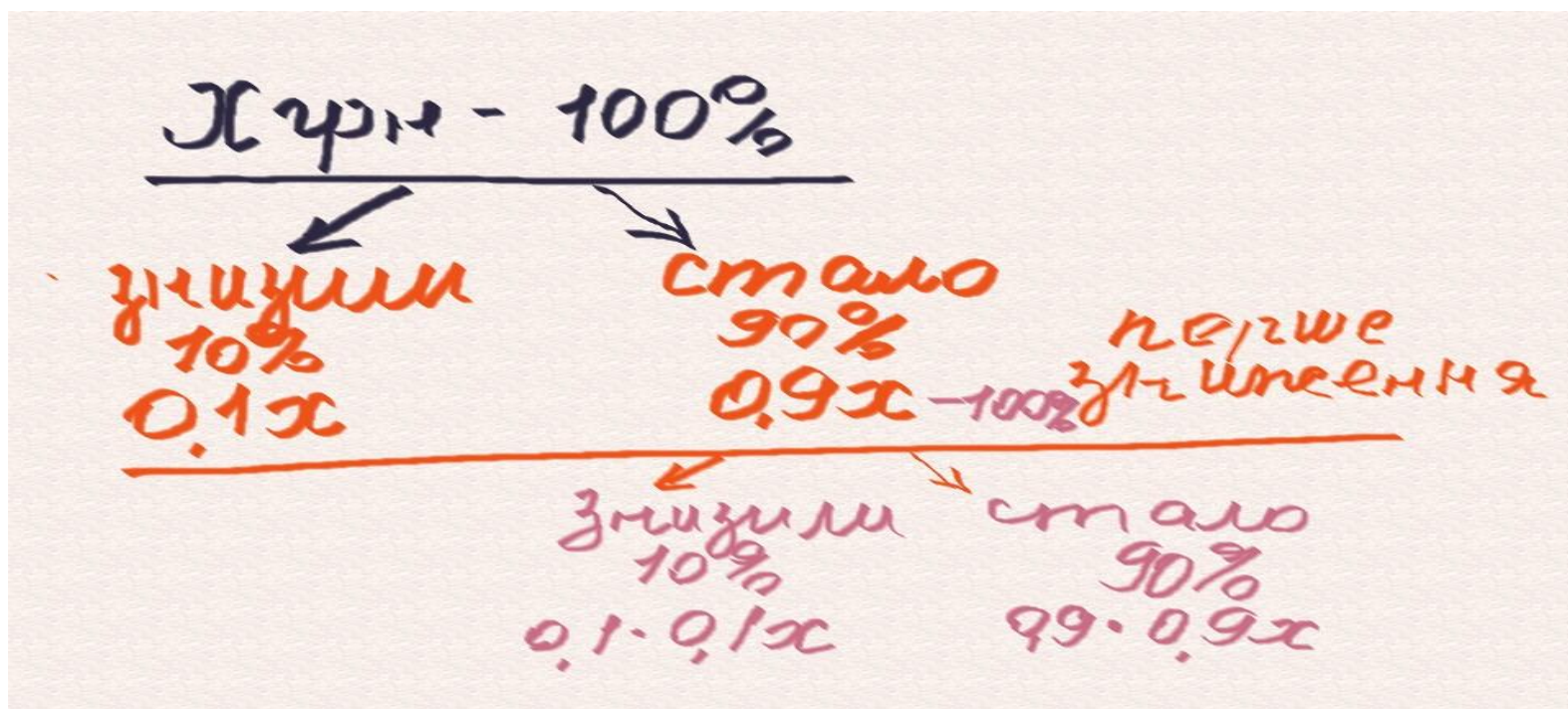
Запам'ятай!

У деяких задачах на відсотки йдеться про збільшення або зменшення величини на кілька відсотків.

Для їх розв'язання треба чітко розуміти, від якої саме величини беруться відсотки.

Наприклад, якщо йдеться про кількаразове підвищення ціни на будь-який товар, то слід розуміти, що кожен раз відсотки беруться від останнього значення ціни.

№4. Ціна товару спочатку
знизилась на 10%, а потім ще раз на
10%. На скільки відсотків знизилася
вона після двох переоцінок?



Розв'язання. Нехай початкова ціна товару X , ціна після першого зниження $0,9X$, ціна після другого зниження Y .

$0,9X - 100\%$,

$Y - 90\%$,

$$Y = \frac{0,9X * 90}{100} = 0,81X,$$

або $y = 0,9 * 0,9X = 0,81X$

$X - 0,81X = 0,19X$.

Отже, ціна товару знизилася на 19%.

Відповідь. На 19%.

Прості відсотки

**Задане число щороку, щомісяця, щодня...
збільшується чи зменшується на $r\%$
з вилученням приросту.**

$$A_n = A_0 (1 + nr/100)$$

Де – A_n – нарощений капітал,

A_0 – початковий капітал,

$r\%$ – відсоток річних, n – кількість років

СКЛАДНІ ВІДСОТКИ

**Задане число щороку, щомісяця, щодня...
збільшується чи зменшується на $p\%$
без вилучення приросту.**

$$A_n = A_0(1+p/100)^n$$

Де A_n – нарощений капітал,

A_0 – початковий капітал,

$p\%$ – відсоток річних, n – кількість років

№5. Підприємець поклав до банку 200000грн. під 7% річних. Які відсоткові гроші матиме підприємець через 5 років?

Розв'язання. За формулою простих відсотків сума відсоткових грошей становить:

$$1) A_5 = 200000(1 + 5 \cdot 7/100) = 270000 (\text{грн.})$$

$$2) 270000 - 200000 = 70000 (\text{грн.})$$

Відповідь: 70000 гривень.

За формулою складних відсотків сума відсоткових грошей обчислюється інакше:

$$1) A_5 = 200000(1 + 7/100)^5 \approx 280510 (\text{грн.})$$

$$2) 280510 - 200000 = 80510 (\text{грн.})$$

Відповідь: 80510 гривень.

СПЛАВИ ТА СУМІШІ

- ❖ Відсотковою **концентрацією** розчину називається відношення маси розчиненої речовини до маси всього розчину, виражене у відсотках.
- ❖ При розв'язуванні задач на змішування кількість речовини, взятої **до змішування**, дорівнює кількості цієї речовини, одержаної **після змішування**.

КОНЦЕНТРАЦІЯ ТА МІЦНІСТЬ

У хімії відсоткова концентрація називається **ваговими відсотками**.

Якщо йдеться про об'ємні відсотки (відношення об'єму розчиненої речовини до об'єму розчину), то вживають термін **міцність**.

Наприклад, якщо на 10 л спирту припадає 4 л чистого безводного спирту, то кажуть, що міцність цього спирту **40°**. Тобто $4:10=0,4$ (пам'ятаємо, що літр — одиниця об'єму).

А якщо на 10 кг спирту припадає 4 кг чистого безводного спирту, то кажуть, що відсоткова (вагова) концентрація цього спирту **40 %**.

Поняття концентрації широко використовується в задачах на змішування.

№6. До 8 кг 70-відсоткового розчину кислоти долили 2кг води. Визначте відсоткову концентрацію нового розчину.

Розв'язання.

1) 8кг розчину – 100%,

Xкг кислоти– 70%,

$X = 8 \cdot 0,7 = 5,6$ (кг) кислоти в розчині;

2) $8 - 5,6 = 2,4$ (кг) води в розчині до того, як долили;

Занесемо дані в таблицю.

Таблиця

речовина	Маса розчину, кг	Маса води, кг	Маса кислоти, кг
Було	8	2,4	5,6
Долили	2	2	-
Стало	10	4,4	5,6

3) 10кг розчину – 100%,

5,6кг кислоти – x %,

$$X = (5,6 : 10) * 100\% = 56\%.$$

Відповідь . 56%

Зауваження.

У задачах на суміші звичайно йдеться про маси $m_1, m_2, \dots, m_k$ змішуваних компонентів та їх відсоткові концентрації $p_1, p_2, \dots, p_k$, а також про суміш масою $M = m_1 + m_2 + \dots + m_k$ та її відсоткову концентрацію P . Тоді справджується співвідношення:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 + \dots + m_k p_k = MP.$$

Для змішування двох компонентів маємо:

$$m_1 p_1 + m_2 p_2 = (m_1 + m_2) P,$$

$$P = (m_1 p_1 + m_2 p_2) / (m_1 + m_2)$$

№ 7. З колби, наповненої 40-відсотковою сірчаною кислотою (речовина, що містить 40% сірчаної кислоти), відлили 320 г кислоти і долили в колбу 258 г води. У результаті концентрація кислоти в колбі знизилася до 25 %. Визначте, скільки грамів 40-відсоткової кислоти було в колбі спочатку.

Занесемо дані в таблицю

речовина	Маса розчину, г	Маса води, г	Маса кислоти, г
Було	x	$0,6x$	$0,4x$
Відлили	320	-	$320 \cdot 0,4$
Долили	258	258	-
Стало	$x-62$	$258+0,6x$	$0,4x - 0,4 \cdot 320$

$(x-62)$ г - 100 %,

$(0,4x - 0,4 \cdot 320)$ г - 25 %,

$$25 (x - 62) = 100 \cdot (0,4x - 0,4 \cdot 320),$$

$$x = 750 \text{ (г)}.$$

Відповідь. 750 г кислоти.

Вміст дорогоцінних металів у сплавах виражається пробой. **Проба** — це кількість грамів чистого золота (срібла, платини тощо) в одному кілограмі сплаву.

Наприклад, якщо в 1 кг сплаву є 875г чистого золота, то його називають золотом 875-ї проби.

Вміст різних металів і домішок у сплавах також виражається у відсотках. Якщо, наприклад, кажуть, що чавун містить 3 % кремнію і 1 % марганцю, то це означає, що на 100 кг всього сплаву припадає 3 кг кремнію і 1 кг марганцю.

Розв'яжемо разом

Розв'язання. Нехай X г золота 375-ї проби треба сплавити з 30 г золота 750-ї проби, щоб одержати сплав золота 500-ї проби.

Для золота 375-ї проби маємо:

X г – 100%,

m_c – 37,5% , тоді $m_1 = 37,5X/100 = 0,375X$ (г) золота.

Для золота 750-ї проби маємо:

30 г – 100%,

m_2 – 75% , тоді $m_2 = 30 \cdot 75/100 = 22,5$ (г) золота.

У Y г сплаву 500-ї проби золота буде $\frac{Y}{2}$ г.

Маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} X + 30 = Y, \\ 0,375X + 22,5 = \frac{1}{2}Y. \end{cases}$$

звідки маємо, $X=60$.

Відповідь. 60 г золота 375-ї проби.

Знайди помилки

Задача 1. Латунь – сплав 60% міді і 40% цинку. Скільки міді та цинку треба взяти, щоб дістати 500т латуні?

Розв'язання. 1) $500 \cdot 0,6 = 300$ (кг) – міді;

2) $500 : 0,4 = 200$ (кг) – цинку.

Відповідь. 200 кг

Задача 2. Ціна автомобіля спочатку підвищилась на 20%, а потім знизилась на 20%. Як змінилася ціна на автомобіль після цих двох переоцінок?

Розв'язання. $20\% - 20\% = 0$.

Відповідь. Не змінилася.

Перевір себе

Задача 1.

Розв'язання. 1) $500 * 0,6 = 300$ (кг) – міді;

2) $500 * 0,4 = 200$ (кг) – цинку.

Задача 2.

Розв'язання. Початкова ціна x грн.,

Ціна після підвищення $1,2x$ грн. – 100%,

Ціна після зниження y грн. - 80%.

1) $y = 1,2x * 0,8 = 0,96x$ (грн),

2) $x - 0,96x = 0,04x$, що становить 4%.

Відповідь. Ціна знизилась на 4%..

Задача - жарт

**Один кавун містить 96%
ВОДИ.**

**Скільки відсотків води
у 2 таких кавунах?**

Задачі

- №1. Шматок сплаву міді і цинку масою 36 кг містить 45 % міді. Яку масу міді треба додати до цього шматка, щоб новий сплав містив 60 % міді?
- №2. Є шматок сплаву міді й олова масою 12 кг, що містить 45 % міді. Скільки чистого олова треба додати до цього шматка, щоб одержаний сплав містив 40% міді?
- №3. Є брухт сталі двох сортів із вмістом нікелю 5% і 40% скільки треба взяти брухту сталі кожного сорту, щоб одержати 140т сталі, яка містить 30% нікелю?
- №4. скільки треба змішати 10-відсоткового і 15-відсоткового розчинів солі, щоб мати 1кг 12-відсоткового розчину?

література

- 1. Бевз Г.П. Алгебра 7-9. -- К.: Школяр, 2002.
- 2. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Рабинович Е.М., Якир М.С. Сборник задач и заданий для тематического оценивания по алгебре для 9 класса.- Х.: Гимназия, 2001.
- 3. Сухарева Л.С. Завдання для усної роботи, математичні диктанти та тести. Алгебра. 9 клас. - Х.: Гимназия, 2001.
- 4. Цыпкин А.Г. Справочник по методам решения задач по математике. – М.: Наука, 1989.
- 5. Антонов Н.П., Выгодский М.Я. Сборник задач по элементарной математике. – М.: Наука, 1974.