

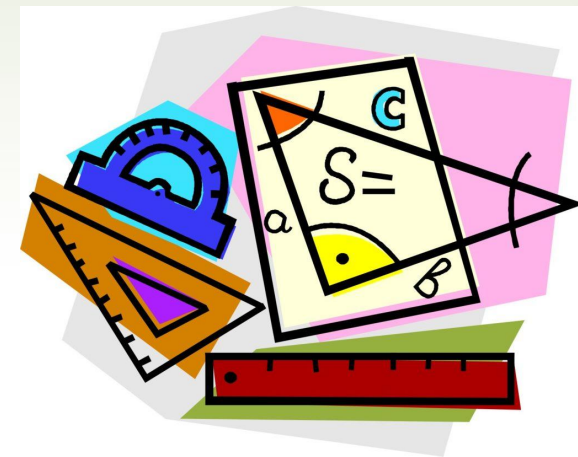


# Подготовка к ОГЭ Окружность

(по материалам открытого банка  
задач ОГЭ по математике)

2019

г.

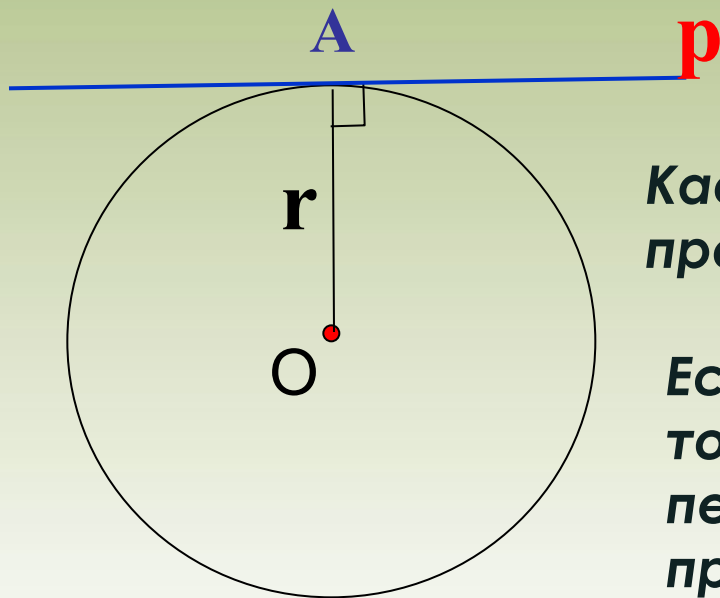


# Повторение теории



## Касательная к окружности

Прямая, имеющая с окружностью единственную общую точку, называется касательной к окружности.



## Свойство и признак касательной

Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

Если прямая  $a$ , проходящая через точку на окружности, перпендикулярна радиусу, проведенному в эту точку, то прямая  $a$ -касательная к окружности.

$p$  – касательная к окружности с центром  $O$

$A$  – точка касания

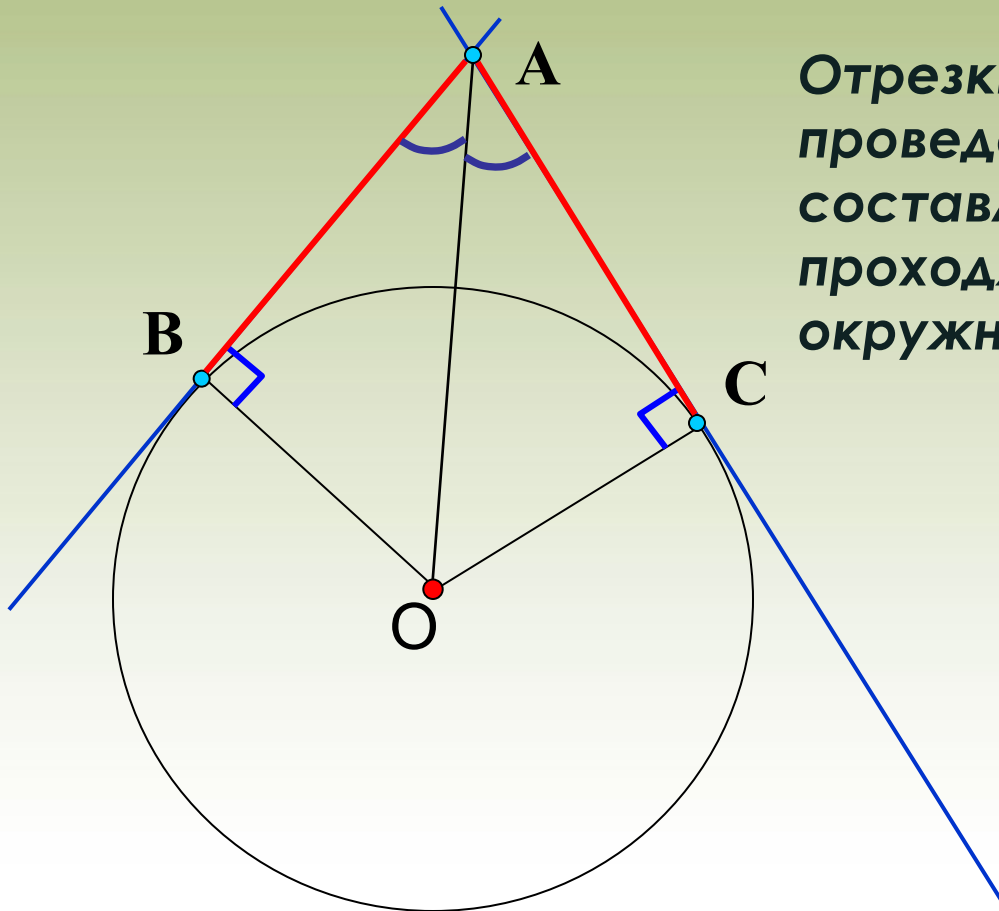
$OA$  - радиус

$$p \perp OA$$

# Повторение теории



## Свойство отрезков касательных



Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

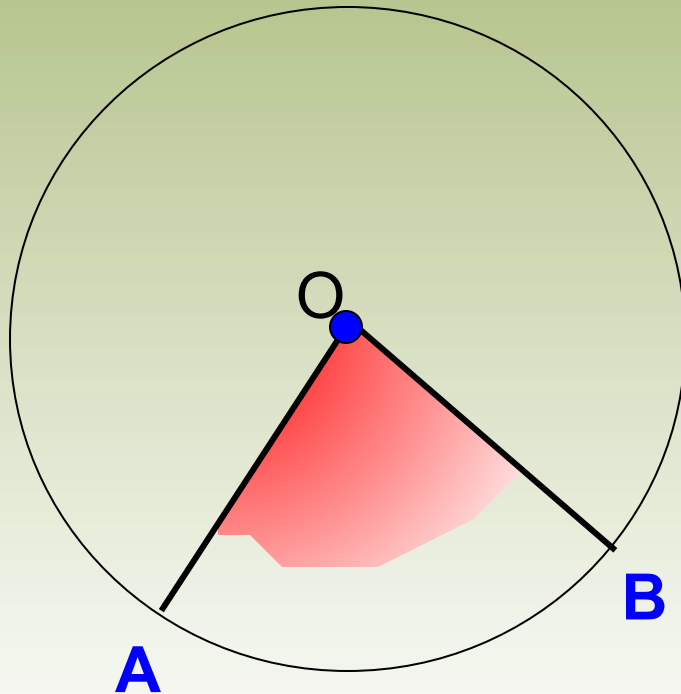
$$AB = AC,$$
$$\angle BAO = \angle CAO$$

# Повторение теории

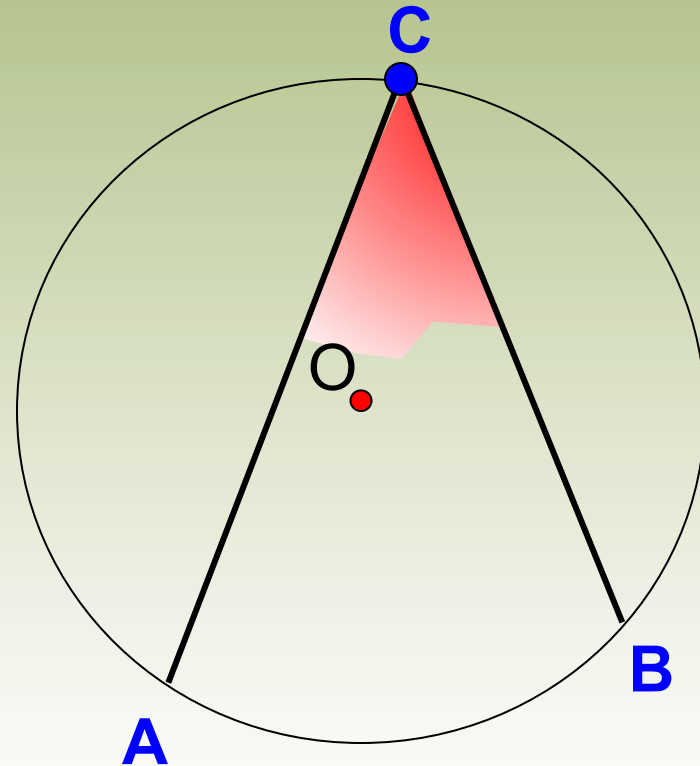
## Углы, связанные с окружностью



### Центральный угол



### Вписанный угол



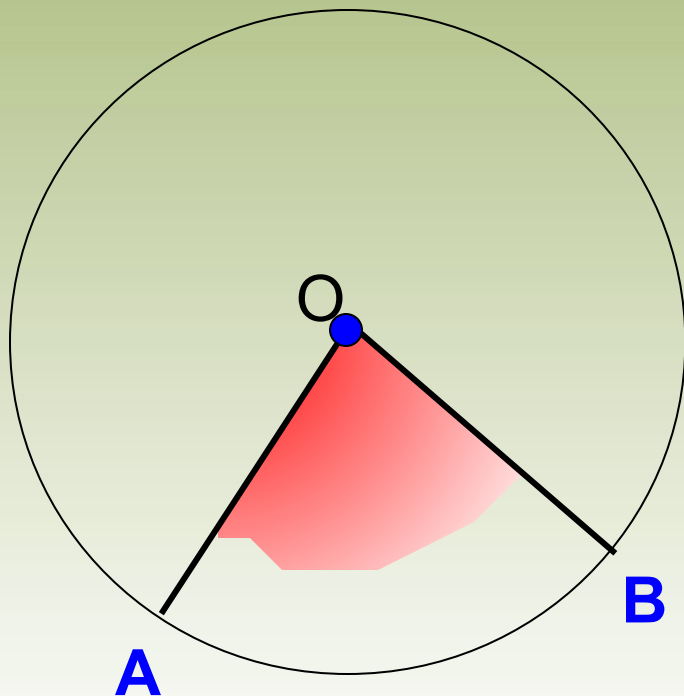
Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.  
Угол с вершиной в центре окружности называется **центральный углом**.

# Повторение теории

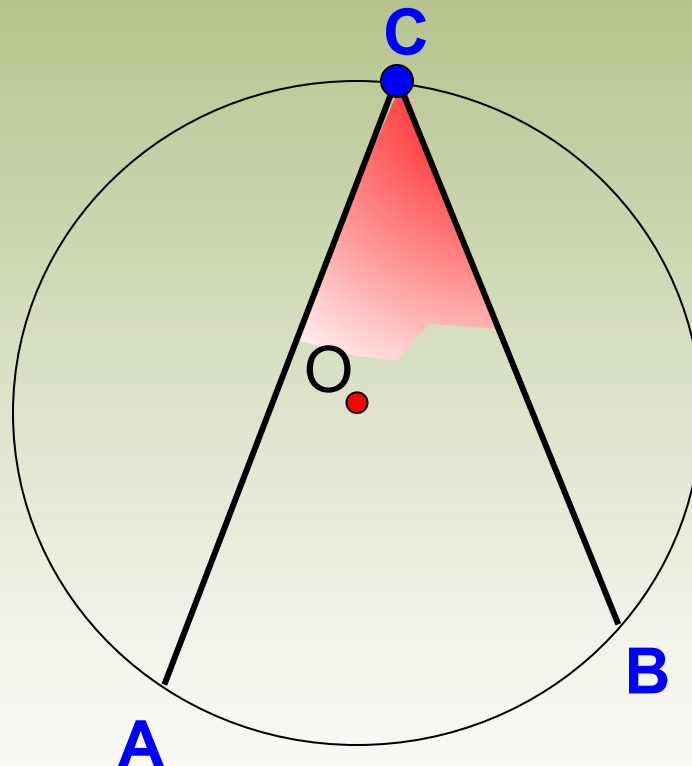
## Углы, связанные с окружностью



### Центральный угол



### Вписанный угол

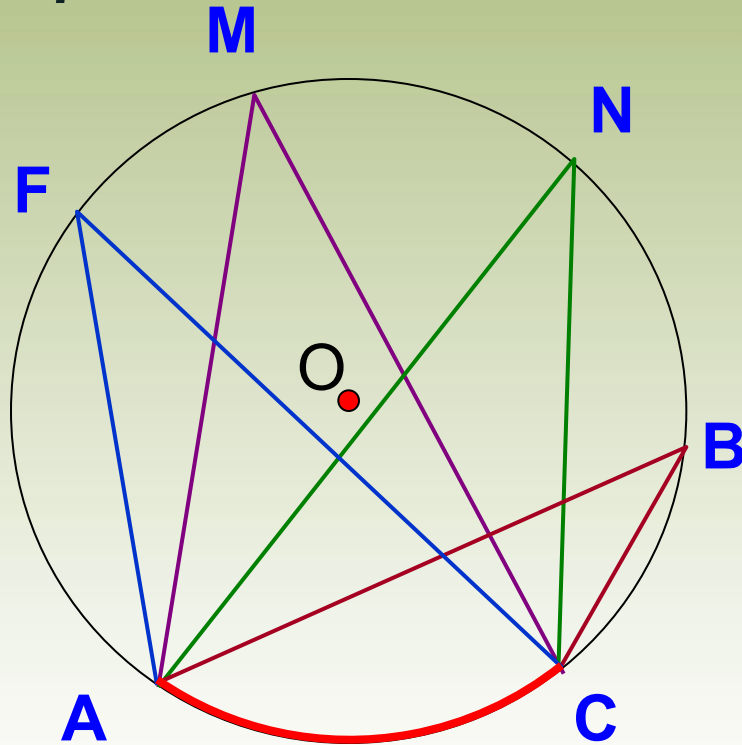


Вписанный угол равен половине угловой величины дуги, на которую он опирается, величина дуги окружности равна величине центрального угла, на нее опирающегося.

# Повторение теории



Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

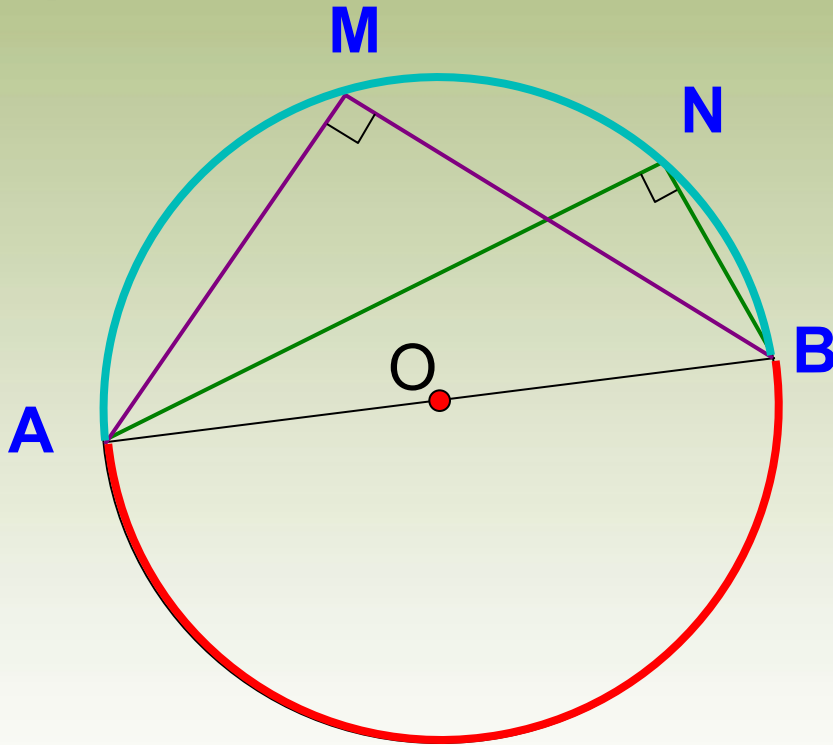


$$\angle AFC = \angle AMC = \angle ANC$$

# Повторение теории



Вписанный угол, опирающийся на полуокружность – прямой.

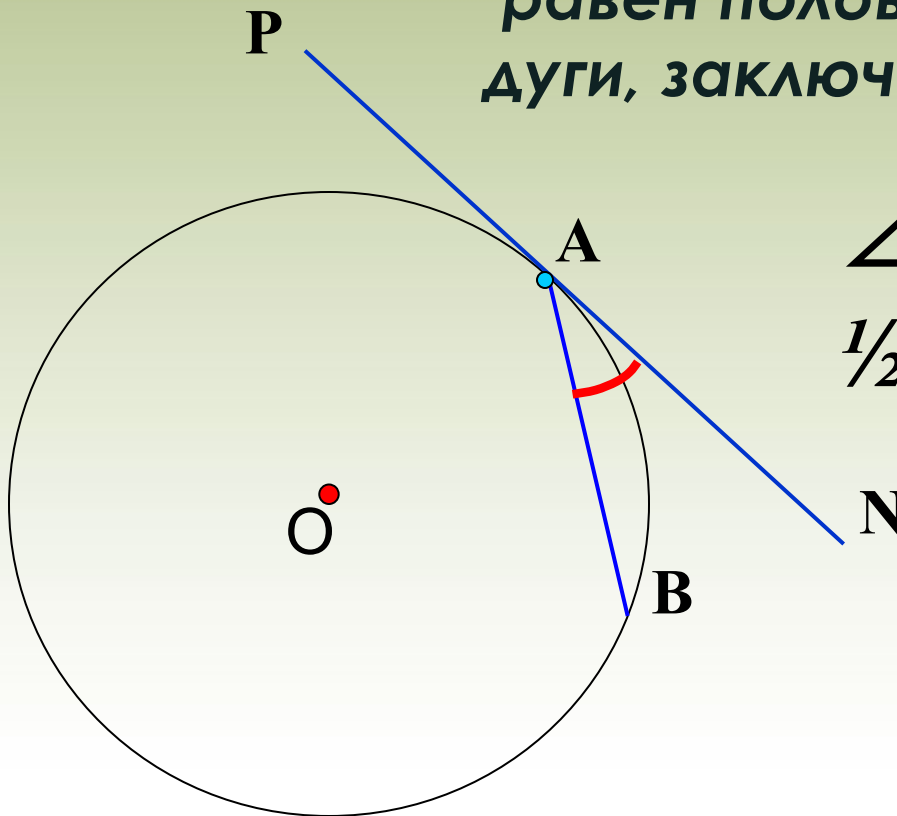


$$\angle AMB = \angle ANB = 90^\circ$$

# Повторение теории



Угол между касательной и хордой равен половине угловой величины дуги, заключенной между ними.



$$\angle BAN = \frac{1}{2} \cup AB$$



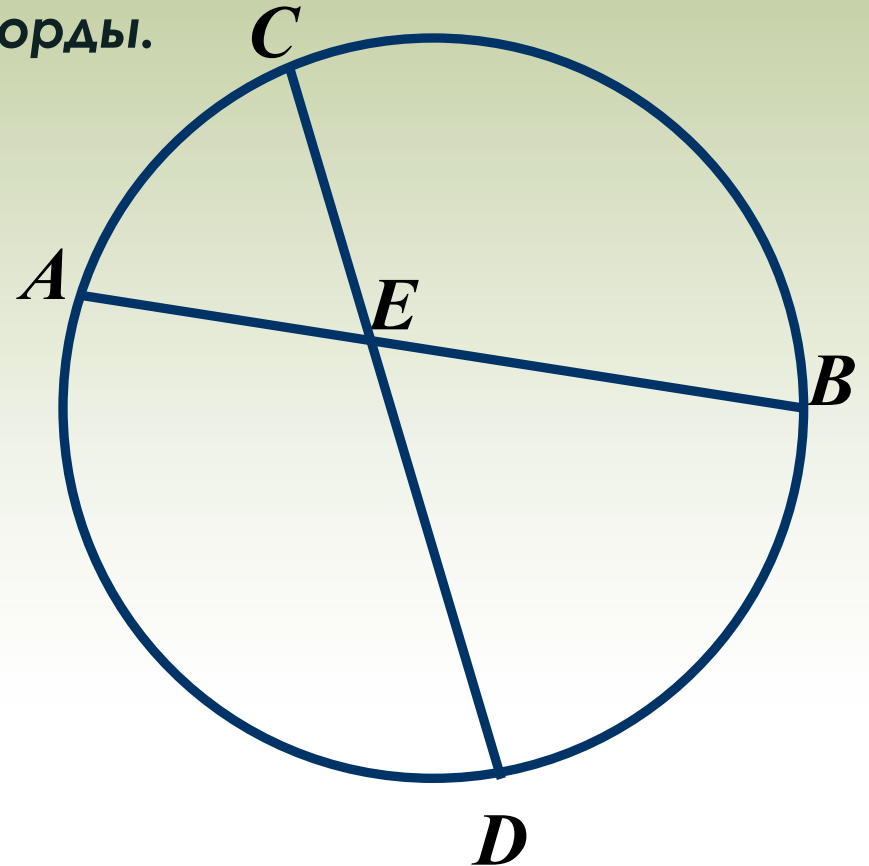
# Повторение теории



## Теорема об отрезках пересекающихся хорд

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

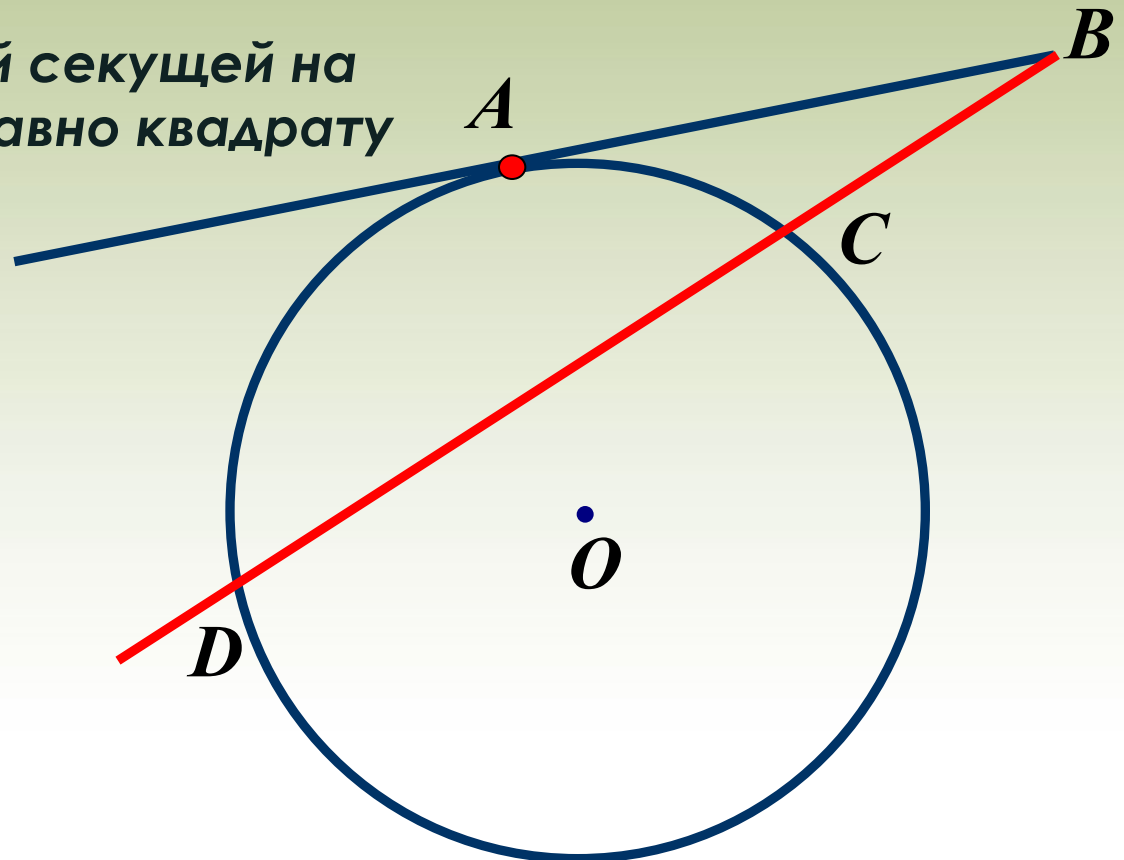


# Повторение теории



## Теорема о касательной и секущей

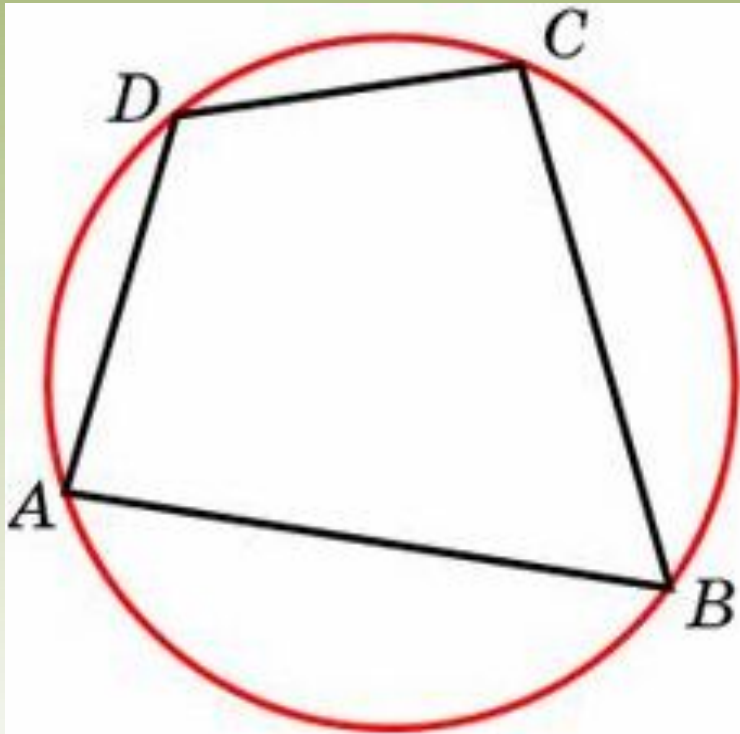
Если из одной точки проведены к окружности касательная и секущая, то произведение всей секущей на ее внешнюю часть равно квадрату касательной.



$$AB^2 = BD \cdot BC$$

# Повторение теории

## Свойство вписанного четырёхугольника



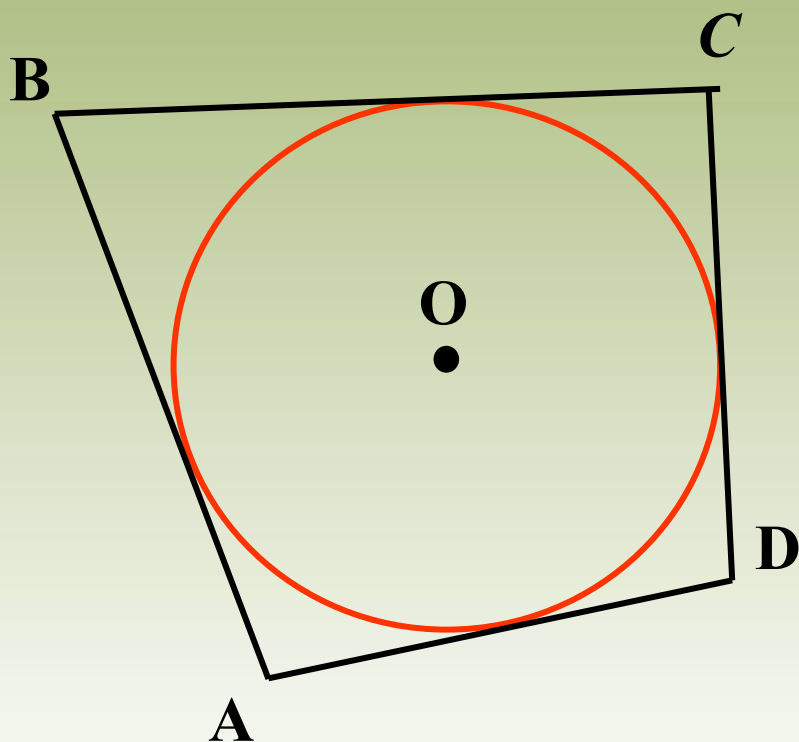
В любом вписанном четырёхугольнике сумма его противоположных углов равна  $180^\circ$ .

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

**Обратная теорема.** Если сумма противоположных углов четырёхугольника равна  $180$  градусов, то около него можно описать окружность.

# Повторение теории

## Свойство описанного четырёхугольника



В любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны.

$$AB + CD = BC + AD.$$

**Обратная теорема.** Если суммы противоположных сторон выпуклого четырёхугольника равны, то в него можно вписать окружность.

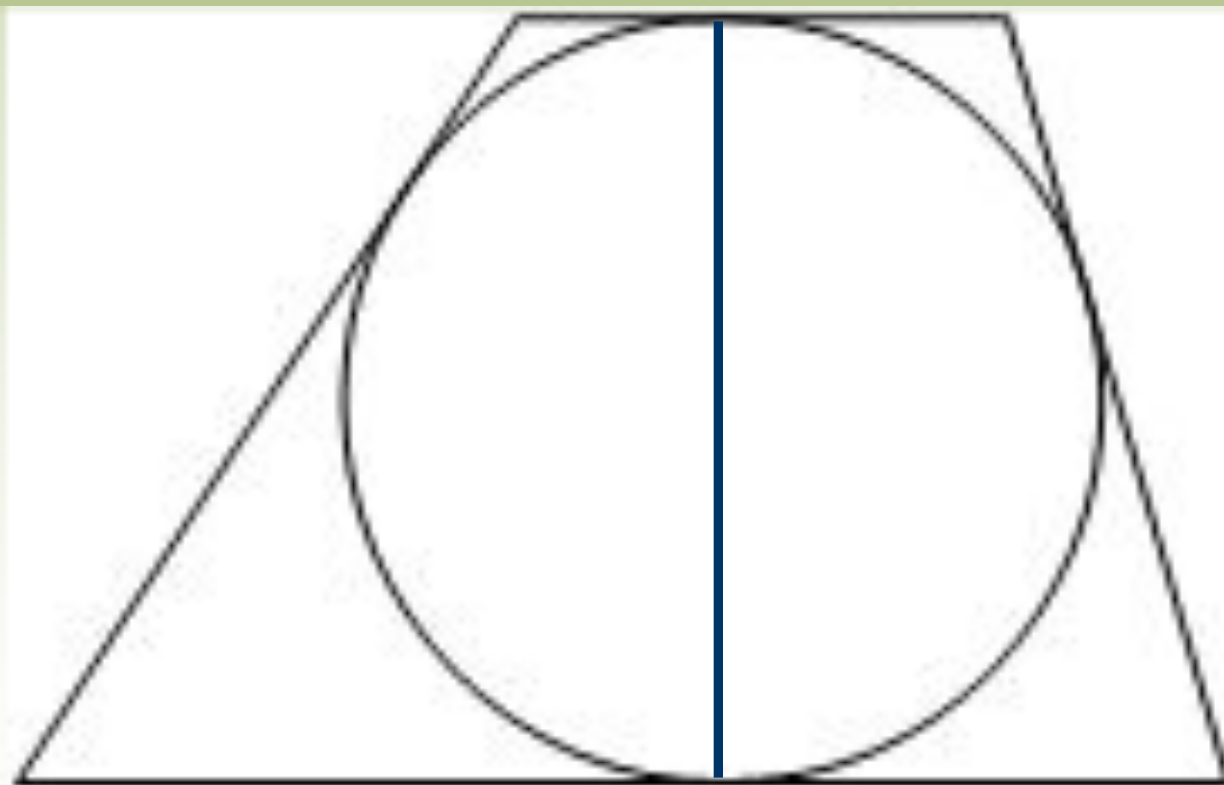
# Какие из следующих утверждений верны?



- 1) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.
- 2) Если радиус окружности равен 3, а расстояние от центра окружности до прямой равно 2, то эти прямая и окружность не пересекаются.
- 3) Если вписанный угол равен  $30^\circ$ , то дуга окружности, на которую опирается этот угол, равна  $60^\circ$ .
- 4) Около всякого треугольника можно описать не более одной окружности.
- 5) Центром окружности, описанной около треугольника, является точка пересечения биссектрис.
- 6) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.
- 7) Около любого ромба можно описать окружность.
- 8) Центр окружности, описанной около треугольника со сторонами, равными 3, 4, 5, находится на стороне этого треугольника.
- 9) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.

**Ответ: 1, 3, 4, 6, 8, 9.**

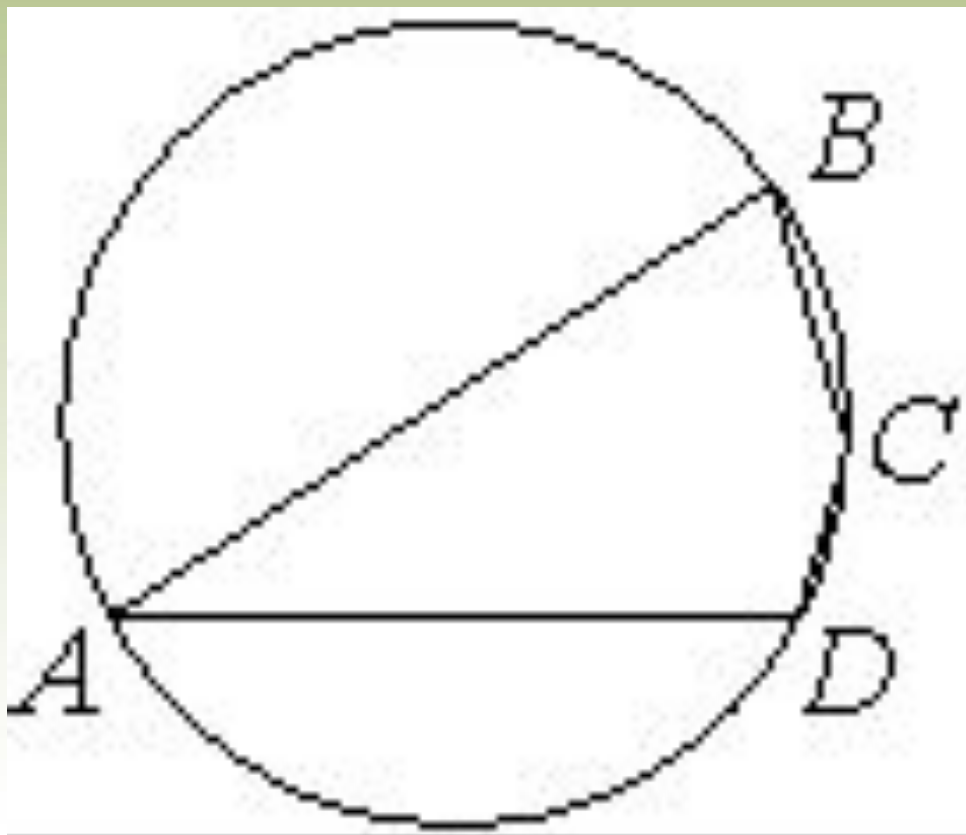
**№ 1.** Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 42. Найдите высоту этой трапеции.



*Ответ: 84*



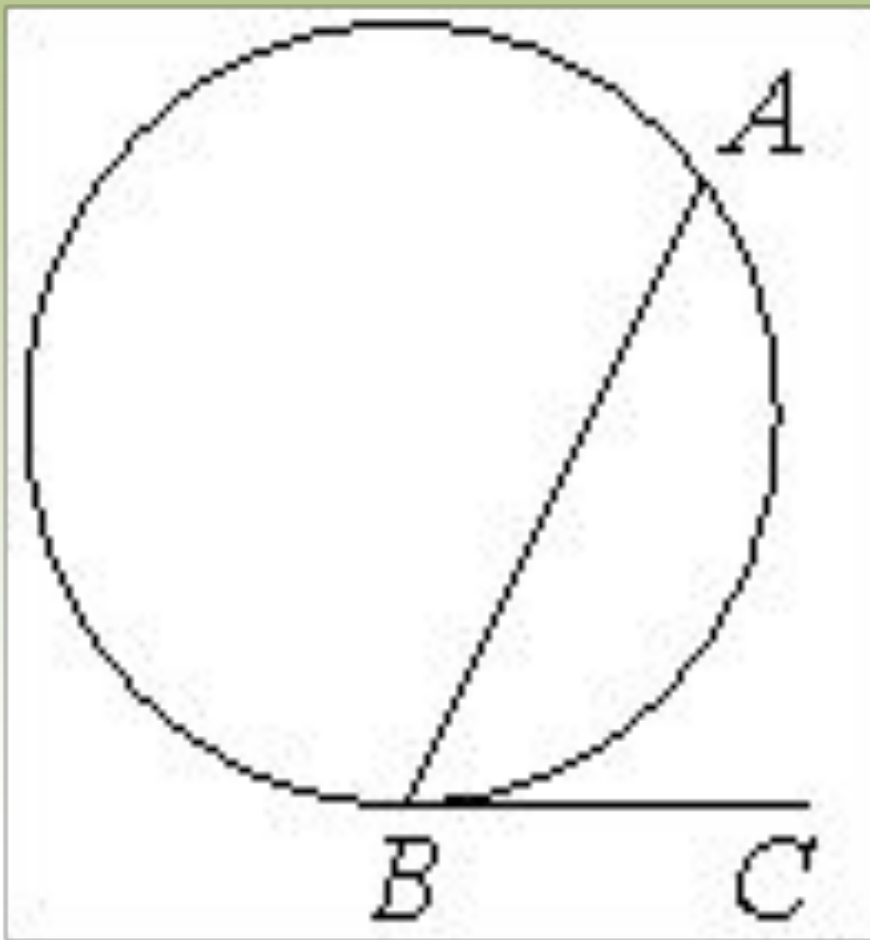
**№ 2.** Угол  $A$  четырёхугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $37^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



*Ответ: 143.*



**№ 3.** На окружности отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что меньшая дуга  $AB$  равна  $92^\circ$ . Прямая  $BC$  касается окружности в точке  $B$  так, что угол  $ABC$  острый. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.

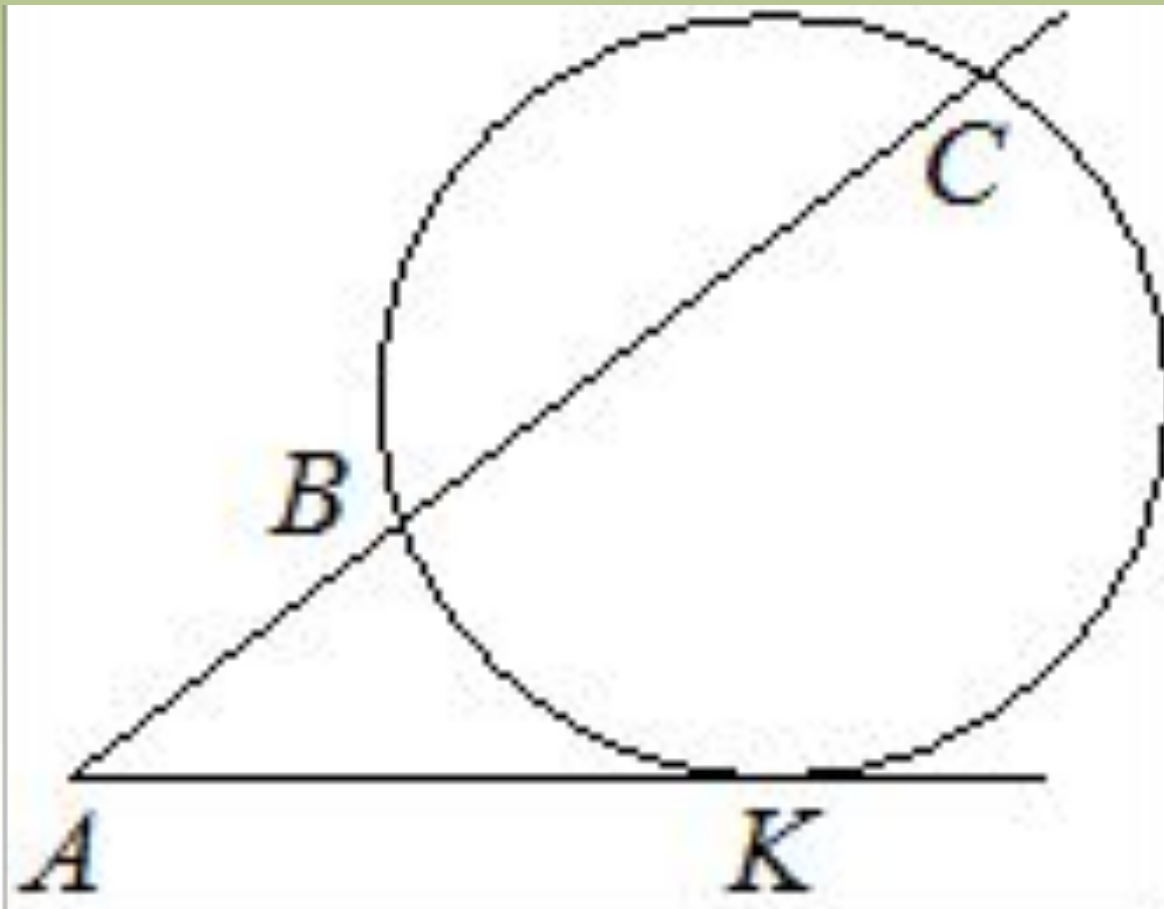


*Ответ: 46.*



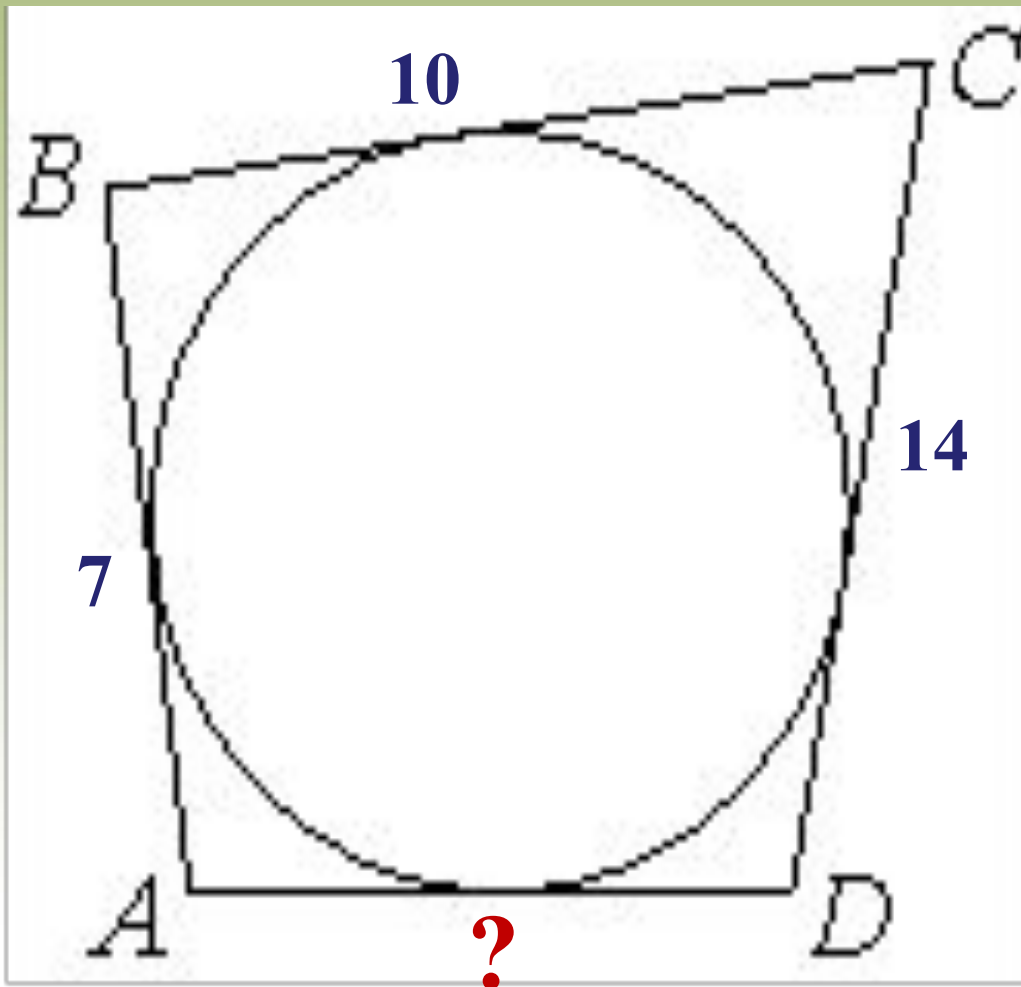


**№ 4.** Через точку  $A$ , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке  $K$ . Другая прямая пересекает окружность в точках  $B$  и  $C$ , причём  $AB=4$ ,  $AC=16$ . Найдите  $AK$ .



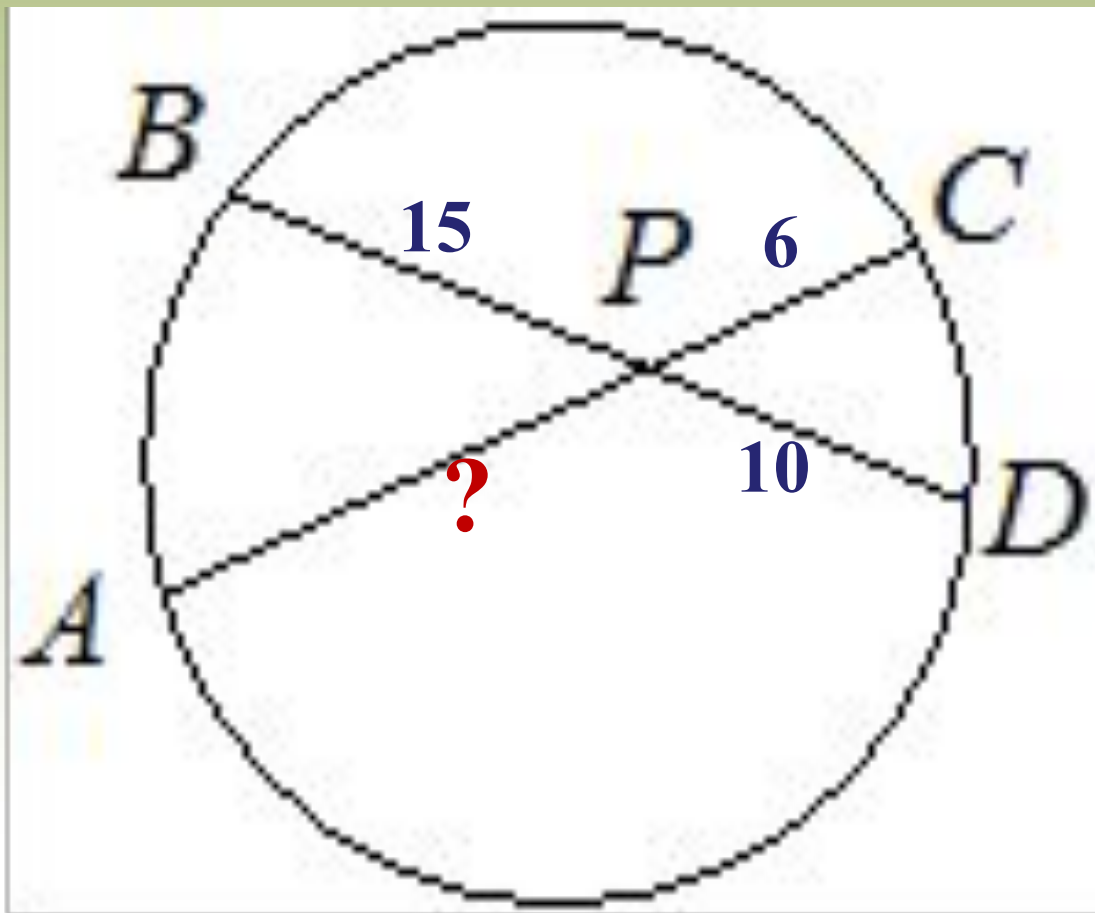
*Ответ: 8.*

**№ 5.** Четырёхугольник  $ABCD$  описан около окружности,  $AB=7$ ,  $BC=10$ ,  $CD=14$ . Найдите  $AD$ .



*Ответ: 11.*

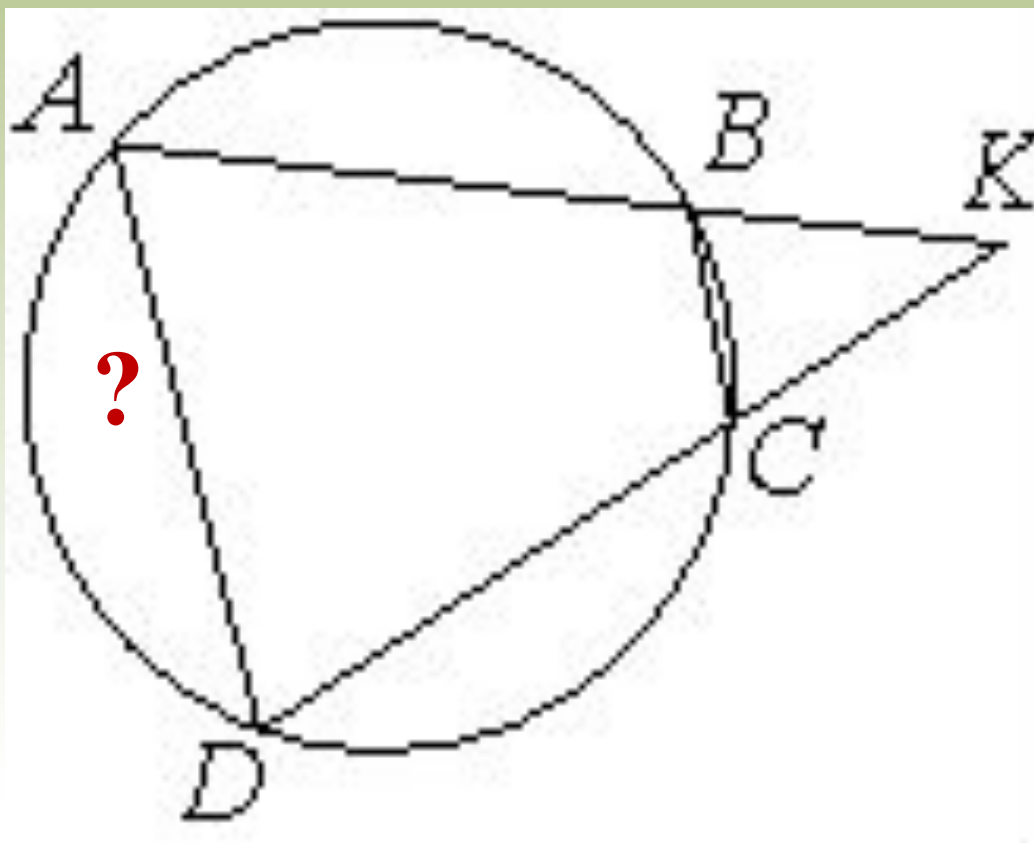
**№ 6.** Хорды  $AC$  и  $BD$  окружности пересекаются в точке  $P$ ,  $BP=15$ ,  $CP=6$ ,  $DP=10$ . Найдите  $AP$ .



*Ответ: 25.*

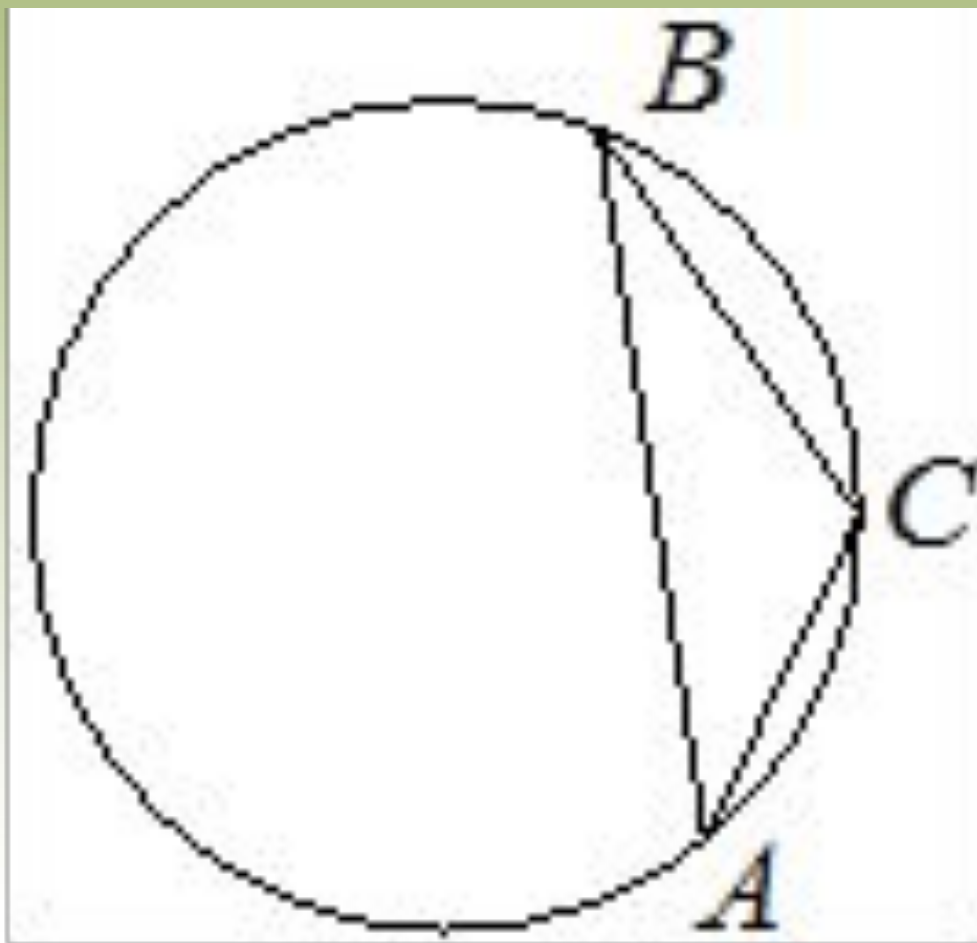


**№ 7.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Прямые  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $K$ ,  $BK=8$ ,  $DK=12$ ,  $BC=6$ . Найдите  $AD$ .



*Ответ: 9.*

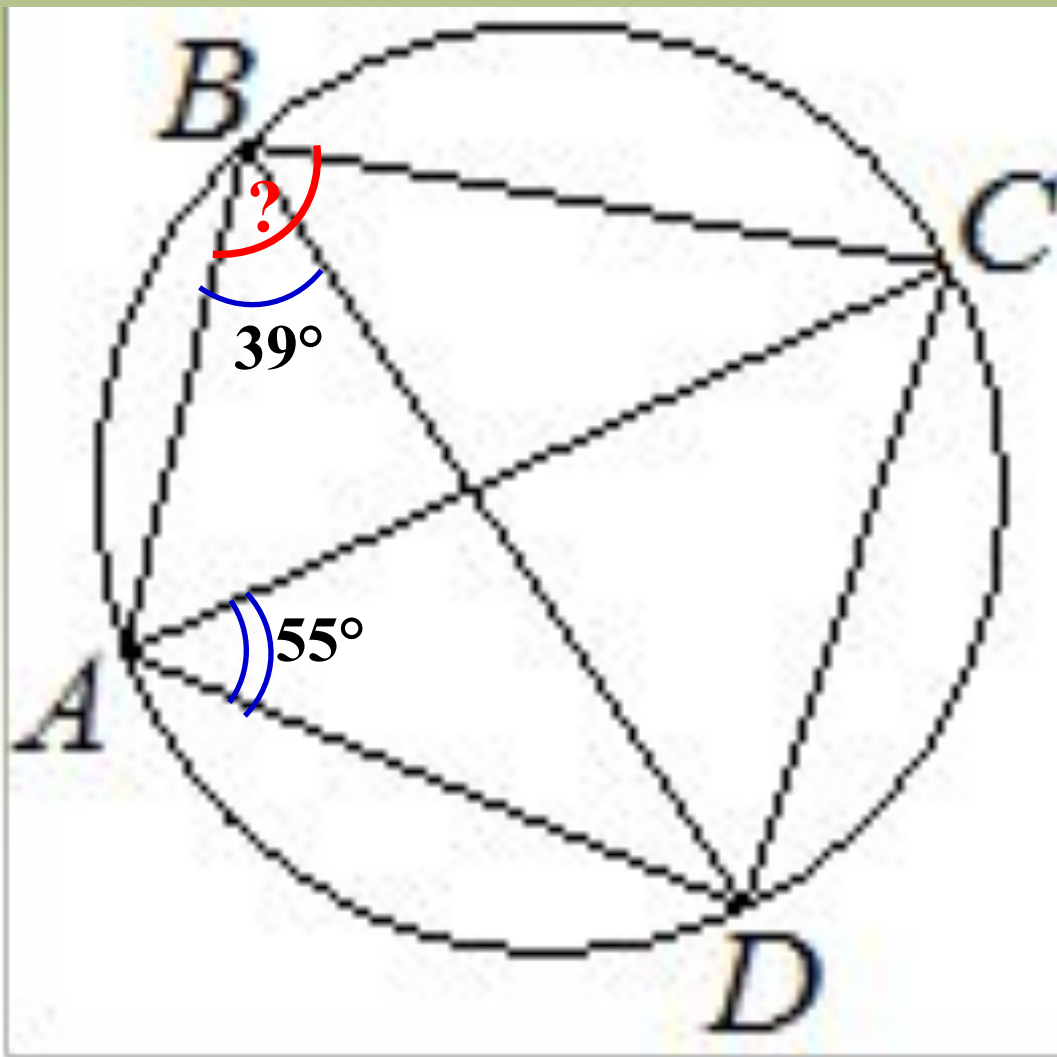
**№ 8.** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $120^\circ$ ,  $AB=18\sqrt{3}$ .  
Найдите радиус окружности, описанной около этого  
треугольника.



*Ответ: 18.*



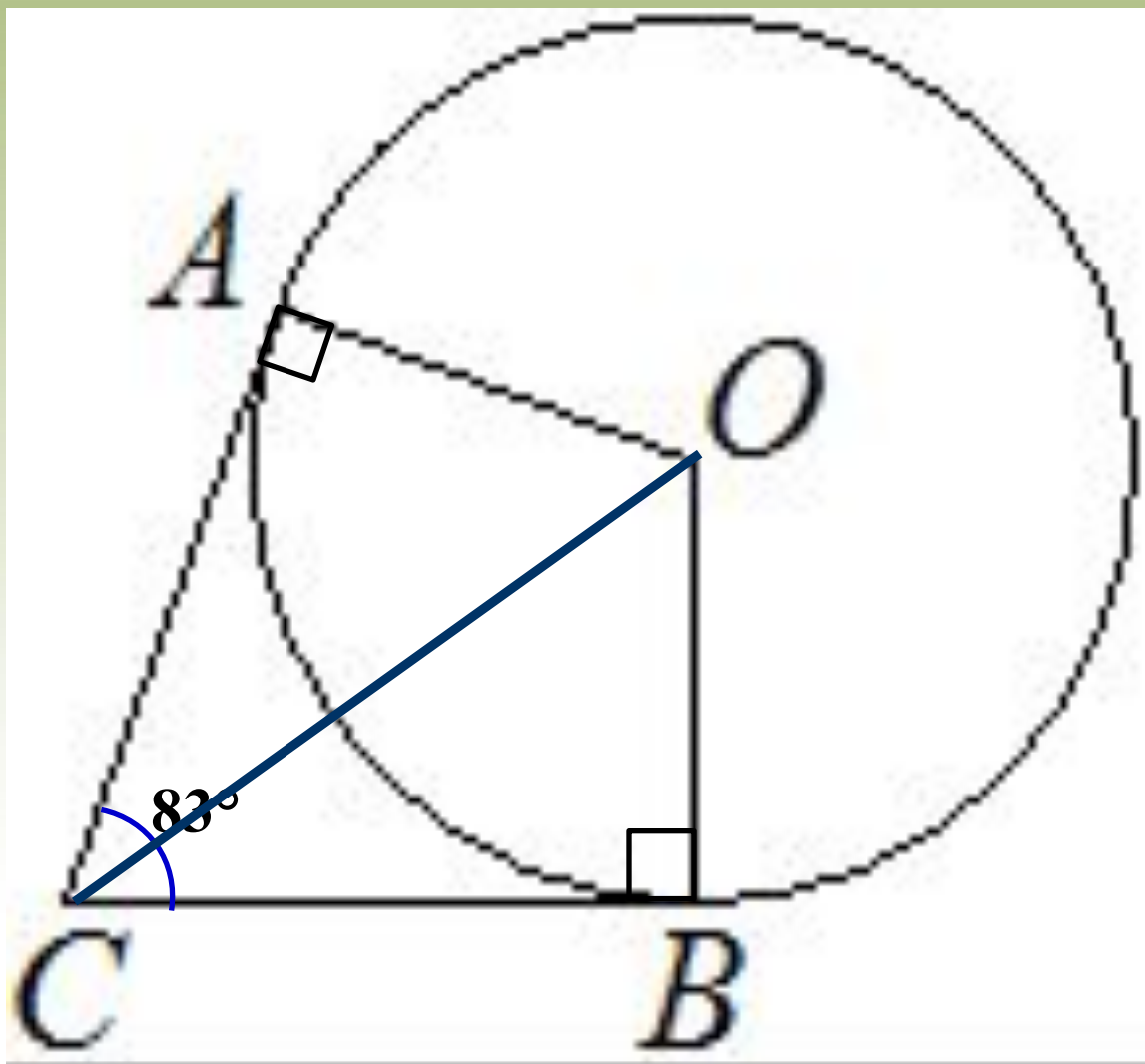
**№ 9.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $39^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $55^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



*Ответ: 94.*

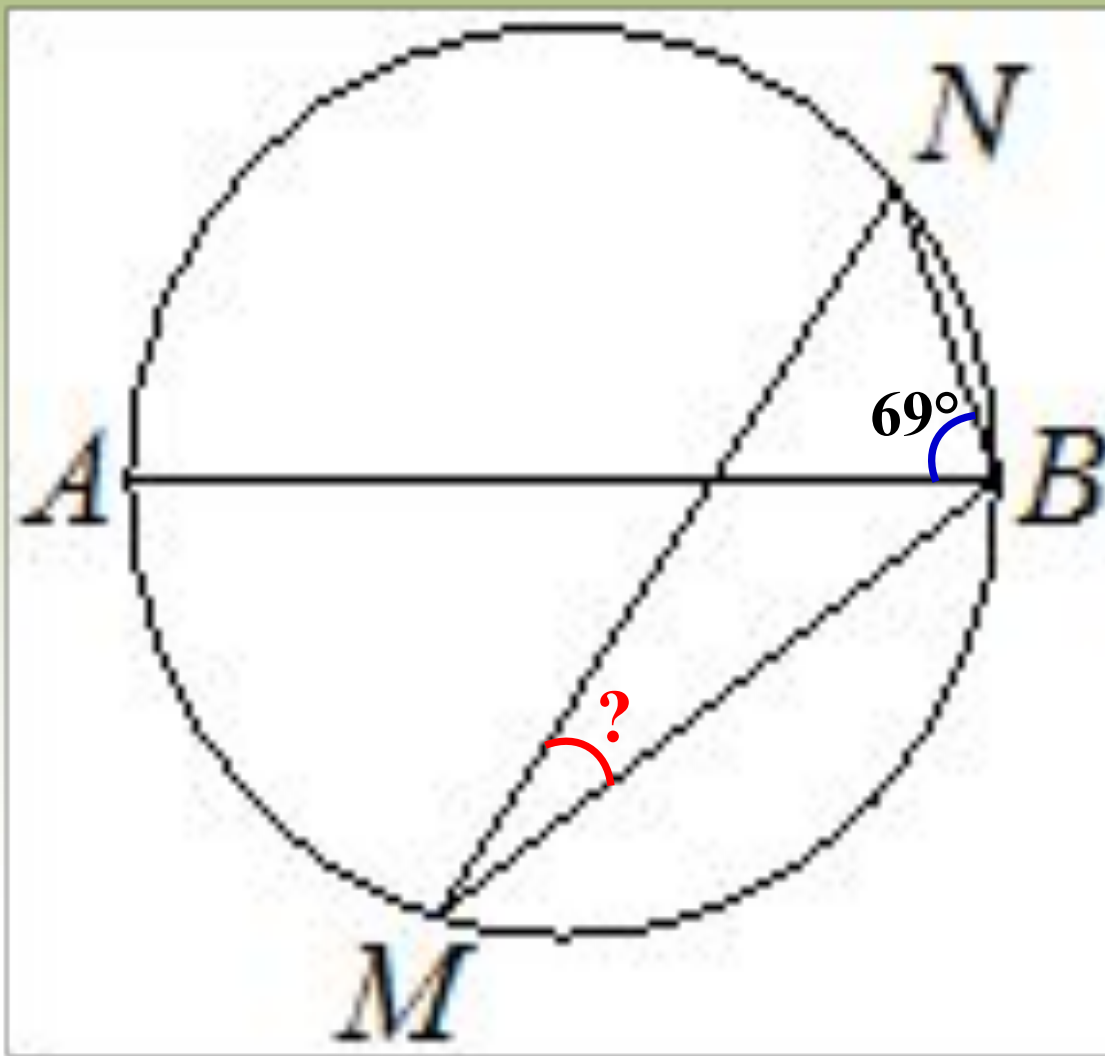


**№ 10.** В угол  $C$  величиной  $83^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , точка  $O$  — центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



*Ответ: 97.*

**№ 11.** На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 69^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.

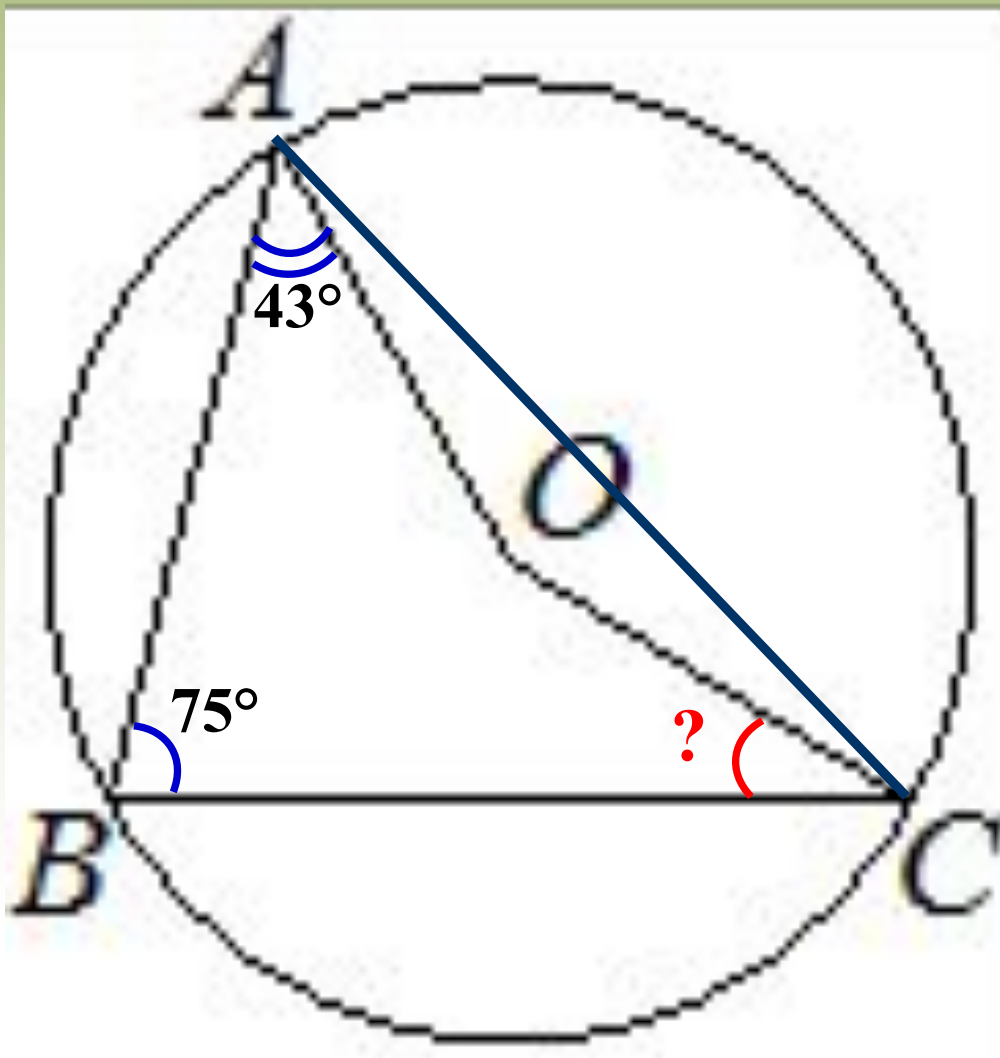


*Ответ: 42.*



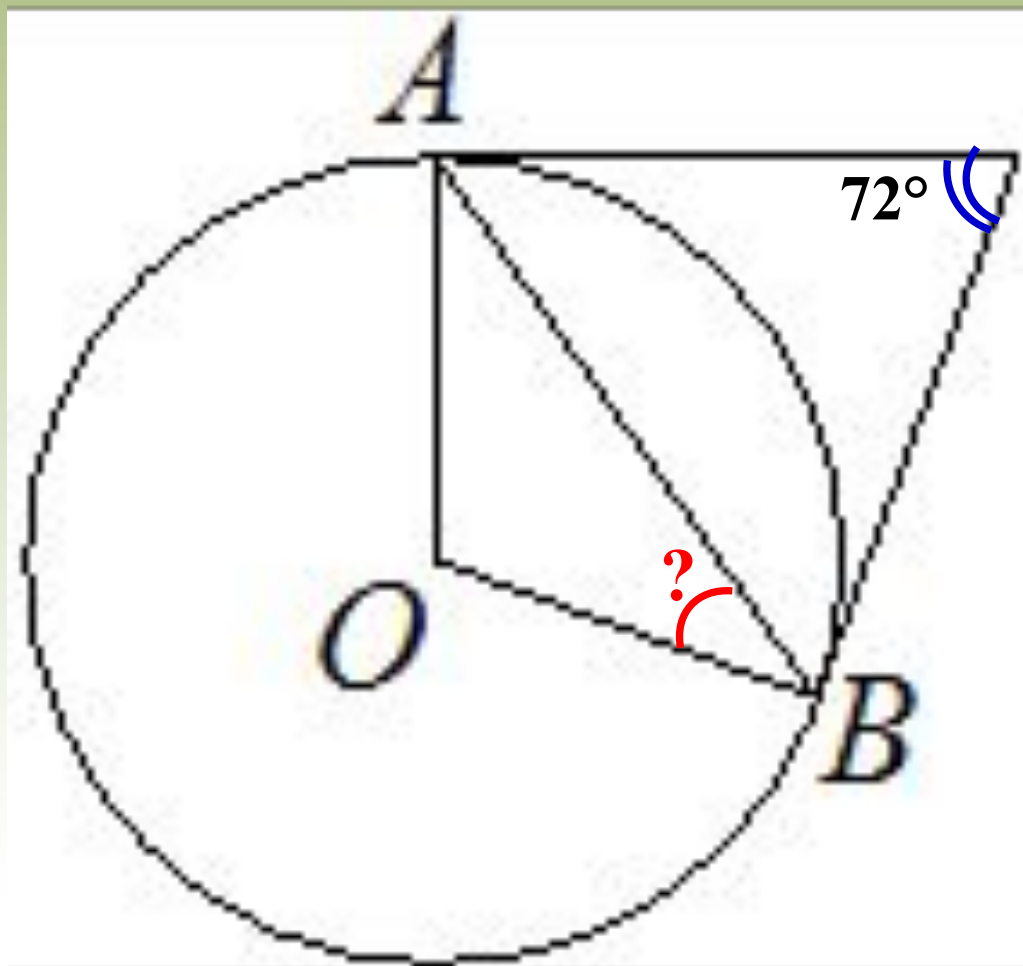


**№ 12.** Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



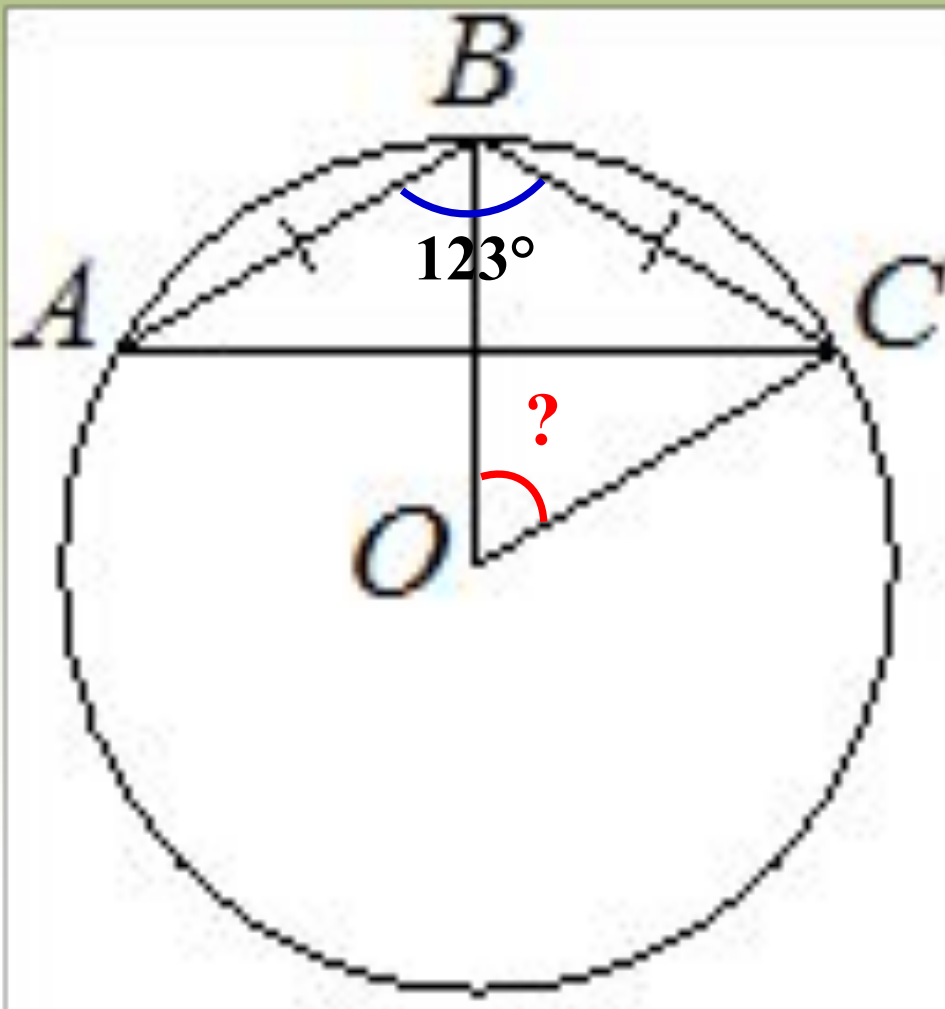
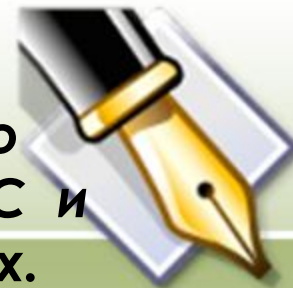
*Ответ: 32.*

**№ 13.** Касательные в точках  $A$  и  $B$  к окружности с центром в точке  $O$  пересекаются под углом  $72^\circ$ . Найдите угол  $ABO$ . Ответ дайте в градусах.



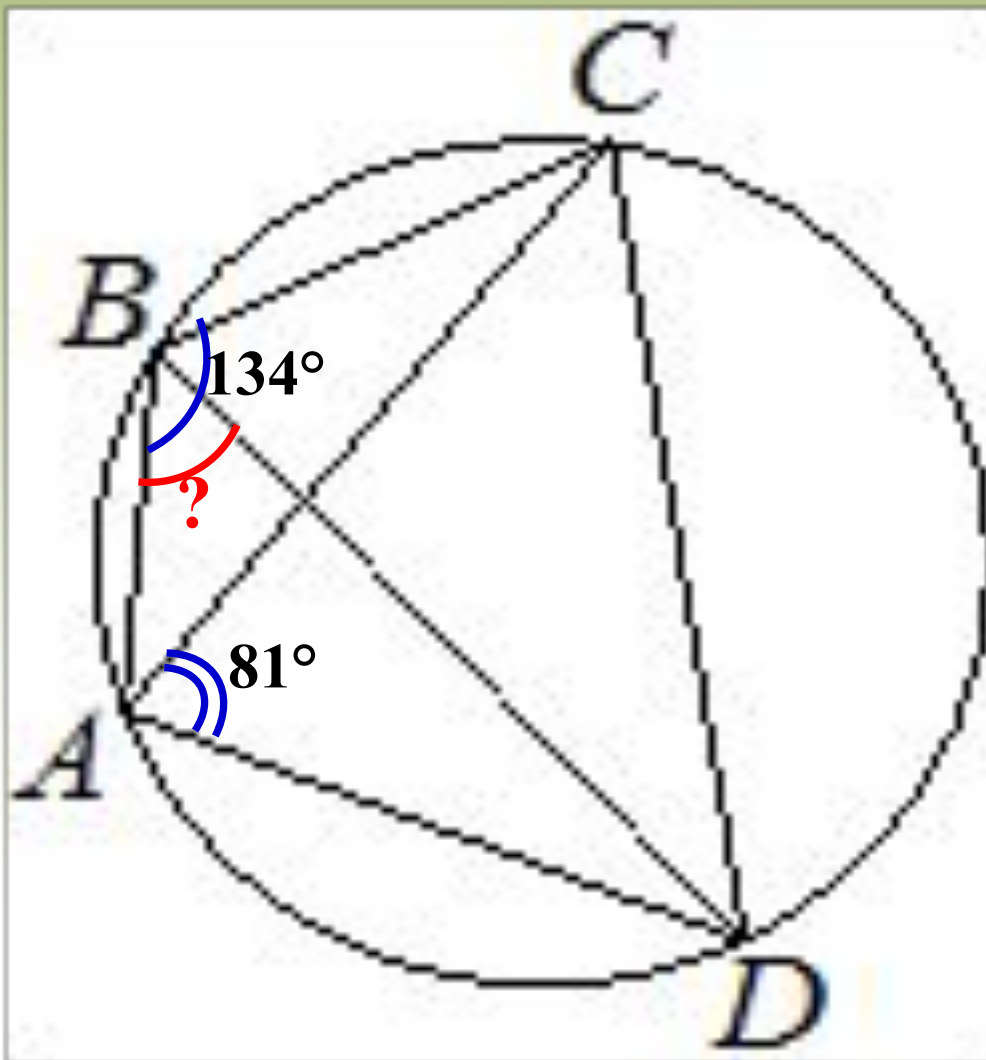
*Ответ: 36.*

**№ 14.** Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB=BC$  и  $\angle ABC=123^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.



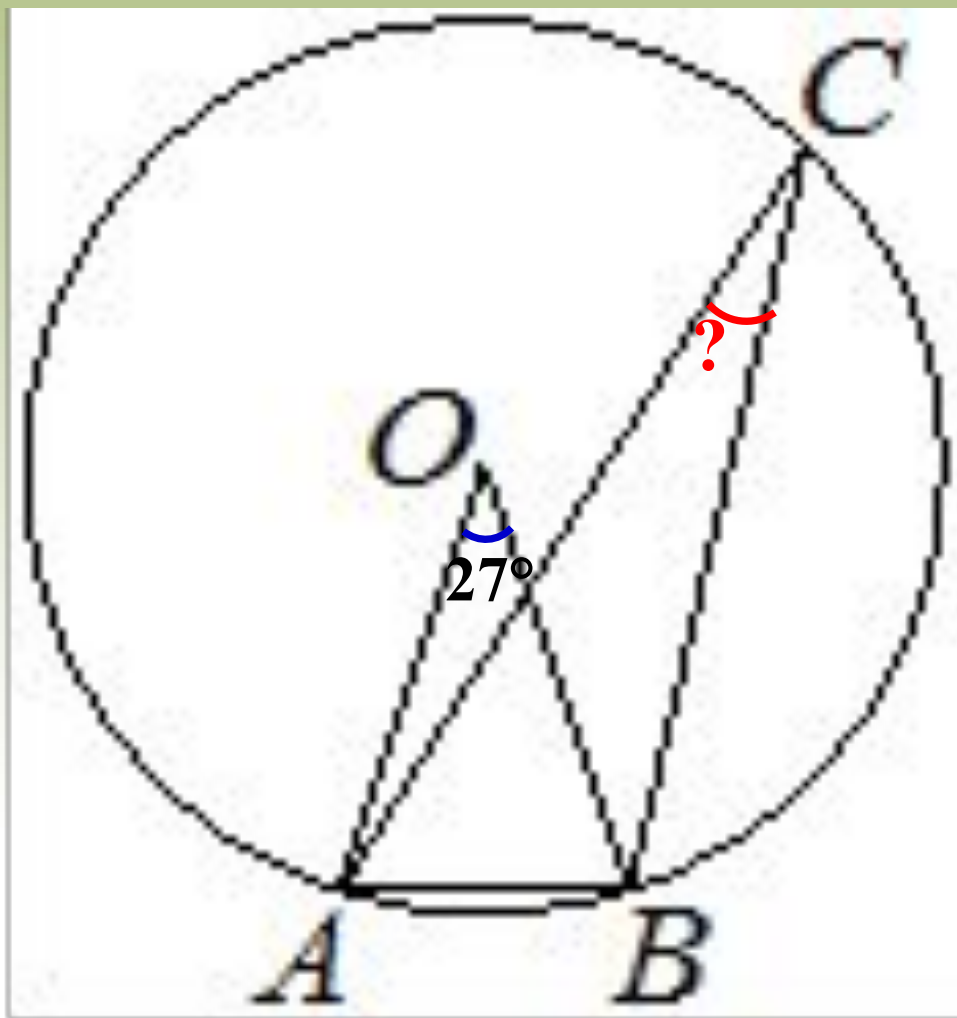
*Ответ: 57.*

**№ 15.** Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $134^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $81^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



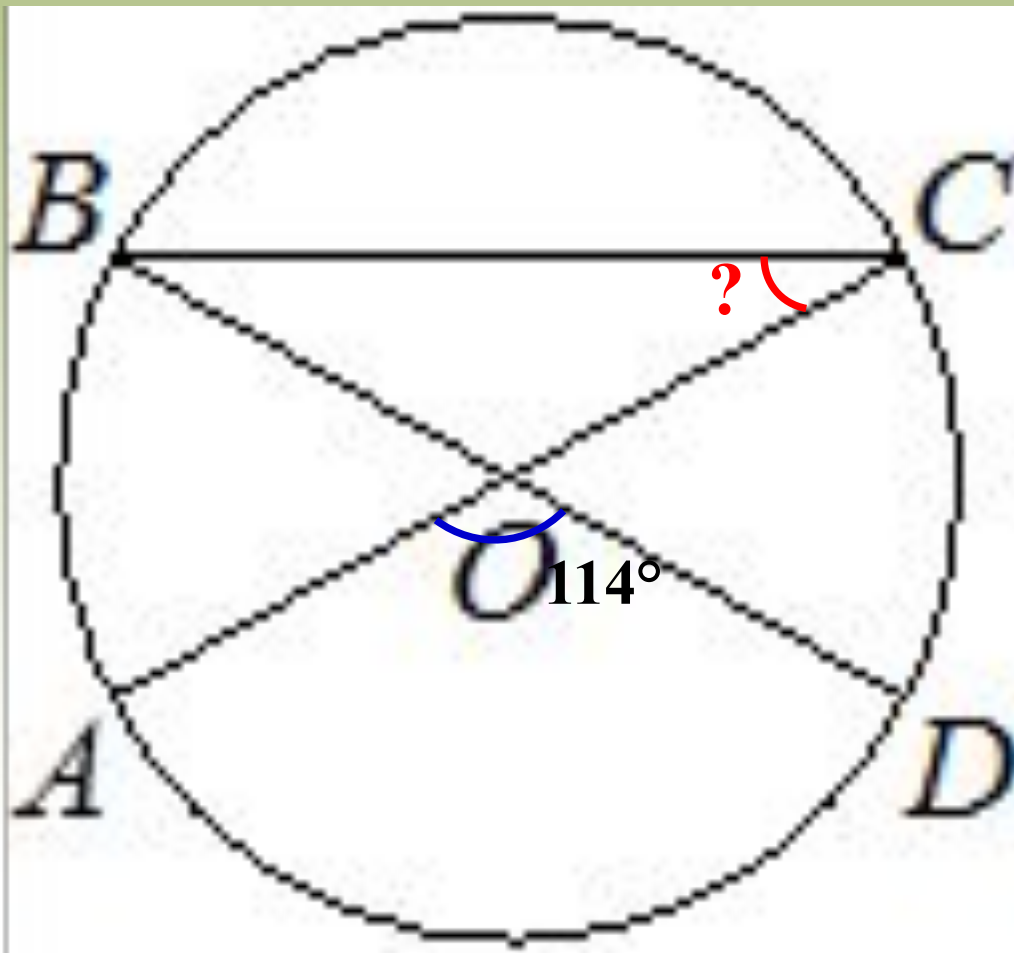
*Ответ: 53.*

**№ 16.** Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Точки  $O$  и  $C$  лежат в одной полуплоскости относительно прямой  $AB$ . Найдите угол  $ACB$ , если угол  $AOB$  равен  $27^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



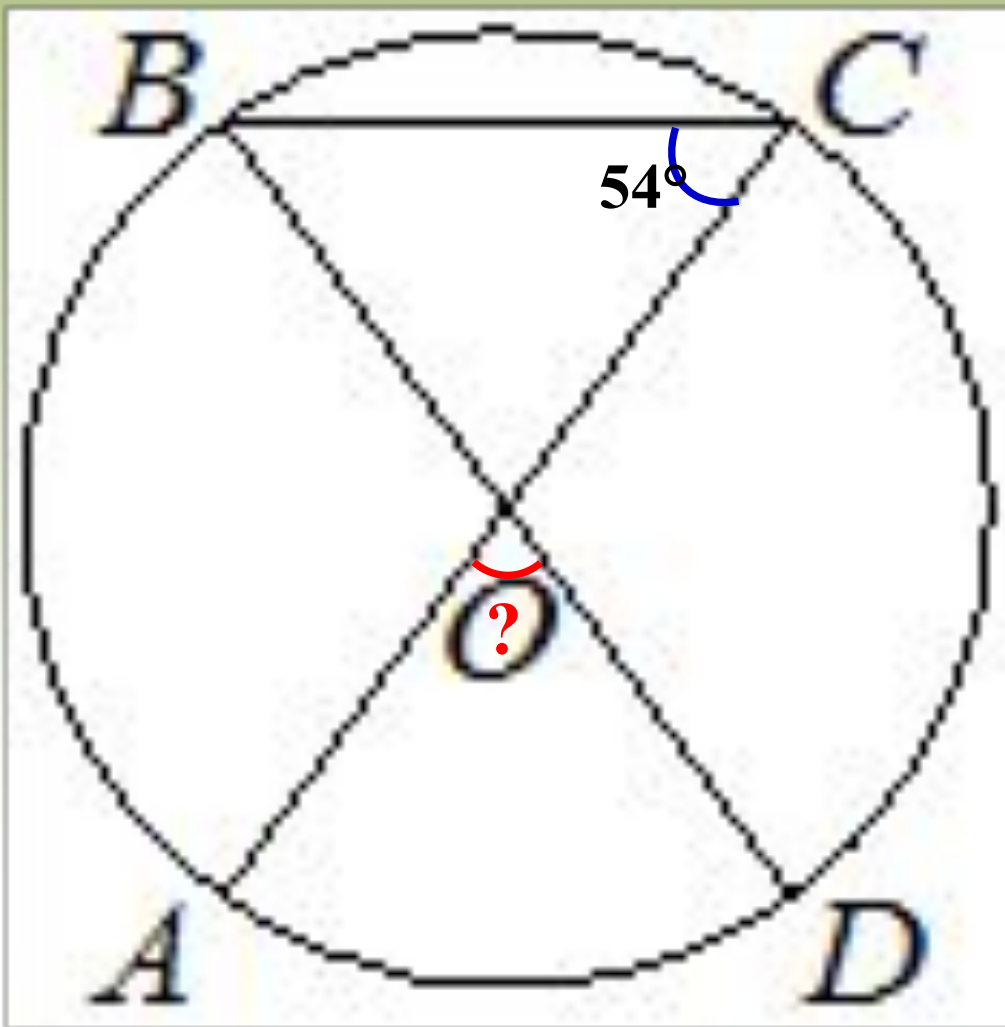
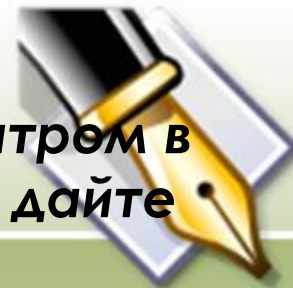
*Ответ: 13,5.*

**№ 17.** В окружности с центром в точке  $O$  отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры. Угол  $AOD$  равен  $114^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ .  
Ответ дайте в градусах.



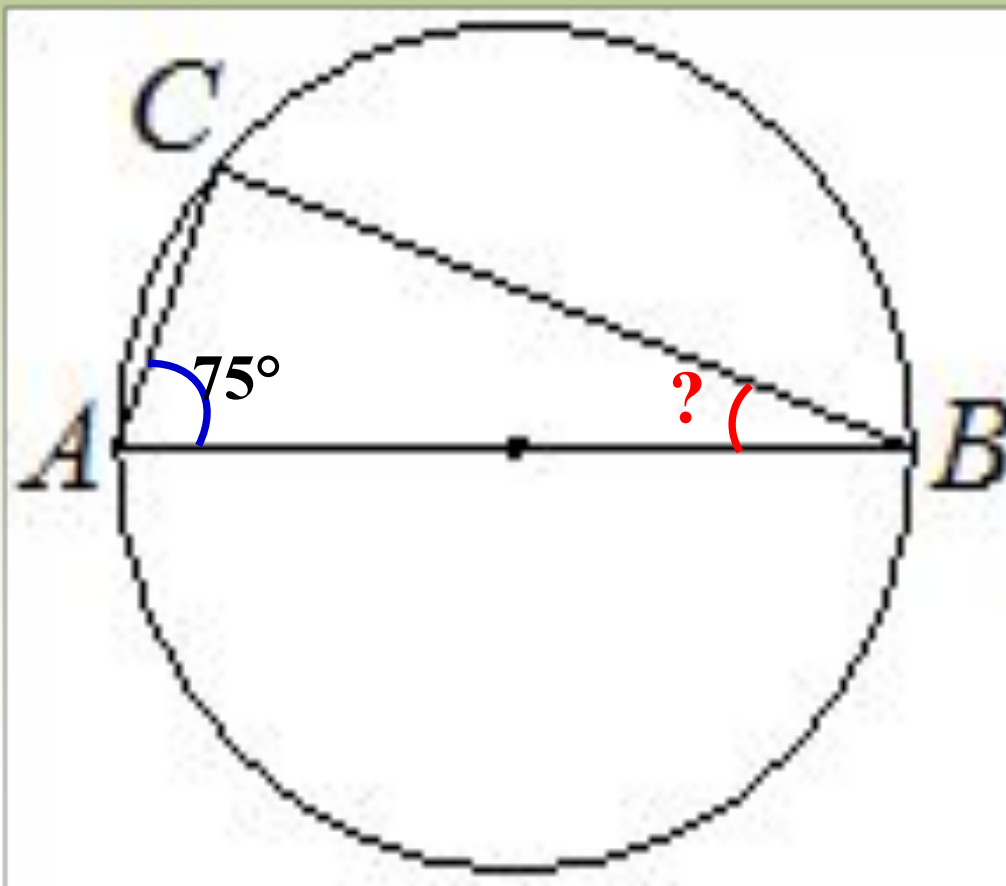
*Ответ: 33.*

**№ 18.** Отрезки  $AC$  и  $BD$  — диаметры окружности с центром в точке  $O$ . Угол  $ACB$  равен  $54^\circ$ . Найдите угол  $AOD$ . Ответ дайте в градусах.



*Ответ: 72.*

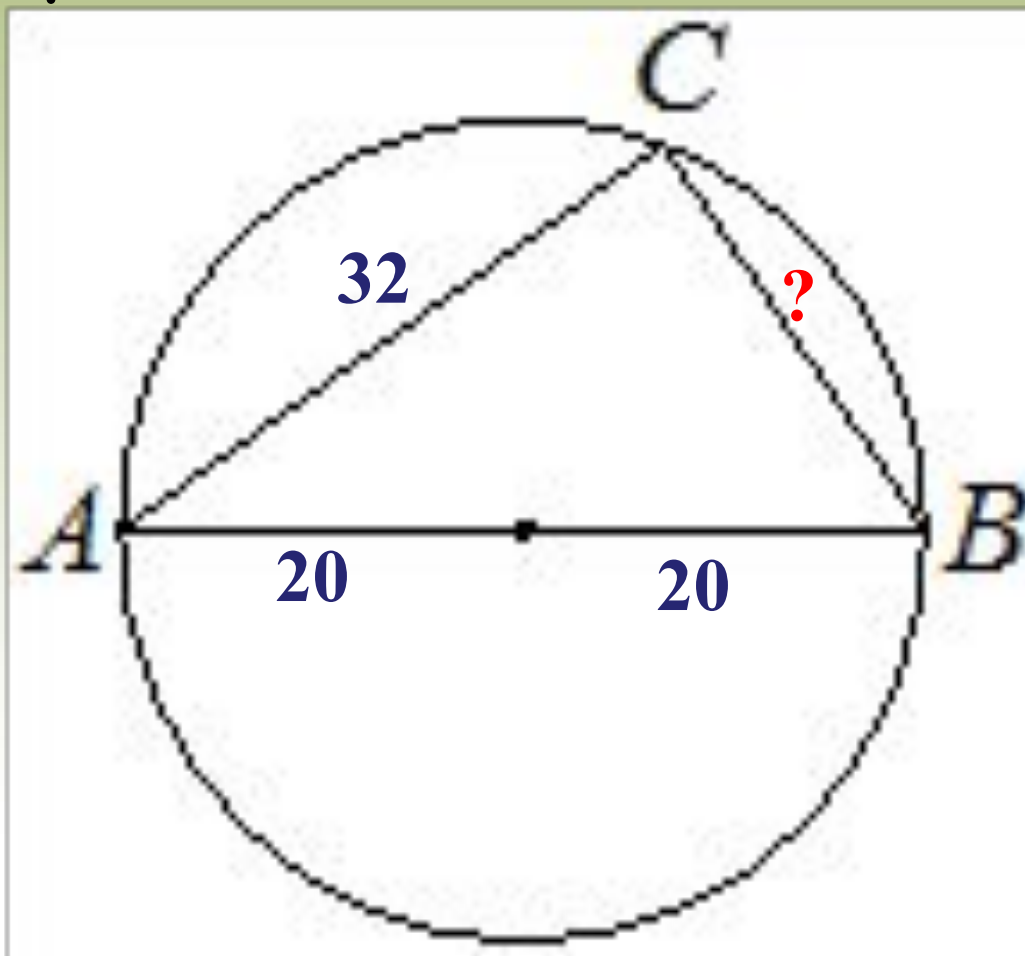
**№ 19.** Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Найдите угол  $ABC$ , если угол  $BAC$  равен  $75^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



*Ответ: 25.*

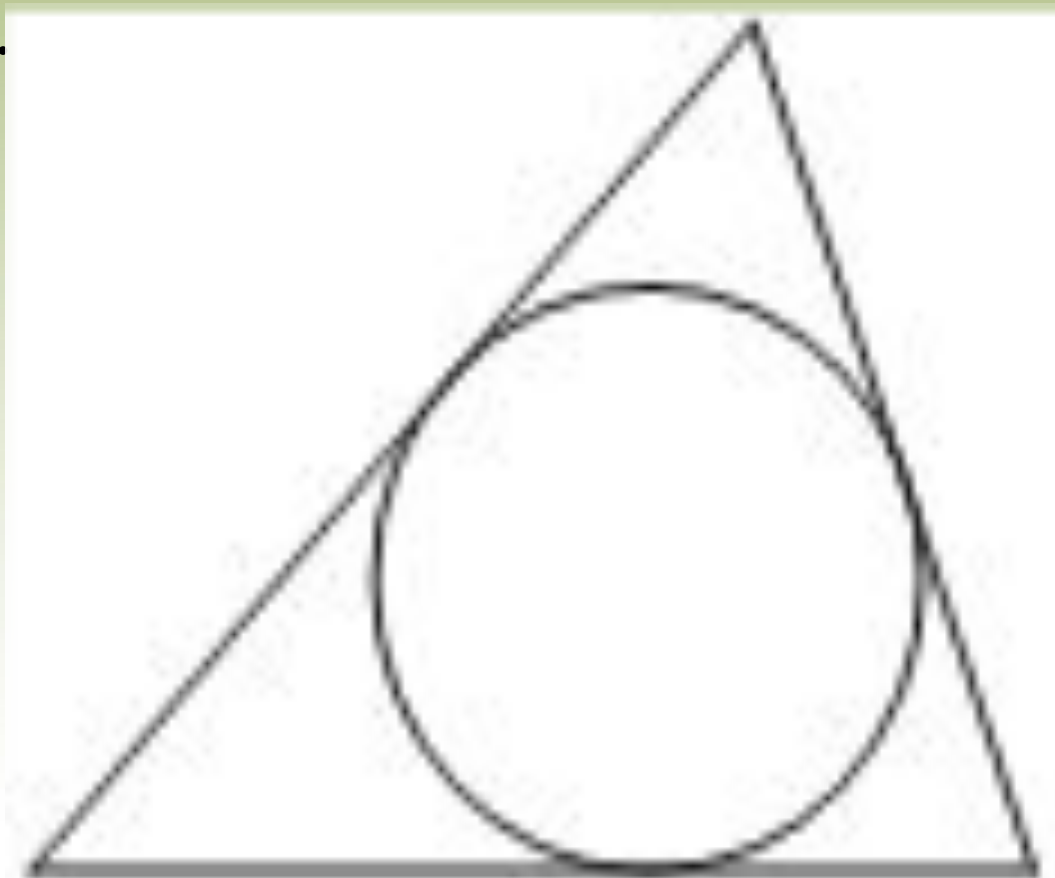


**№ 20.** Центр окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , лежит на стороне  $AB$ . Радиус окружности равен 20. Найдите  $BC$ , если  $AC=32$ .



*Ответ: 24.*

**№ 21.** Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



$$P = 20$$

$$r = 4$$

$$S - ?$$

$$S = \frac{1}{2} Pr$$

*Ответ: 40.*