

# **ОСНОВЫ ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Тема №3.

# Основные понятия, используемые при осуществлении финансовых расчетов.

- *Проценты*
- *Процентная ставка*
- *Наращение (рост) первоначальной суммы долга*
- *Compounding*
- *Discounting*
- *Период начисления процентов*
- *Интервал начисления*
- *Декурсивный способ начисления процентов*
- *Антисипативный способ (предварительный) начисления процентов. Номинальная ставка процентов*
- *Ставка ссудного процента*
- *Учетная ставка (ставка дисконта)*
- *Эквивалентные процентные ставки*
- *Эффективная ставка сложных процентов*
- *Номинальная ставка процентов*
- *Реальная ставка процентов*
- *Аннуитет (финансовая рента)*

# КОНЦЕПЦИЯ ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

- Основное положение концепции заключается в том, что одну и ту же сумму денег можно рассматривать:
  - - с позиции ее настоящей стоимости;
  - - с позиции ее будущей стоимости.

# КОНЦЕПЦИЯ ВРЕМЕННОЙ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ

- Одним из важнейших свойств денежных потоков является их распределенность во времени.
- При анализе относительно краткосрочных периодов (до 1 года) в условиях стабильной экономики данное свойство оказывает относительно незначительное влияние, которым часто пренебрегают.
- Определяя годовой объем реализации по предприятию, просто складывают суммы выручки за каждый из месяцев отчетного года. Аналогично поступают со всеми остальными денежными потоками, что позволяет оперировать их итоговыми значениями. Однако в случае более длительных периодов или в условиях сильной инфляции возникает серьезная проблема обеспечения сопоставимости данных. Одна и та же номинальная сумма денег, полученная предприятием с интервалом в 1 и более год, в таких условиях будет иметь для него неодинаковую ценность.
- Очевидно, что 1 млн р. в начале 1990 г. был значительно весомее миллиона «образца» 1995 и более поздних лет. Как правило, в таких случаях производят корректировку отчетных данных с учетом инфляции. Но проблема не сводится только к учету инфляции.
- **Одним из основополагающих принципов финансового менеджмента является признание временной ценности денег, то есть зависимости их реальной стоимости от величины промежутка времени, остающегося до их получения или расходования.**
- *В экономической теории данное свойство называется положительным временным предпочтением.*

# Причины возникновения экономического феномена положительного временного предпочтения

- Наряду с инфляционным обесцениванием денег существует еще как минимум три важнейшие причины данного экономического феномена:
- **1) «сегодняшние» деньги всегда будут ценнее «завтрашних»** из-за риска неполучения последних, и этот риск будет тем выше, чем больше промежуток времени, отделяющий получателя денег от этого «завтра»;
- **2) располагая денежными средствами «сегодня», экономический субъект может вложить их в какое-нибудь доходное предприятие и заработать прибыль, в то время как получатель будущих денег лишен этой возможности. Расставаясь с деньгами «сегодня» на определенный период времени (допустим, давая их займы на 1 месяц), владелец не только подвергает себя риску их невозврата, но и несет реальные экономические потери в форме неполученных доходов от инвестирования;**
- **3) снижается платежеспособность кредитора**, так как любые обязательства, получаемые им взамен денег, имеют более низкую ликвидность, чем «живые» деньги. То есть у кредитора возрастает риск потери ликвидности, и это третья причина положительного временного предпочтения;
- **4) инфляция**

# Настоящая и будущая СТОИМОСТЬ ДЕНЕГ

- Естественно, большинство владельцев денег не согласны бесплатно принимать на себя столь существенные дополнительные риски.
- Поэтому, ***предоставляя кредит, они устанавливают такие условия его возврата,*** которые по их мнению полностью возместят им все моральные и материальные неудобства, возникающие у человека, расстающегося (пусть даже и временно) с денежными средствами.
- В процессе сравнения стоимости денежных средств при их вложении и возврате принято использовать два основных понятия:
- ***настоящая (современная) стоимость денег ( $P, PV$ )***
- ***будущая стоимость денег ( $S, FV$ ).***
- **Основной принцип – принцип неравноценности денег во времени.**

# Определение будущей стоимости денег

- Будущая стоимость денег представляет собой ту сумму, в которую превратятся инвестированные в настоящий момент денежные средства через определенный период времени с учетом определенной процентной ставки.
- Определение будущей стоимости денег связано с процессом наращивания (**compounding**) начальной стоимости, который представляет собой поэтапное увеличение вложенной суммы путем присоединения к первоначальному ее размеру суммы процентных платежей ( $i, r$ ).
- В инвестиционных расчетах **процентная ставка платежей** применяется не только как инструмент наращивания стоимости денежных средств, но и **как измеритель степени доходности инвестиционных операций.**

# Определение настоящей стоимости денег

- Настоящая (современная) стоимость денег представляет собой сумму будущих денежных поступлений, приведенных к настоящему моменту времени с учетом определенной процентной ставки.
- Определение настоящей стоимости денег связано с процессом дисконтирования (**discounting**), будущей стоимости, который (процесс) **представляет собой операцию обратную наращению.**
- Дисконтирование используется во многих задачах анализа инвестиций.
- Типичной в данном случае является следующая: определить какую сумму надо инвестировать сейчас, чтобы получить например, 1000 долларов через 5 лет.

# Метод определения величины дохода при помощи учета процентов.

- Величина получаемого дохода (процентов) определяется исходя из:
  - 1) величины вкладываемого капитала,
  - 2) срока, на который он предоставляется в долг или инвестируется,
  - 3) размера и вида процентной ставки (ставки доходности).

# Простые и сложные проценты

- Различают метод простых и сложных процентов

# **МЕТОД ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ**

- **Проценты** – это абсолютная величина дохода от представления денег в долг в любой форме.
- **Процентная ставка** – это величина, характеризующая интенсивность начисления процентов.
- **Наращение (рост, реинвестирование) первоначальной суммы долга** – это увеличение суммы долга за счет присоединения начисленных процентов (дохода).
- **Множитель (коэффициент) наращенния** – это величина, показывающая, во сколько раз вырос первоначальный капитал.
- **Период начисления** – это промежуток времени, за который начисляются проценты (получается доход). В дальнейшем будем полагать, что период начисления совпадает со сроком, на который предоставляются деньги. Период начисления может разбиваться на интервалы начисления.
- **Интервал начисления** – это минимальный период, по прошествии которого происходит начисление процентов.

# Способы определения и начисления процентов

- **1) Декурсивный способ начисления процентов.** Проценты начисляются в конце каждого интервала начисления. Их величина определяется исходя из величины предоставляемого капитала. Соответственно декурсивная процентная ставка (ссудный процент) представляет собой выраженное в процентах отношение суммы начисленного за определенный интервал дохода к сумме, имеющейся на начало данного интервала. **ИЛИ - процент выплачивается в конце интервала начисления вместе с основной суммой кредита.** Ставка ссудного процента – ставка процента, применяемая при расчете декурсивных процентов.
- **2) Антисипативный способ (предварительный) начисления процентов.** Проценты начисляются в начале каждого интервала начисления. Сумма процентных денег определяется исходя из наращенной суммы. Процентной ставкой (учетная ставка) будет выраженное в процентах отношение суммы дохода, выплачиваемого за определенный интервал, к величине наращенной суммы, полученной по прошествии этого интервала. **ИЛИ - процент выплачивается авансом, в момент предоставления кредита (ссуды) и определяется на основании конечной суммы долга.** Учетная ставка – ставка процента, применяемая при расчете антисипативных процентов и дисконтировании.
- Для кредитора выгоднее антисипативная ставка, а для заёмщика — декурсивная. Так, если величина процентной ставки составляет 10 %, то при декурсивной ставке при кредите в 1000 руб. кредитор получит 1100 р. в конце срока. При антисипативной ставке он даст заёмщику 900 р. и в конце срока получит 1000 р. **Доход будет одинаков (100 р.)**

# Номинальная и реальная процентная ставка

- **Номинальная ставка процентов** – объявленная годовая ставка процента.
- **Реальная процентная ставка** — это процентная ставка, «очищенная» от инфляции.
- Взаимосвязь реальной, номинальной ставки и инфляции в общем случае описывается следующей (приблизённой) формулой:

$$i_r = i_n - \pi ,$$

где

- $i_r$  — номинальная процентная ставка,
- $i_n$  — реальная процентная ставка,
- $\pi$  — ожидаемый или планируемый уровень инфляции.

# Эквивалентная процентная ставка

- **Эквивалентные процентные ставки** – это такие процентные ставки разного вида, применение которых при одинаковых начальных условиях дает одинаковые финансовые результаты.
- Эквивалентные процентные ставки необходимо знать в случаях, когда существует возможность выбора условий финансовой операции и требуется инструмент для корректного сравнения различных процентных ставок.
- **Эквивалентность различных процентных ставок никогда не зависит от величины первоначальной суммы.** Эквивалентность процентных ставок всегда зависит от продолжительности периода начисления за исключением случая эквивалентности между собой сложных процентных ставок разного вида (если период начисления один и тот же).

# Аннуитет

- **Аннуитет (финансовая рента)** – поток однонаправленных платежей с равными интервалами между последовательными платежами в течение определенного количества лет.
- **Два вида аннуитета: пренумерандо и постнумерандо.**
- Если платежи осуществляются **в конце интервалов**, то **аннуитет** носит название **постнумерандо (обыкновенный аннуитет)** – самый распространенный случай (*декурсивный способ начисления процентов*).
- **Аннуитет**, для которого платежи осуществляются **в начале** соответствующих интервалов, носит название аннуитета **пренумерандо** (*антисипативный способ начисления процентов*).

# Депозит

- **Депозит – это банковский вклад (банковский депозит) —** сумма денег, переданная кредитору с целью получить доход в виде процентов, образующихся в ходе финансовых операций с вкладом.

**COMPOUNDING  
(НАРАЩЕНИЕ ДЕНЕЖНЫХ  
ПОТОКОВ)**

- ***Наращенная сумма денег (ссуды, долга)*** – это первоначальная сумма + начисленные к концу срока ссуды проценты:

$$S=P+I$$

- $S$  – наращенная сумма денег;
- $P$  – первоначальная сумма денег;
- $I$  – начисленные к концу срока ссуды проценты.

# Простая процентная ставка наращенения

- Простая процентная ставка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Простая процентная ставка наращенения денег

- Простая **про**центная **ста**вка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# **МЕТОД СЛОЖНЫХ ПРОЦЕНТОВ**

# Сложная процентная ставка

- Сложная процентная ставка – это ставка, при которой база начисления является переменной, т.е. проценты начисляются на проценты.

$$S=P(1+i)^n$$

- где  $S$  – будущая стоимость денег,
- $P$  – настоящая стоимость денег,
- $i$  – процентная ставка,
- $n$  – срок ссуды
- $q=(1+i)^n$  – множитель наращивания сложных процентов

**DISCOUNTING  
(ДИСКОНТИРОВАНИЕ  
ДЕНЕЖНЫХ ПОТОКОВ)**

# Дисконтирование (метод простых процентов)

- Простая процентная ставка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Дисконтирование (метод сложных процентов)

- Простая процентная ставка наращенная – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенная (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Дисконт суммы

- Простая процентная ставка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Правило «69» и «72»

- Существует несколько правил, позволяющих быстро рассчитать срок удвоения первоначальной суммы для конкретной процентной ставки (для дисконтирования денежных потоков методом сложных процентов)

*Правило «72»:*

$$t = \frac{72}{i(\%)}$$

*Правило «69» (более точное):*

$$t = \frac{69}{i(\%)} + 0,35.$$

# **УЧЕТ ИНФЛЯЦИИ В ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ**

# Инфляция и покупательная способность денег

- В инвестиционной практике постоянно приходится считаться с корректирующим фактором инфляции, которая с течением времени обесценивает стоимость денежных средств.
- Это связано с тем, что инфляционный рост индекса средних цен вызывает соответствующее снижение покупательной способности денег.

# **Корректировка денежной суммы с учетом инфляции**

- **Номинальная сумма денежных средств** - не учитывает изменение покупательной способности денег.
- **Реальная сумма денежных средств** – это оценка этой суммы с учетом изменения покупательной способности денег в связи с процессом инфляции.

# Учет инфляции в финансово-экономических расчетах

- - при корректировке наращенной стоимости денежных средств;
- - при формировании ставки процента (с учетом инфляции), используемой для наращивания и дисконтирования;
- - при прогнозе уровня доходов от инвестиций, учитывающих темпы инфляции.

# Расчет реальной стоимости денежных средств

- Простая процентная ставка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Формула Пааше

- Для расчета индекса цен может быть использована формула Пааше:

$$I_p = \frac{\sum_{j=1}^T p_{1j} q_{1j}}{\sum_{j=1}^T p_{0j} q_{1j}},$$

- где

$p_{1j}, p_{0j}$  — цена  $j$ -го товара в исследуемом и базисном периодах соответственно;

$q_{1j}$  — количество проданных товаров  $j$  в исследуемом периоде;

$T$  — общее количество исследуемых товаров.

# Темп прироста инфляции

- Простая процентная ставка наращенения – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращенения (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Индекс цен за несколько периодов времени

$$I_p = \prod_{t=1}^n I_{p,t} = \prod_{t=1}^n (1 + H_t)$$

где

- $n$  – число периодов времени, следующих друг за другом;
- $t$  – номер периода;
- $I_{p,t}$  – индекс цен в периоде  $t$ ;
- $H_t$  – темп прироста инфляции в периоде  $t$ .

# Оценка денежной суммы с постоянным темпом прироста инфляции

- Простая процентная ставка наращивания – это ставка, при которой база начисления всегда остается постоянной.
- Проценты  $I$  за весь срок ссуды вычисляются по формуле

$$I = P * n * i$$

где

$n$  – срок ссуды в годах;

$i$  – простая годовая ставка наращивания (норма доходности (прибыльность) инвестиций)

# Средний индекс цен и средний темп прироста инфляции за период времени

$$\bar{I}_{p,t} = \sqrt[n]{I_p};$$

$$\bar{H}_t = \sqrt[n]{I_p} - 1 = I_{p,t} - 1,$$

где

- $n$  – количество периодов (лет)

# Обесцененная инфляцией сумма денег для метода простых процентов

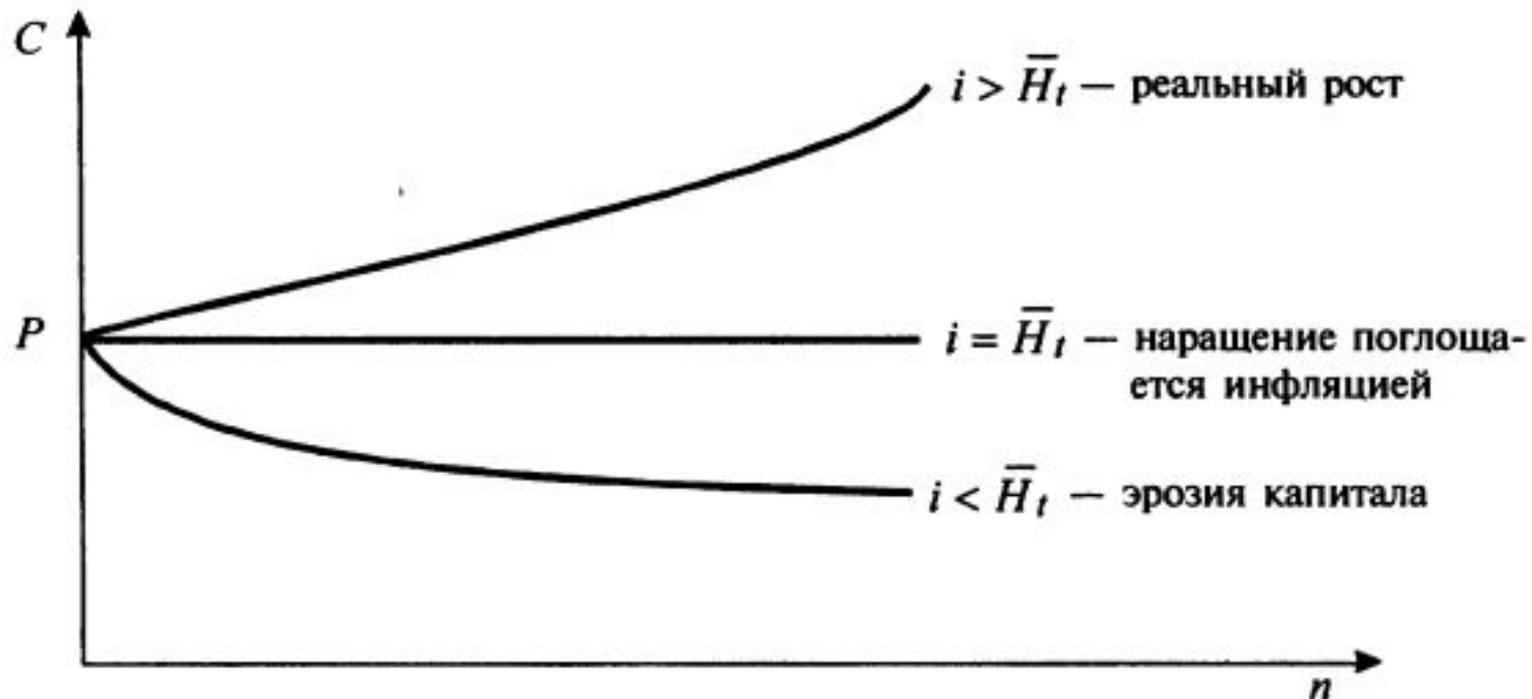
$$C = P \frac{1 + ni}{I_p} = P \frac{1 + ni}{(1 + \bar{H}_t)^n}$$

# Обесцененная инфляцией сумма денег для метода сложных процентов

$$C = P \frac{(1+i)^n}{I_p} = P \left( \frac{1+i}{1+\bar{H}_t} \right)^n.$$

# Зависимость обесцененной инфляцией суммы от времени

- Эрозия капитала – это обесценивание денег во времени за счет инфляции



# Пример

▷ **Пример 2.14.** Темп прироста инфляции за первый год составил 20%, а за второй — 10%.

Определить темп прироста инфляции за два года, а также обесцененную наращенную сумму, если на сумму 10 000 руб. в течение двух лет

**Решение.** Индекс цен и темп инфляции за два года

$$I_p = (1 + 0,2) \cdot (1 + 0,1) = 1,32; \quad H = 1,32 - 1 = 0,32, \text{ или } 32\%.$$

Обесцененная инфляцией сумма согласно (2.40):

$$C_1 = P \frac{(1+i)^n}{I_p} = 10\,000 \cdot \frac{(1+0,1)^2}{1,32} = 9166,67 \text{ руб.};$$

$$C_2 = P \frac{(1+i)^n}{I_p} = 10\,000 \cdot \frac{(1+0,2)^2}{1,32} = 10\,909,09 \text{ руб.} \blacktriangleright$$

# **ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ**

# Брутто-ставка

Для компенсации обесценивания денег ставку увеличивают на величину инфляционной премии, являющейся дополнительной доходностью, компенсирующей инфляционные потери. Итоговую ставку называют брутто-ставкой. Выразим величину брутто-ставки  $r$  через реальную доходность операции  $a$ . Тогда ставку  $r$  в формуле  $C = P \frac{1 + nr}{I_p}$  и ставку  $a$  в формуле для сложных процентов  $C = P(1 + a)^n$  надо считать эквивалентными, т.е. их связь определяется уравнением

$$\frac{1 + nr}{I_p} = (1 + a)^n,$$

где  $I_p$  — индекс цен за  $n$  лет.

Отсюда находим

$$r = \frac{(1+a)^n I_p - 1}{n}; \quad a = \left( \frac{1+nr}{I_p} \right)^{\frac{1}{n}} - 1.$$

Для сложных процентов брутто-ставка и доходность определяются соотношением

$$\frac{(1+r)^n}{I_p} = (1+a)^n.$$

Отсюда следует, что

$$r = (1+a)^{\sqrt[n]{I_p}} - 1; \quad a = \frac{1+r}{\sqrt[n]{I_p}} - 1.$$

При постоянном темпе прироста инфляции имеем

$$r = (1+a)(1+H_t) - 1.$$

# Расчет сложной процентной брутто-ставки

$$r = a + H_t + aH_t$$

- где
- $a$  – сложная процентная ставка (доходность операции)
- $H_t$  – темп прироста инфляции в периоде  $t$ .

При  $|a| \ll 1$  и  $|H_t| \ll 1$  имеем приближенную формулу для расчета:

$$r \approx a + H_t$$

- Таким образом, как следует из формулы, определить брутто-ставку путем сложения доходности операции и темпа прироста инфляции можно только при небольших значениях этих величин

# Инфляционная премия

- **Пример**
- Пусть инвестору обещана реальная прибыльность его вложений в соответствии с процентной ставкой 10 %. Это означает, что при инвестировании 1000 р. через год он получит  $1000 \times (1+0,10) = 1100$  р. Если темп инфляции составляет 25 %, то инвестор корректирует эту сумму в соответствии с темпом:  $1100 \times (1 + 0,25) = 1375$  р. Общий расчет может быть записан следующим образом:
- $1000 \times (1 + 0,10) \times (1+0,25) = 1375$  р.
- В общем случае, если
- $(I_p)$  – реальная процентная ставка прибыльности,
- а  $H$  – темп инфляции,
- то номинальная (контрактная) норма прибыльности запишется с помощью формулы:  
$$I = I_p + H + (I_p \times H), \text{ тогда}$$
$$\text{величина} - I_p + (I_p \times H)$$
- имеет смысл инфляционной премии.

# Ошибки расчета брутто-ставки

▷ **Пример 2.15.** Найти сложную процентную брутто-ставку по точной и приближенной формулам для двух случаев:

а) реальная доходность равна 3% годовых, годовой темп прироста инфляции — 4%;

б) реальная доходность равна 10% годовых, годовой темп прироста инфляции — 40%.

Определить ошибку расчета по приближенной формуле.

**Решение.** а) Определим сложную процентную брутто-ставку по точной (2.41) и приближенной (2.42) формулам:

$$r = 0,03 + 0,04 + 0,03 \cdot 0,04 = 0,0712,$$

$$r \approx 0,03 + 0,04 = 0,07.$$

Ошибка расчета

$$\delta = \frac{0,0712 - 0,07}{0,0712} \cdot 100\% = 1,7\%;$$

б)  $r = 0,1 + 0,4 + 0,1 \cdot 0,4 = 0,54,$

$$r \approx 0,1 + 0,4 = 0,5.$$

Ошибка расчета

$$\delta = \frac{0,54 - 0,5}{0,54} \cdot 100\% = 7,4\%.$$

Во втором случае ошибка существенно больше. ►

# Задания для самоконтроля

- **1. Определите, в каких случаях целесообразно использовать дисконтирование денежного потока, в каких – наращение, а в каких – выбор метода безразличен:**
  - - предприятие «А» планирует через 3 года приобретение оборудования и определяет, достаточно ли будет для этого средств амортизационного фонда;
  - - предприятие «В» планирует открыть сеть магазинов с известным уровнем доходов и затрат и определяет целесообразность вложения финансовых ресурсов в данное направление деятельности;
  - - предприятие «Д» решает взять банковский кредит (для финансирования недостатка оборотных средств) с погашением суммы кредита и процентов по нему равными годовыми платежами и составляет график погашения кредита;
  - - предприятие «М» принимает решение о целесообразности продажи пакета ценных бумаг, генерирующих известный ежегодный доход;
  - - предприятие «Н» выбирает наиболее эффективный способ вложения средств и оценивает вариант вложения денег в банк или в пакет ценных бумаг.
- **2. За какой период времени при уровне инфляции 10 % произойдет двукратное увеличение стоимости объекта недвижимости? Как изменится ответ на вопрос, если уровень инфляции повысится до 18 %? Какие управленческие решения может принять предприятие с помощью этой информации?**
- **3. Рассчитайте реальную ставку банковского процента по потребительским кредитам Сбербанка (с учетом инфляционной премии) при текущем уровне инфляции и действующей номинальной ставке банковского процента. Проведите аналогичные расчеты по условиям банковского вклада. Что можно сказать о взаимовыгодности отношений между банком и клиентом?**