

Встретились 6 друзей и каждый пожал руку каждому своему другу. Сколько было рукопожатий?





Расчет количества вариантов:  
формулы перемножения и сложения  
количества вариантов.  
Количество текстов данной длины в  
данном алфавите.

# Актуализация знаний

- В науке и практике часто встречаются задачи, решая которые приходится составлять различные комбинации из конечного числа элементов и подсчитывать число комбинаций. Такие задачи получили название комбинаторных задач, а раздел математики, в котором рассматриваются подобные задачи, называют комбинаторикой.



# Историческая справка

- С комбинаторными задачами люди столкнулись в глубокой древности.
- В Древнем Китае увлекались составлением магических квадратов.
- В Древней Греции изучали фигуры, которые можно составить из частей квадрата.
- Комбинаторика становится наукой в семнадцатом веке.
- Изучением комбинаторных задач занимались французские математики Б. Паскаль и П.Ферма.
- Первым рассматривал комбинаторику как самостоятельную ветвь науки немецкий философ и математик Г. Лейбниц.
- Замечательные достижения в области комбинаторики принадлежат Л.Эйлеру.
- Комбинаторными задачами интересовались и математики, занимавшиеся составлением и разгадыванием шифров, изучением древних письменностей.

**Комбинаторика** - это раздел математики, посвященный решению задач на перебор различных вариантов, удовлетворяющих каким-либо условиям.

Здесь изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

- Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».
- Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономике и других областях знаний.

## Из истории комбинаторики

С комбинаторными задачами люди столкнулись в глубокой древности. В Древнем Китае увлекались составлением магических квадратов. В Древней Греции занимались теорией фигурных чисел.

Комбинаторные задачи возникли и в связи с такими играми, как шашки, шахматы, домино, карты, кости и т.д. Комбинаторика становится наукой лишь в 18 в. - в период, когда возникла теория вероятности.



## В Древней

**Греции** выигрывали число различных комбинаций длинных и коротких слогов в стихотворных размерах, занимались теорией фигурных чисел, изучали фигуры, которые можно составить из частей и т.д.



## Со временем появились различные игры

**(нард, карты, шашки, шахматы и т.д.)** В каждой из этих игр приходилось рассматривать различные сочетания фигур, и выигрывал тот, кто их лучше изучал, знал выигрышные комбинации и умел избегать проигрышных.



**Готфрид Вильгельм**

**Лейбниц**

**(1.07.1646 - 14.11.1716)**, как самостоятельный раздел математики первым стал рассматривать немецкий ученый Г. Лейбниц в своей работе «Об искусстве комбинаторики», опубликованной в 1666г. Он также впервые ввел термин «Комбинаторика».

**Леонард Эйлер(1707-1783)**

рассматривал задачи о разбиении чисел, о паросочетаниях, циклических расстановках, о построении магических и латинских квадратов, положил начало совершенно новой области исследований, выросшей впоследствии в большую и важную науку—топологию, которая изучает общие свойства пространства и фигур.





Для вывода формул автор использовал наиболее простые и наглядные методы, сопровождая их многочисленными таблицами и примерами. Сочинение **Я. Бернулли** превзошло работы его предшественников и современников систематичностью, простотой методов, строгостью изложения и в течение XVIII века пользовалось известностью не только как серьёзного научного трактата, но и как учебно-справочного издания.

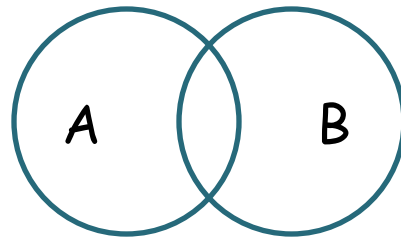
# Практическая деятельность по изучению нового материала

## Методы решения комбинаторных задач

1. Правило суммы.
2. Правило произведения

# Правило суммы

- Если пересечение конечных множеств  $A$  и  $B$  пусто, то число элементов в их объединении равно сумме чисел элементов множеств  $A$  и  $B$  :



$$n\left(A \cup B\right) = n(A) + n(B)$$

# Задача №1.

- На одной полке книжного шкафа стоит 30 различных книг, а на другой – 40 различных книг (не такие как на первой). Сколькими способами можно выбрать одну книгу.

**Решение:**

$$30 + 40 = 70$$

**(способами).**

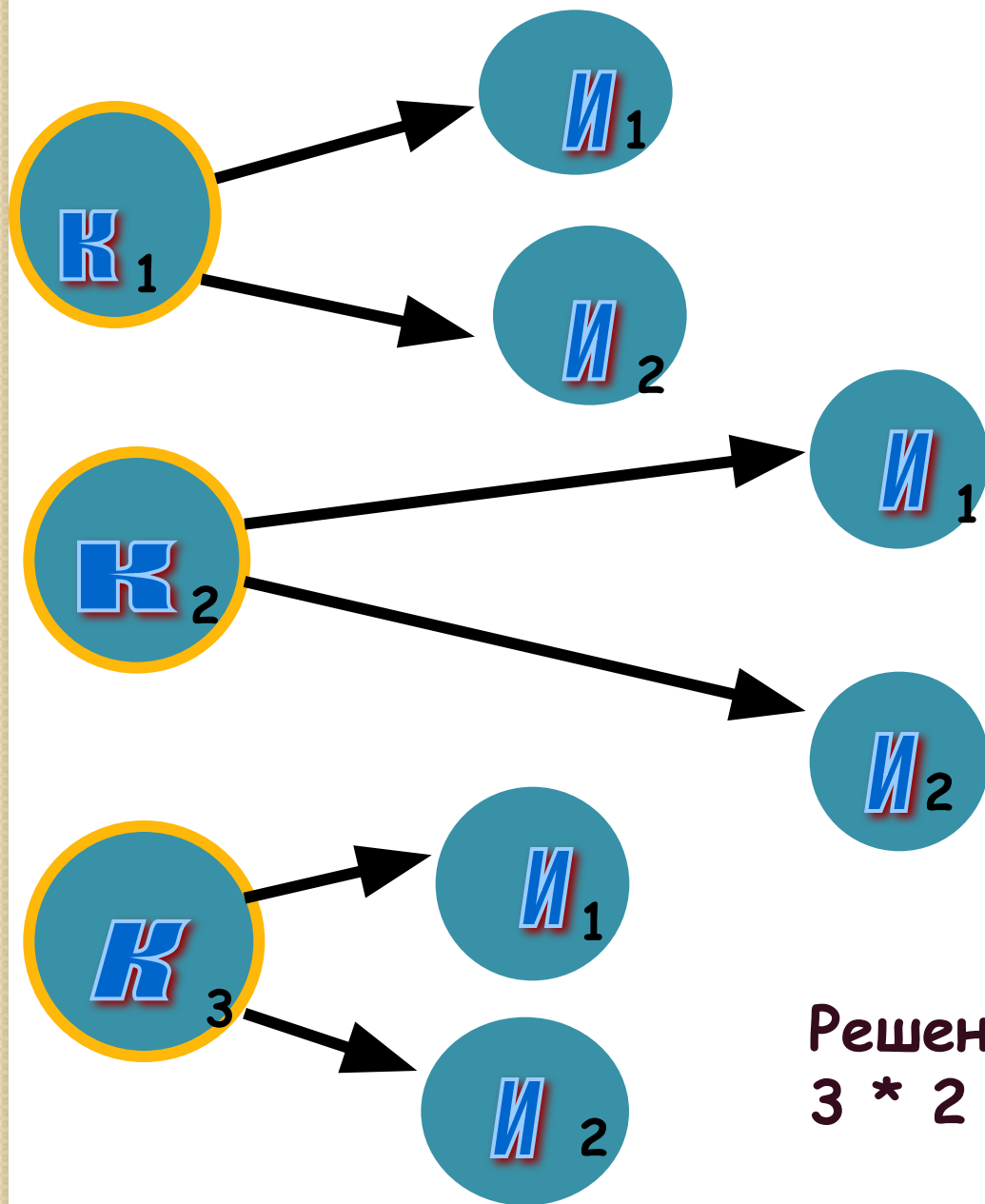
# Правило умножения.

- Если множества  $A$  и  $B$  конечны, то число  $N$  возможных пар  $(a; b)$ , где  $a$  из  $A$ ,  $b$  из  $B$  равно произведению чисел элементов ЭТИХ множеств:

$$N = n(A) * n(B)$$

## Задача № 2

**Пусть существует 3 кандидата на пост командира и 2 на пост инженера. Сколькими способами можно сформировать экипаж корабля, состоящий из командира и инженера?**



Решение:  
 $3 * 2 = 6$  (способ).

1. Имеется 3 вида конвертов и 4 вида марок. Сколько существует вариантов выбора конверта с маркой?12

2. В кружке 6 учеников. Сколькими способами можно выбрать старосту кружка и его заместителя?30

3. Концерт состоит из 5 номеров. Сколько имеется вариантов программы этого концерта?25

4. В буфете есть 4 сорта пирожков. Сколькими способами ученик может купить себе 2 пирожка?8

5. Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека - Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора этой пары?6



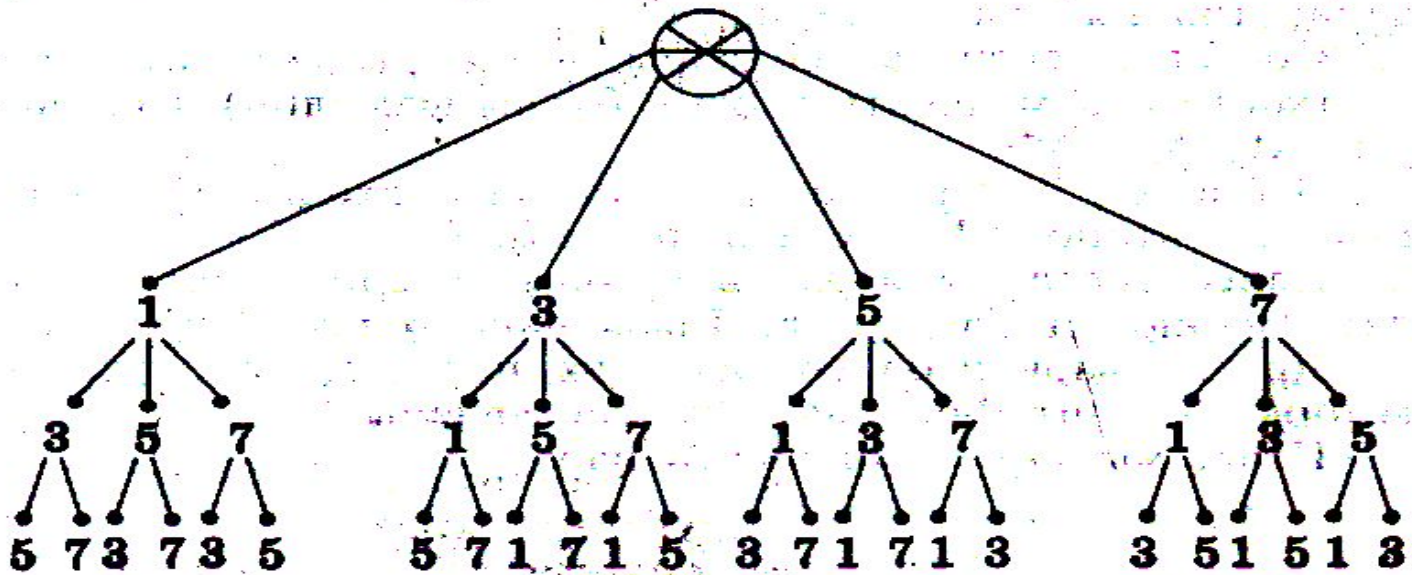
# Различные способы решения комбинаторных задач

1 способ

- Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр **1,3,5,7**, используя в записи числа каждую из них не более одного раза?

Такую схему называют деревом возможных вариантов.

**Первая  
цифра**  
**Вторая  
цифра**  
**Третья  
цифра**



## 2 способ

- Ответить на поставленный вопрос в задаче можно не выписывая сами числа.

То есть путем рассуждения.

- Первую цифру можно выбрать четырьмя способами.
- Так как после выбора первой цифры останутся три, то вторую цифру можно выбрать тремя способами.
- Наконец, третью цифру можно выбрать (из оставшихся двух) уже двумя способами.

- Следовательно, общее число искомых трехзначных чисел равно произведению  $4 \cdot 3 \cdot 2$ , т.е. 24.
- Отвечая на поставленный вопрос в задаче, мы использовали, так называемое комбинаторное правило умножения.

# Комбинаторное правило умножения

- Если первый элемент можно выбрать  $n_1$  способами, после чего второй элемент можно выбрать из оставшихся элементов  $n_2$  способами, затем третий элемент –  $n_3$  способами и т.д., то **число способов**, которыми могут быть выбраны все  $k$  элементов, **равно произведению  $n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \dots \cdot n_k$** .

# Домашнее задание

1 вариант.

1. Сколько можно составить четырехзначных чисел из цифр 1, 5, 8, 3, если: а) цифры в числе не повторяются;  
б) цифры могут повторяться.

2. В среду в 5 «Б» классе 5 уроков: русский, информатика, естествознание, ИЗО, иностранный. Сколько можно составить вариантов расписания на день? Сколько можно составить вариантов расписания на день, зная, что информатика – первый урок?

2 вариант.

1. Сколько можно составить трехзначных чисел из цифр 4, 9, 7, если: а) цифры в числе не повторяются;  
б) цифры могут повторяться.

2. В среду в 5 «А» классе 5 уроков: русский, литература, естествознание, математика, иностранный. Сколько можно составить вариантов расписания на день? Сколько можно составить вариантов расписания на день, зная, что математика – второй урок?

## Задача 1.

- Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на 8 беговых дорожках?

# Решение.

- Существует  $P_8$  всевозможных перестановок из 8 элементов, т.е.
- $P_8 = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40\,320$  (способов)
- Ответ: **40 320 способов.**

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$$

В комбинаторике факториал натурального числа  $n$  интерпретируется как количество перестановок интерпретируется как количество перестановок (упорядочиваний) множества из  $n$  элементов. Например, для множества  $\{A, B, C, D\}$  из 4-х элементов существует  $4! = 24$  перестановки:



# Рассмотрим некоторые комбинаторные задачи.

- №1
- Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека – Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях.
- Сколько существует вариантов выбора этой пары?

## Решение:

- Составим сначала все пары, которые входят Антонов. Получим 3 пары: АГ,АС,АФ.
- Выпишем пары, в которые входит Григорьев, но не входит Антонов. Таких пар две: ГС,ГФ.
- Составим пары, в которые входит Сергеев, но не входят Антонов и Григорьев. Такая пара только одна: СФ.
- Других вариантов составления пар нет, так как все пары, в которые входит Федоров уже составлены.
- Итак, мы получили 6 пар: АГ,АС,АФ,  
ГС,ГФ,  
СФ.

- Итак, мы получили 6 пар: АГ,АС,АФ,  
ГС,ГФ,  
СФ.

Значит, всего существует **6 вариантов** выбора тренером пары теннисистов из данной группы.

Способ рассуждений, которым мы воспользовались при решении задачи, называют *перебором возможных вариантов*.

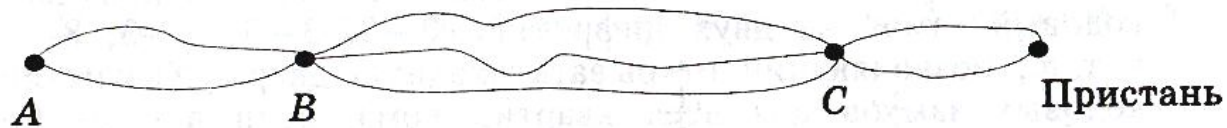
## Пример 3.

- Из города А в город В ведут две дороги, из города В в город С – три дороги, из города С до пристани – две дороги.



Туристы хотят проехать из города А через города В и С к пристани.

Сколькими способами они могут выбрать маршрут ?



## Решение.

Путь из A в B туристы могут выбрать **двумя** способами. Далее в каждом случае они могут проехать из B в C **тремя** способами. Значит, имеются  $2 \cdot 3$  вариантов маршрута из A в C. Так как из города C на пристань можно попасть **двумя** способами, то всего существует

$$2 \cdot 3 \cdot 2, \text{ т.е. } 12, \text{ способов}$$

выбора туристами маршрута из города A к пристани.