Тема урока №108

Критические, стационарные точки и точки экстремума функции

Цели обучения:

- 10.4.1.28 - знать определения критических точек и точек экстремума функции, условие существования экстремума функции;
- 10.4.1.29 - находить критические точки и точки экстремума функции

Критерии оценивания:

- находит критические точки и точки экстремума
- умеет по графику данной функции определять точки экстремума

Определение :

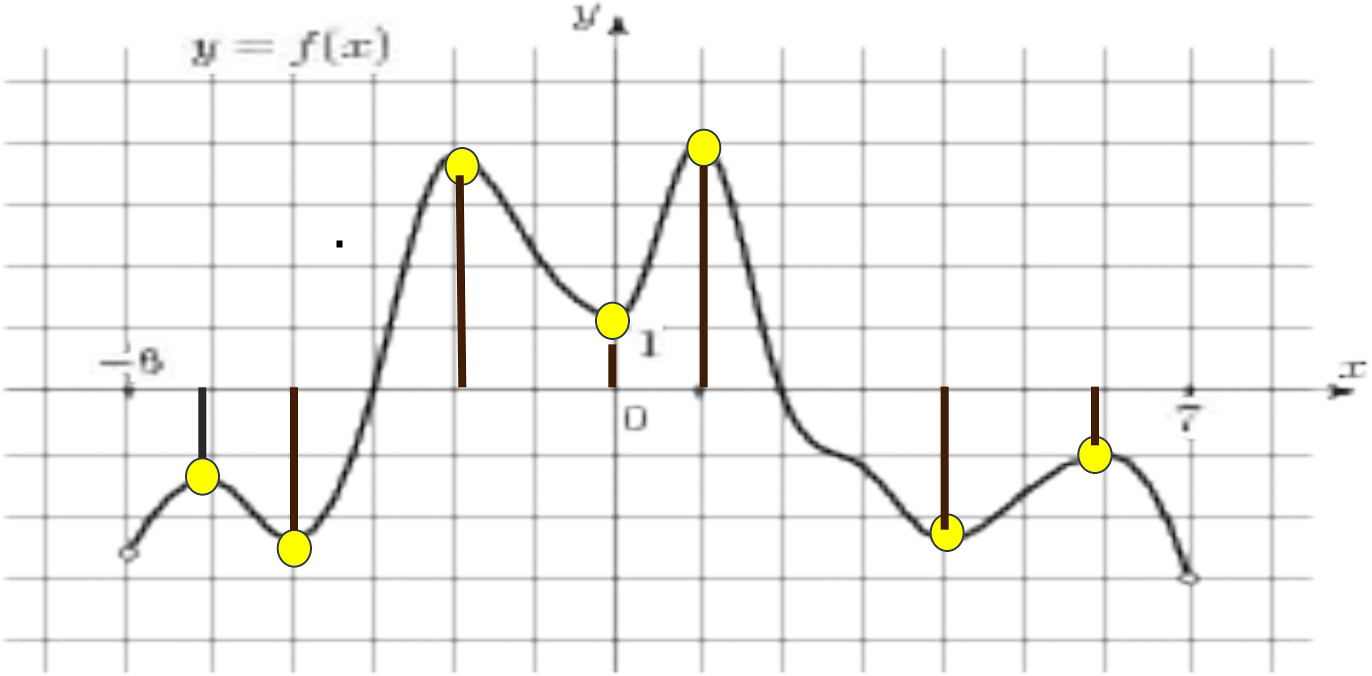
Критические точки – это внутренние точки области определения функции в которых производная равна нулю или не существует

Стационарные точки – это внутренние точки области определения функции в которых производная равна нулю

Определение :

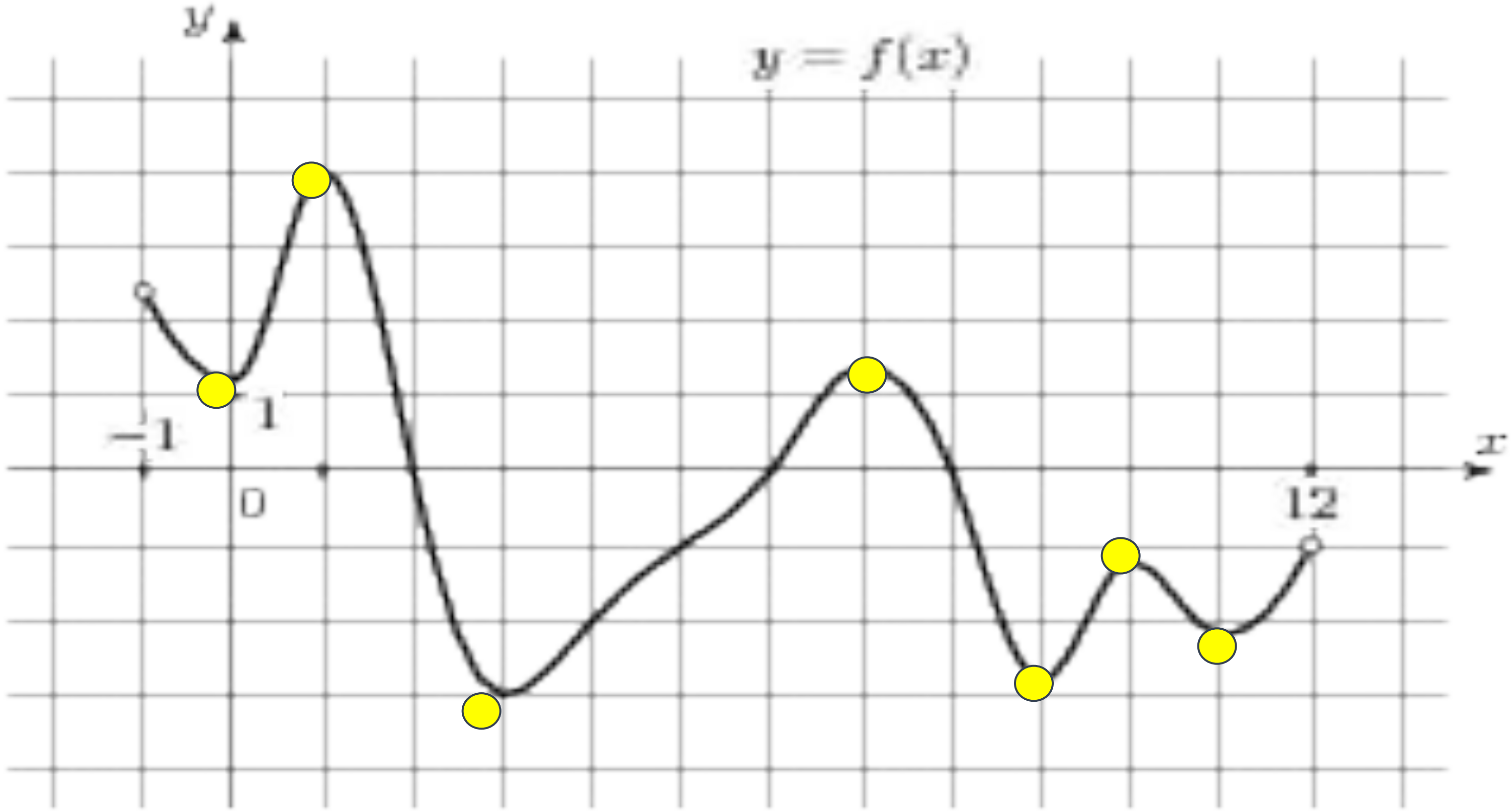
Точки минимума и максимума называют точками экстремума

Значения функции в этих точках называют **экстремумами функций.**



Пример 1

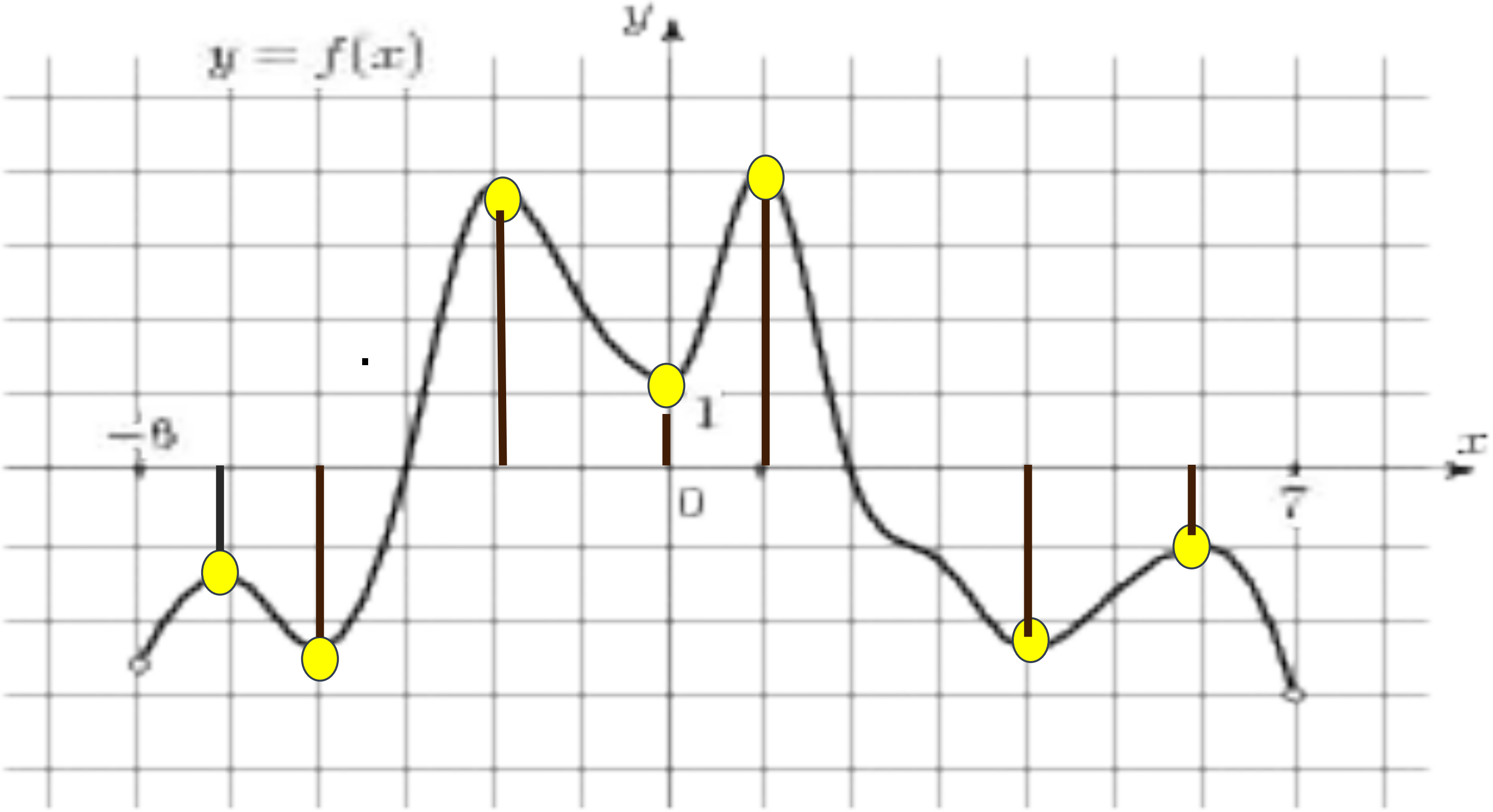
На рисунке изображен график функций $y = f(x)$ на промежутке $(-1; 12)$. Найдите количество точек функции $f(x)$, где производная равна нулю.



ответ: 7

Пример 2

На рисунке изображен график функций $y = f(x)$ на промежутке $(-6; 7)$. Найдите сумму абсцисс экстремумов функции $f(x)$.



Ответ: -5+(-4)+(-2)+0+1+4+6=0

ТЕОРЕМА

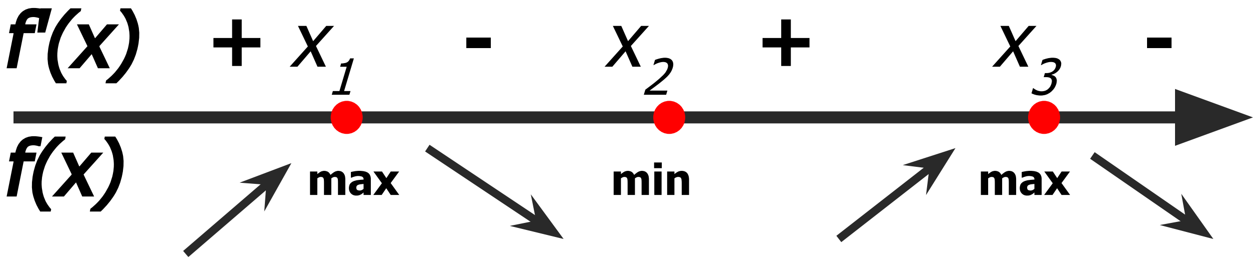
Если точка x_0 является точкой экстремума функции f, и в этой точке существует производная f', то она равняется нулю: $f'(x_0)=0$.

Признак максимума функции

Если функция f в точке x_0 непрерывна и на интервале (a, x_0) $f'(x) > 0$, а на интервале (x_0, b) $f'(x) < 0$, то точка x_0 является точкой максимума функции f.

Признак минимума функции

Если функция f в точке x_0 непрерывна и на интервале (a, x_0) $f'(x) < 0$, а на интервале (x_0, b) $f'(x) > 0$, то точка x_0 является точкой минимума функции f.



Признак максимума функции

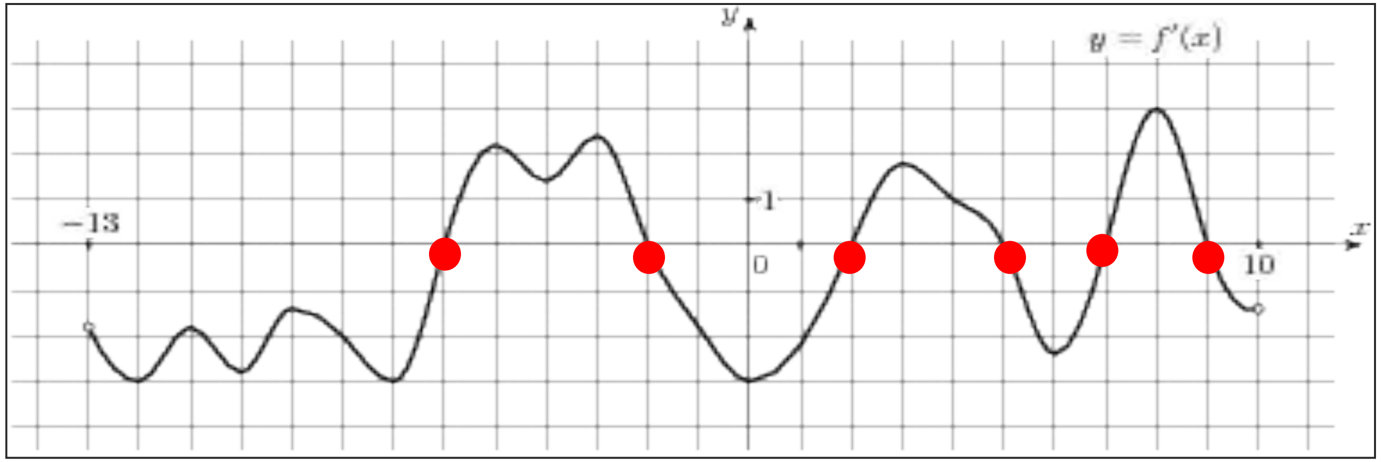
(a;b)	(a; x_0)	x_0	(x_0;b)
$f'(x)$	+	0	-
f (x)	$\nearrow$	max $f_{max}(x) = f(x_0)$	$\searrow$

Признак минимума функции

(a;b)	(a; x_0)	x_0	(x_0;b)
$f'(x)$	-	0	+
f (x)	$\searrow$	min $f_{min}(x) = f(x_0)$	$\nearrow$

Пример 3

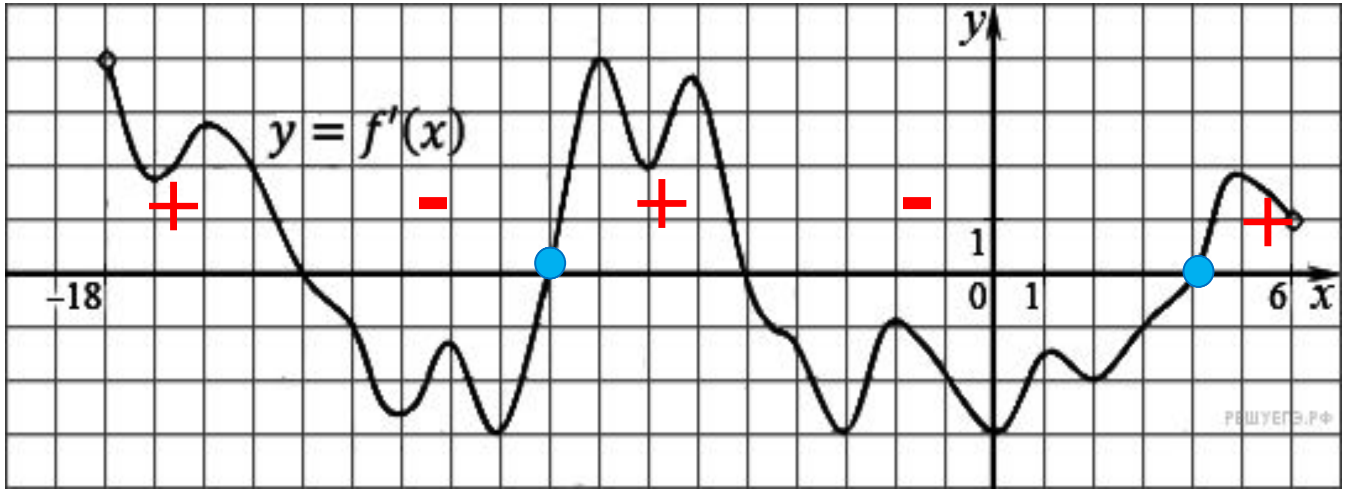
На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$ на интервале (–13; 10). Найдите количество точек экстремумов функции f(x) на интервале **[–11; 8].**



Ответ : 5

Пример 4

На рисунке изображен график производной функции $y = f'(x)$ на интервале (-18; 6) Найдите количество точек минимумов функции f (x) на интервале **[-15; 5]**.



Ответ : 2

Определение точек экстремумов функции можно выполнить по алгоритму:

1. Найти область определения и промежутки непрерывности функции.

2. Определить критические точки (где производная равна нулю или не существует) функции.

3. Определить знак производной $f'(x)$ на каждом интервале.

4. Определить экстремумы
4.1. Если в точке x_0 $f'(x)$ знак «+» меняет на «-» , то x_0 – точка max.
4.2. Если в точке x_0 $f'(x)$ знак «-» меняет на «+» , то x_0 – точка min.

Просмотри видеофайл, предварительно перейдя по ссылке:

https://youtu.be/w3UUY9nXC3s

1. Выучить определение критических точек, точек экстремума функции
2. Знать алгоритм определения точек экстремума
3. Знать признаки максимума и минимума функции
4. §48 учебника изучить