

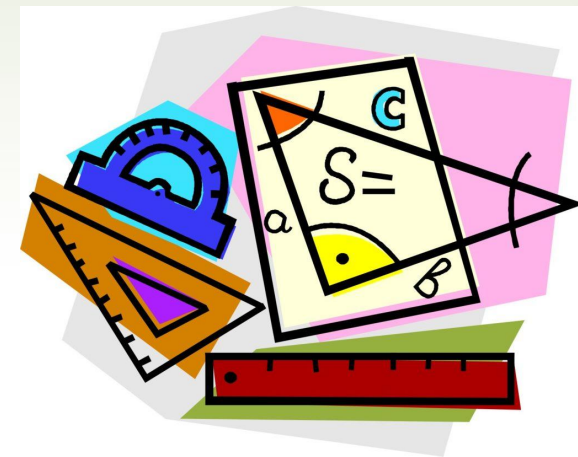


Подготовка к ОГЭ Окружность

(по материалам открытого банка
задач ОГЭ по математике)

2019

г.

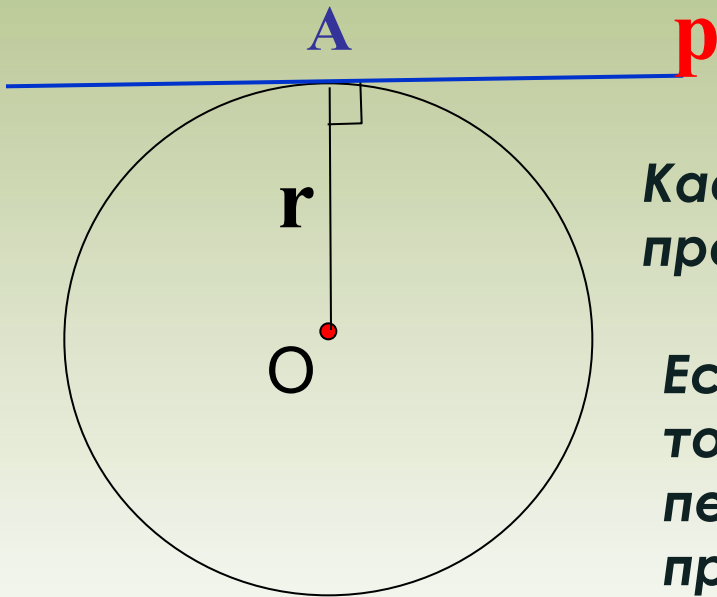


Повторение теории



Касательная к окружности

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.



Свойство и признак касательной

Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

Если прямая a , проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведенному в эту точку, то прямая a -касательная к окружности.

p – касательная к окружности с центром O

A – точка касания

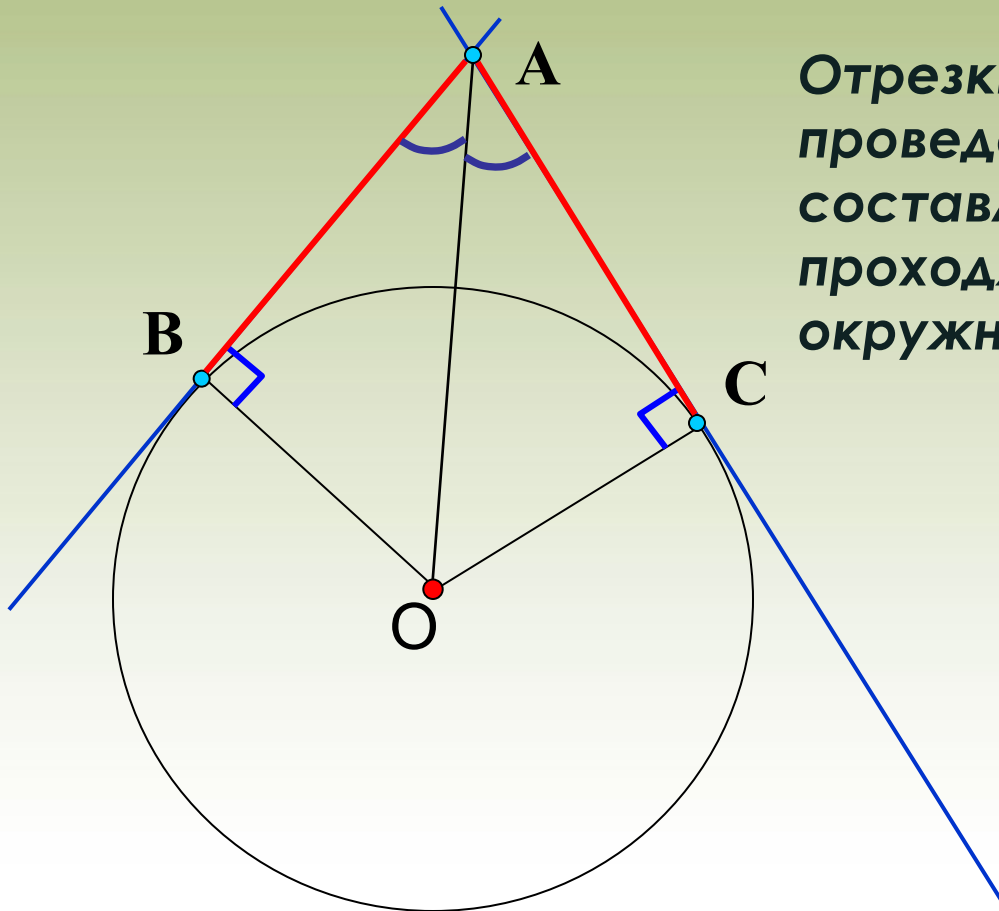
OA - радиус

$$p \perp OA$$

Повторение теории



Свойство отрезков касательных



Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

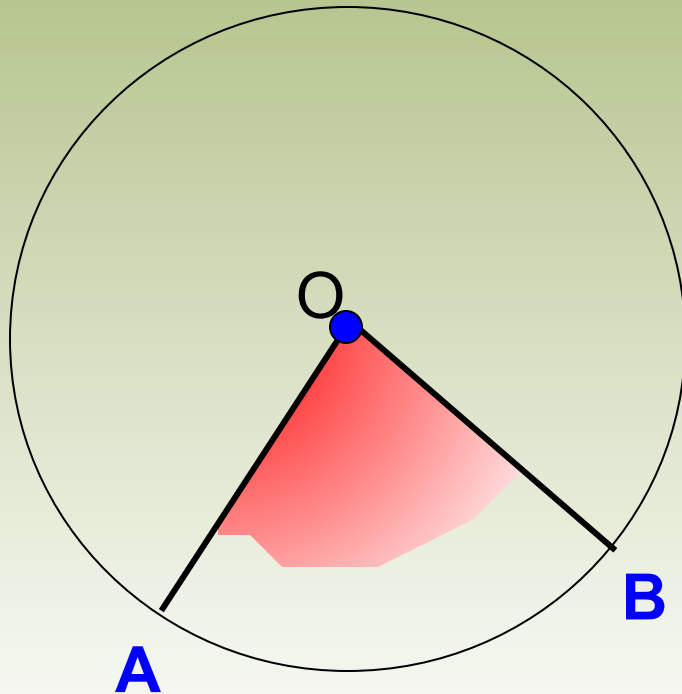
$$AB = AC,$$
$$\angle BAO = \angle CAO$$

Повторение теории

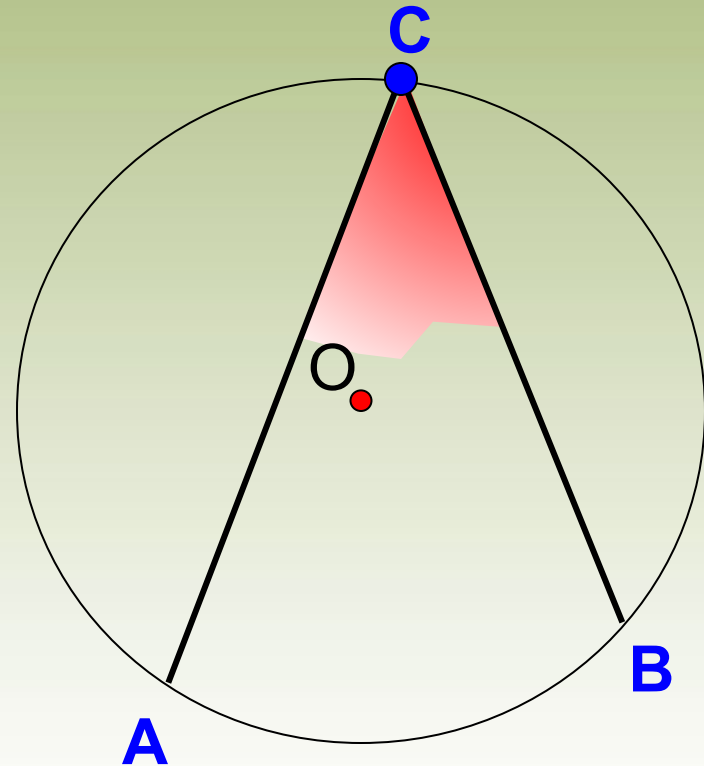
Углы, связанные с окружностью



Центральный угол



Вписанный угол



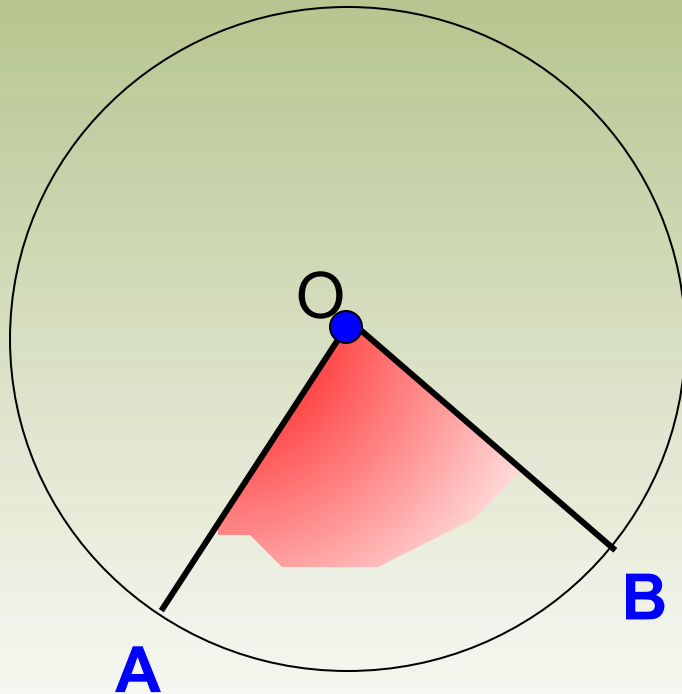
Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.
Угол с вершиной в центре окружности называется **центральным углом**.

Повторение теории

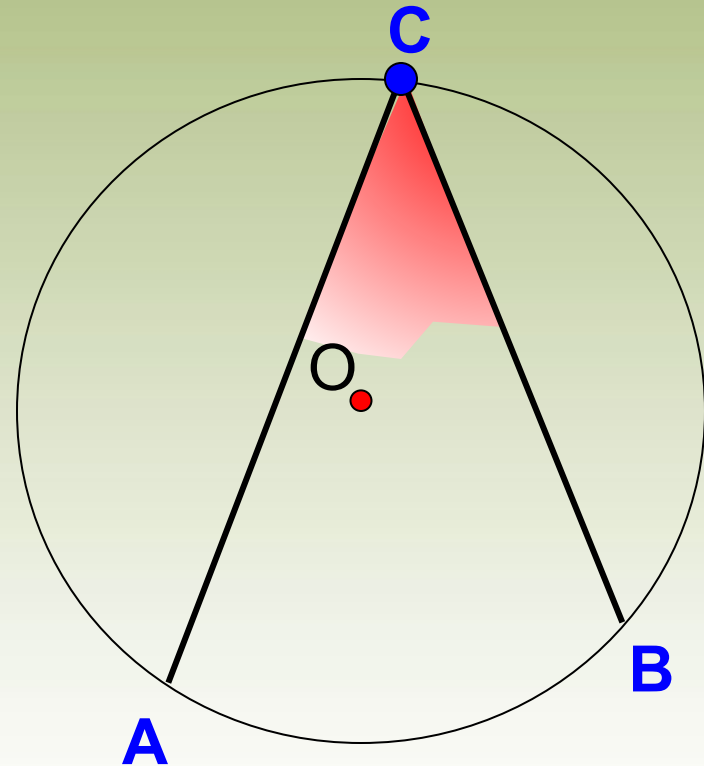
Углы, связанные с окружностью



Центральный угол



Вписанный угол

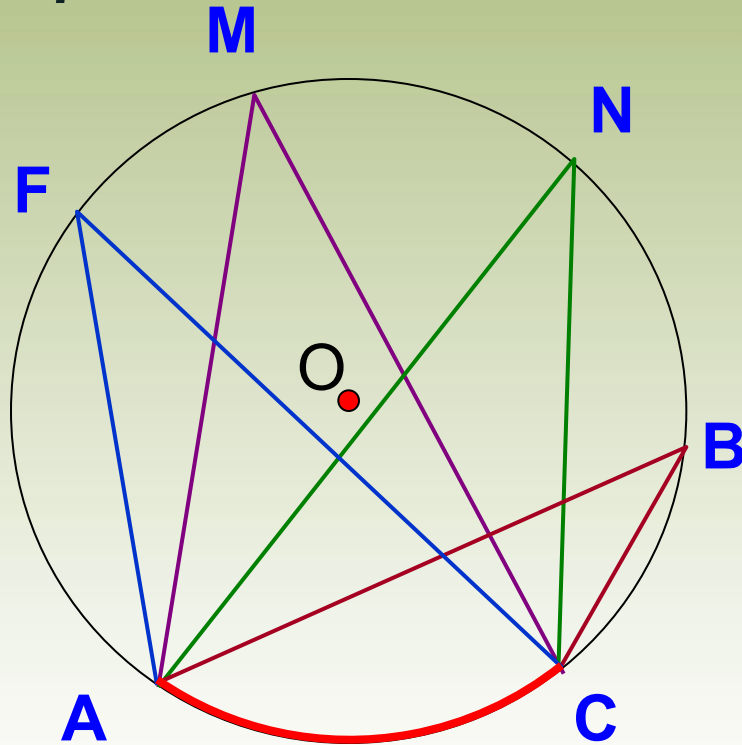


Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается, величина дуги окружности равна величине центрального угла, на нее опирающегося.

Повторение теории



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

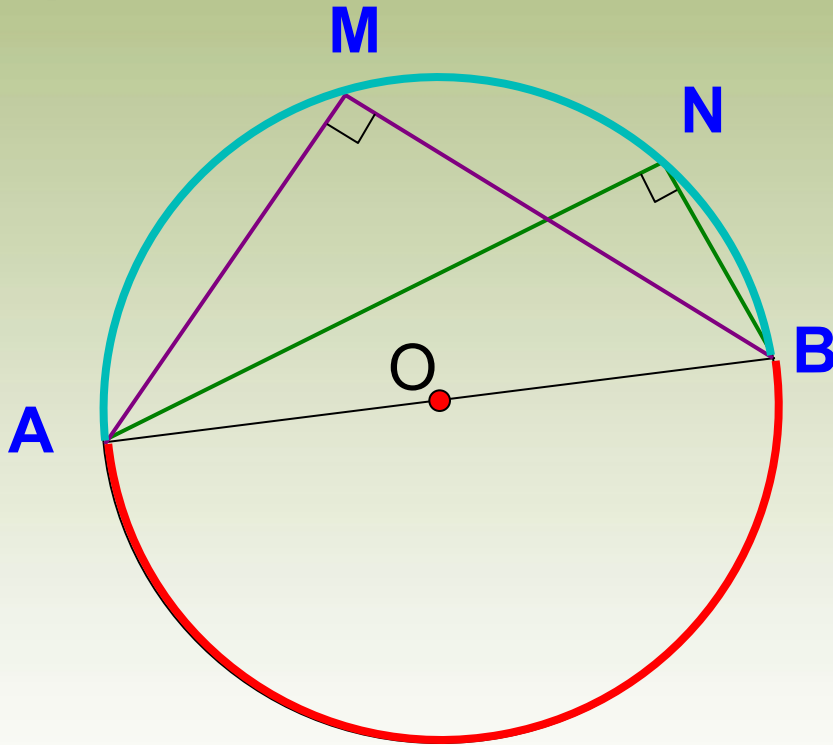


$$\angle AFC = \angle AMC = \angle ANC$$

Повторение теории



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.

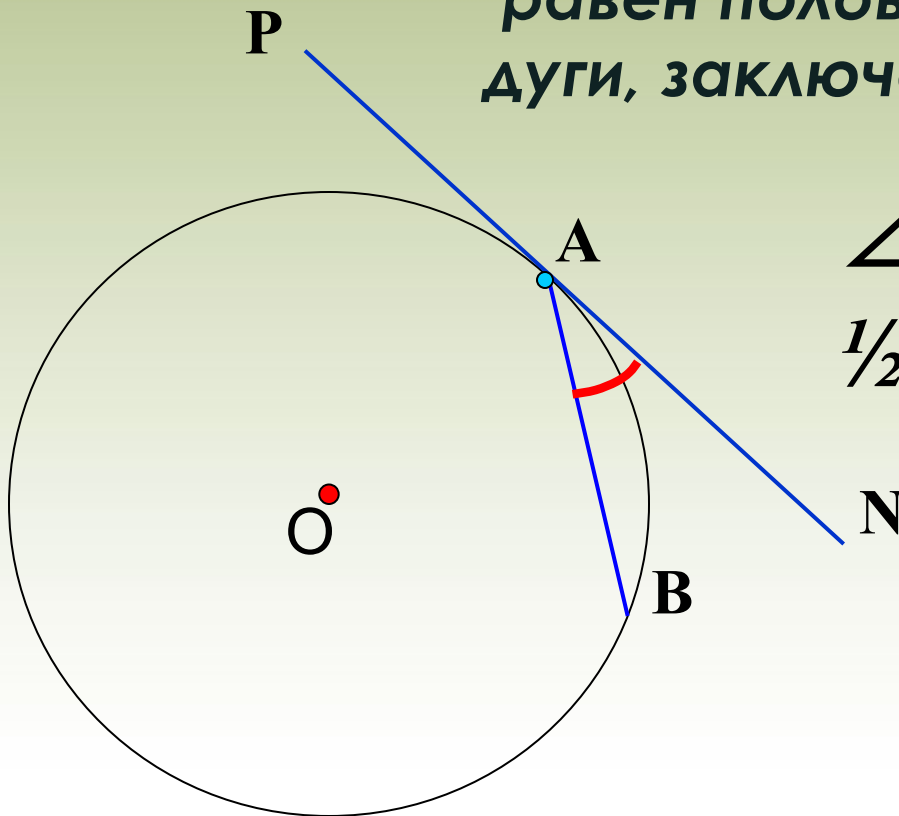


$$\angle AMB = \angle ANB = 90^\circ$$

Повторение теории



Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними.



$$\angle BAN = \frac{1}{2} \cup AB$$

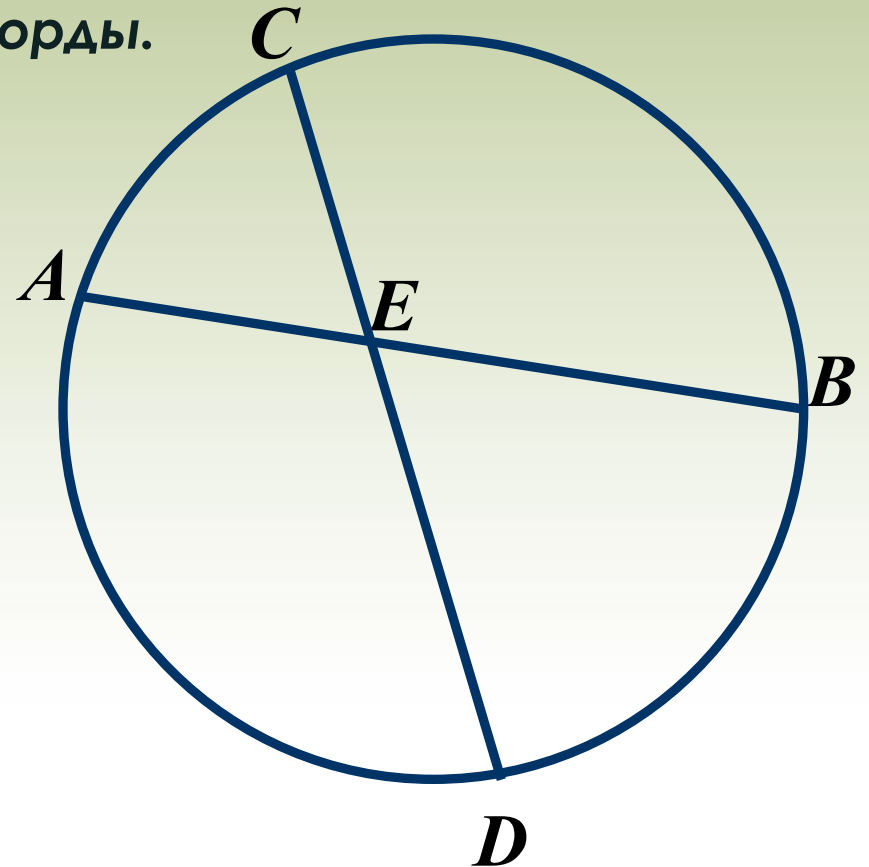
Повторение теории



Теорема об отрезках пересекающихся хорд

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

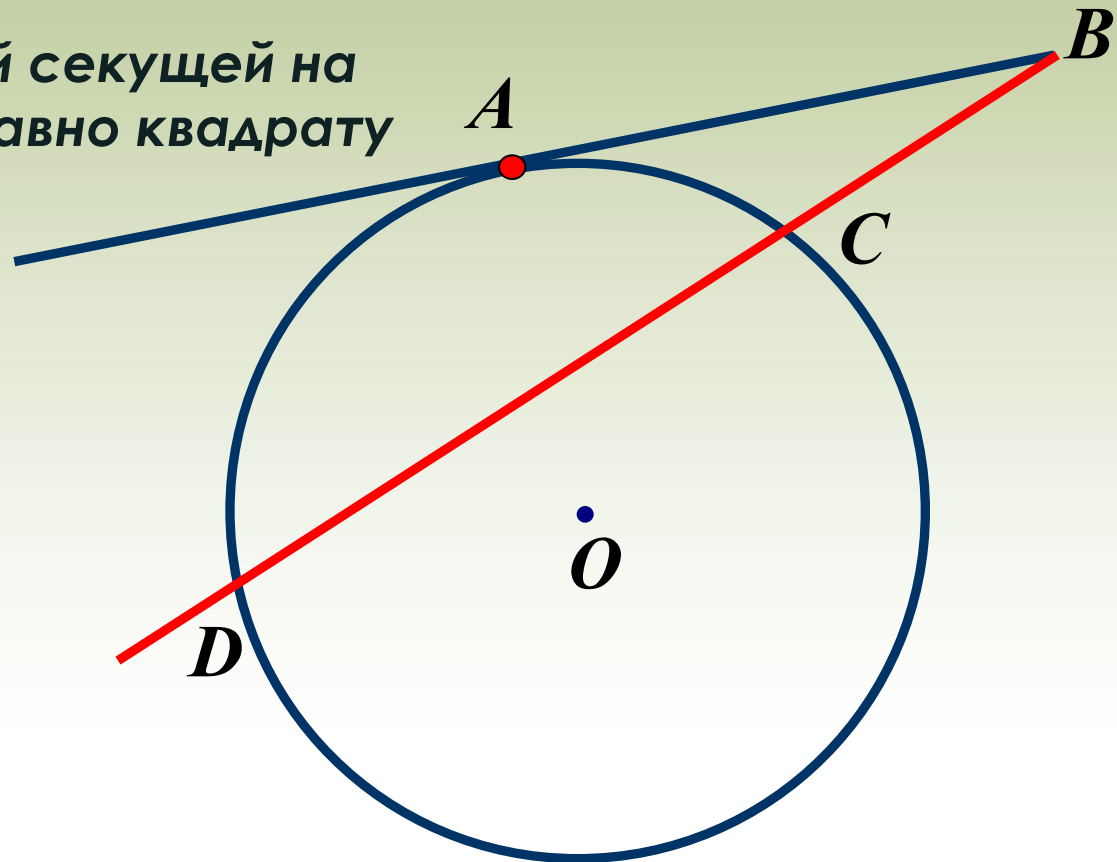


Повторение теории



Теорема о касательной и секущей

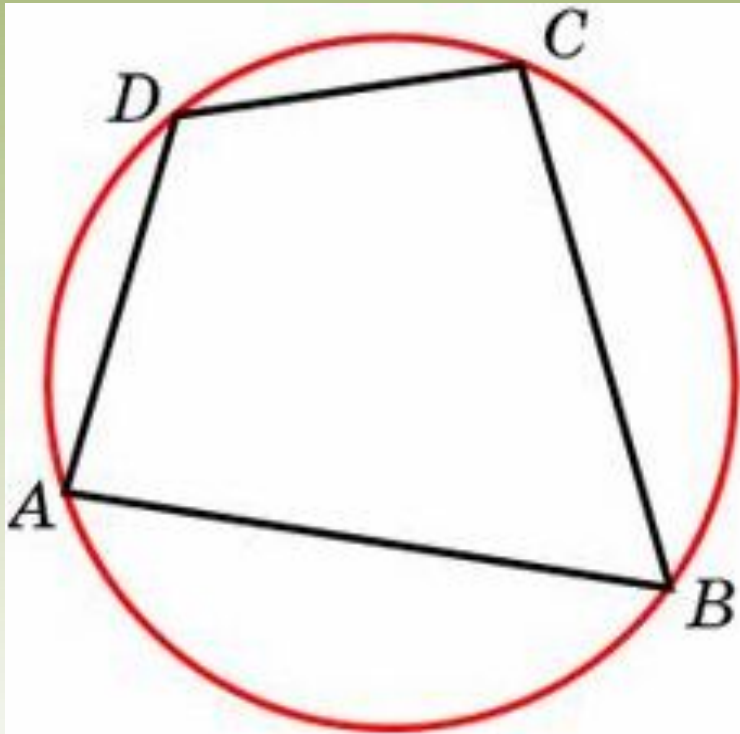
Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной.



$$AB^2 = BD \cdot BC$$

Повторение теории

Свойство вписанного четырёхугольника



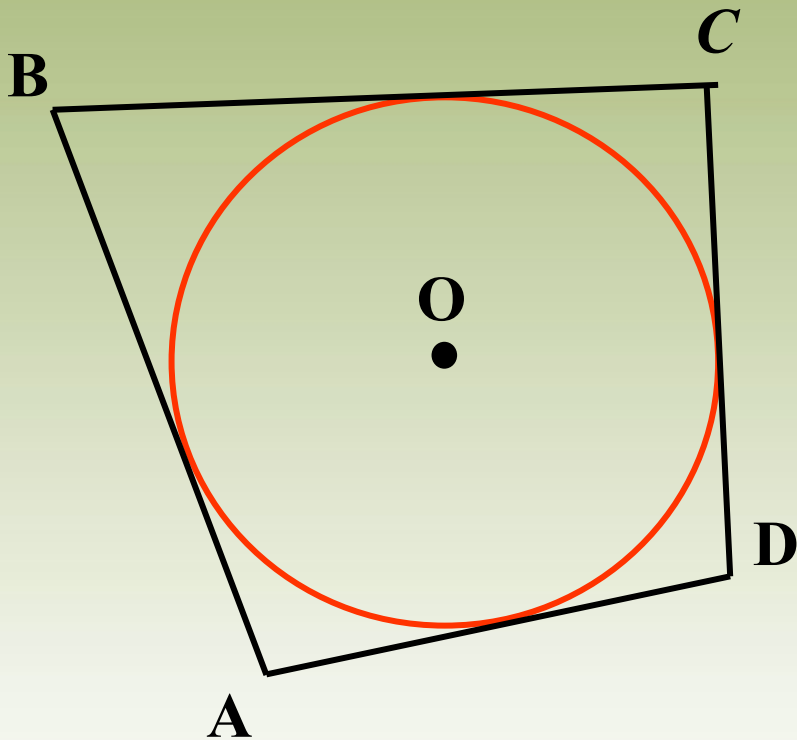
В любом вписанном четырёхугольнике сумма его противоположных углов равна 180° .

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

Обратная теорема. Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180 градусам, то около него можно описать окружность.

Повторение теории

Свойство описанного четырёхугольника



В любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны.

$$AB + CD = BC + AD.$$

Обратная теорема. Если суммы противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность.

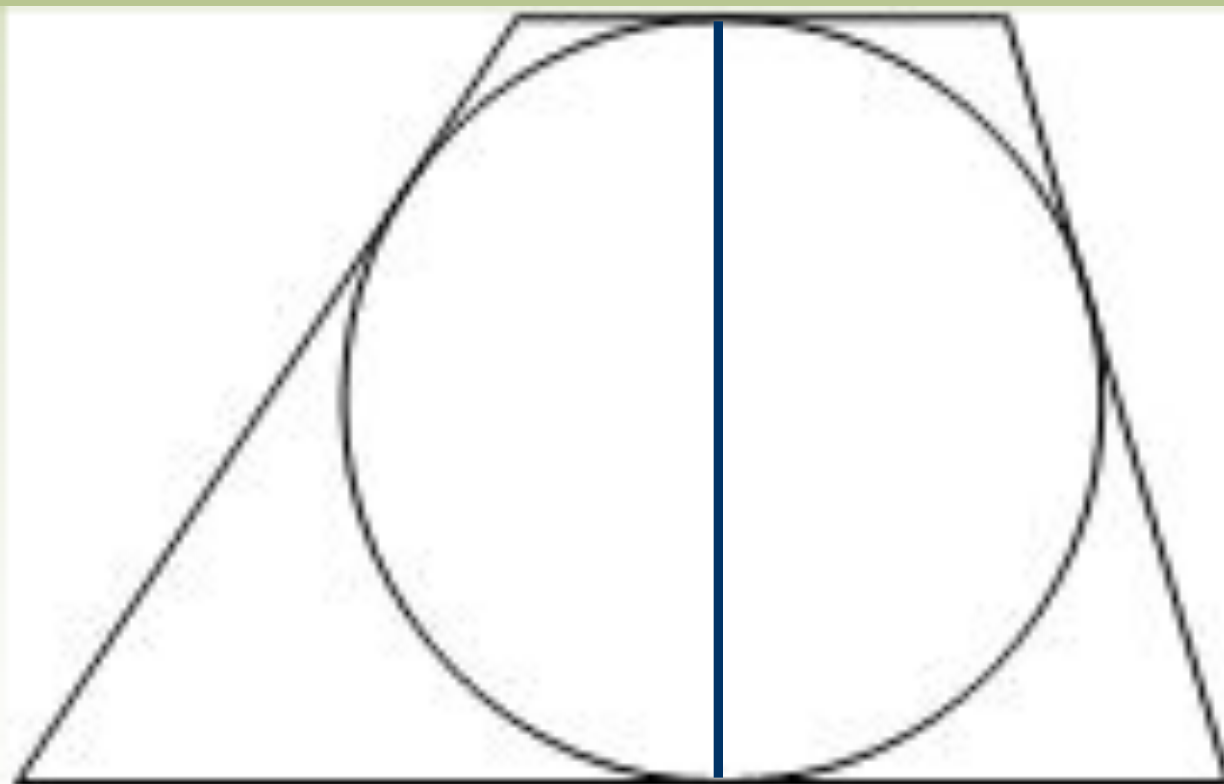
Какие из следующих утверждений верны?



- 1) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
- 2) Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эти прямая и окружность не пересекаются.
- 3) Если вписанный угол равен 30° , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .
- 4) Около всякого треугольника можно описать не более одной окружности.
- 5) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.
- 6) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.
- 7) Около любого ромба можно описать окружность.
- 8) Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.
- 9) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.

Ответ: 1, 3, 4, 6, 8, 9.

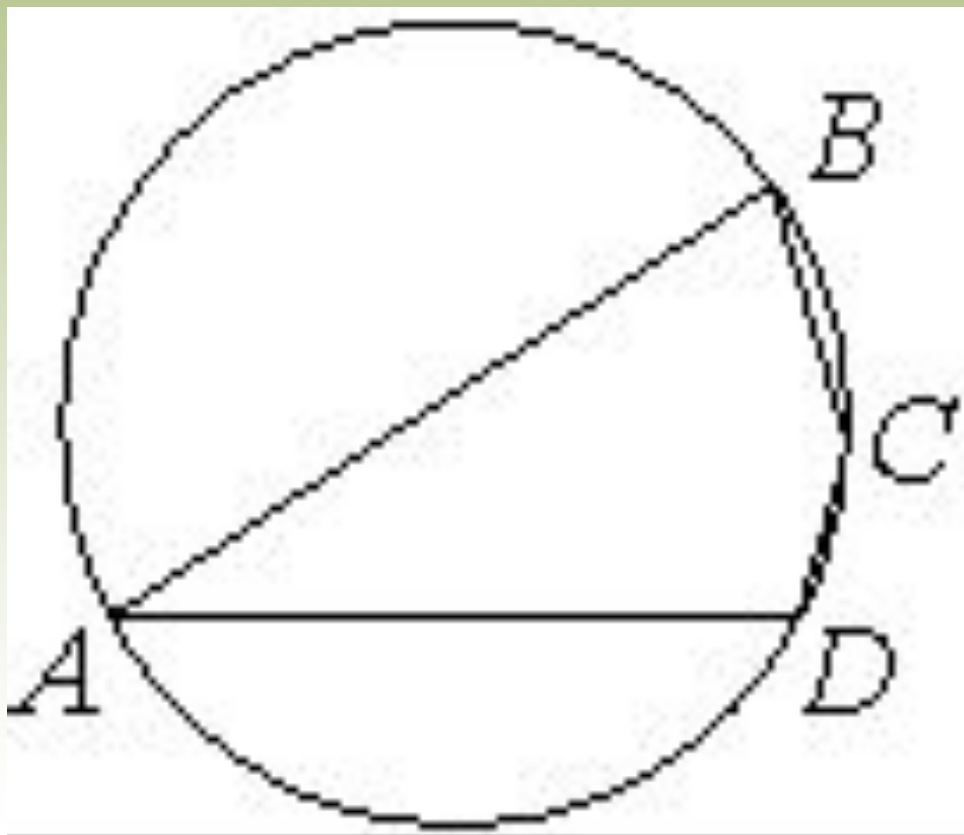
№ 1. Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 42. Найдите высоту этой трапеции.



Ответ: 84



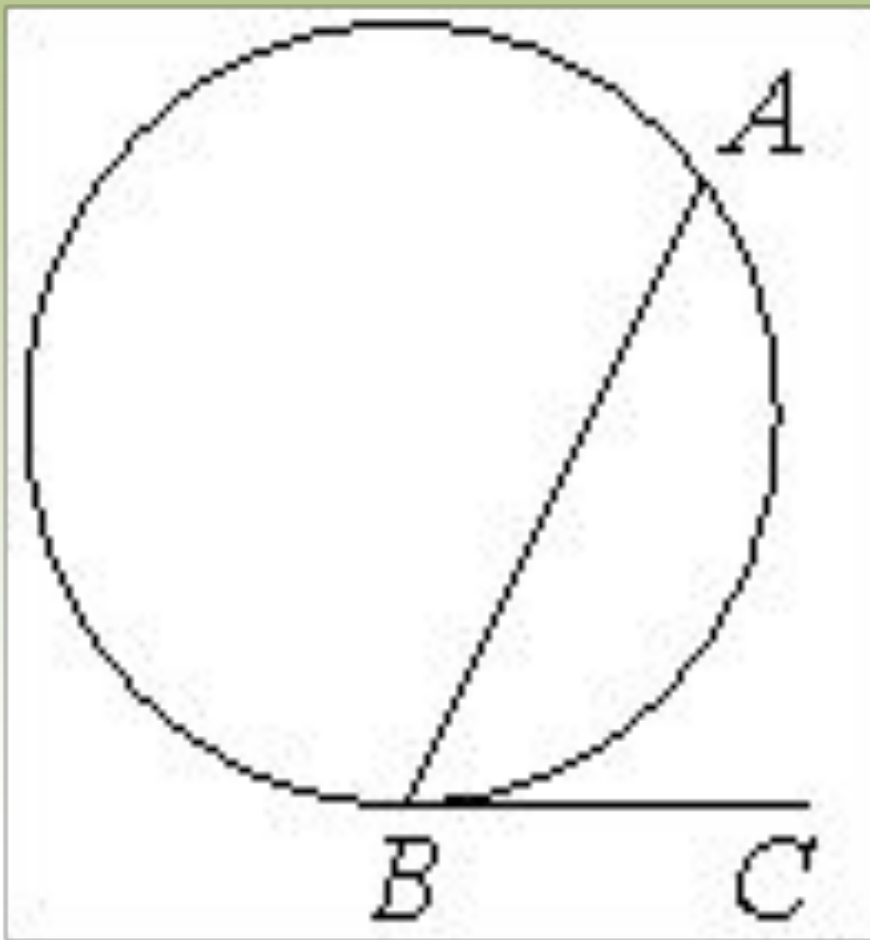
№ 2. Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 37° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: 143.



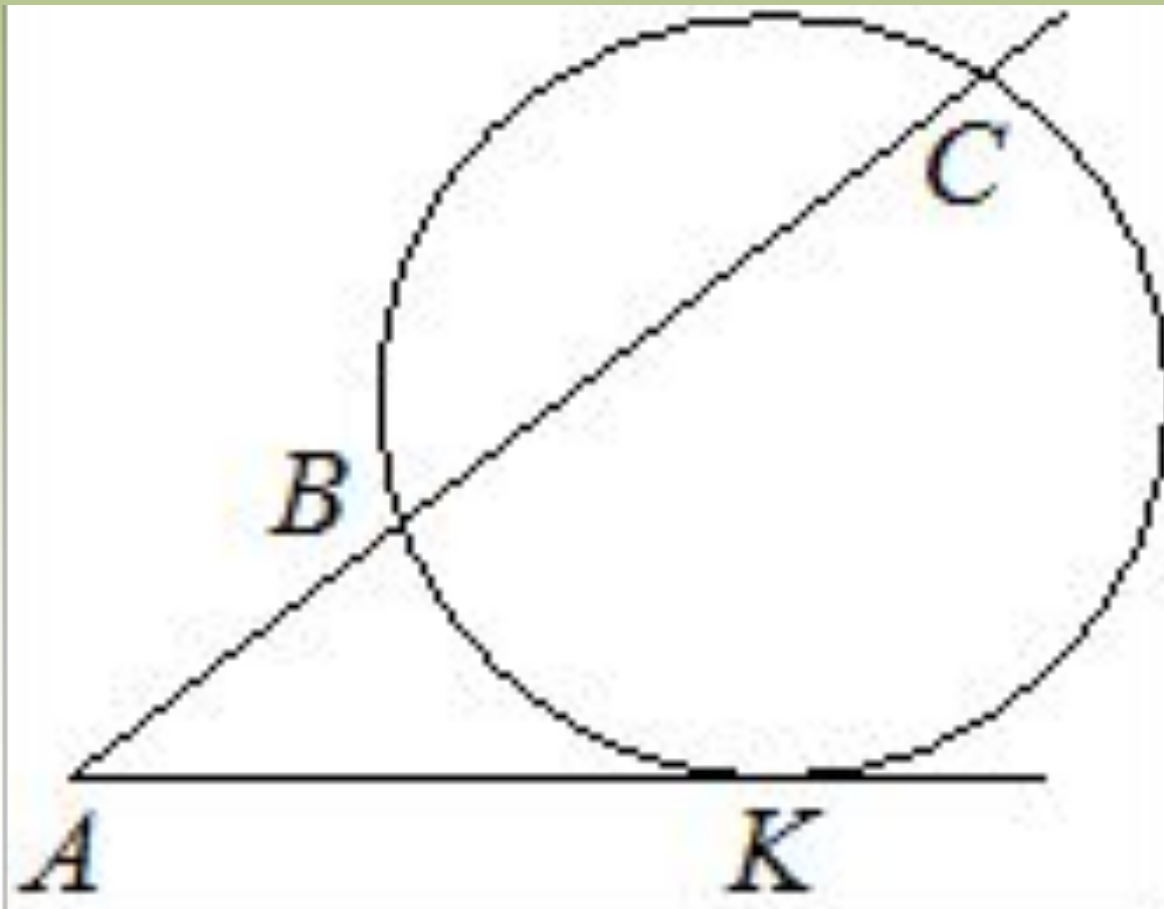
№ 3. На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 92° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 46.



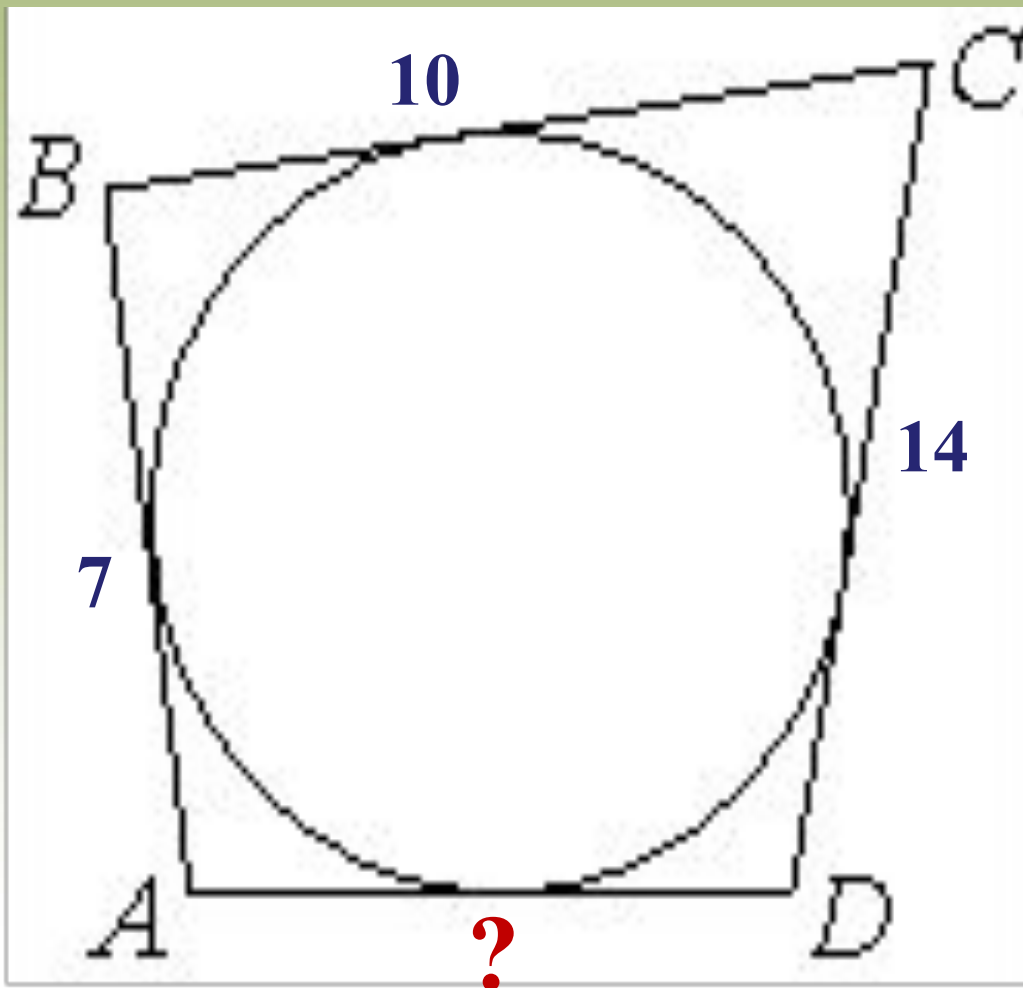
№ 4. Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB=4$, $AC=16$. Найдите AK .



Ответ: 8.

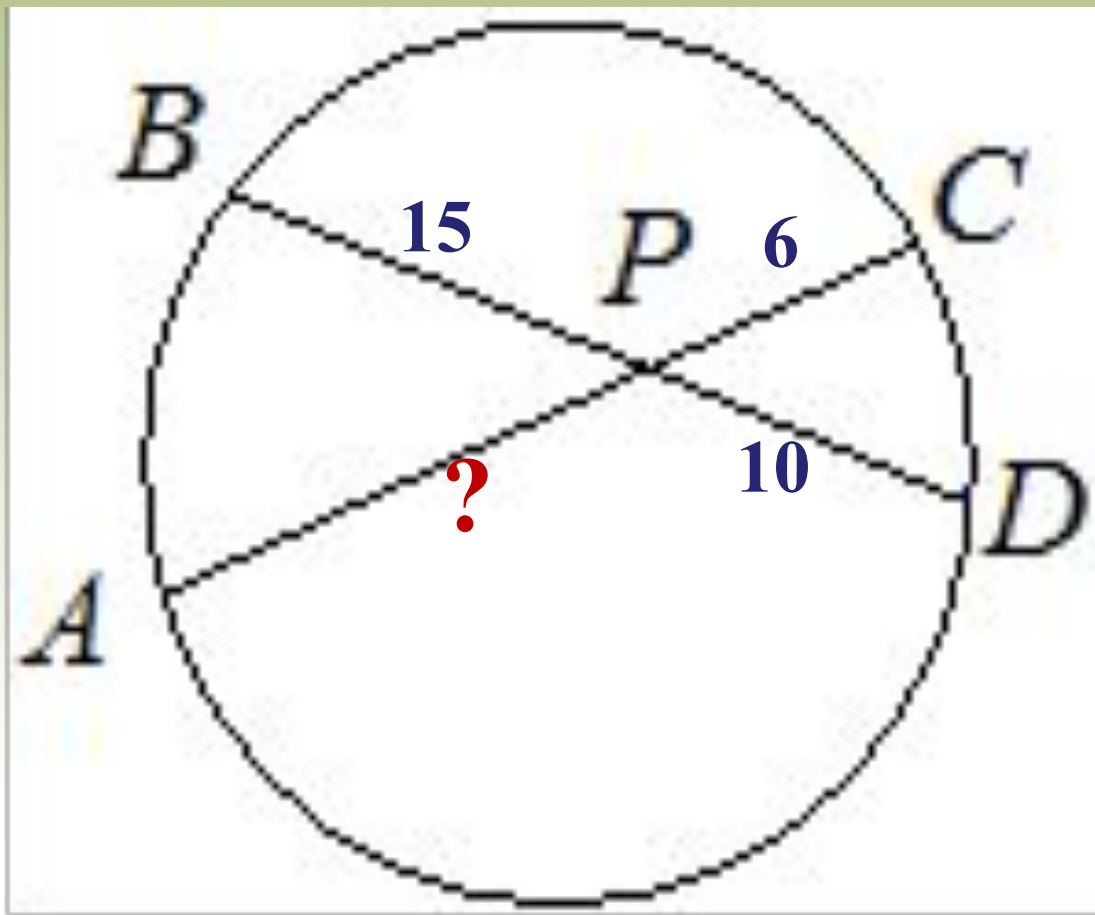


№ 5. Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB=7$, $BC=10$, $CD=14$. Найдите AD .



Ответ: 11.

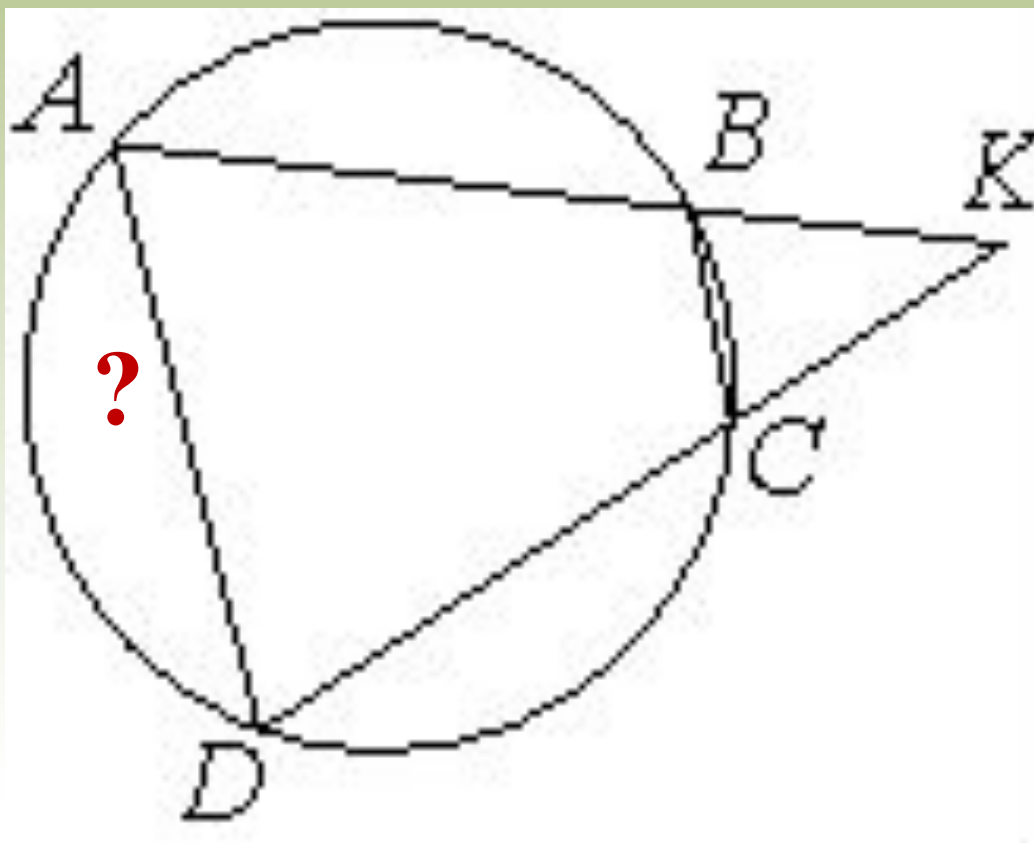
№ 6. Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P, BP=15, CP=6, DP=10. Найдите AP.



Ответ: 25.

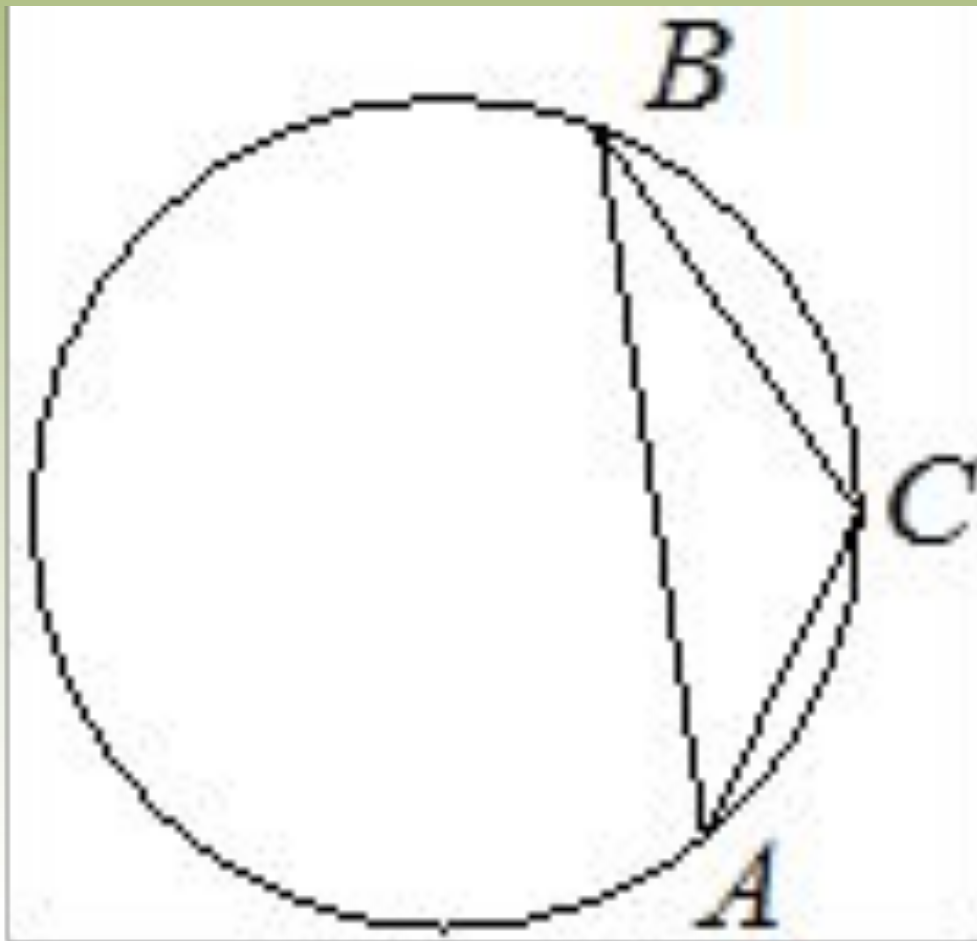


№ 7. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Прямые AB и CD пересекаются в точке K , $BK=8$, $DK=12$, $BC=6$. Найдите AD .



Ответ: 9.

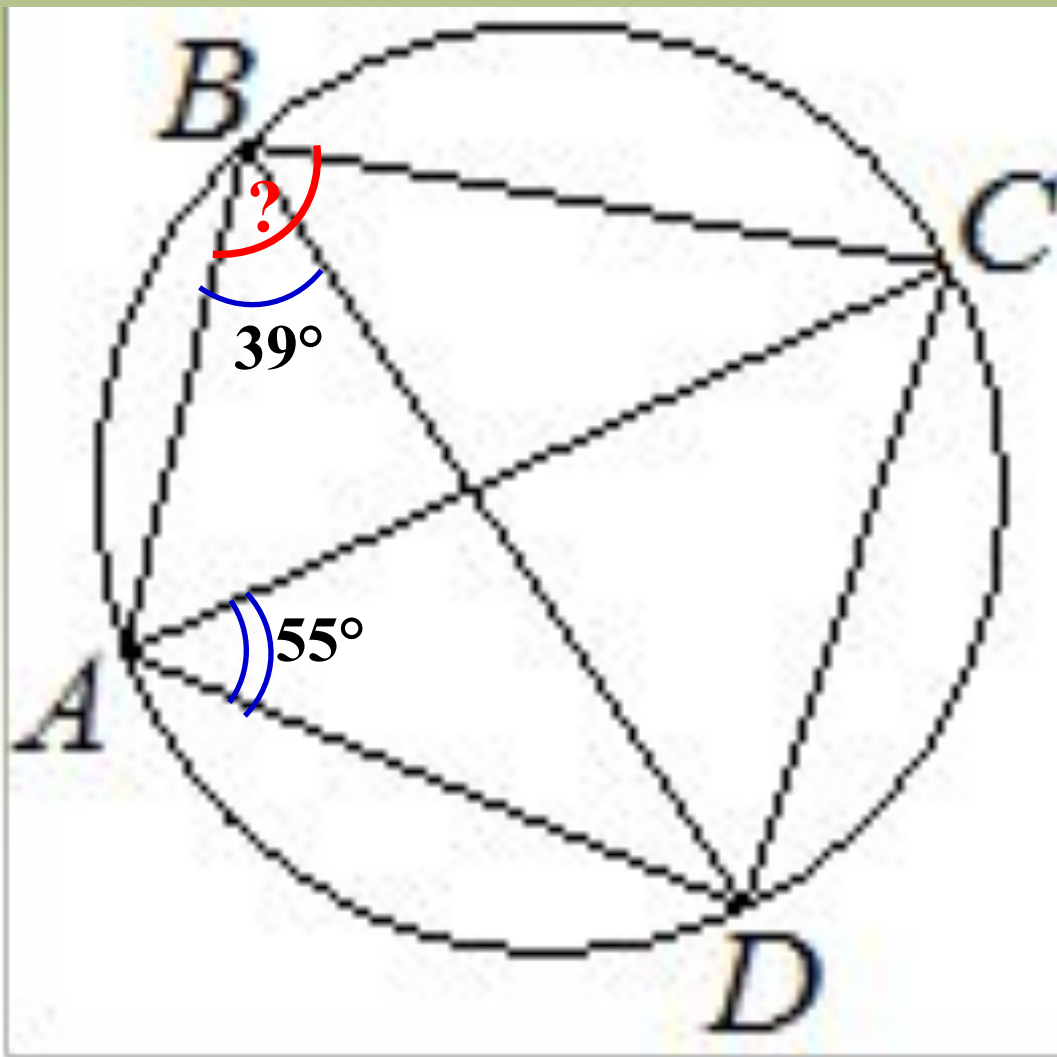
№ 8. В треугольнике ABC угол C равен 120° , $AB=18\sqrt{3}$.
Найдите радиус окружности, описанной около этого
треугольника.



Ответ: 18.

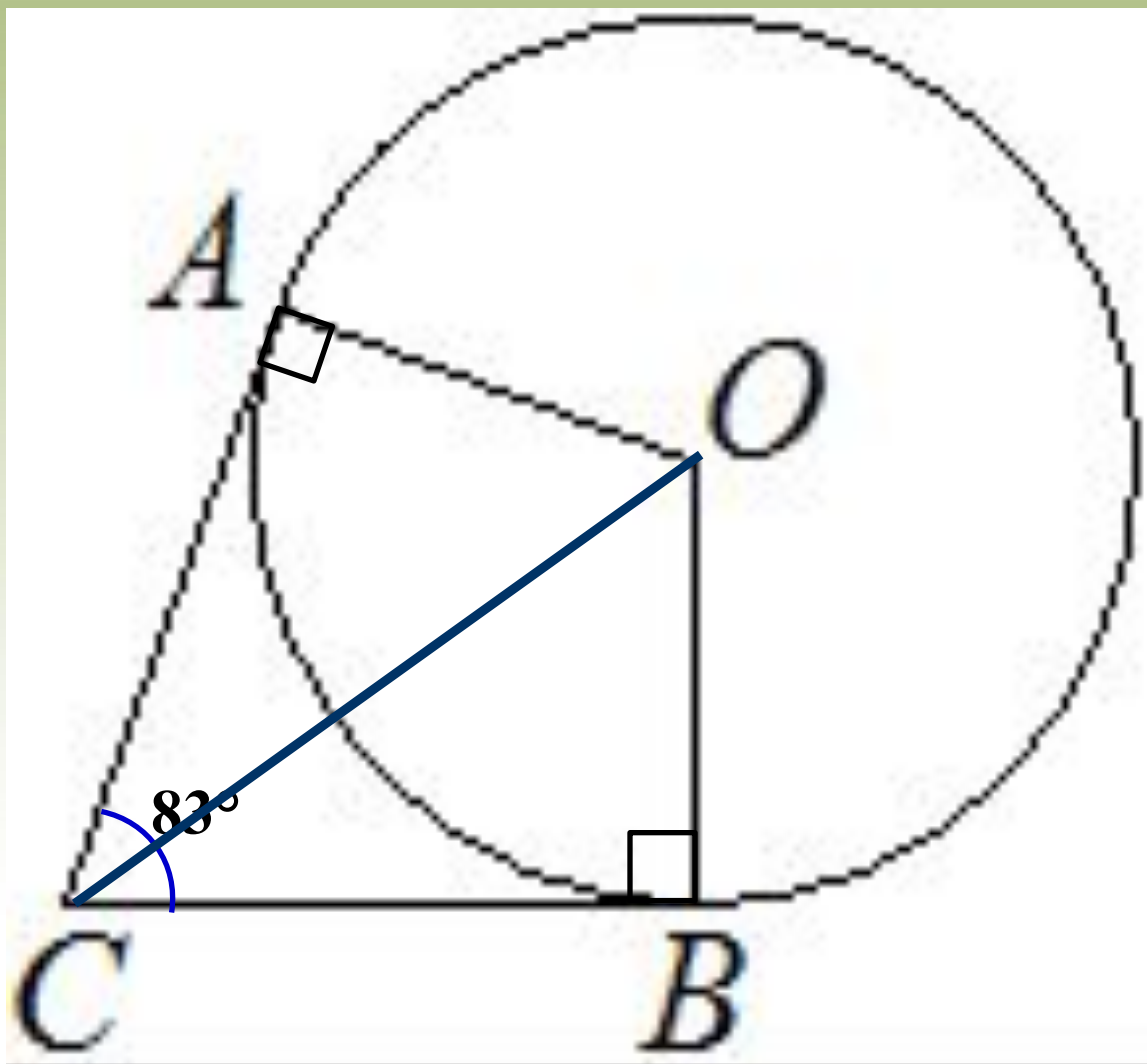


№ 9. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



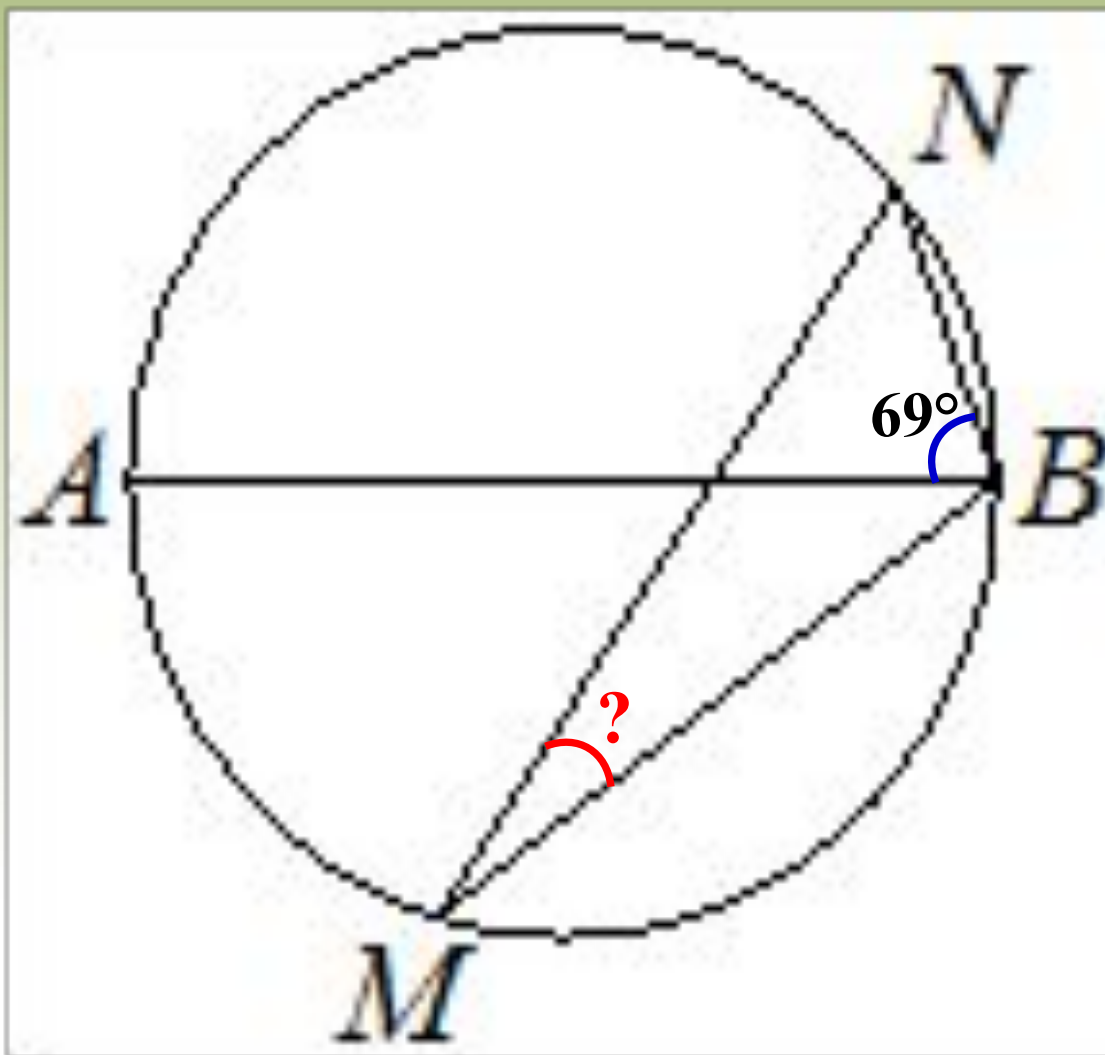
Ответ: 94.

№ 10. В угол C величиной 83° вписана окружность, которая касается сторон угла в точках A и B , точка O — центр окружности. Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 97.

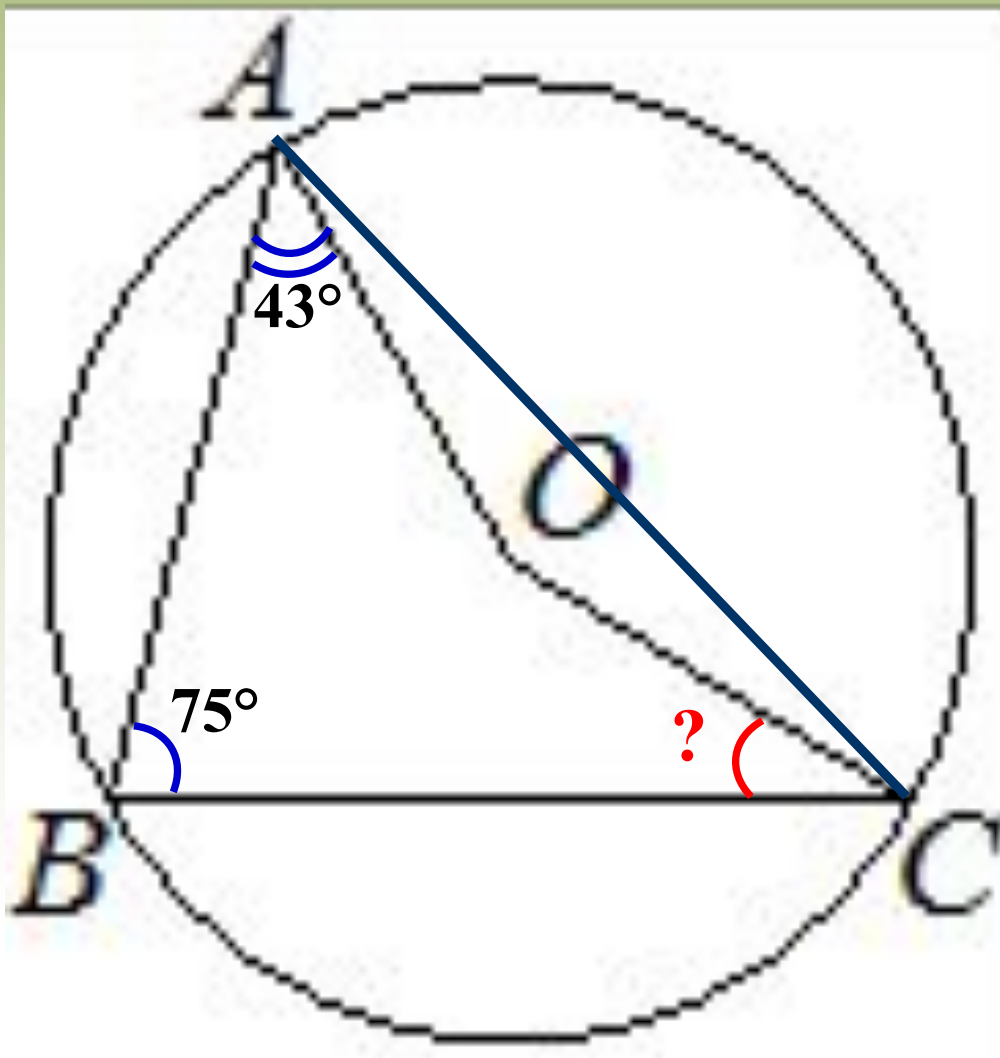
№ 11. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 69^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: 42.

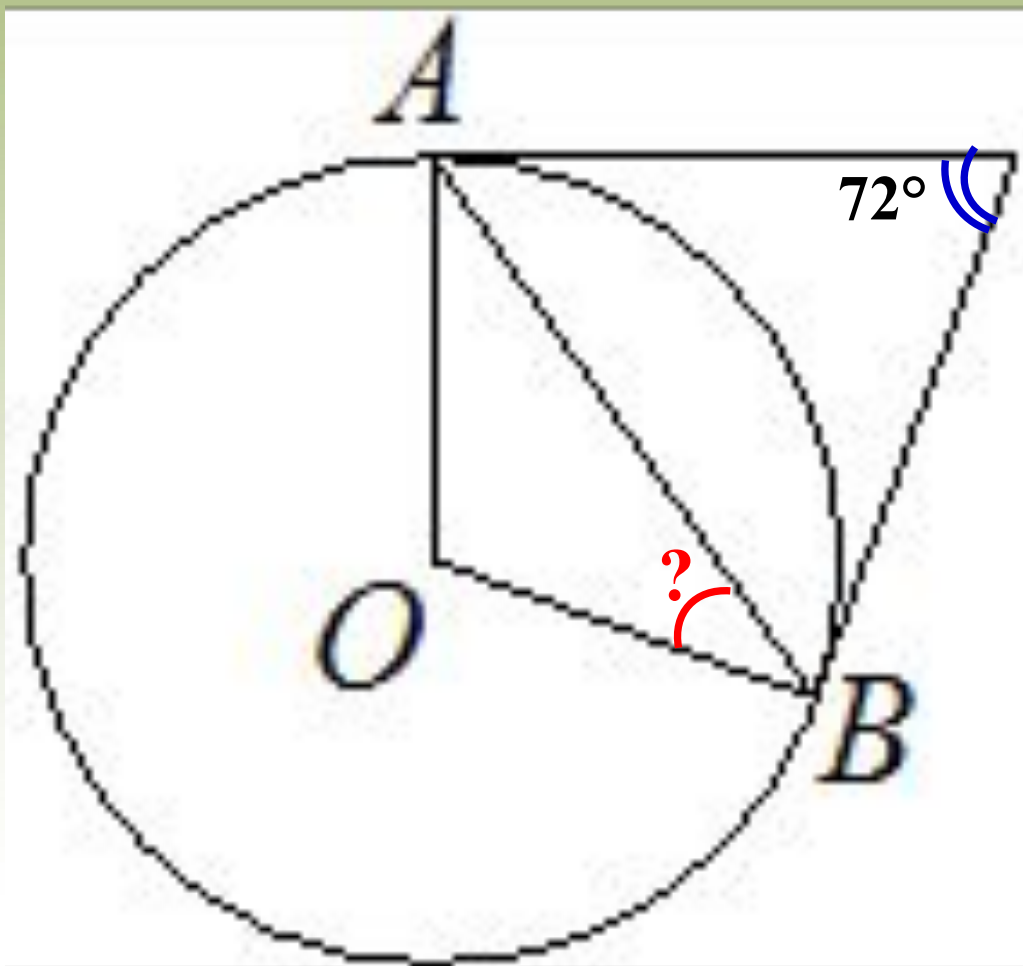


№ 12. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 43^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



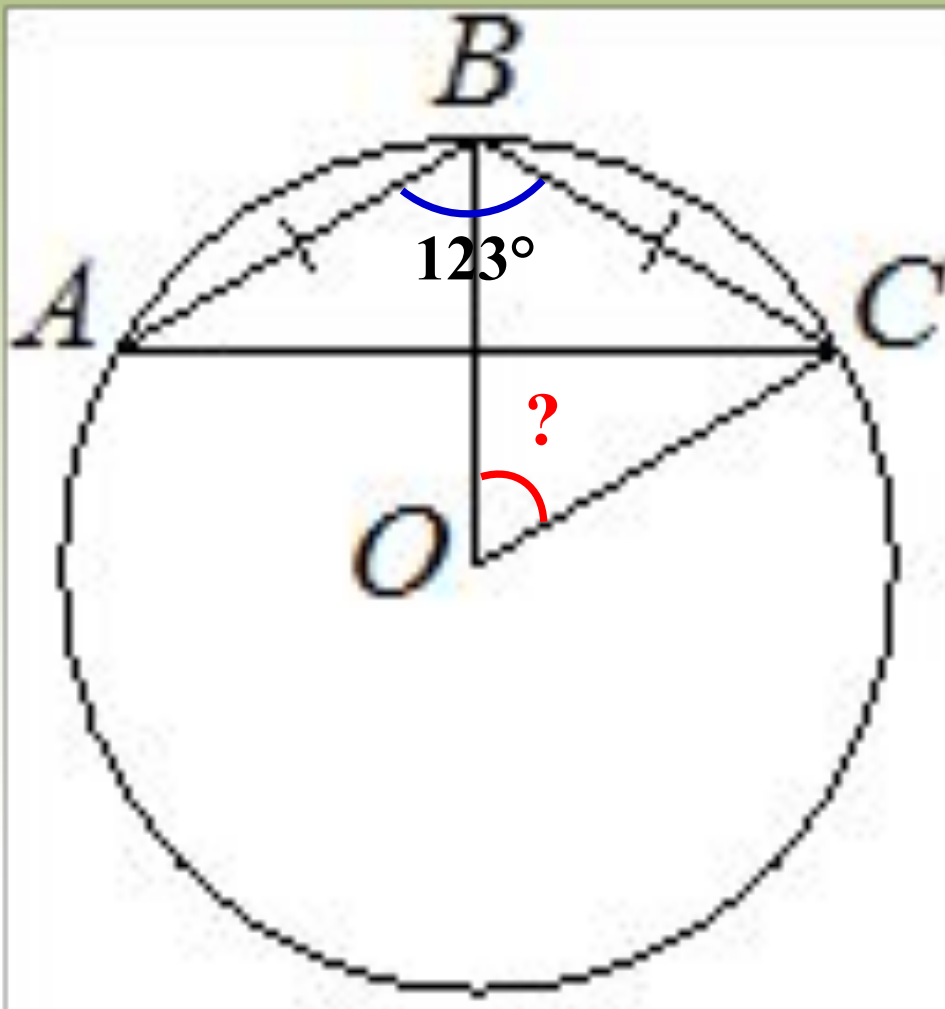
Ответ: 32.

№ 13. Касательные в точках A и B к окружности с центром в точке O пересекаются под углом 72° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



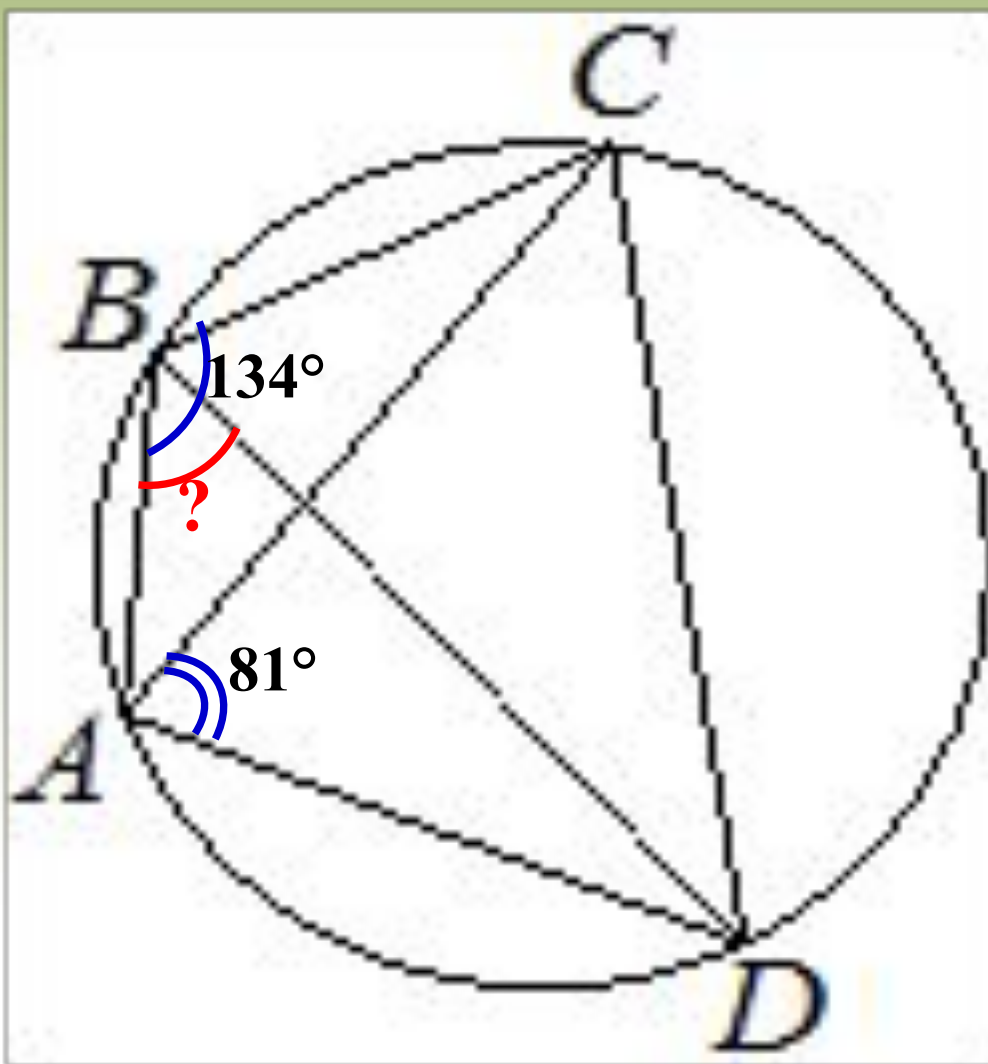
Ответ: 36.

№ 14. Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB=BC$ и $\angle ABC=123^\circ$. Найдите угол BOC . Ответ дайте в градусах.



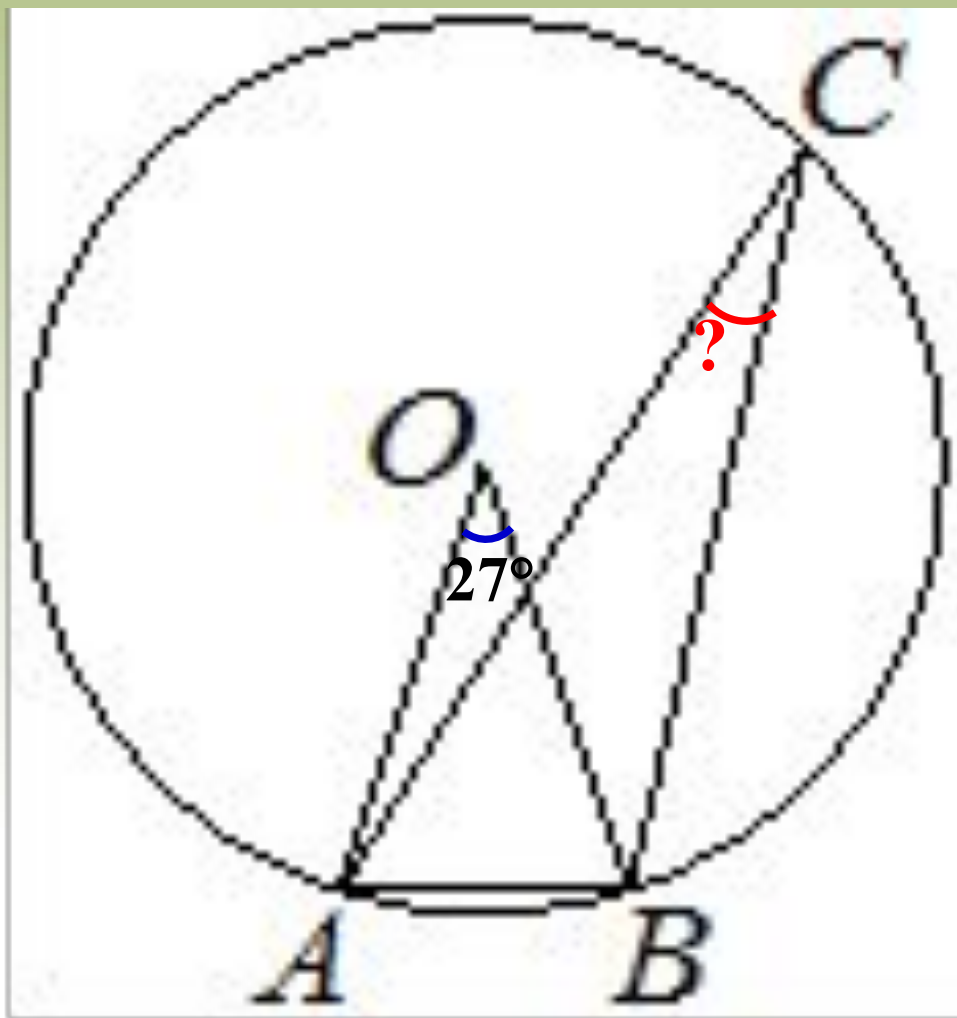
Ответ: 57.

№ 15. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 134° , угол CAD равен 81° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



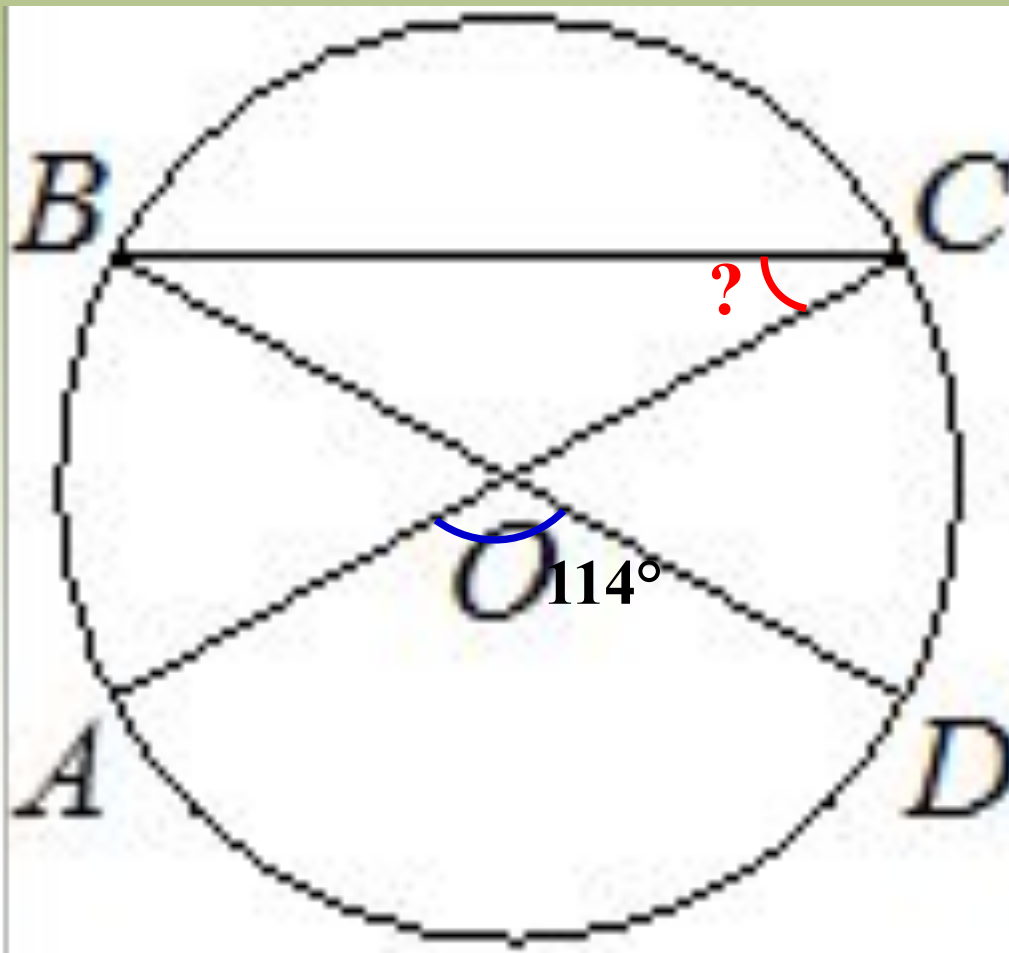
Ответ: 53.

№ 16. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Точки O и C лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB . Найдите угол ACB , если угол AOB равен 27° . Ответ дайте в градусах.



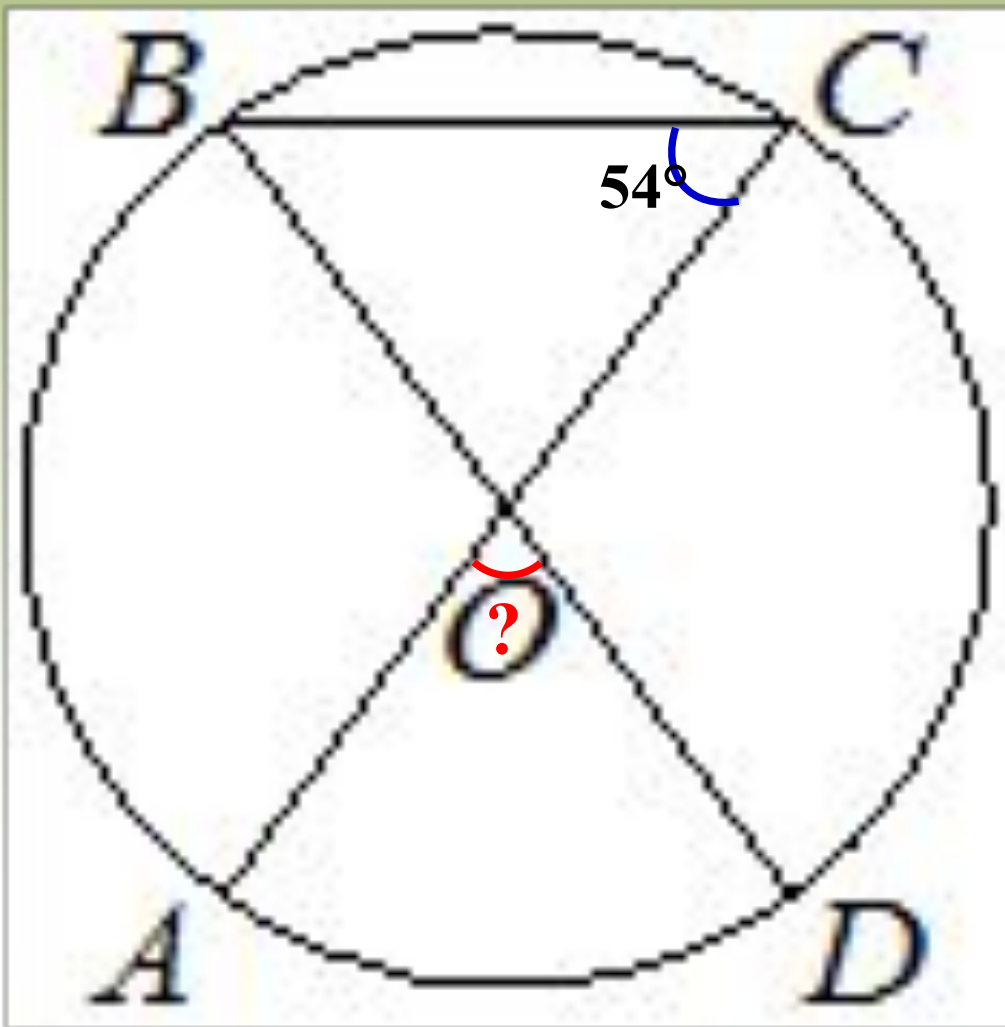
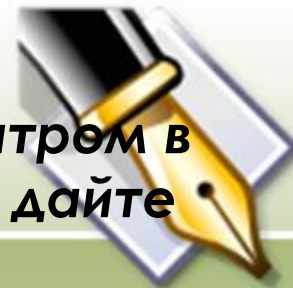
Ответ: 13,5.

№ 17. В окружности с центром в точке O отрезки AC и BD — диаметры. Угол AOD равен 114° . Найдите угол ACB .
Ответ дайте в градусах.



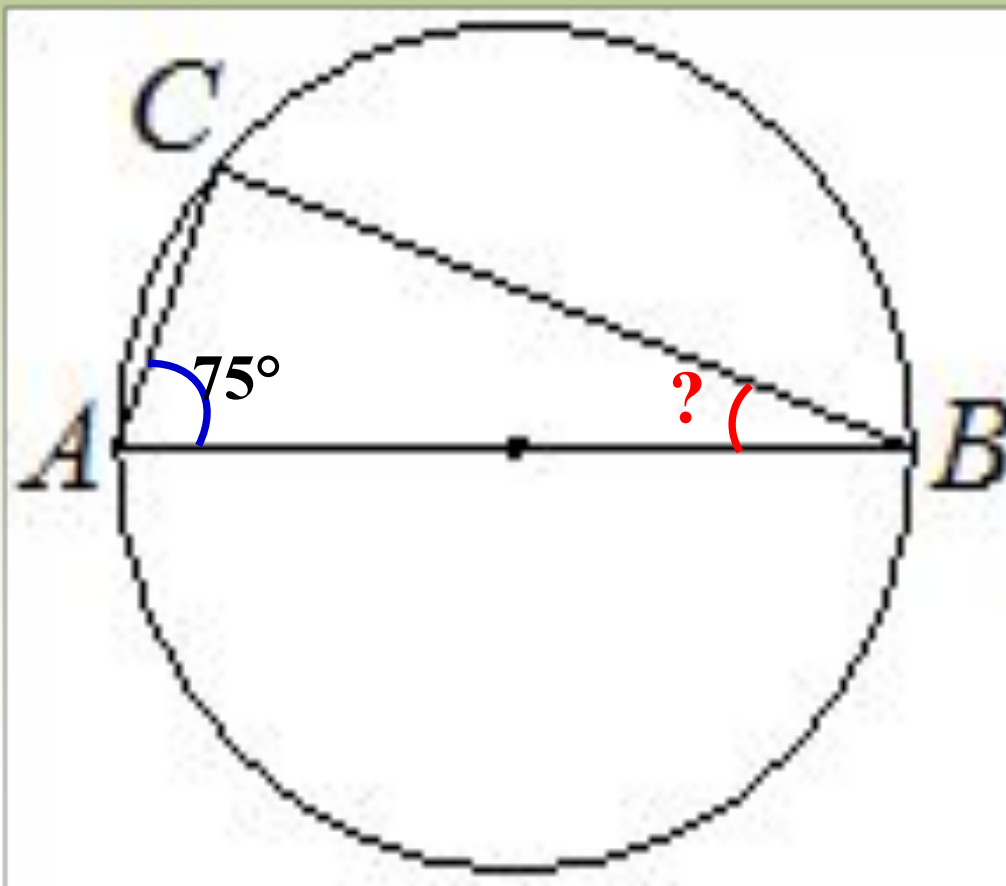
Ответ: 33.

№ 18. Отрезки AC и BD — диаметры окружности с центром в точке O . Угол ACB равен 54° . Найдите угол AOD . Ответ дайте в градусах.



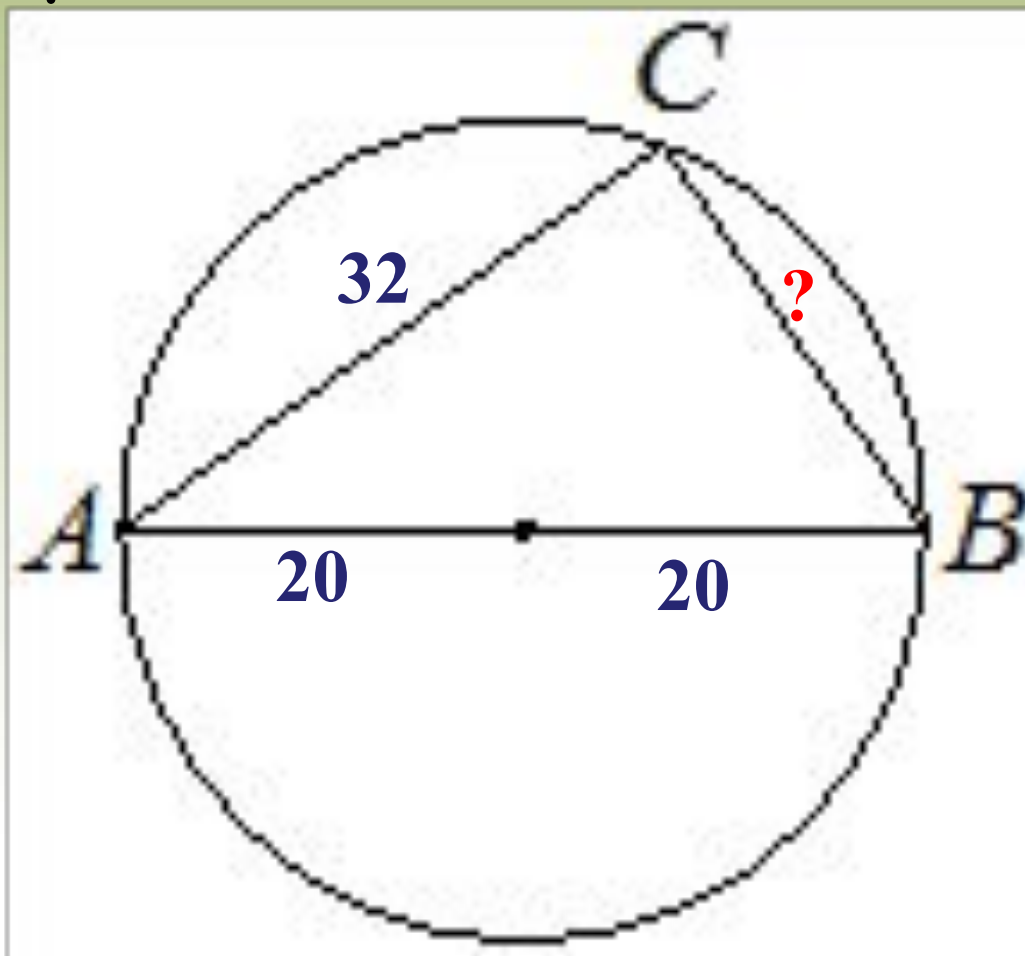
Ответ: 72.

№ 19. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 75° . Ответ дайте в градусах.



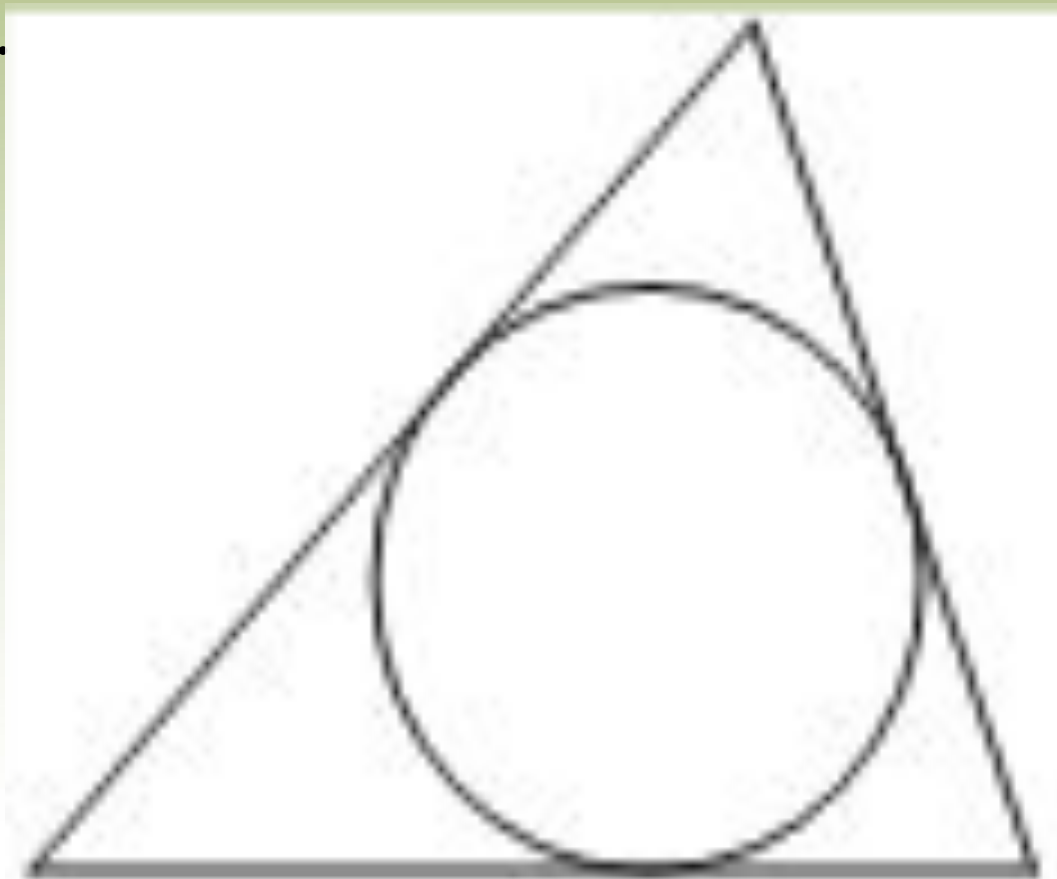
Ответ: 25.

№ 20. Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 20. Найдите BC , если $AC=32$.



Ответ: 24.

№ 21. Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



$$P = 20$$

$$r = 4$$

$$S - ?$$

$$S = \frac{1}{2} Pr$$

Ответ: 40.