

ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ. ЦЕНТР ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

*ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ.
СТАТИКА*

ЛЕКЦИЯ 6

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ

Произвольная плоская система сил

$$\sum F_{kx} = 0$$

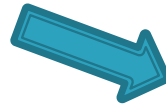
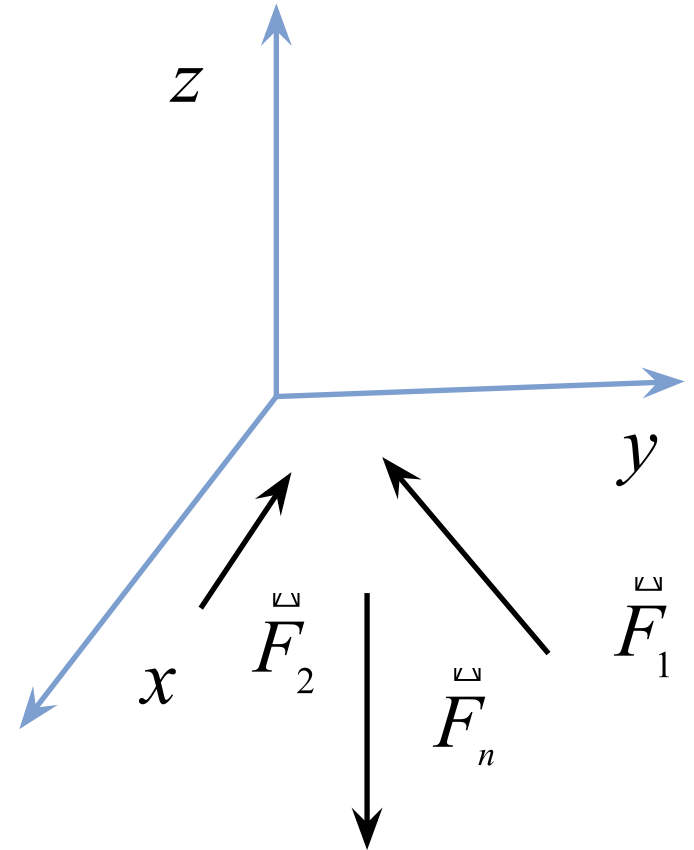
$$\sum F_{ky} = 0$$

~~$$\sum F_{kz} = 0$$~~

~~$$\sum M_x(\vec{F}_k) = 0$$~~

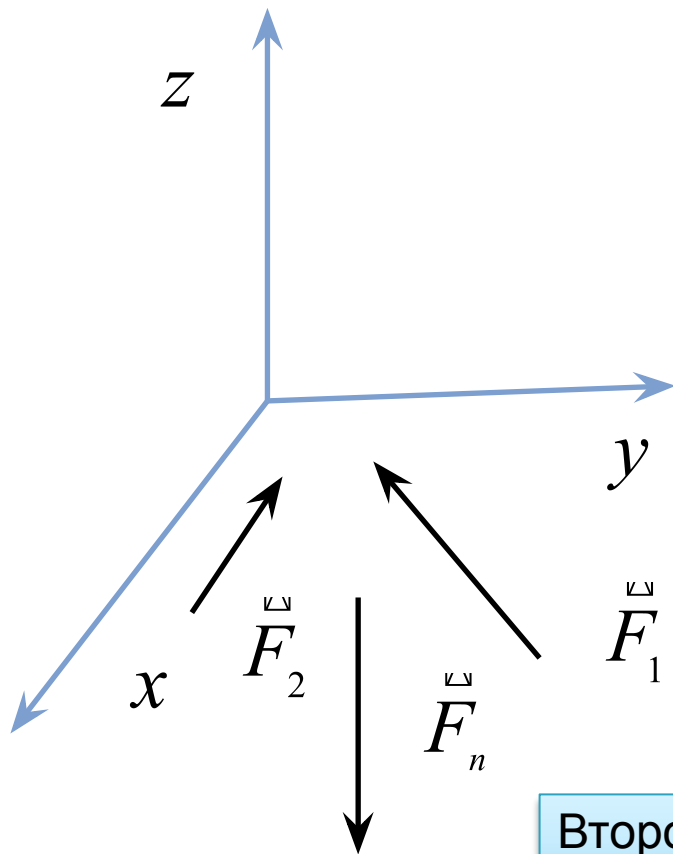
~~$$\sum M_y(\vec{F}_k) = 0$$~~

~~$$\sum M_z(\vec{F}_k) = 0$$~~



$$\sum M_A(\vec{F}_k) = 0$$

ПРОИЗВОЛЬНАЯ ПЛОСКАЯ СИСТЕМА СИЛ



$$\vec{R} = \sum \vec{F}_k \quad \vec{M}_O = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k)$$

$$\vec{R} \in (xy) \quad \vec{M}_O \perp (xy)$$

$$\vec{M}_O \cdot \vec{R} = 0$$

Второй статический инвариант плоской системы сил всегда равен нулю

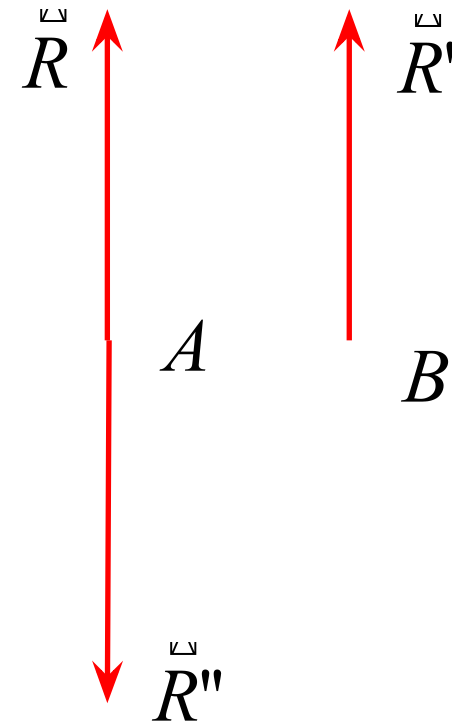
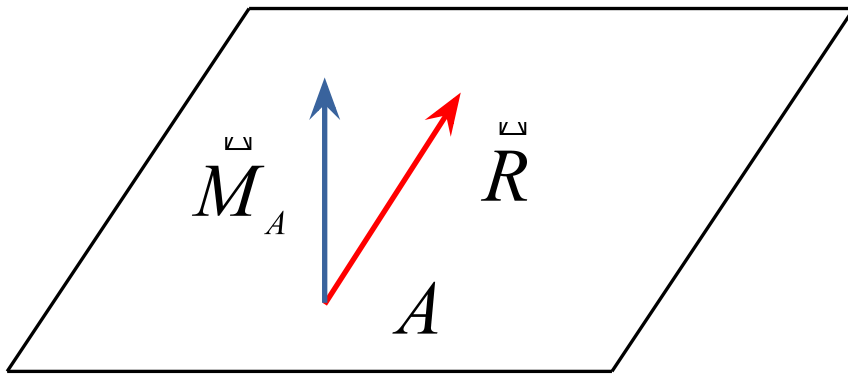
Такая система сил не приводится к динамическому винту

ТЕОРЕМА О РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ

Если главный вектор плоской системы сил не равен нулю, то эта система приводится к равнодействующей

Доказательство

Пусть главный момент относительно точки A тоже отличен от нуля



$$(\vec{R}, \vec{M}_A) \sim (\vec{R}, \vec{R}', \vec{R}'') \sim \vec{R}'$$

Что будет, если главный момент относительно точки A равен нулю?

ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ ПЛСС

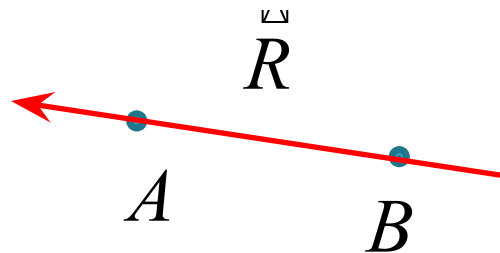
1.
$$\sum F_{kx} = 0$$
$$\sum F_{ky} = 0$$
$$\sum M_A(F_k) = 0$$

2.
$$\sum F_{kx} = 0$$
$$\sum M_A(F_k) = 0$$
$$\sum M_B(F_k) = 0$$

$AB \not\perp x$

3.
$$\sum M_A(F_k) = 0$$
$$\sum M_B(F_k) = 0$$
$$\sum M_C(F_k) = 0$$

A, B, C не лежат на одной прямой



?

СИСТЕМА ДВУХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

1. $M_D(F_1) + M_D(F_2) = 0$

2. Пусть прямая AB является осью координат.

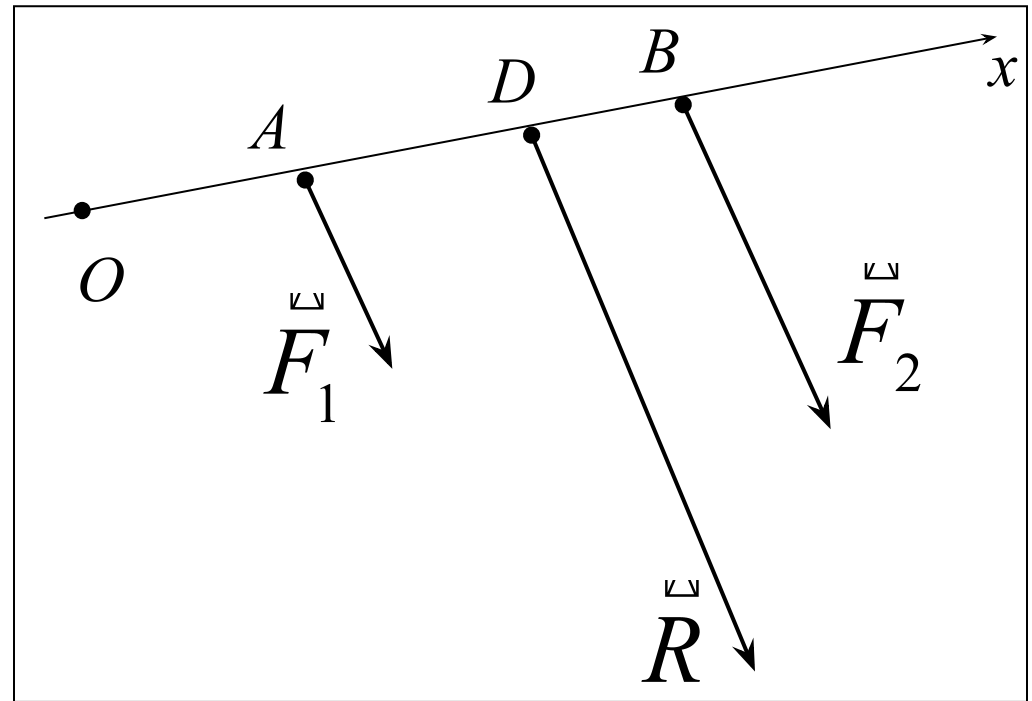
Найдем координату точки приложения равнодействующей

$$AD = x_R - x_1$$

$$BD = x_2 - x_R$$

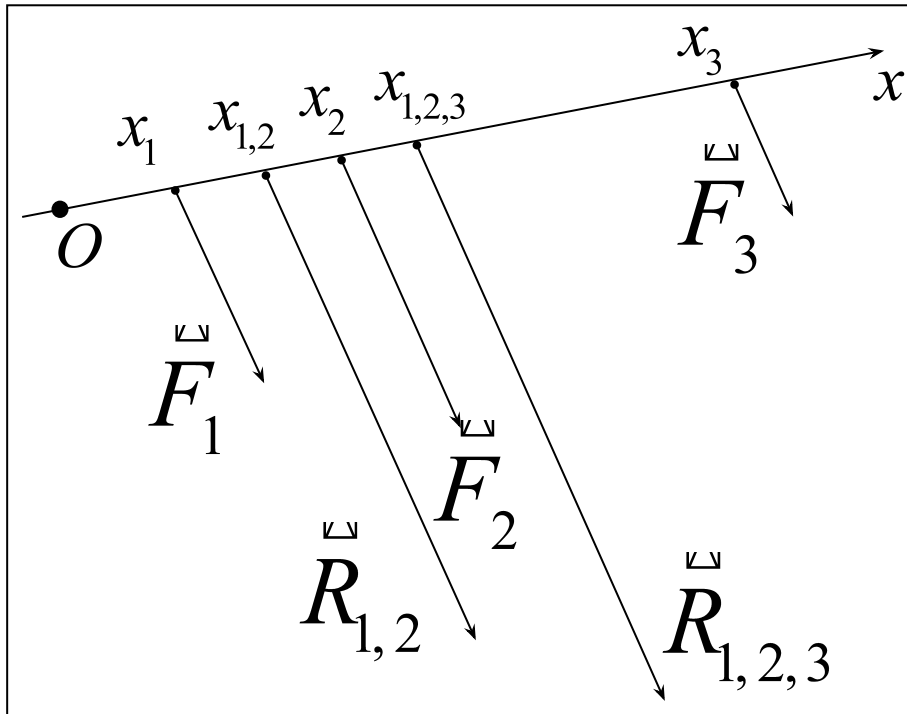
$$\frac{F_1}{BD} = \frac{F_2}{AD} \Rightarrow \frac{F_1}{x_2 - x_R} = \frac{F_2}{x_R - x_1}$$

$$x_R = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{F_1 + F_2} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2}{R}$$



Координата не изменится при повороте исходных сил на одинаковый угол

СИСТЕМА ТРЕХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ



$$x_R = \frac{R_{1,2} x_{1,2} + F_3 x_3}{R_{1,2} + F_3}$$

$$x_R = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{F_1 + F_2 + F_3} = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + F_3 x_3}{R}$$

ЦЕНТР ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ СИЛ

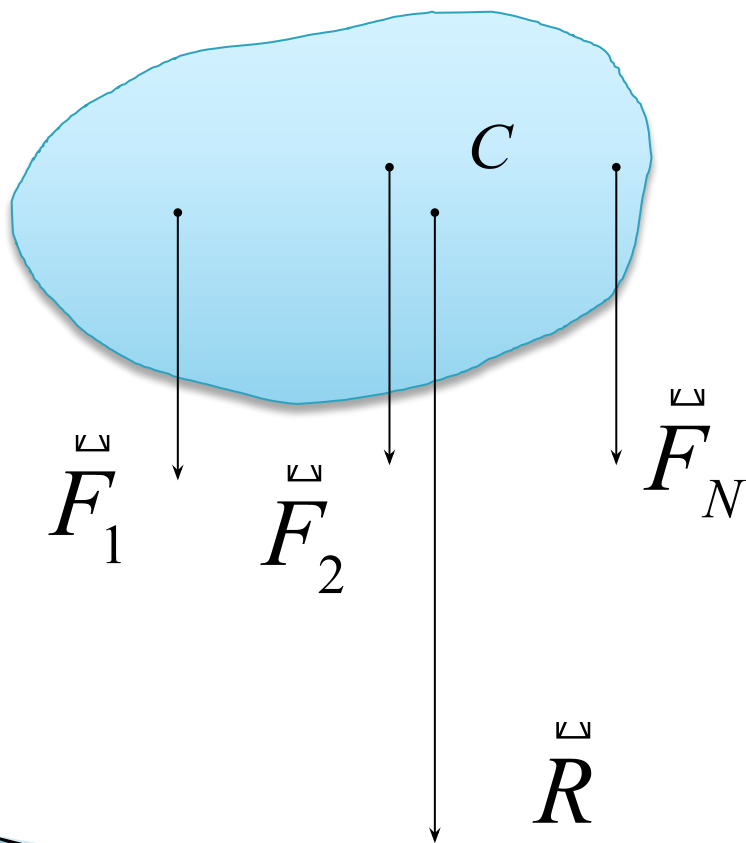
Центр параллельных сил – точка приложения равнодействующей системы параллельных сонаправленных сил

$$x_C = \frac{F_1 x_1 + F_2 x_2 + \dots + F_N x_N}{F_1 + F_2 + \dots + F_N} = \frac{\sum F_k x_k}{R}$$

Изменение ориентации системы сил – изменение направления сил на одинаковый угол при неизменных точках приложения

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Центр тяжести тела – точка приложения равнодействующей системы сил тяжести, действующих на тело при произвольной ориентации тела



$$\vec{F}_k = m_k \vec{g}$$

$$x_C = \frac{\sum F_k x_k}{R} = \frac{\sum m_k g x_k}{Mg} = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

Если тело не удастся представить в виде конечного набора точек

$$x_C = \frac{1}{M} \int_M x dm$$

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

$$x_C = \frac{1}{M} \int_M x dm = \frac{1}{M} \int_V x \rho_V(x, y, z) dV = \frac{1}{M} \iiint_V x \rho_V(x, y, z) dx dy dz$$

Для однородного тела

$$x_C = \frac{\rho_V}{M} \iiint_V x dx dy dz = \frac{1}{V} \iiint_V x dx dy dz$$

Для однородного плоского тела

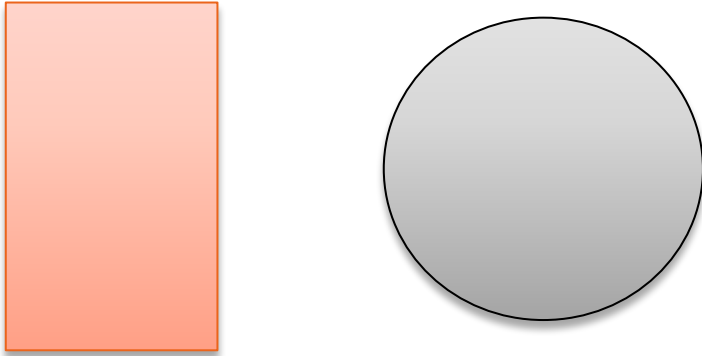
$$x_C = \frac{1}{S} \iint_S x dx dy$$

Для одномерного тела

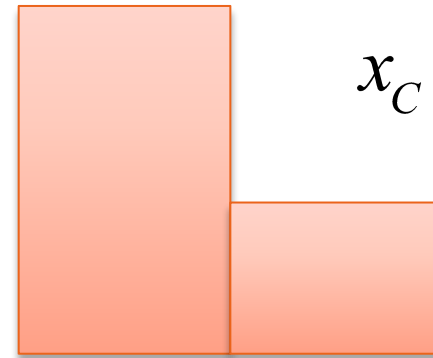
$$x_C = \frac{1}{L} \int_L x dl$$

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

1. Метод симметрии: если тело имеет оси симметрии, то центр тяжести лежит на пересечении этих осей

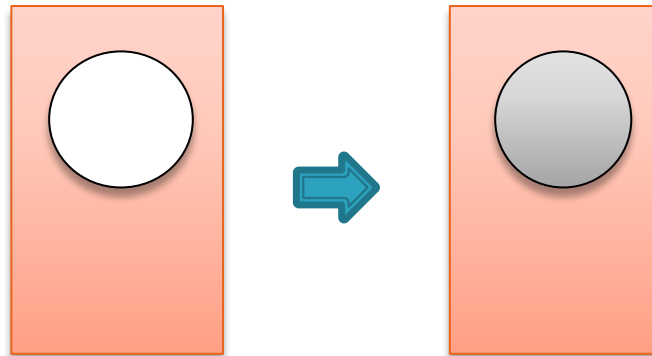


2. Метод разбиения



$$x_C = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

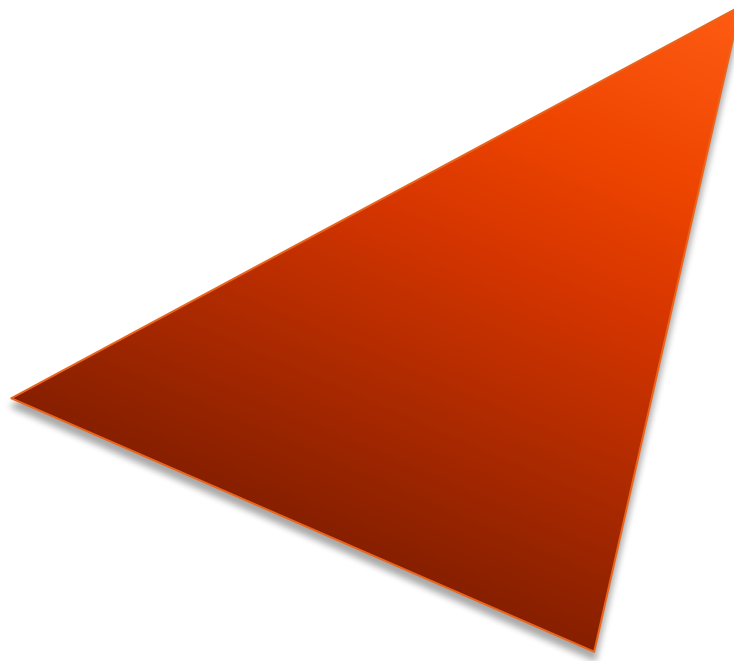
3. Метод отрицательных масс



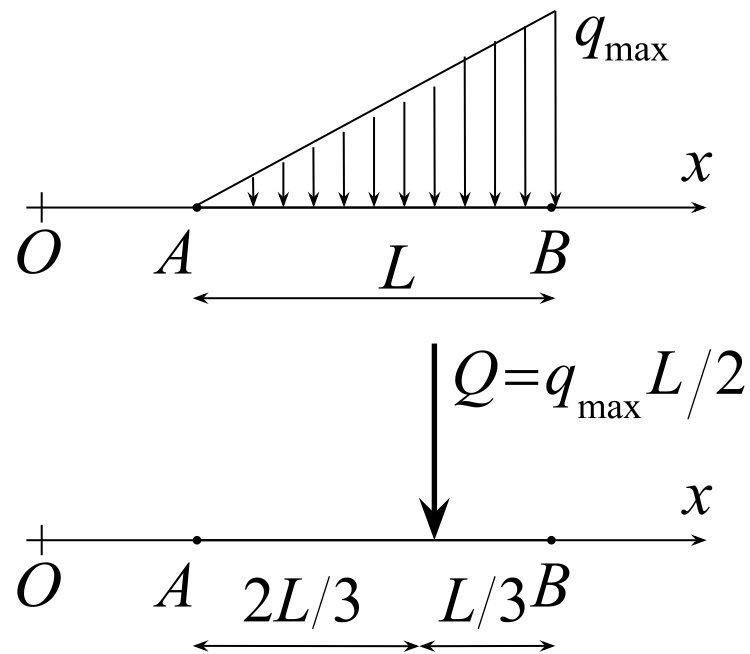
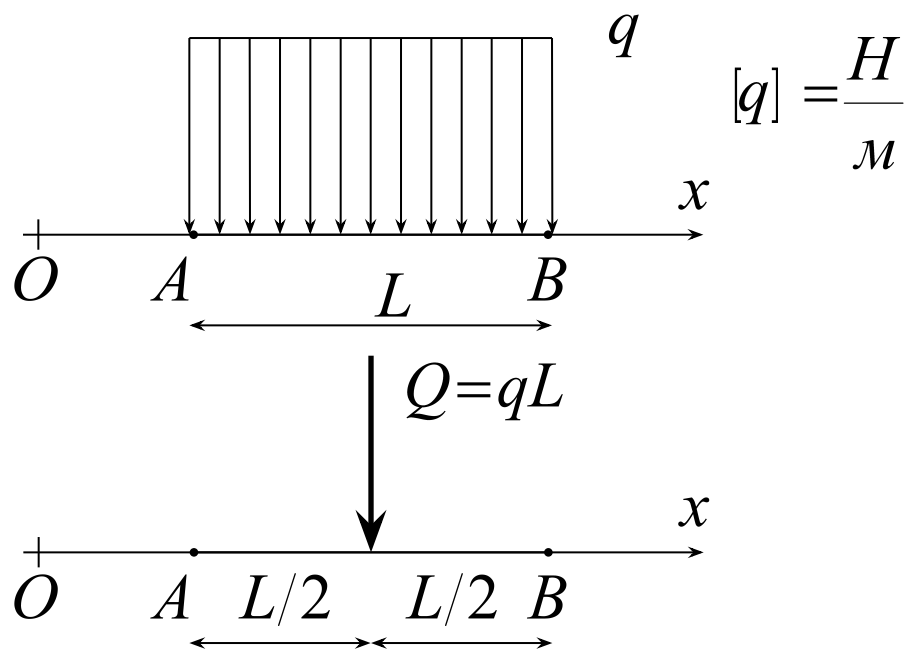
$$x_C = \frac{\sum m_k x_k}{M}$$

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ

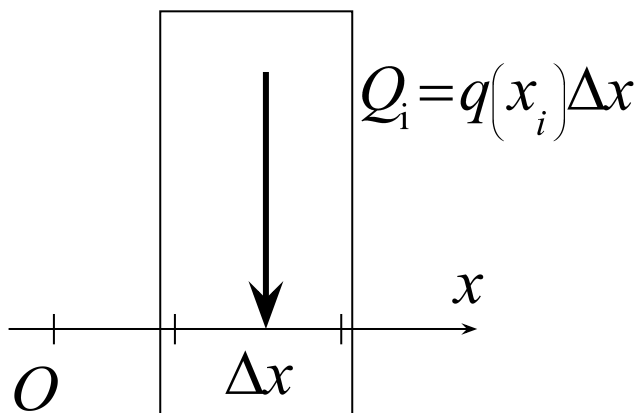
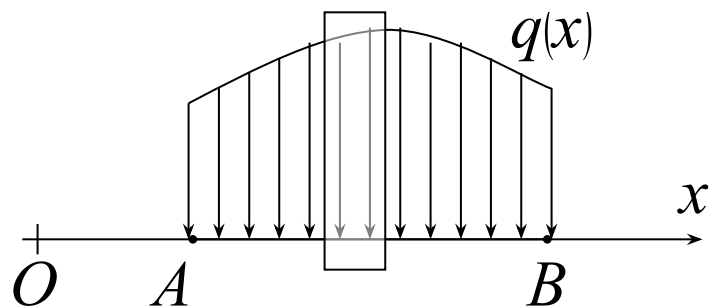
Почему центр тяжести произвольного треугольника находится в точке пересечения медиан?



РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА



РАСПРЕДЕЛЕННАЯ НАГРУЗКА



$$Q = \int_{x_A}^{x_B} q(x) dx$$

$$x_c = \int_{x_A}^{x_B} xq(x) dx / Q$$