ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИНА

Лектор: Мокина Ирина Анатольевна

СТАТИКА

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- **Лачуга Ю.Ф., Ксендзов В.А. Теоретическая механика.** – М.: Колос, 2000. – 376 с.: ил. – (Учебники и учебные пособия для студентов высших учебных заведений).
- **Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики:** Учеб. для втузов/С.М.Тарг.-15-е изд., стер.-М.:Высш.шк.,2005.-415 с.
- **Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике:** Учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по техн. спец. /И.В.Мещерский; Под ред.В.А. Пальмова,Д.Д.Меркина.-45-е изд., стер.-СПб. и др.:Лань,2006.-447с.
- Мокина И.А., Медведев Э.Ю., Трубников В.Н. **Практикум по теоретической механике.** - Курск: Изд-во КГСХА, 2009. – 157с.

- **Лачуга Ю.Ф.**
- **Теоретическая механика. Гриф Министерства сельского хозяйства.**
- Рассмотрены аксиомы и теоремы теоретической механики. Приведены основные расчетные формулы статики, кинематики и динамики. Изложение проиллюстрировано примерами в основном из области сельскохозяйственной техники. Для студентов высших учебных заведений по агроинженерным специальностям. 2005 г.

Семён Михайлович Тарг (1910 - 2005) - выдающийся учёный-механик и известный педагог–методист

- В **1958** г. Таргом был издан учебник для высших технических учебных заведений **"Краткий курс теоретической механики"**. Учебник С. М.Тарга стал одним из основных учебников по теоретической механике. Он выдержал уже 15 изданий в нашей стране и переведён на 14 языков.

ИВАН ВСЕВОЛОДОВИЧ МЕЩЕРСКИЙ (1859—1935)

- Является основоположником механики тел переменной массы.
- Широко известен «Сборник задач по теоретической механике» (**1914**), выдержав-ший более 25 изданий и принятый в качестве учебного пособия для высших учебных заведений не только в СССР, но и в ряде зарубежных стран.

Ведомость контроля знаний по ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ студентов 1 курса группы ---- в 2010-2011 уч. году

Вариант №	Фамилия И.О.	РГЗ		Тесты		Контр. работы			Творч. задания		1я аттестация	2я аттестация	Посещаемость	Творч. задания	Σ баллов	На зачете	Итого
		С2	К3	1	2	1	2	3	С3	К4							
		5	5	5	5	5	5	5	5	5							
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	

Отработки, консультации, обучающее тестирование – каждый понедельник и вторник на большом перерыве в ауд. 410 (компьютерный класс)

«**Практикум по теоретической механике**» можно приобрести у лаборанта кафедры

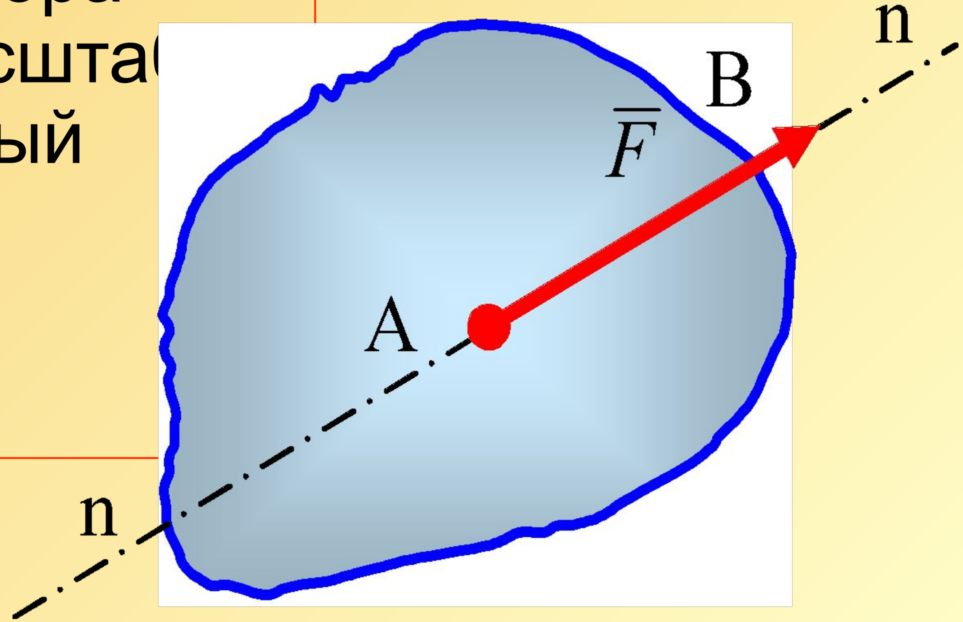
Лекция №1

1.1 ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И АКСИОМЫ СТАТИКИ

- ***Статикой*** называется раздел теоретической механики, в котором излагается *общее учение о силах* и изучается *равновесие материальных тел*, находящихся под действием сил.

- **Сила** – мера механического взаимодействия тел, векторная величина, характеризующаяся линией действия *nn*, точкой приложения А, направлением, модулем (численным значением).
- Для изображения вектора силы на чертеже в масштаб[е] используют масштабный коэффициент

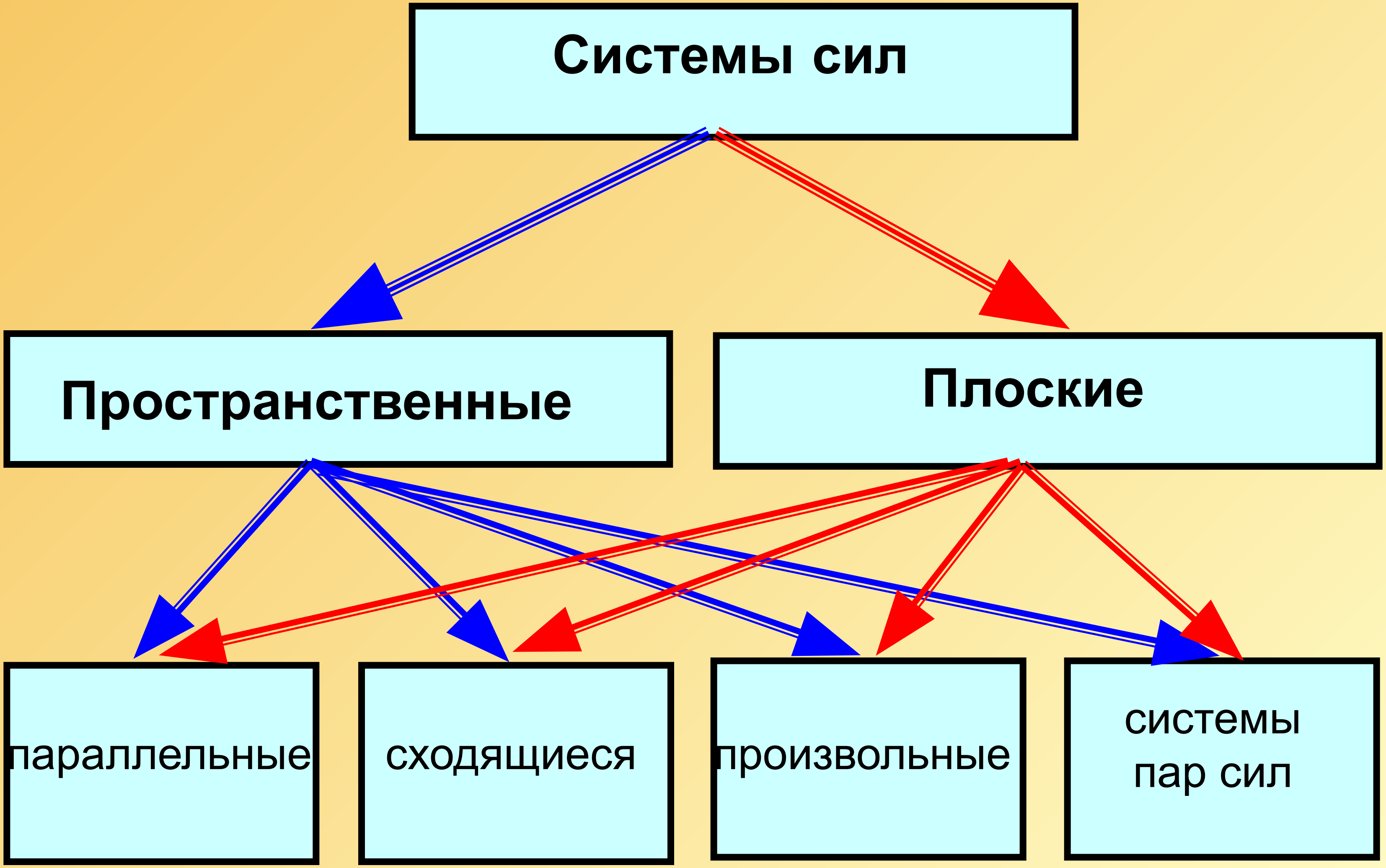
$$k_F = \frac{|\overline{F}|, H}{AB, мм}.$$



Совокупность сил, действующих на твердое тело, называется ***системой сил***.

Эквивалентными называются системы сил оказывающие на рассматриваемое тело одинаковое воздействие.

Классификация систем сил

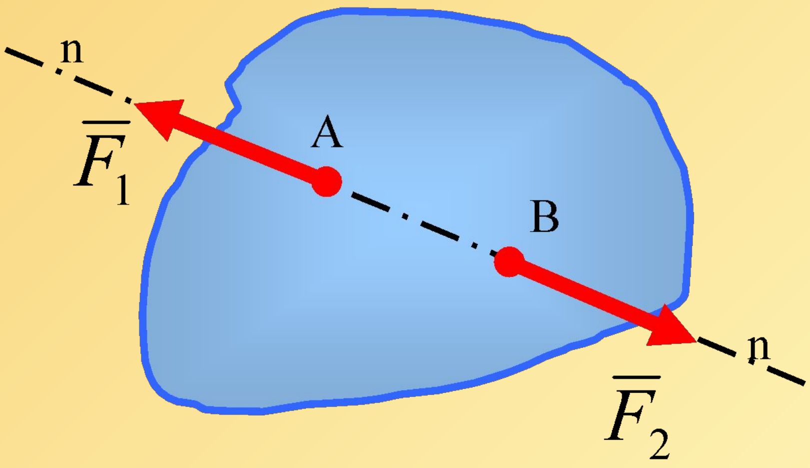


- Под ***равновесием*** понимают состояние покоя тела по отношению к инерциальной системе отсчета, связанной обычно с условно неподвижным телом.
- В качестве модели реального материального тела, в статике рассматривается ***абсолютно твердое тело*** - тело расстояние между любыми двумя точками которого всегда остается постоянным.

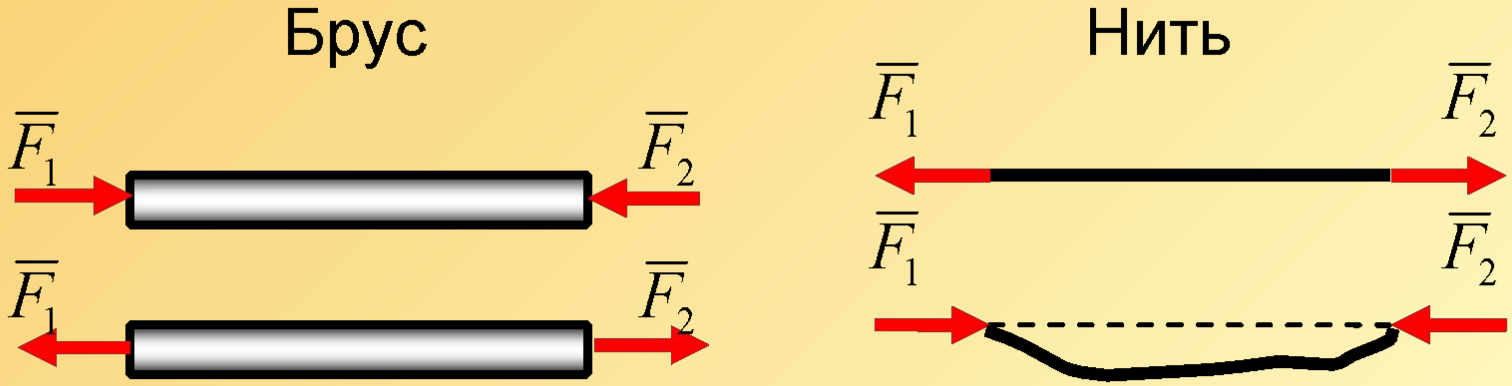
- В основе статики лежат ***аксиомы*** - экспериментально установленные законы, справедливость которых проверена практической деятельностью человека.

- *Аксиома 1.* Если на свободное абсолютно твердое тело действуют две силы $\overline{F}_1$ *и* $\overline{F}_2$, то тело находится в равновесии, если эти силы равны по модулю и противоположно направлены вдоль одной прямой, то есть $\overline{F}_1 = -\overline{F}_2$
- Система сил называется ***уравновешенной***, или эквивалентной нулю, если $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 = 0$

.

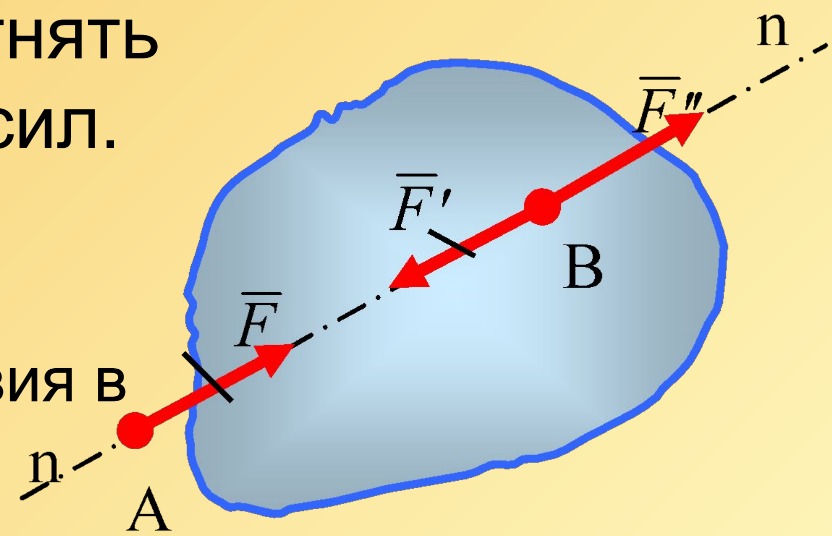


- Условия равновесия, являющиеся ***необходимыми и достаточными*** для ***твердого тела***,
- являются ***необходимыми***, но ***не******достаточными*** для ***деформируемого тела***.
- *Например,* деформируемая нить находится в равновесии только, если силы ее растягивают, а брус – если силы или сжимают или растягивают его.



$$\overline{F}_1 = -\overline{F}_2$$

Аксиома 2. Действие системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней добавить или от нее отнять уравновешенную систему сил.



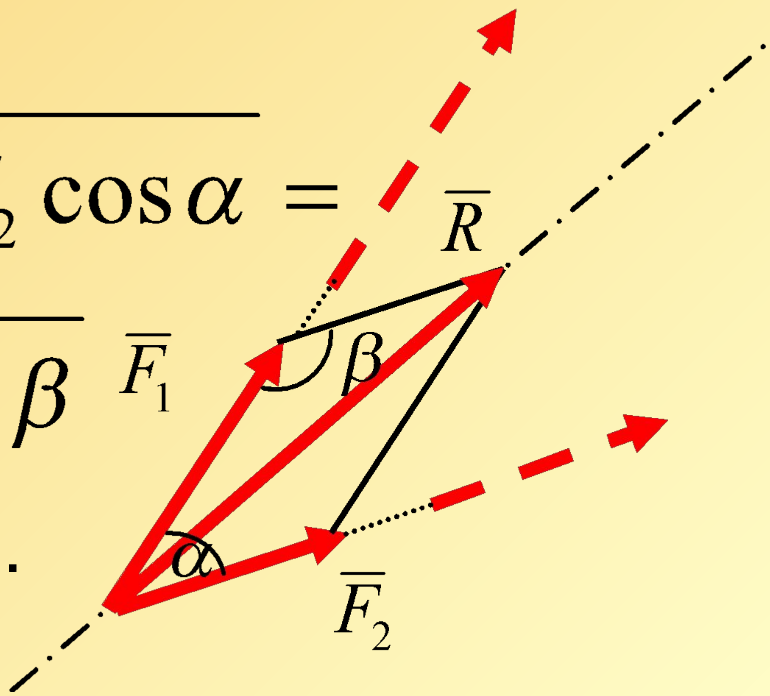
- ***Следствие.*** Не нарушая кинематического состояния твердого тела, силу можно переносить по линии ее действия в любую точку тела, т. е. сила - ***скользящий*** вектор.
- По линии действия силы $\overline{F}$ приложим уравновешенную систему сил $\overline{F}'$ и $\overline{F}''$, а затем отбросим уравновешенную систему сил $\overline{F}$ и $\overline{F}'$. Сила $\overline{F}$ переместилась по линии ее действия.

- ***Аксиома 3.*** Две силы , приложенные к телу, можно заменить одной ***равнодействующей*** эквивалентной этой системе, приложенной в точке пересечения линий действия сил и равной диагонали параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах:

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$$

$$\left|\overline{R}\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cos\alpha} =$$

$$= \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - F_1 \cdot F_2 \cos\beta}$$



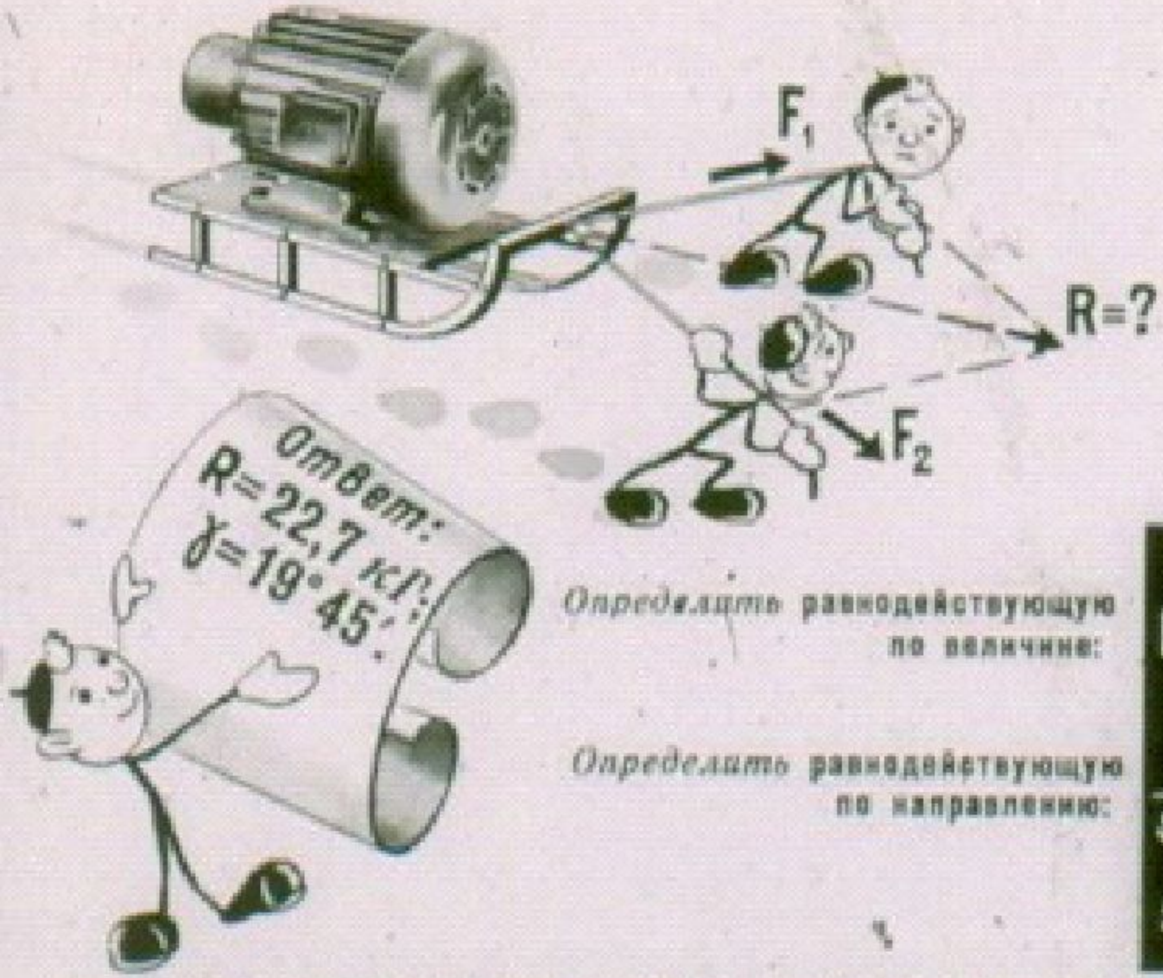
- где α - угол между силами .

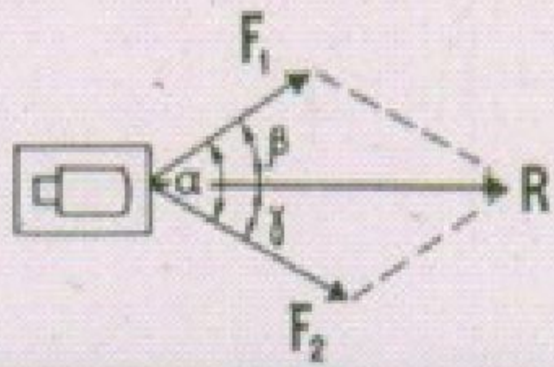
Сложение двух сил

$F_1 = 10$ кГ,

$F_2 = 15$ кГ,

$\alpha = 50°$.





Определить равнодействующую по величине:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha} = \ldots$$

Определить равнодействующую по направлению:

$$\frac{F_1}{\sin\gamma} = \frac{F_2}{\sin\beta} = \frac{R}{\sin\alpha};$$

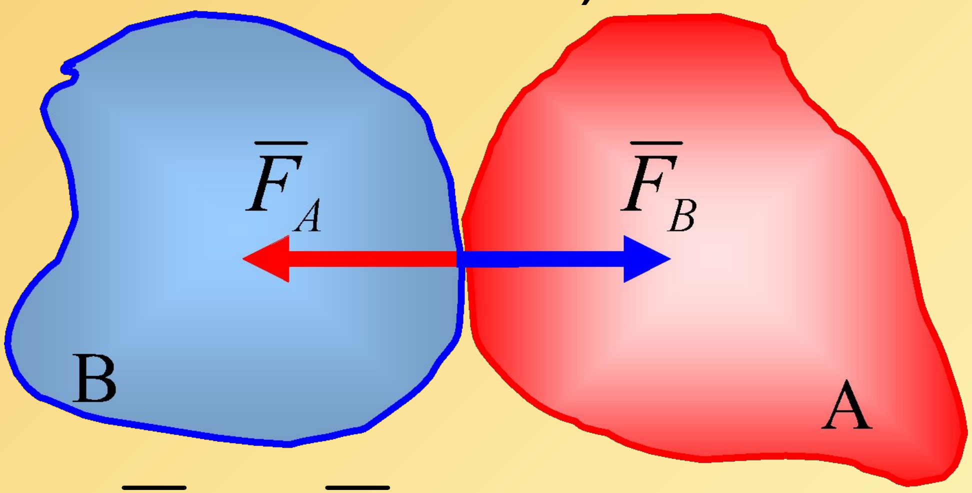
$$\sin\gamma = \frac{F_1}{R}\sin\alpha = \ldots$$

Равнодействующая (R) двух сил (F_1 и F_2), приложенных к телу в данной точке, равна по величине и направлению диагонали параллелограмма, построенного на этих силах.

- Но силы не образуют уравновешенную систему сил, так как они приложены к разным телам.

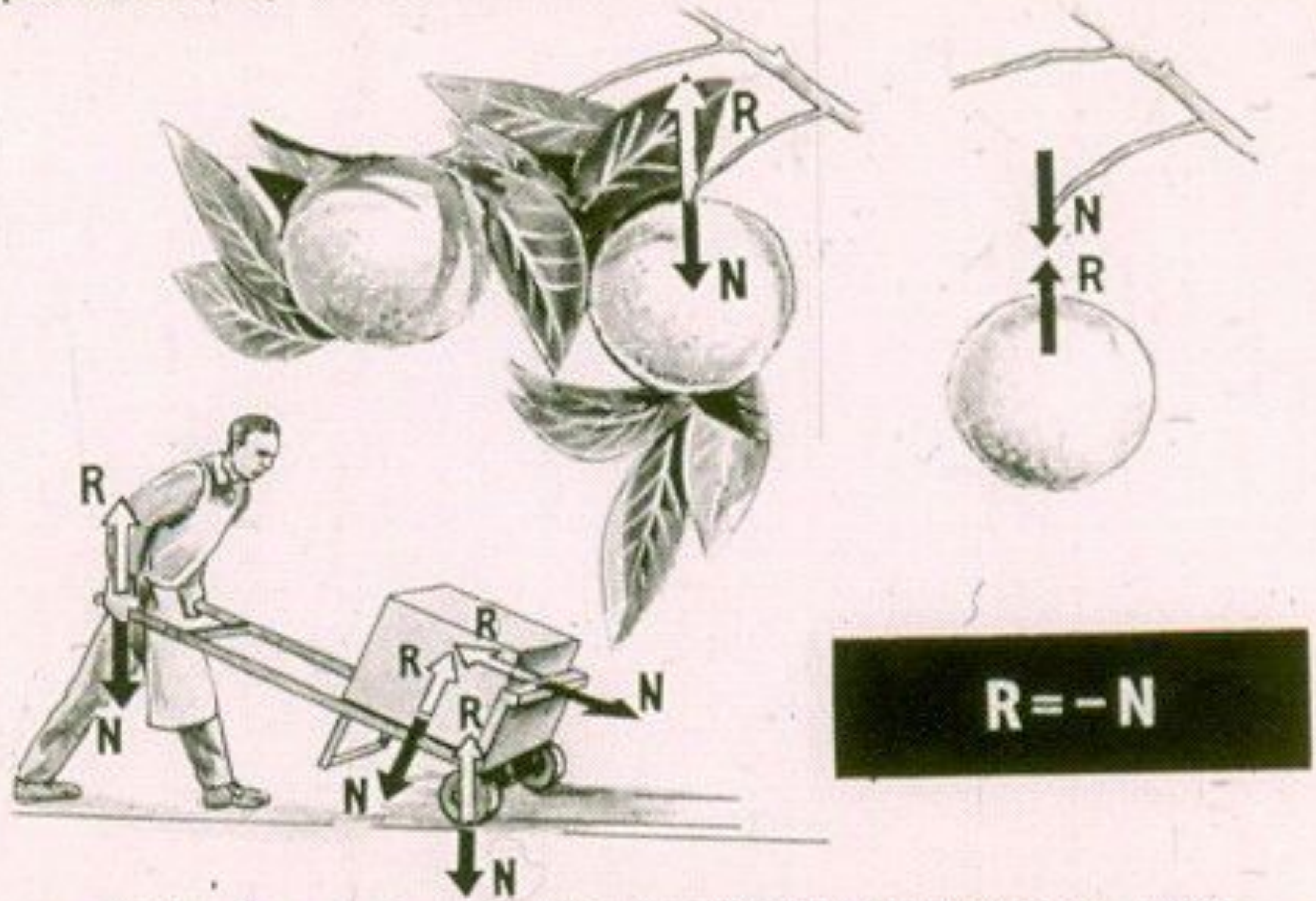
- ***Аксиома 4.*** Силы $\overline{F}_A$ *и* $\overline{F}_B$, с которыми два тела А и В действуют друг на друга, равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны, то есть $\overline{F}_A = -\overline{F}_B$

  (*Третий закон Ньютона*).



- Но силы $\overline{F}_A$ *и* $\overline{F}_B$ ***<u>не</u>*** *образуют уравновешенную систему сил*, так как они приложены к разным телам.

Действие и противодействие



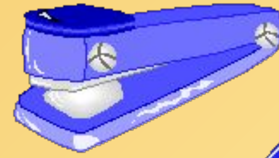
Всякому действию есть равное и противоположно направленное противодействие.

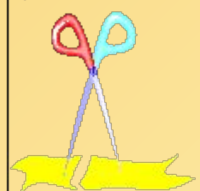
Аксиома 5. Равновесие деформируемого тела не нарушится, если тело считать отвердевшим (*принцип отвердевания*).

1.2 Виды связей

- ***Свободным*** считают тело, перемещение которого в пространстве не ограничено другими телами.
- ***Несвободным*** считают тело, движение которого ограничено другими телами.
- Тела, ограничивающие движение рассматриваемого тела называют ***связями.***
- ***Реакцией связи*** называется сила, с которой связь действует на тело. Реакция связи направлена в сторону противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.
- ***Принцип освобождаемости от связей***: несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, если его мысленно освободить от связей, заменив их действие реакциями. В статике этот принцип позволяет рассматривать равновесие несвободного твердого тела как свободного под действием ***активных*** (заданных) ***сил и реакций связей***.



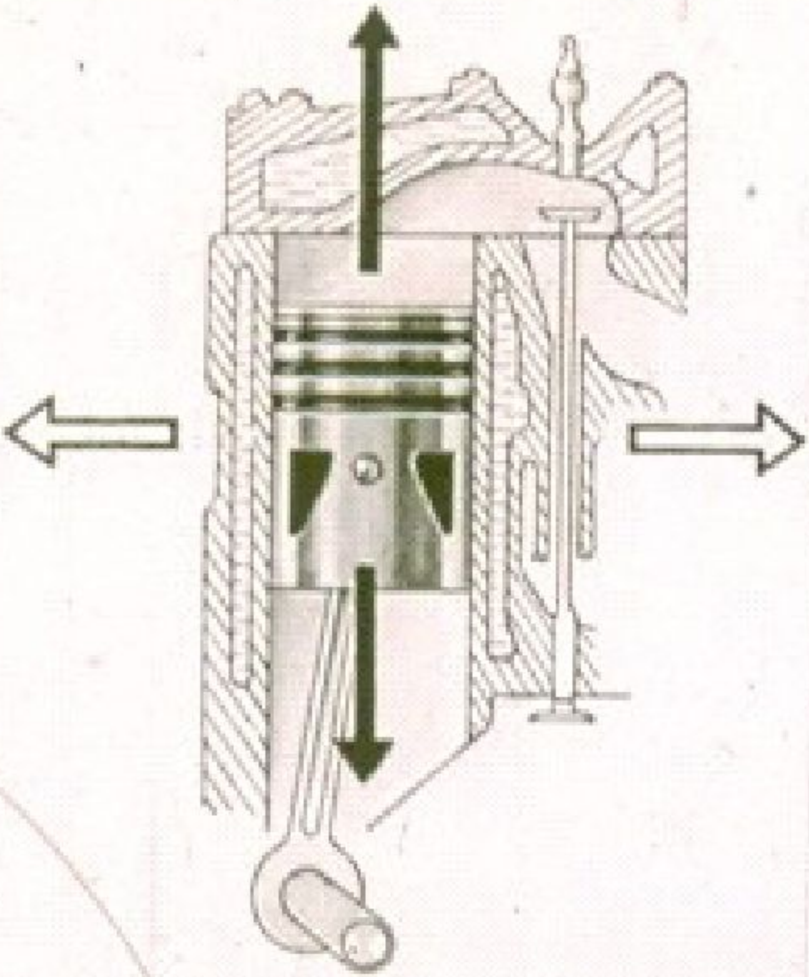


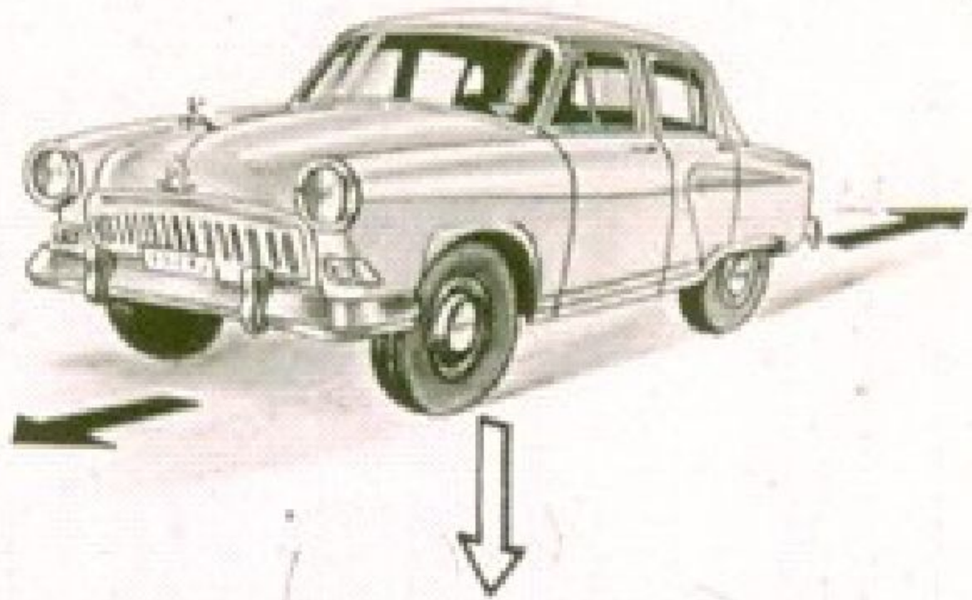


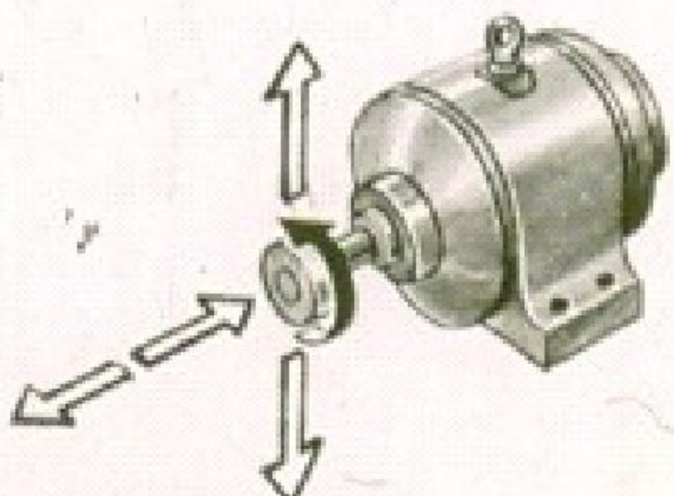




Несвободное тело





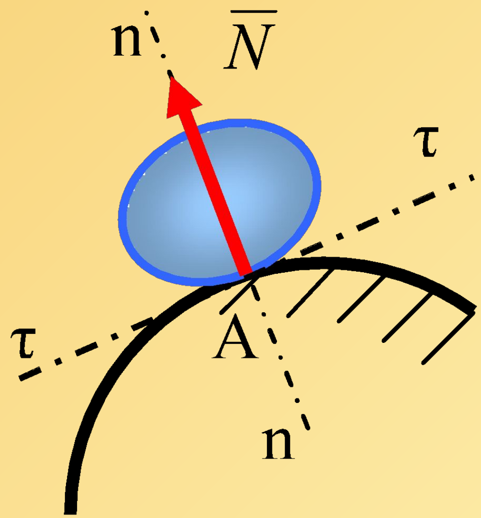


Движение несвободного тела ограничено другими телами.

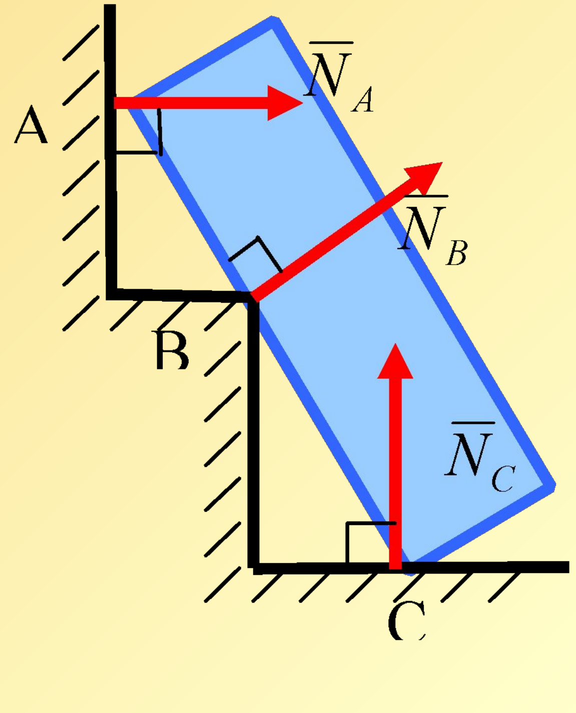
Связи, направления реакций которых

заранее известны

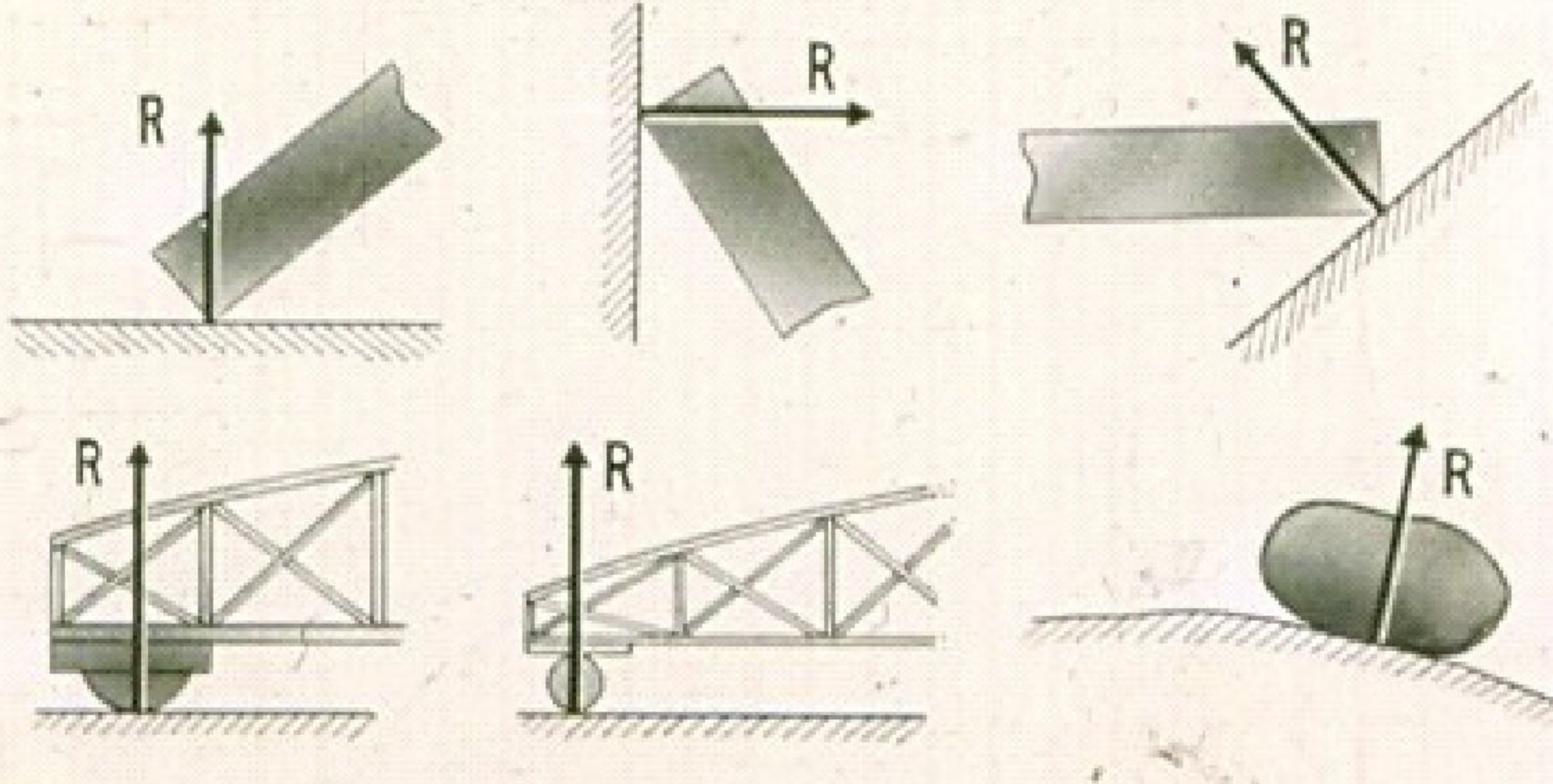
Гладкая поверхность (плоскость)



Реакция $\overline{N}$ гладкой поверхности (плоскости) или опоры направлена по общей нормали к поверхностям соприкасающихся тел в точке их касания и приложена к этой точке.

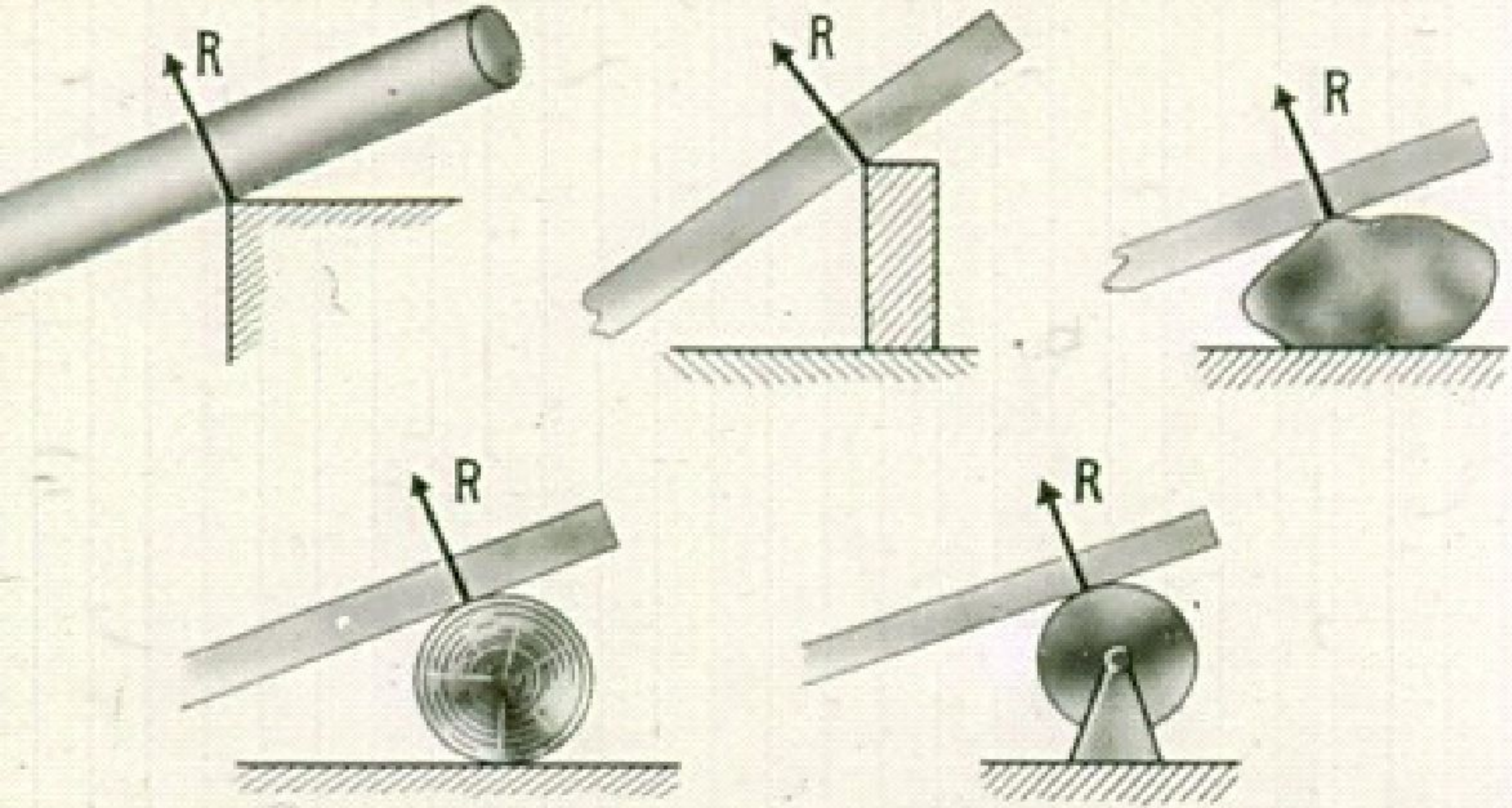


Тело, опирающееся на гладкую поверхность



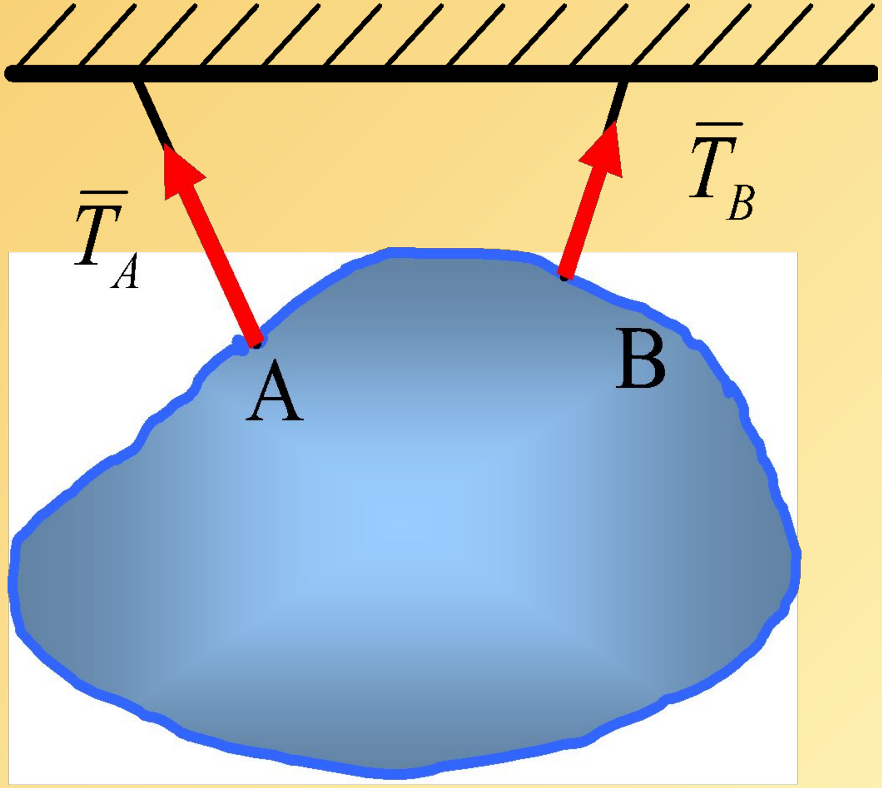
Реакция связи (R) направлена перпендикулярно к гладкой поверхности, на которую опирается тело.

Тело, опирающееся на угол, грань, ребро, выступ и т. п.



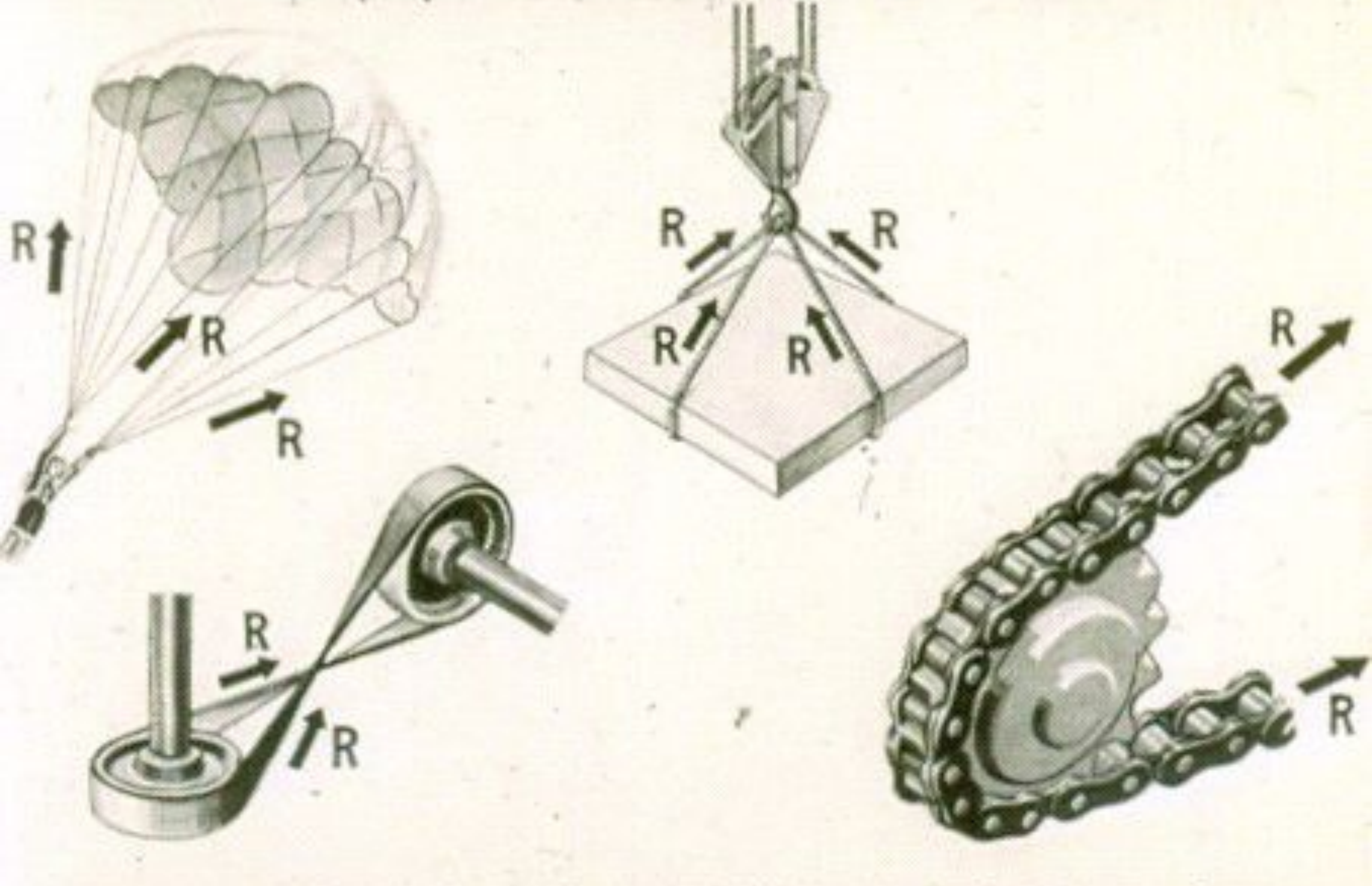
Реакция связи (R) направлена перпендикулярно к телу, опирающемуся на угол, грань, ребро, выступ и т. п.

Гибкая связь
(нити, канаты, цепи, ремни и т.д.)



Реакция $\overline{T}$ направлена вдоль гибкой связи к точке подвеса.

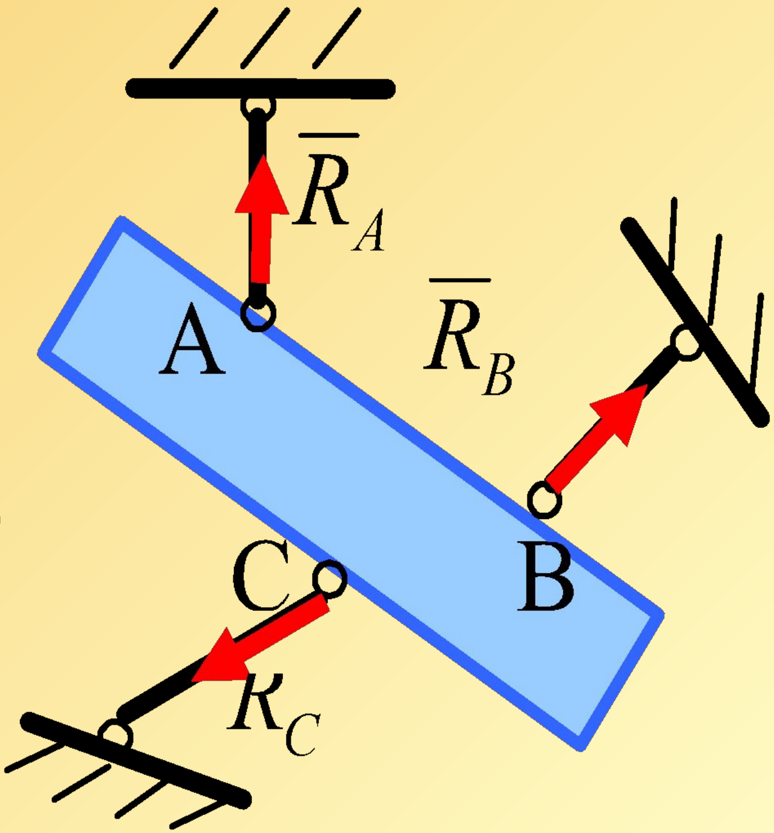
Гибкая связь (веревка, трос, ремень, цепь, стержень т. п.)



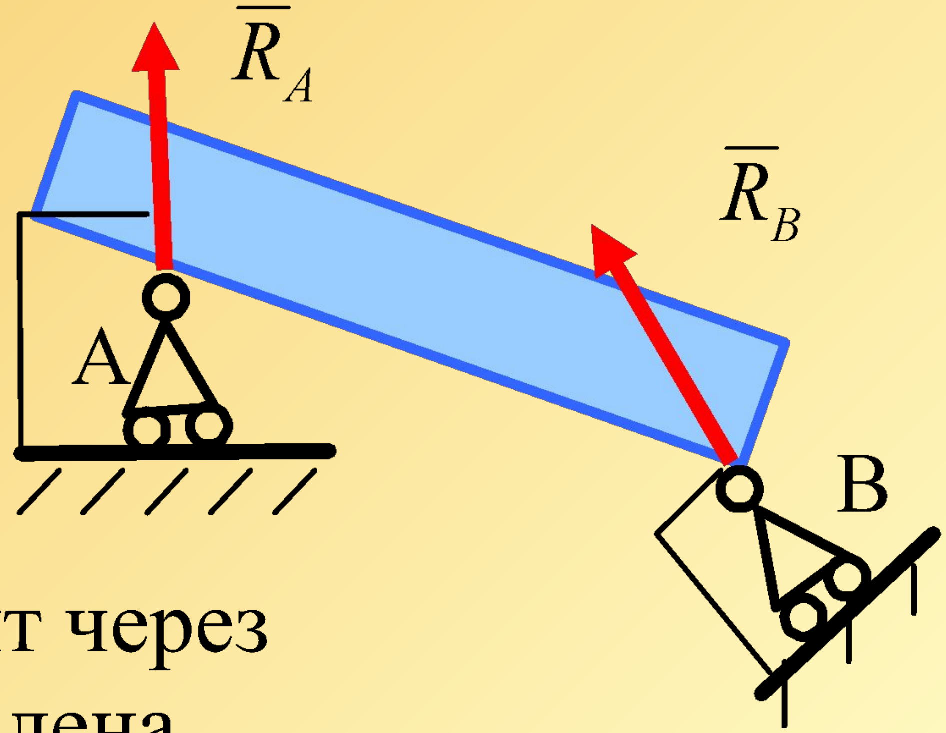
Реакция связи (R) направлена по гибкой связи. Гибкие связи работают только на растяжение.

Невесомый стержень (стержневая связь)

Реакция $\overline{R}$ невесомого стержня направлена вдоль стержня. Обычно реакция изображается от тела по стержню, в предположении, что в равновесии стержень растянут.



Шарнирно-подвижная опора (опора на катках)



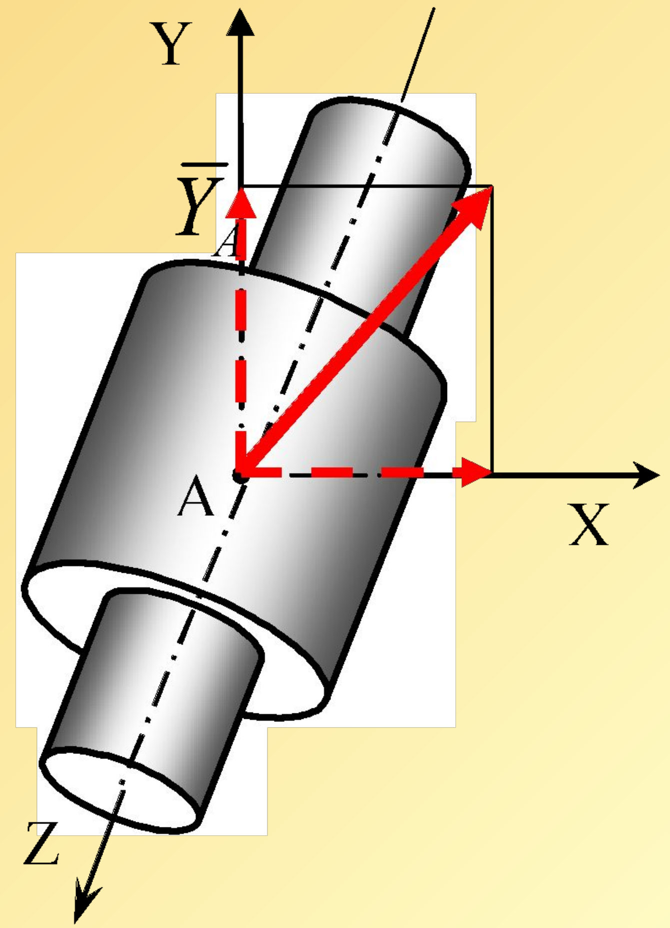
Реакция $\overline{R}$ проходит через ось шарнира и направлена перпендикулярно к опорной плоскости

Связи, направления реакций которых

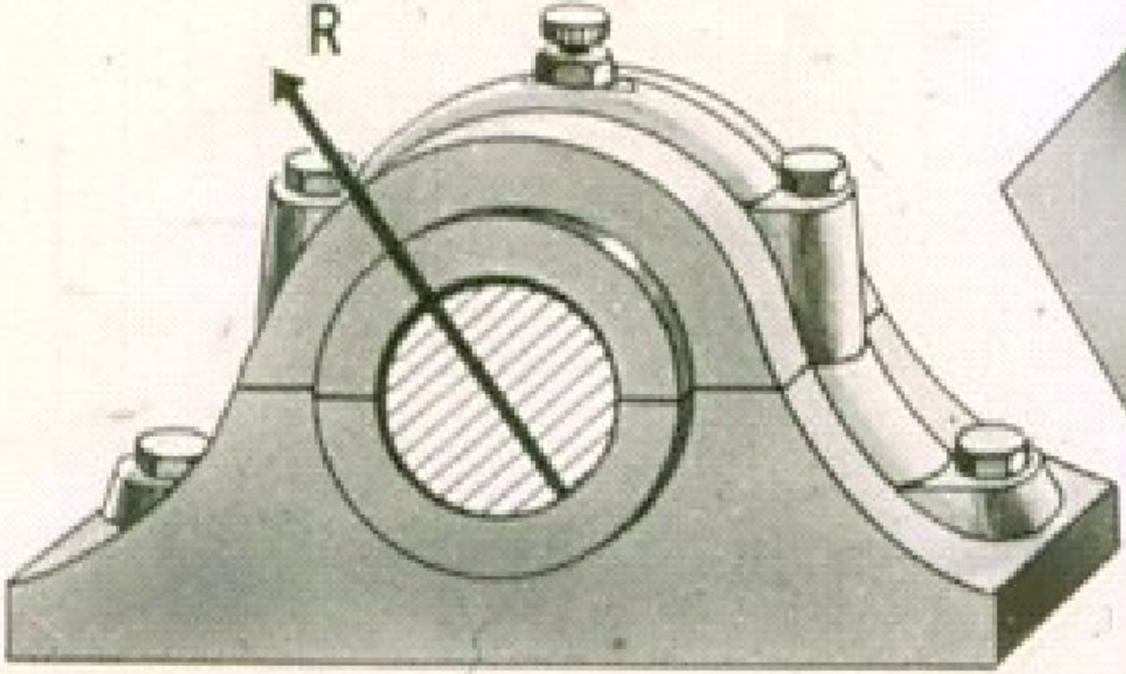
заранее не известны

Цилиндрический шарнир, неподвижная шарнирная опора

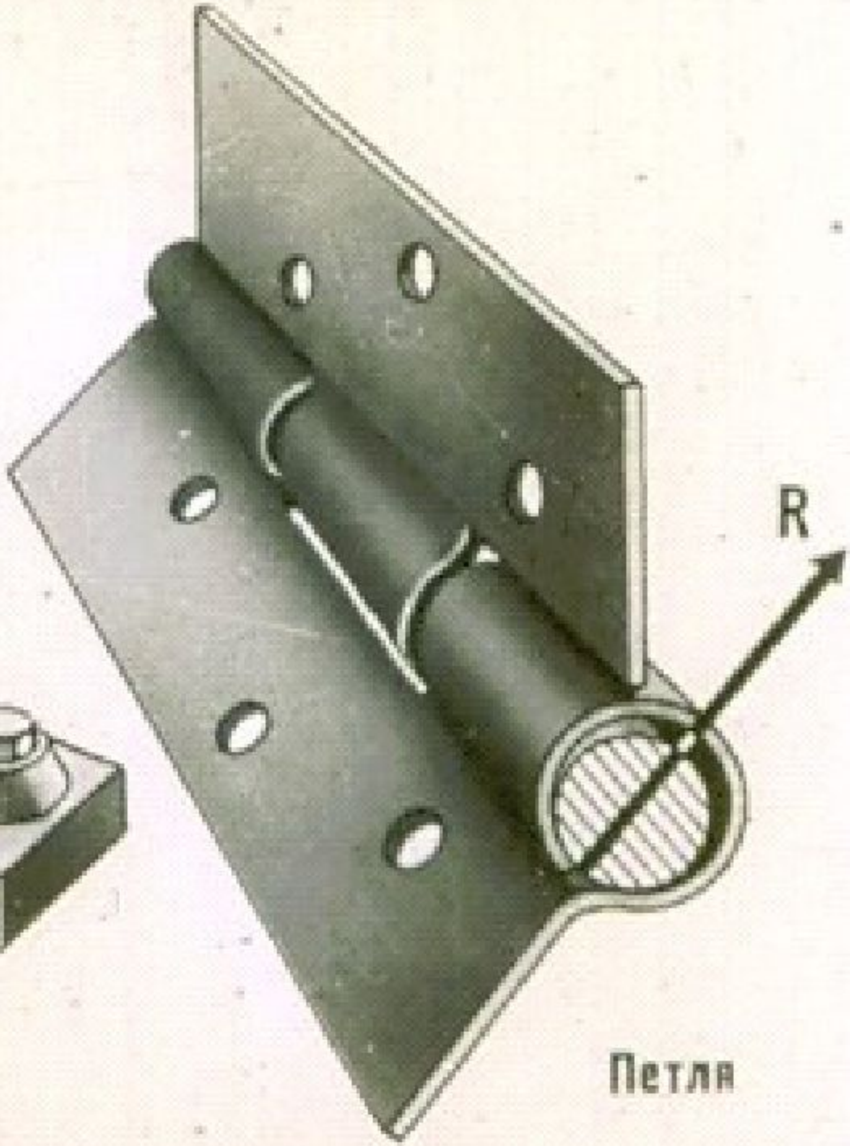
Реакция $\overline{R}_A$ цилиндрического шарнира может иметь любое направление *в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (оси вращения)*, т. е. в плоскости *XAY*. Обычно $\overline{R}_A$ раскладывают на две составляющие $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$ по двум взаимно перпендикулярным направлениям параллельно осям координат.



Цилиндрический шарнир



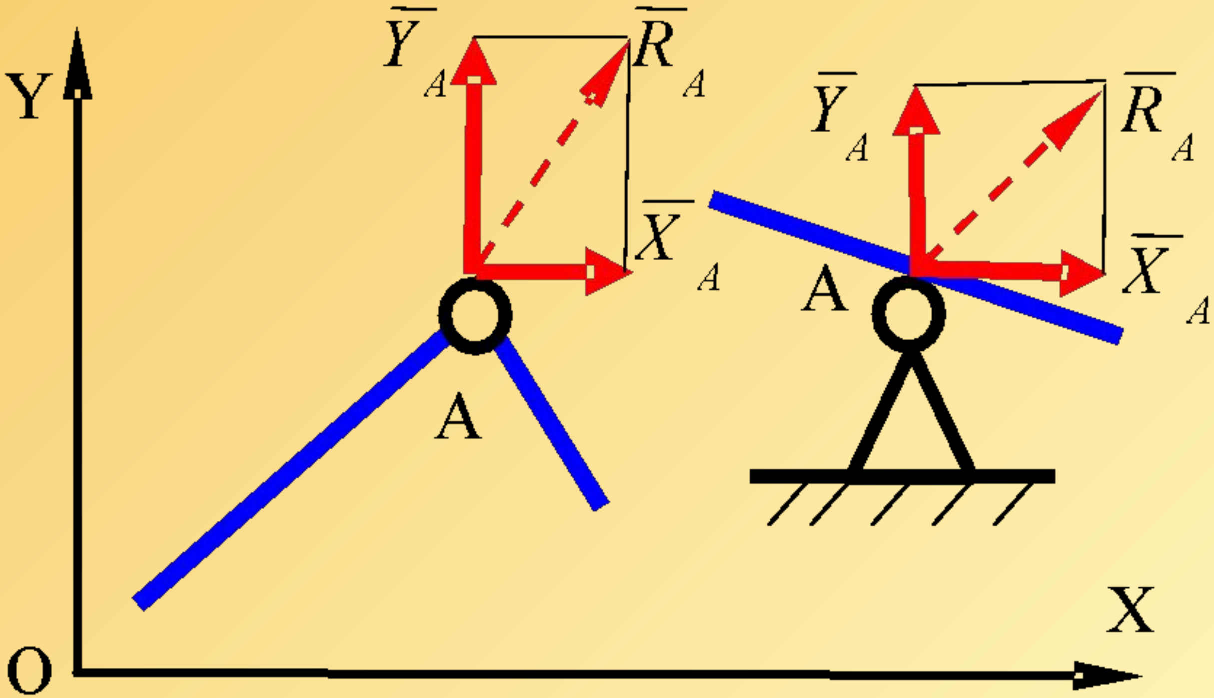
Подшипник



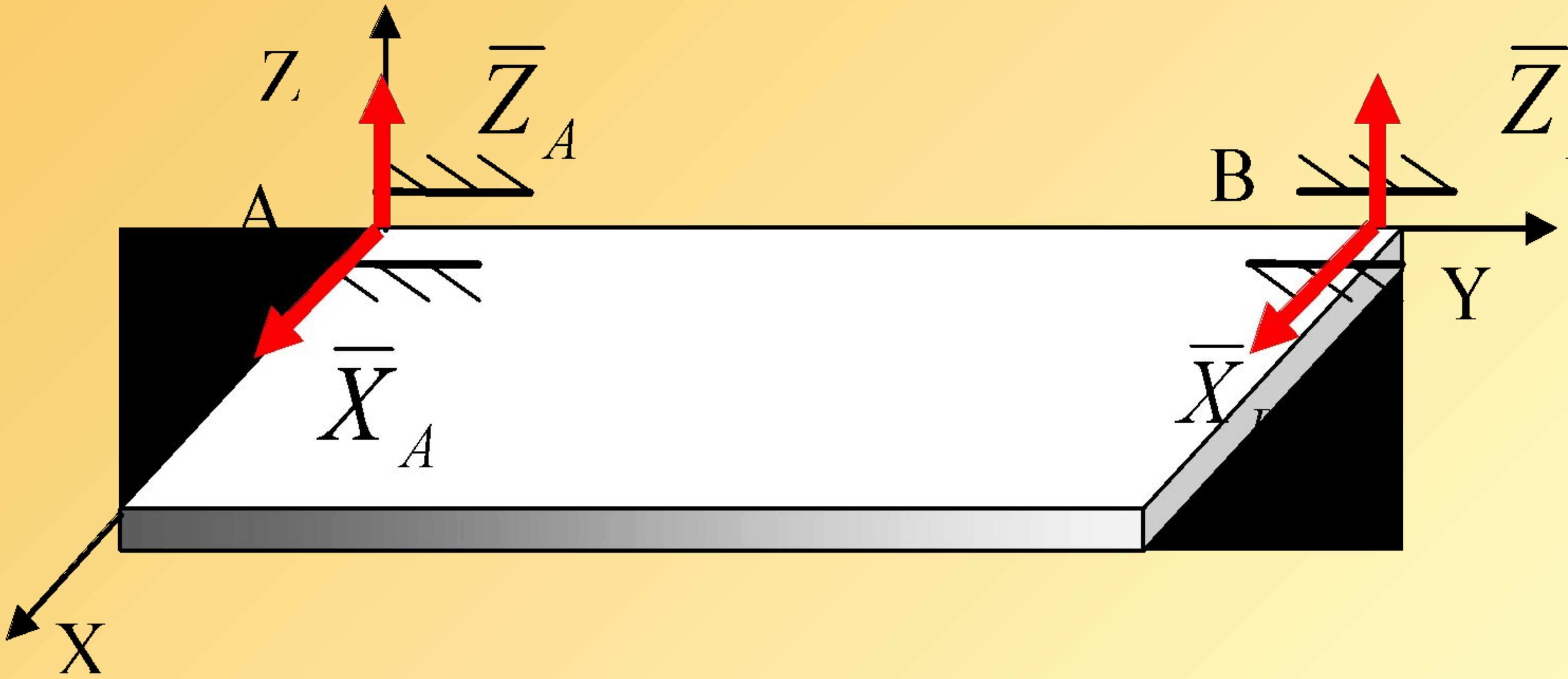
Петля

Реакция связи (R) цилиндрического шарнира направлена перпендикулярно к оси шарнира.

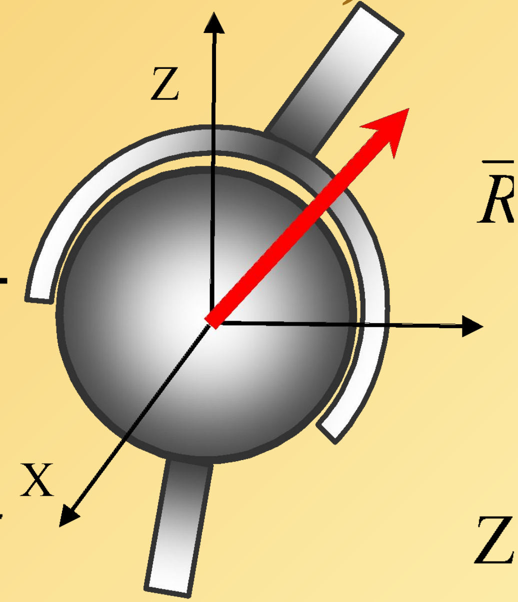
На *плоских рисунках* цилиндрический шарнир изображают окружностью, а шарнирную неподвижную опору – окружностью на треугольнике.



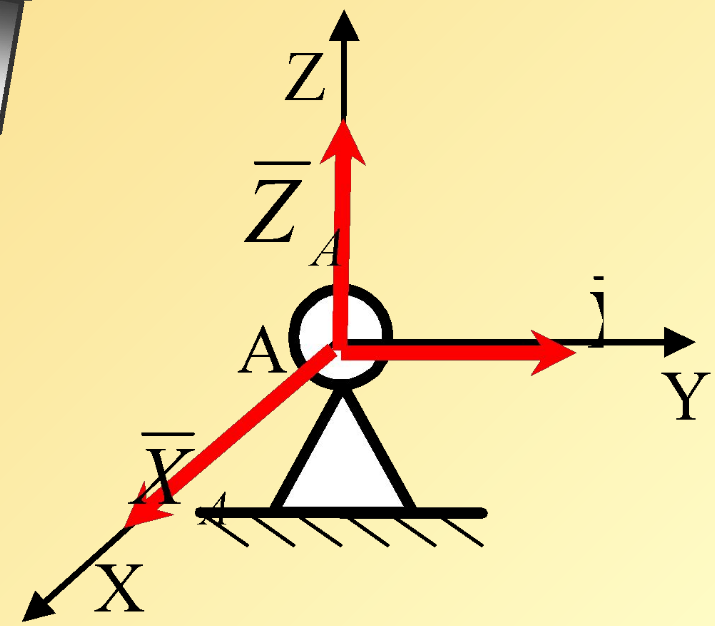
В *аксонометрии* – линиями параллельными оси шарнира со штриховкой.

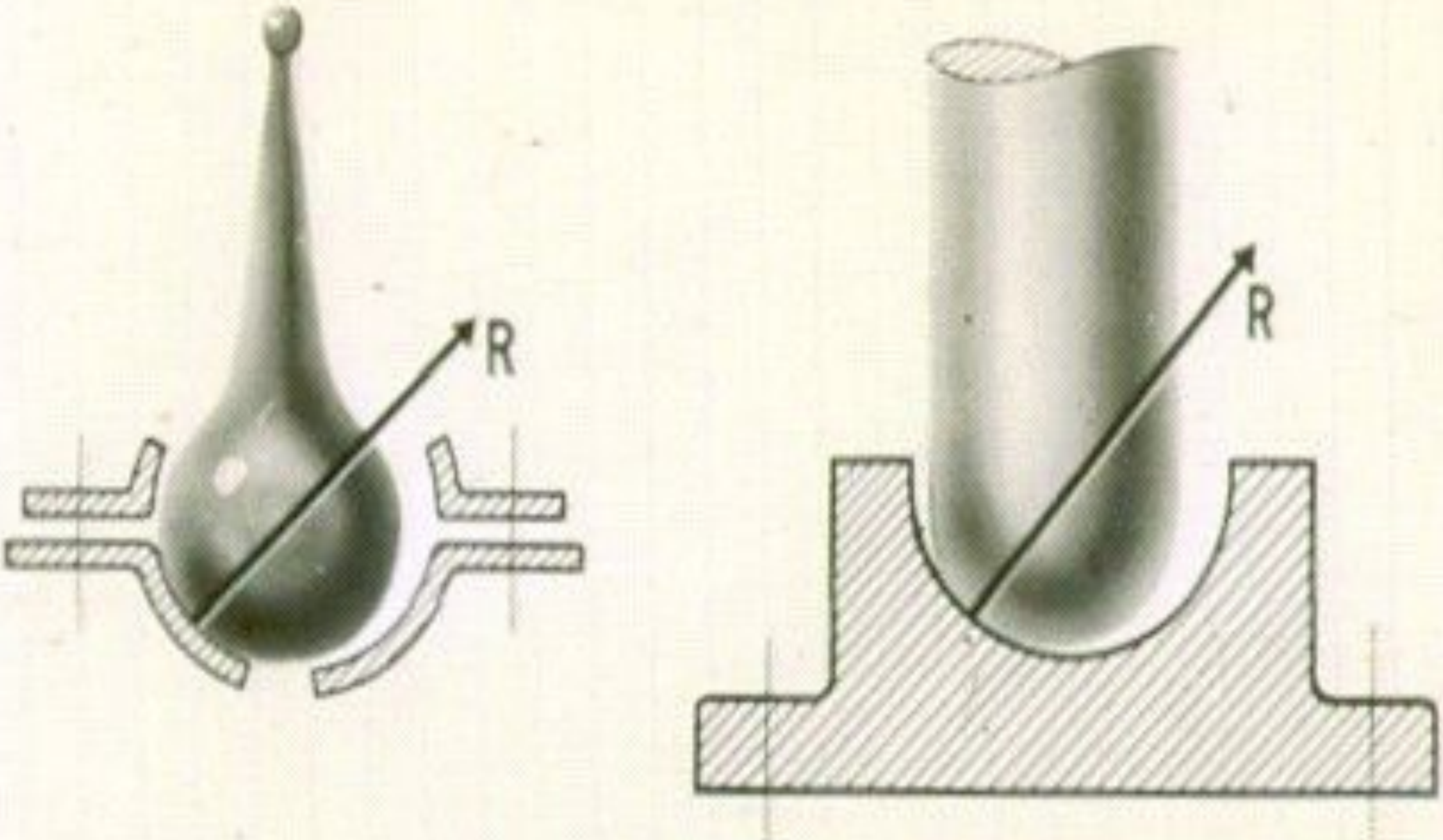


Шаровой (сферический) шарнир



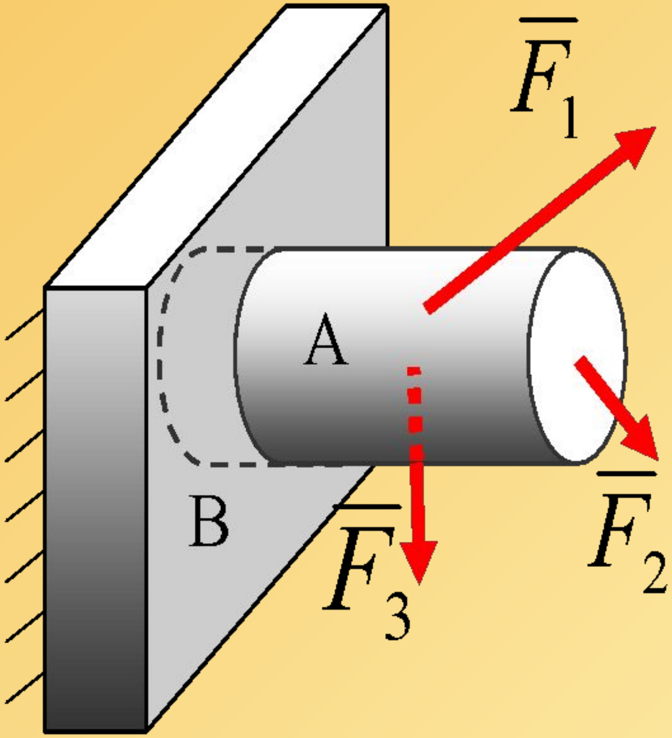
В зависимости от внешней нагрузки реакция шарового шарнира $\overline{R}_A$ имеет заранее неизвестное направление *в пространстве*, поэтому ее раскладывают на три составляющие по осям координат $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, \overline{Z}_A$. На *аксонометрических* рисунках шаровой шарнир изображают окружностью на треугольной опоре со штриховкой





Реакция связи (R) сферического шарнира направлена в пространстве произвольно.

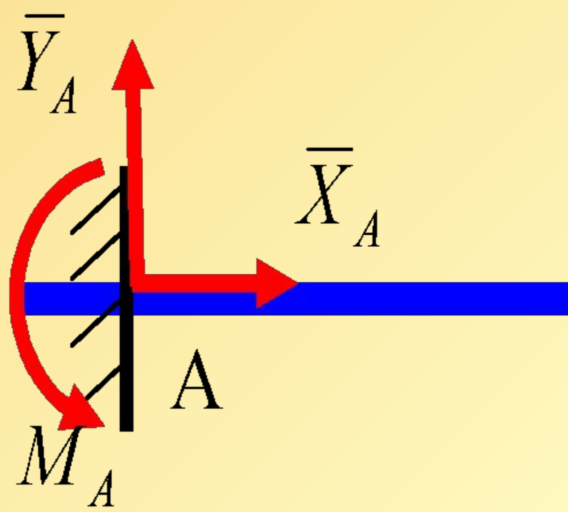
Жесткая заделка



Если рассматриваемое тело А жестко закреплено в другом твердом теле В, то такая связь называется жесткой заделкой. Силы, действующие со стороны тела В на тело А, образуют произвольную (пространственную или плоскую) систему сил, которая приводится к главному вектору и главному моменту, которые можно разложить по осям координат.

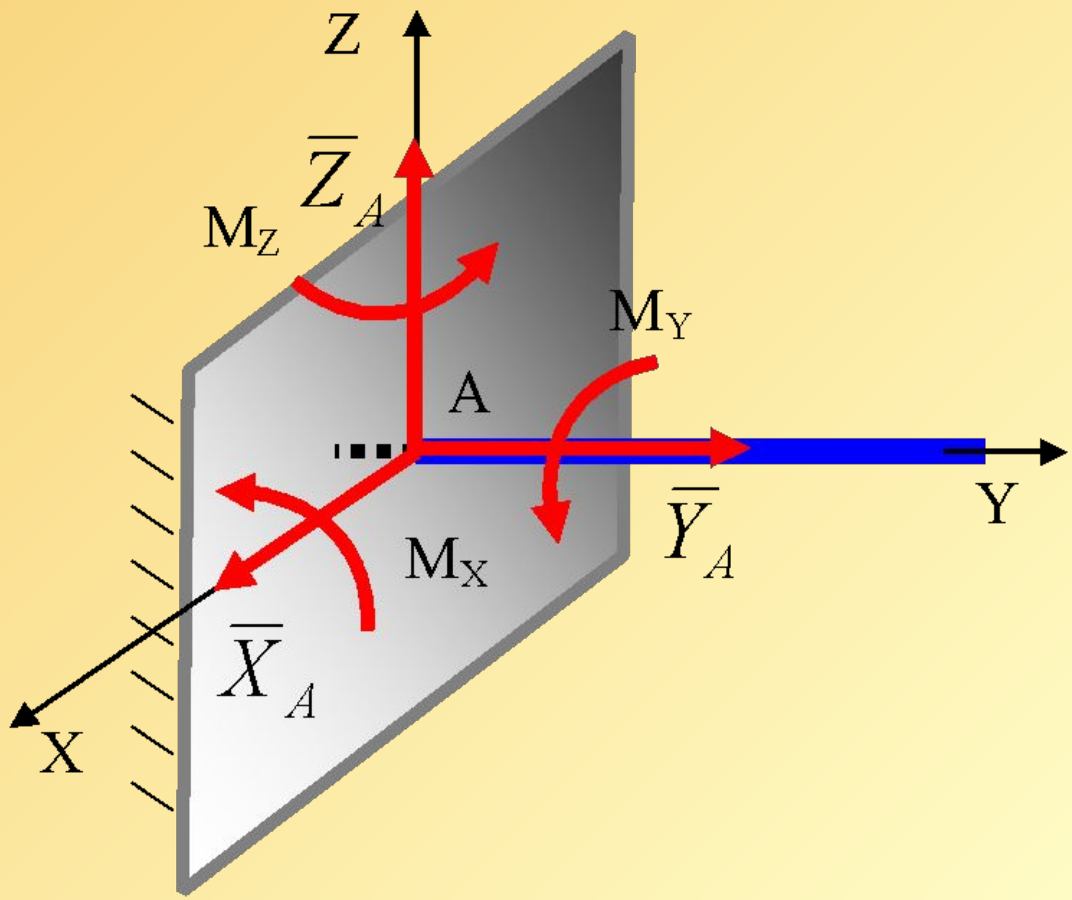
Жесткая заделка при плоской системе сил

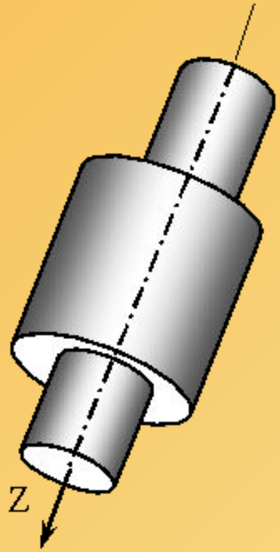
При ***плоской системе сил***, действующей на рассматриваемое тело, нахождение реакции жесткой заделки сводится к определению ***трех неизвестных величин***: составляющих реакции $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ и алгебраической величины момента M_A.

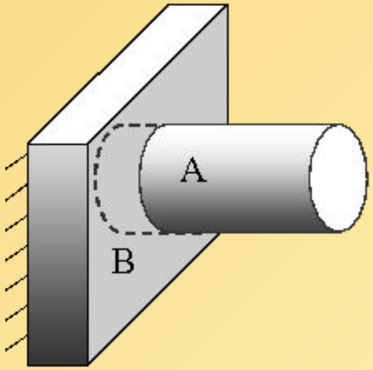


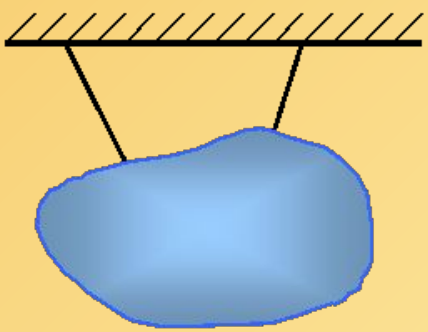
Жесткая заделка при пространственной системе сил

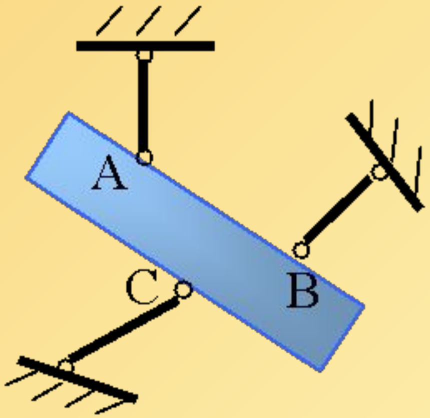
При ***пространственной системе сил***, действующей на рассматриваемое тело, нахождение реакции жесткой заделки сводится к определению ***шести неизвестных величин***: трех составляющих главного вектора реакции заделки $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, \overline{Z}_A$ и трех составляющих главного момента (суммы моментов сил относительно координатных осей) M_X, M_Y, M_Z.

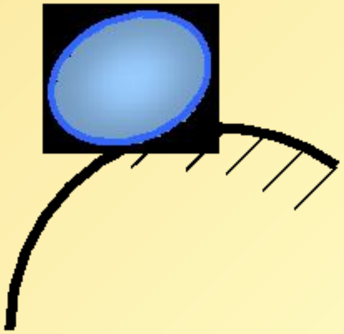


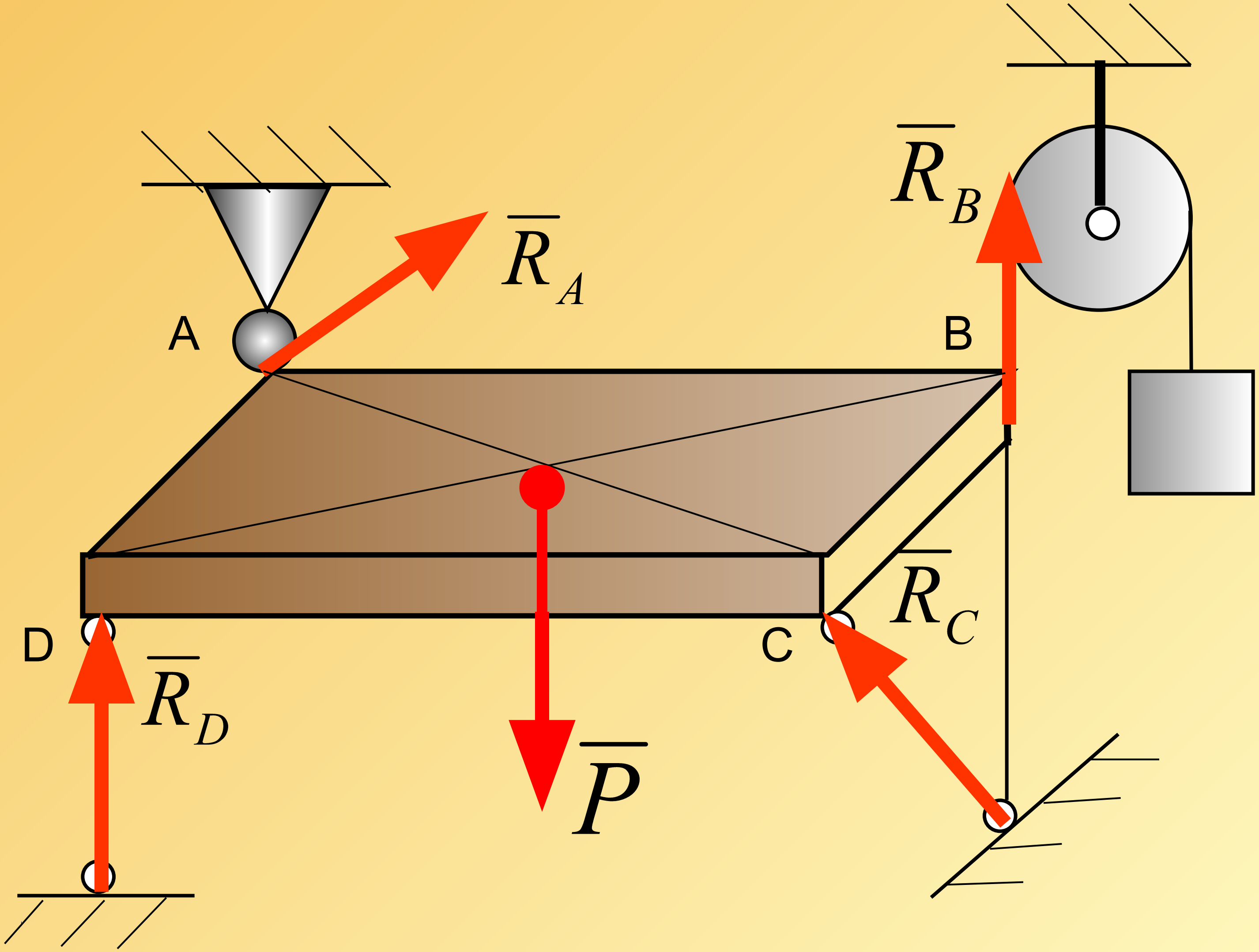

Z


A
B




A
C
B

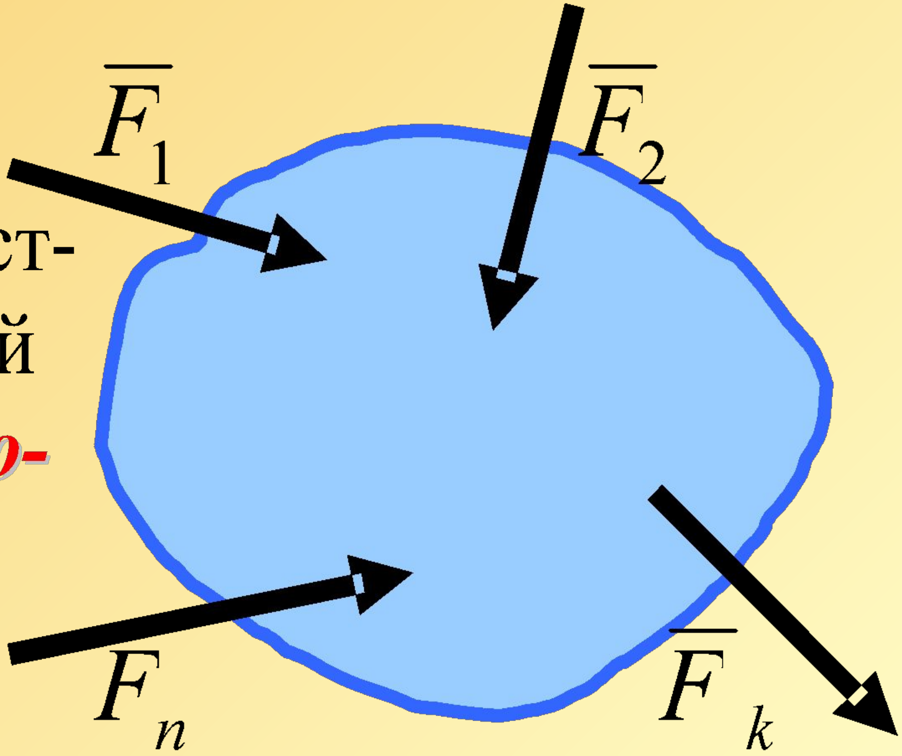




A
B
C
D
$\overline{R}_A$
$\overline{R}_B$
$\overline{R}_C$
$\overline{R}_D$
$\overline{P}$

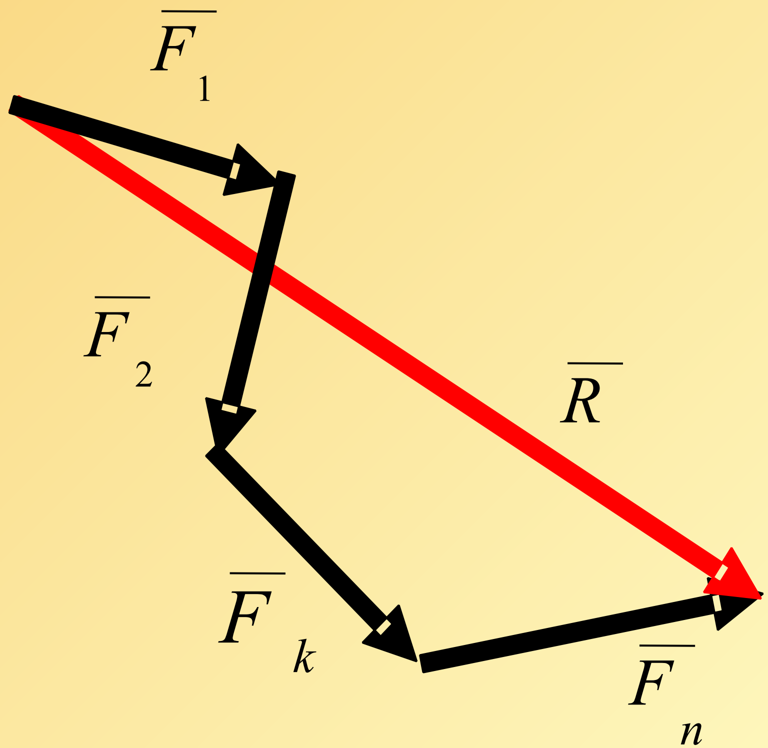
1.3 Сложение сил на плоскости

Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости, называется ***плоской.***



Векторная сумма (главный вектор) системы сил $\overline{F}_1, \overline{F}_2 \ldots \overline{F}_n$ определяется построением в масштабе силового многоугольника. Выбирают масштабный коэффициент k_F (см. п.1.1.1) и рассчитывают «чертежные» длины векторов. Из произвольной точки в любой последовательности откладывают все вектора.

Вектор $\overline{R}$, соединяющий начало первого вектора $\overline{F}_1$ с концом последнего $\overline{F}_n$, изображает в выбранном масштабе геометрическую сумму (***главный вектор***) слагаемых сил.



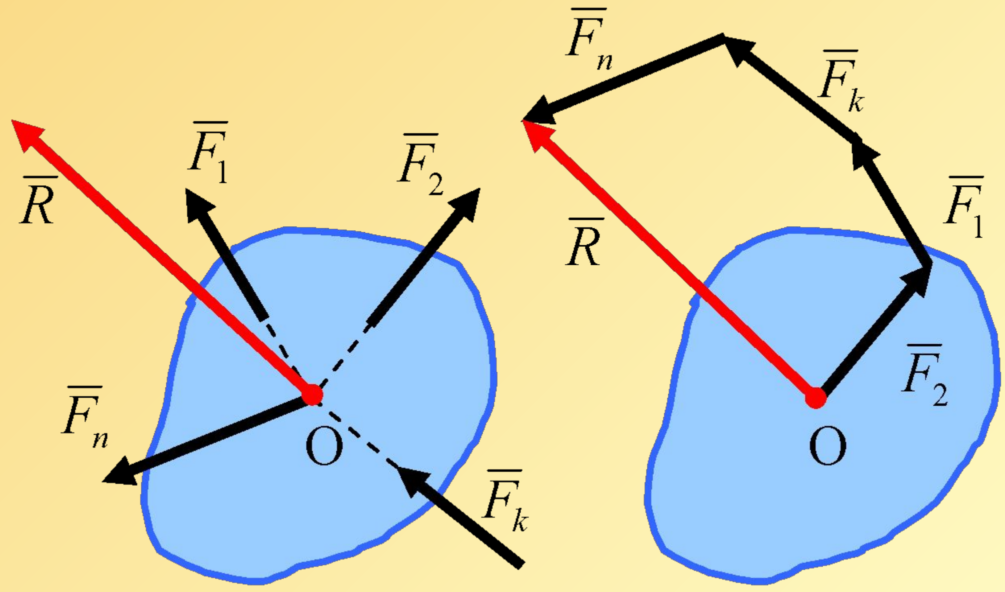
$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \ldots + \overline{F}_n \text{ или } \overline{R} = \sum_{k=1}^{k=n} \overline{F}_k.$$

1.4 Система сходящихся сил на плоскости

Система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется ***системой сходящихся сил***.

Действие системы сходящихся сил $\overline{F}_1, \overline{F}_2 \ldots \overline{F}_n$ на тело эквивалентно действию одной силы $\overline{R}$, которая называется ***равнодействующей:***

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \ldots + \overline{F}_n \text{ или } \overline{R} = \sum_{k=1}^{k=n} \overline{F}_k .$$



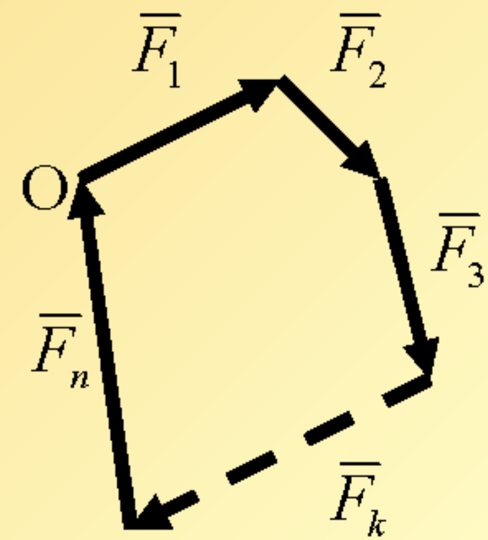
Равнодействующая $\overline{R}$ приложена в ***точке сходимости*** О и является ***замыкающим вектором*** при построении силового многоугольника.

Для *равновесия* твердого тела, находящегося под действием *сходящейся системы сил*, необходимо и достаточно, чтобы ***равнодействующая*** этих сил была ***равна нулю***:

$$\overline{R} = 0 \; или \; \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \dots + \overline{F}_n = 0 \; или \; \sum \overline{F}_k = 0.$$

Это ***векторное условие равновесия*** сходящейся системы сил.

Геометрическим условием равновесия твердого тела, находящегося под действием *сходящейся системы сил* $\overline{F}_1, \overline{F}_2 \dots \overline{F}_n$ является *замкнутость* ***силового многоугольника***, т. е. начало первого вектора $\overline{F}_1$ должно совпадать с концом последнего $\overline{F}_n$.



Аналитические условия равновесия *плоской сходящейся системы сил.*

При равновесии системы сил модуль равнодействующей

$R = (R_x{}^2 + R_y{}^2)^{1/2} = 0,$

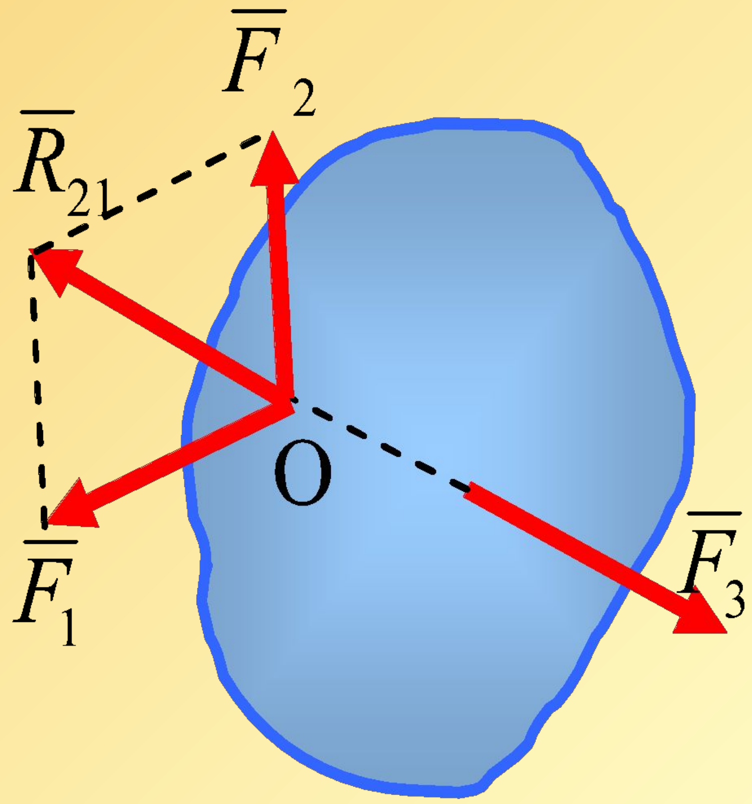
что возможно, если одновременно $R_X = 0$, $R_Y = 0$.

Следовательно, для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на оси координат *ОХУ* были равны нулю, то есть:

$$\boxed{\begin{aligned}\sum F_{kX} &= 0;\\ \sum F_{kY} &= 0.\end{aligned}}$$

Теорема о трех непараллельных силах

Если твердое тело *находится в равновесии* ***под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости,*** *то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.*



Так как, $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \overline{F}_3 = 0,$

то $\overline{F}_1 + \overline{F}_2 = \overline{R}_{12} = -\overline{F}_3$.

Следовательно, согласно ***аксиоме 1***, (см. п. 1.1.2) линия действия силы $\overline{F}_3$ пересекает точку *O* сходимости сил $\overline{F}_1$ *и* $\overline{F}_2$.