Практикум по решению ключевых типов задач по теории вероятностей

(из открытого банка заданий)

11 класс

УМК: любой

Разработано учителем математики

МОУ «СОШ» п. Аджером

Корткеросского района Республики Коми

Мишариной Альбиной Геннадьевной

Содержание

Вспомним *Теоремы сложения и умножения для двух событий*

1) $P(A + B) = P(A) + P(B)$

(для независимых событий)

2) $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

(для зависимых событий)

3) $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

Вспомним

Формула классической вероятности случайных событий:

$$P = N(A) : N,$$ где

N – число всех возможных вариантов

N(A) – число благоприятных вариантов

Запомним

Если идёт объединение **(∪),** т.е. союз **или,** то надо вероятности **«+»**

Если идёт пересечение **(∩),** т.е. союз **и**, то надо вероятности **«·»**

Тип 1. Самая простая задача

В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 20 из Японии, 28 из Китая, остальные - из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.

Решение.

1) Из Кореи выступают

$64 – (20 + 28) = 16$ спортсменок.

2) По формуле классической вероятности получим: Р = = 16:64 = 1:4 = 0, 25.

Ответ: 0,25

Задание (решаем в паре)

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Голландии и 2 прыгуна из Аргентины. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что четырнадцатым будет выступать прыгун из Аргентины.

Решение.

Ответ: 0,05

Тип 2. Задача с бросанием монет

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение.

Способ I. Метод перебора комбинаций.

Способ II. Специальная формула вероятности, адаптированная для решения задач с монетами.

$P = C_n$ по $k : 2^n$, где 2^n – число всех возможных исходов, C_nпоk - число сочетаний из n элементов по k, которое вычисляется по формуле

$$C_n^k = n! / k!(n-k)!$$

Т.к. n=2; k=1, то ответ: 0,25

Задание

В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Решение (Способ II):

$C_{3\text{по}0} = 3!/0!(3-0)! = 1$

$P = C_{3\text{по}0} : 2^3 = 1:8 = 0{,}125$

Ответ: 0,125

Тип 3. Задача с игральным кубиком

Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпадет не менее 4 очков?

Решение.

Бросаем игральный кубик один раз => **6 исходов.**

Значит, у данного действия (бросание одного игрального кубика 1 раз) всего имеется **n = 6** возможных исходов.

Выписываем все благоприятные исходы: **4; 5; 6**

Значит, **k = 3** – число благоприятных исходов. По формуле классической вероятности имеем:

P = 3 : 6 = 0,5. **Ответ: 0,5**

Задание

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.

Кубик бросаем 2 раза, значит всего имеется **$N = 6^2 = 36$** возможных исходов.

Выписываем все благоприятные исходы в виде пар чисел: **(1;4), (2;3), (3;2), (4;1).**

Значит, **$N(A) = 4$** – число благоприятных исходов.

По формуле классической вероятности имеем: $P = 4:36 = 1/9 \approx \underline{0{,}11}111\ldots$.

Ответ: 0,11

Задание

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 15 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

У данного действия (бросание трех игральных костей) всего имеется

$N = 6^3 = 216$ возможных исходов.

Выписываем все благоприятные исходы

в виде троек чисел: **(6;6;3), (6;3;6), (3;6;6), (5;5;5), (6;5;4), (5;4;6), (4;6;5).**

Значит, **$N(A) = 7$** – число благоприятных исходов.

По формуле классической вероятности имеем: $P = 7 : 216 \approx$ 0,032….

Ответ: 0,03

Задание (решаем в паре)

В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.

<u>Решение.</u>

<u>Ответ:</u> 0,07

Тип 4. Задача с перекладыванием монет

В кармане у Андрея было 4 монеты по 2 рубля и 2 монеты по 5 рублей. Он, не глядя, переложил 3 монеты в другой карман. Найти вероятность того, что обе монеты по 5 рублей лежат в одном кармане.

Решение.

Всего у Андрея было: 4 + 2 = 6 монет.

3 (переложенные) монеты можно выбрать из 6 (имеющихся) монет:

$C_6^3 = 6!/3!\cdot(6-3)! = 20$ (способами).

Т.е. **N = 20.**

2 монеты по 5 рублей выбираем из двух пятирублевых монет:

2! = 2 (способами).

3 монеты из 4-х монет по 2рубля выбираем:

$C_{4по3} = 4!/3!(4-3)! = 4$(способами).

По формуле классической вероятности и правилу произведения получим:

$P = 2 \cdot 4 / 20 = 0{,}4$.

Ответ: 0,4

Задание (решаем в паре)

В кармане у Ольги было 6 монет по 1 рублю и 2 монеты по 5 рублей. Она, не глядя, переложила 4 монеты в другой карман. Найти вероятность того, что обе монеты по 5 рублей лежат в одном кармане. Ответ округлите до сотых.

<u>Решение.</u>

<u>Ответ:</u> 0,43

Тип 5. Задача с экзаменационными билетами

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

<u>Решение.</u>

Если **A** - вопрос на тему «Вписанная окружность»,

B - вопрос на тему «Тригонометрия»,

и события **A** и **B** – **<u>несовместны.</u>**

Тогда **P(A+B)= P(A)+P(B)** =

= 0,1 + 0,35 = **0,45**

Задание

Программа экзамена содержит 30 вопросов. Студент знает 20 из них. Каждому студенту предлагают 2 вопроса, которые выбираются случайным образом. Отличная оценка ставится, если студент правильно ответил на оба вопроса. Какова вероятность получения «5»?

Ответ округлить до сотых.

Решение.

$$N = C_{30}^{2} = \frac{30!}{2!\cdot(30-2)!} = \frac{30!}{2\cdot 28!} =$$

$$= \frac{28!\cdot 29\cdot 30}{2\cdot 28!} = 29\cdot 15 = 435$$

$$N(A) = C_{20}^{2} = \frac{20!}{2!\cdot(20-2)!} = \frac{20!}{2\cdot 18!} =$$

$$= \frac{18!\cdot 19\cdot 20}{2\cdot 18!} = 19\cdot 10 = 190$$

$$P(A) = \frac{190}{435} = \frac{38}{87} = 0{,}436... = 0{,}44$$

Задание (решаем в паре)

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,25. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение.

Ответ: **0,35**

Тип 6. Задача с кофейными автоматами

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

<u>Решение.</u>

A = {кофе закончится в первом автомате}

B = {кофе закончится во втором автомате}

C = A U B = {кофе закончится хотя бы в одном автомате}

По условию: P(A) = P(B) = 0,2, P(A ∩ B) = 0,16

По смыслу задачи события A и B являются совместными. По формуле сложения вероятностей совместных событий имеем:

P(C) = P(A U B) = P(A) + P(B) – P(A ∩ B) =

= 0,2 + 0,2 – 0,16 = 0,24.

P($\overline{A \cup B}$) = 1 – 0,24 = 0,76.

Ответ: 0,76

Задание (решаем в паре)

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение.

Ответ: 0,5

Тип 7. Задача о стрельбе по мишеням

Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение.

Вероятность попадания = 0,85.

Вероятность промаха = 1 – 0,85 = 0,15.

А = {попадание, попадание, промах, промах}

События независимые. По формуле умножения вероятностей:

Р(А) = $0{,}85 \cdot 0{,}85 \cdot 0{,}15 \cdot 0{,}15 = 0{,}7225 \cdot 0{,}0225 = \underline{0{,}01}625625 \approx 0{,}02$.

Ответ: 0,02

Задание (решаем в паре)

Биатлонист 8 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 5 раз попал в мишень, а последние три промахнулся. Результат округлите до сотых.

<u>Решение.</u>

<u>Ответ:</u>

Тип 8. Задача о выступлениях

Конкурс исполнителей проводится 5 дней. Всего заявлено 50 выступлений – по одному из каждой страны. В первый день 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями, Порядок выступлений определяет жеребьевка. Какова вероятность, что выступление представителя из России состоится в третий день конкурса.

Решение.

N = 50

N(A)=(50-26) : 4 = 6

=> **P(A)**= 6 : 50=3/25

Ответ: 3/25=0,12

Задание (решаем в паре)

Конкурс исполнителей проводится 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений - по одному от каждой страны. Исполнитель из России тоже участвует в конкурсе. В первый день запланировано 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что исполнитель из России будет выступать в третий день конкурса?

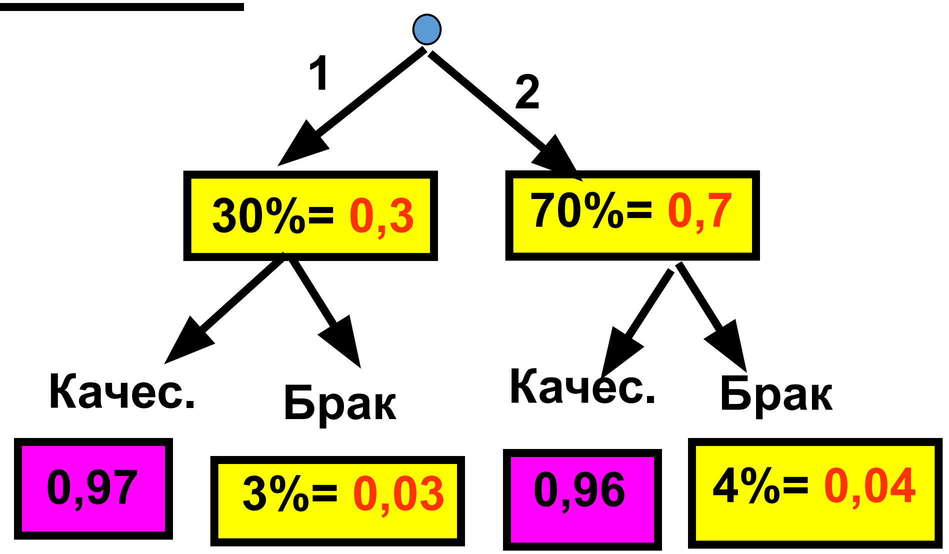
Решение.

Ответ: 0,225

Тип 9. С процентами

Две фабрики выпускают одинаковые стёкла. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, а вторая-70%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая -4%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется качественным.

Решение.



События независимые =>

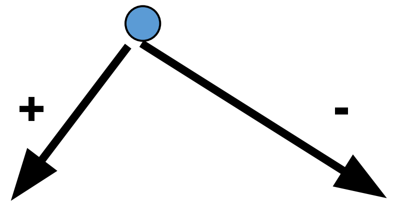
$P(A)=P_1+P_2= 0,3\cdot 0,97+0,7\cdot 0,96 =$

$= 0,291 + 0,672 = 0,963$

Задание

В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 30%. Найдите вероятность того, что в случайный момент все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга)

Решение.



$\boxed{30\%=0,3}$ => 70%=0,7

Независимые события =>

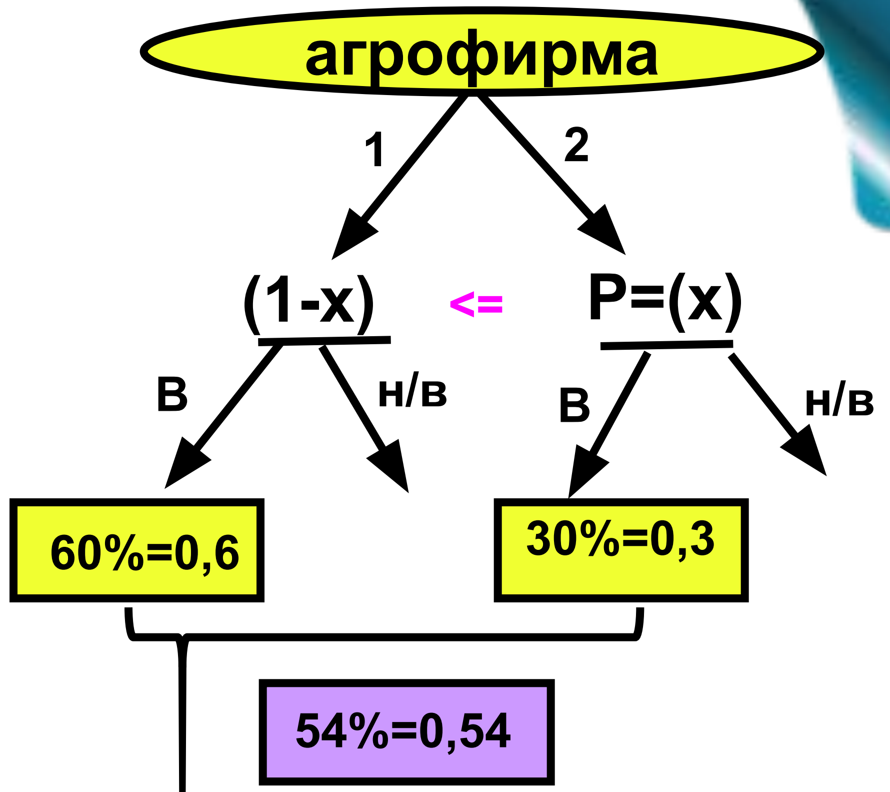
P = P(A+B+C)=

= P(A)+P(B)+P(C)=

= 0,3+0,3+0,3=0,9

Задание

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 60% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а во втором хозяйстве – 30% яиц высшей категории. Всего высшей категории получается 54% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из второго хозяйства.



Составим уравнение:

$$0,6\cdot(1-x) + 0,3\cdot x = 0,54$$

Ответ: 0,2

Задание (решаем в паре)

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах.   40% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а во втором хозяйстве – 20% яиц высшей категории. Всего высшей категории получается 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства

<u>Решение.</u>

<u>Ответ:</u> **0,75**

Тип 10. Деление на группы

В классе 21 человек. Среди них два друга Андрей и Дима. Класс случайным образов делится на 7 групп, по 3 человека в каждой группе. Какова вероятность того, что Андрей и Дима окажутся в одной группе.

Решение.

Если взять А., то **N**=21-1=**20.**

Т.к. группа из 3-х человек, то для Д. остаётся только 2 места, т.е. **N(A)=2.**

P = N(A):N =2:20=1/10 = **0,1**

Задание

В чемпионате по бадминтону участвуют 26 спортсменов, среди которых 10 – из России и в том числе Руслан Орлов. Перед началом первого тура чемпионата участников разбивают на игровые пары с помощью жребия. Какова вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с кем-нибудь из России.

Решение.

N = 26 -1=25

N(A)(т.е. из России)**=** 10-1=9

P(A)= 9 : 25 =9/25=0,36

Ответ: 0,36

Задание

В студенческой группе (12 девушек и 8 юношей) разыгрываются 5 зарубежных путевок. Какова вероятность того, что путевки получат 3 девушки и 2 юноши?

Ответ округлить до сотых .

__Решение.__ Всего 20 человек

$$N = C_{20}^{5} = \frac{20!}{5!(20-5)!} = \frac{20!}{5! \cdot 15!} =$$

$$= \frac{16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 15504$$

$$N(a) = C_{12}^{3} \cdot C_{8}^{2} = \frac{12!}{3!(12-3)!} \cdot \frac{8!}{2!(8-2)!} =$$

$$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 12}{6} \cdot \frac{7 \cdot 8}{2} = 6160$$

$$P(A) = \frac{6160}{15504} = \frac{1540}{3876} = 0{,}397\ldots = 0{,}40$$

Задание (решаем в паре)

В классе 33 ученика, среди них две подруги – Галя и Таня. Класс случайным образом разбивают на 3 равные группы. Какова вероятность того, что подруги окажутся в одной группе.

Решение.

Разные задачи (о сейфе)

Преступник знает, что шифр сейфа составлен из цифр 1,3,7,9, но не знает в каком порядке их набирать.

Какова вероятность того, что преступник откроет сейф с первой попытки?

Решение.

N=P_4=4!=24

N(A)= 1

P(A)= 1 : 24 = 0,041…=0,04

Ответ: 0,04

Разные задачи

Из 8 учеников, жеребьёвкой выбирают группу, состоящую из 2 человек (разыгрывают 2 билета). Сколько всего существует различных вариантов состава такой группы

Решение.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8}{2 \cdot 6!} =$$

$$= \frac{7 \cdot 4}{1} = 28$$

Разные задачи (о точках на окружности)

На окружности выбрано 12 точек. Сколько существует хорд с концами в этих точках

Решение.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2!(12-2)!} = \frac{10! \cdot 11 \cdot 12}{2 \cdot 10!} =$$

$$= \frac{11 \cdot 6}{1} = 66$$

Разные задачи (о точках на окружности)

На окружности выбрано 9 точек.

Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках.

Решение.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_9^3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 6!} =$$

$$= \frac{7 \cdot 4 \cdot 3}{1} = 84$$

Разные задачи (о расписании)

Сколькими способами можно составить расписание на вторник, если изучаются 10 предметов и должно быть 6 уроков (порядок уроков неважен).

Решение.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10!}{6! \cdot 4!} =$$

$$= \frac{6! \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6! \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5}{1} = 210$$

Разные задачи (о числах)

Два ученика одновременно называют по одному целому числу от 1 до 5 включительно. Какова вероятность того, что сумма названных чисел будет делится на 3.

Решение. **N** = 5^2 = **25**

N(A)-?: найдем перебором

(11); **(12);** (13); (14); **(15)**

(21); (22); (23); **(24);** (25);

(31); (32); **(33);** (34); (35);

(41); **(42);** (43); (44); **(45);**

(51); (52); (53); **(54);** (55). Значит **N(A)=9**

P(A) = 9 : 25 = 36:100 = **0,36**

Самостоятельная работа

Задача 1. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 40 спортсменов, среди них 9 прыгунов из Великобритании и 10 прыгунов из Венесуэлы. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать прыгун из Венесуэлы.

Самостоятельная работа

Задача 2. В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 9 очков. Результат округлите до сотых.

Самостоятельная работа

Задача 3. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Внешние углы», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,3. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух

Самостоятельная работа

Задача 4. В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,4. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.

Самостоятельная работа

Задача 5. В кармане у Маргариты было 6 монет по 1 рублю и 2 монеты по 5 рублей. Она, не глядя, переложила 4 монеты в другой карман. Найти вероятность того, что обе монеты по 5 рублей лежат в одном кармане. Ответ округлите до сотых.

Проверим ответы

1) 0,25
2) 0,12
3) 0,5
4) 0,4
5) 0,43

Критерии оценивания:

«5» - за 5 верных задач

«4» - за 4 верные задачи

«3» - за 3 верные задачи

«2» - если верно выполнено менее 3-х задач

Интернет ресурсы

- Шаблон подготовила учитель русского языка и литературы Тихонова Надежда Андреевна
- Задачи открытого бака заданий ЕГЭ по математике

http://cs5736.vkontakte.ru/u18303177/-14/x_bd1f87ce.jpg

http://img1.liveinternet.ru/images/attach/c/10/109/678/109678317_f3088__post10306301334192128989 2.png