

БЕЛГІСІЗІ МОДУЛЬ
ТАҢБАСЫНЫҢ АСТЫНДА
БОЛЫП КЕЛГЕН
ТЕҢСІЗДІКТЕРДІ ШЕШУ

МАҚСАТЫ:

- Жоғары сынып оқушыларына алгебралық теңсіздіктерді логикалық шешу жолдарын теориялық негізінде ашу және тиімді әдістерін күрделі есептер шығару барысында игертуге, күрделі есептер шығару барысында логикалық байланыстармен әдістерді практикалық жұмыстарда қолдана білуі арқылы біліктілігін дамытуға жағдай жасау.

Математика пәні жалпы білім берудің негізгі компоненті болып табылады. Оның оқушыға қатысты басты мақсаты-оқушылардың математикалық сауаттылығын арттыру, олардың білімдерін тиянақты болуын қамтамасыз ету болып саналады.

Математикалық білім-оқушының жоғары деңгейде дамуы мен шығармашылық іс-әрекетті тәжірибесімен қаруланған, бүгінгі жағдайда бағдарлама алуға дайын тұлға ретінде қалыптасуы үшін қажет.

- Мектеп математика курсында белгісізі модуль таңбасының астында болып келген теңсіздіктерге жете мән берілмеген. Сол себепті оқушылардың бойында аталған теңсіздіктер және оларды шешудің тәсілдері туралы біліктіліктер мен дағдылар жете қалыптаспаған.
- Осыған орай, біз бұл мақаламызда мектепте жоғары сынып оқушыларымен қарастыруға болатын, белгісізі модуль таңбасының астында болып келген теңсіздіктердің түрлерін және оларды шешудің әдістерін қарастырмақпыз.

$$1. |f(x)| < a, \quad a \in \mathbb{R}$$

(1) түріндегі теңсіздіктер.

Егер $a \leq 0$ болса, онда $|f(x)| < a$ теңсіздігінің шешімдері болмайды.

Егер $a > 0$ болса, онда $|f(x)| < a \Leftrightarrow -a < f(x) < a$ болады.

Егер $a < 0$ болса, онда $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x)$ -тің анықталу облысы болады.

Егер $a \geq 0$ болса, онда $|f(x)| > a \Leftrightarrow f(x) > a$ және $f(x) < -a$ болады.

$$2. |f(x)| < g(x)$$

(2) түріндегі теңсіздіктер.

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ f(x) > -g(x) \end{cases}$$

3. $|f(x)| > g(x)$ (3) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(3) \Leftrightarrow f(x) > g(x) \quad \text{ж?не} \quad f(x) < -g(x).$$

4. $|f(x)| < |g(x)|$ (4) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(4) \Leftrightarrow (f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) < 0.$$

5. $f(|x|) < g(x)$ (5) т?ріндегі те?сіздіктер.

$$(5) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) < g(x), \\ x \geq 0. \end{cases} \quad \text{ж?не} \quad \begin{cases} f(-x) < g(x), \\ x < 0. \end{cases}$$

6. $|f_1(x)| + |f_2(x)| + \dots + |f_n(x)| > g(x)$ (6) т?ріндегі те?сіздіктер.

Мұндағы $f_i(x), g(x)$ – қандай да бір функциялар.

(6) тәріндегі теңсіздіктер "аралықтар әдісі" деп аталатын тәсіл бойынша шешіледі. Бұл әдісті қолдану былайша іске асырылады:

1) Кризистік нүктелер, яғни f_1, f_2, \dots, f_n – дерді нәлге айналдыратын нүктелер табылады.

2) Осы нүктелер арқылы (6) теңсіздіктің анықталу облысы аралықтарға бөлінеді.

3) f_1, f_2, \dots, f_n – дердің қарсетілген аралықтардағы табыбаларын анықтау үшін кесте құрастырылады.

4) (6) теңсіздік әрбір аралықта жеке-жеке шешіледі.

5) Осы теңсіздіктердің шешімдерінің жиынтығы берілген (6) теңсіздіктің шешімі болып табылады.

Енді мысалдар ?арастыралы?.

1-Есеп. $|x+8| < 3x-1$ (8) те?сіздігін шеші?із.

Шешуі: (2) ?атыс?а с?йене табатынымыз:

$$(8) \Leftrightarrow \begin{cases} x+8 < 3x-1, \\ x+8 > -3x+1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{9}{2}, \\ x > -\frac{7}{4}. \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}.$$

Жауабы: $x \in \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$

2-Есеп. $|x-6| > |x^2-5x+9|$ (9) те?сіздігін шеші?із.

Шешуі: (4) ?атыс?а с?йеніп мынаны табамыз:

$$(9) \Leftrightarrow (x-6-x^2+5x-9)(x-6+x^2-5x+9) > 0 \Leftrightarrow (x^2-6x+15)(x^2-4x+3) < 0.$$

Бірінші к?бейткіш, я?ни $x^2-6x+15$ квадрат ?шм?шені? дискриминанты $D < 0$, олай болса $\forall x \in \mathbb{R}$?шін $x^2-6x+15 > 0$ болады. Сонды?тан $x^2-4x+3 < 0$ те?сіздігін ?ана шешеміз: $x^2-4x+3 < 0$ ($x_1 = 1; x_2 = 3$) $\Leftrightarrow 1 < x < 3$.

Жауабы: $x \in (1; 3)$.

3-Есеп. $|x+1|+|x-2|>5$ (10) теңсіздігін шешіңіз.

Шешуі: 1. Кризистік нүктелерді табамыз, олар: $x = -1, x = 2$.

2. Бұл нүктелер (10) теңсіздіктің анықталу облысын келесі аралықтарға

бөледі:

$$x < -1, \quad -1 \leq x < 2, \quad x \geq 2.$$

3. Кесте құрастырамыз:

	$x < -1$	$-1 \leq x < 2$	$x \geq 2$
$x+1$	-	+	+
$x-2$	-	-	+

4. Әрбір аралық үшін берілген (10) теңсіздікті жеке-жеке шешеміз:

$$\begin{cases} x < -1, \\ -x-1-x+2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1, \\ x < -2. \end{cases} \Leftrightarrow x < -2.$$

$$\begin{cases} -1 \leq x < 2, \\ x+1-x+2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x < 2, \\ 3 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \emptyset.$$

$$\begin{cases} x \geq 2, \\ x+1+x-2 > 5. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2, \\ x > 3. \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Жауабы: $x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

- Математика оқулықтарында теңдеулер мен теңсіздіктерге байланысты материалдар мектеп математика курсы мазмұнының қомақты бөлігін құрайды, себебі теңдеулер мен теңсіздіктер математиканың түрлі салаларында және маңызды қолданбалы есептерді шығаруда кең қолданыс табады.
- Теңдеу мен теңсіздік ұғымы қаншалықты кең болса, олардың шығару әдістері де соншалықты көп.