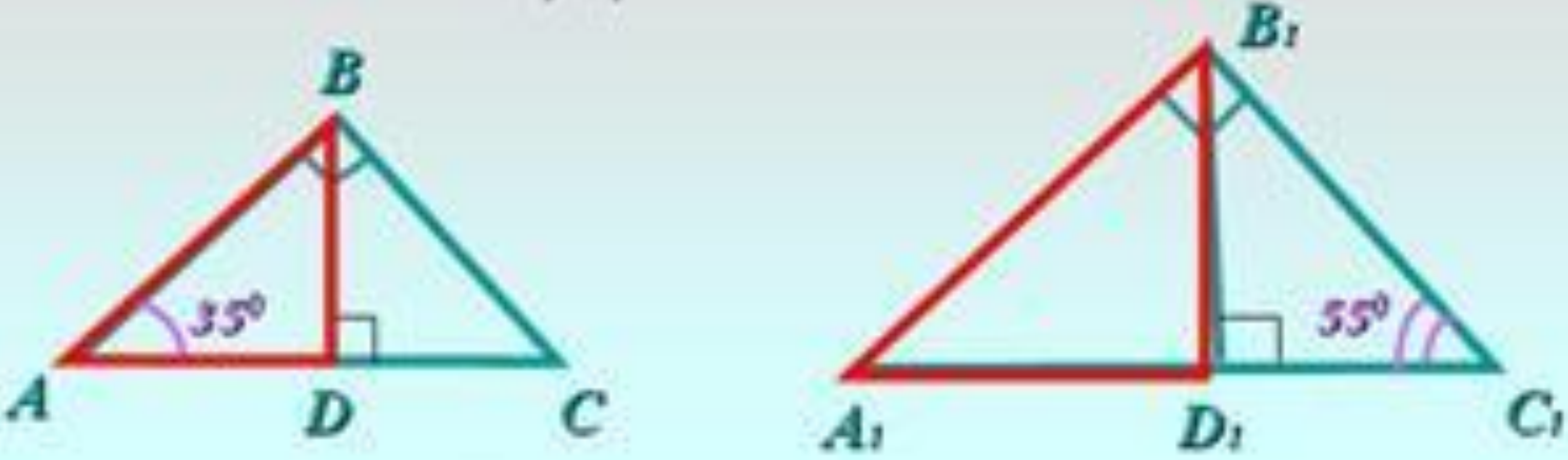
Запомнить ситуацию

ПОДОБИЕ

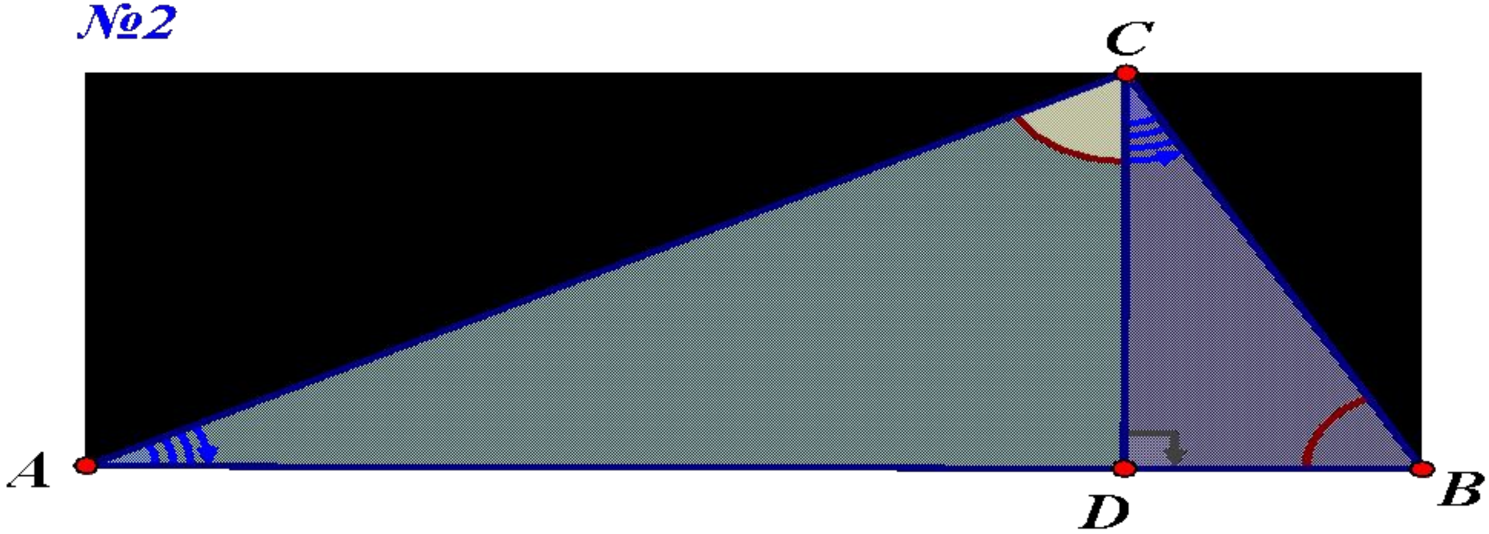
ЗАДАНИЕ №1



ВОПРОС	ОТВЕТ	ОБОСНОВАНИЕ
а) Подобны ли Δ ABC и Δ $A_1B_1C_1$?	Да	1. ∟B= ∟B1 (прямые) 1 признак 2. ∟A= ∟A1 Δ ABC~Δ $A_1B_1C_1$
б) Подобны ли Δ ABD и Δ $A_1B_1D_1$?	Да	1. ∟D= ∟D1 (прямые) 1 признак 2. ∟A= ∟A1 Δ ABD~Δ $A_1B_1D_1$

ВЫВОД: высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному.

№2



$\triangle ACB \sim \triangle ADC \sim \triangle CDB$

$AC=\sqrt{AB\cdot AD}$

Катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу

$CD=\sqrt{AD\cdot DB}$

Высота прямоугольного треугольника, опущенная из прямого угла есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу

Доказательство 1

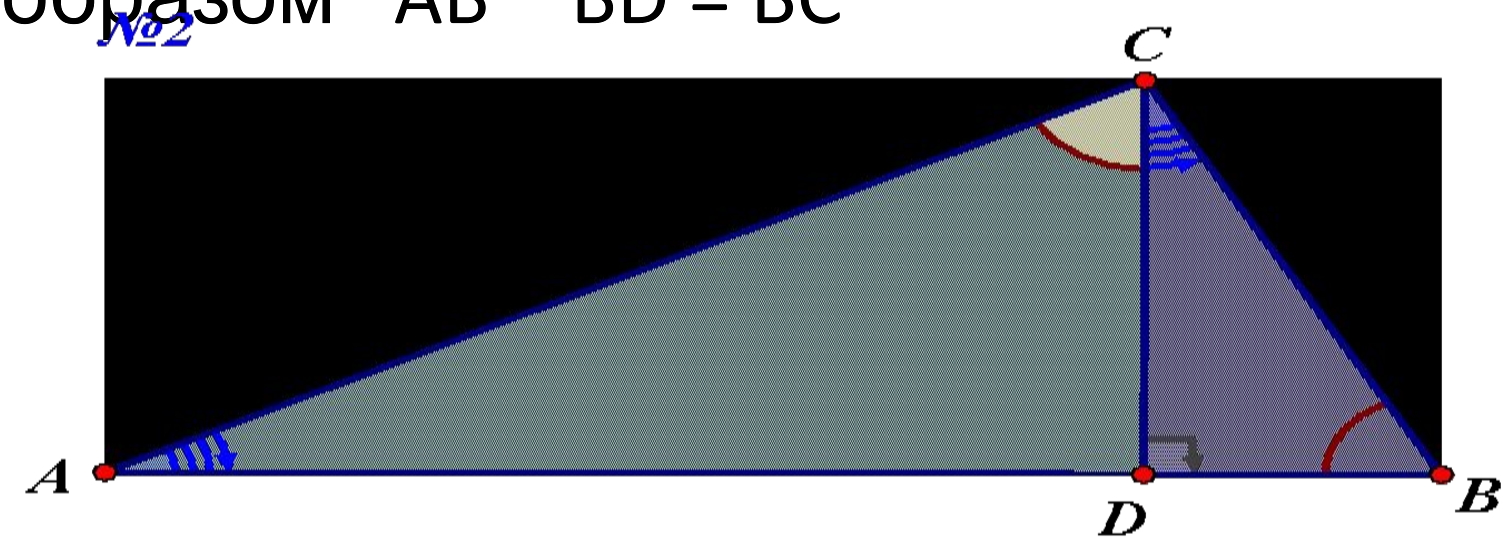
Пусть ABC – исходный прямоугольный треугольник с вершиной прямого угла C.

CD - высота.

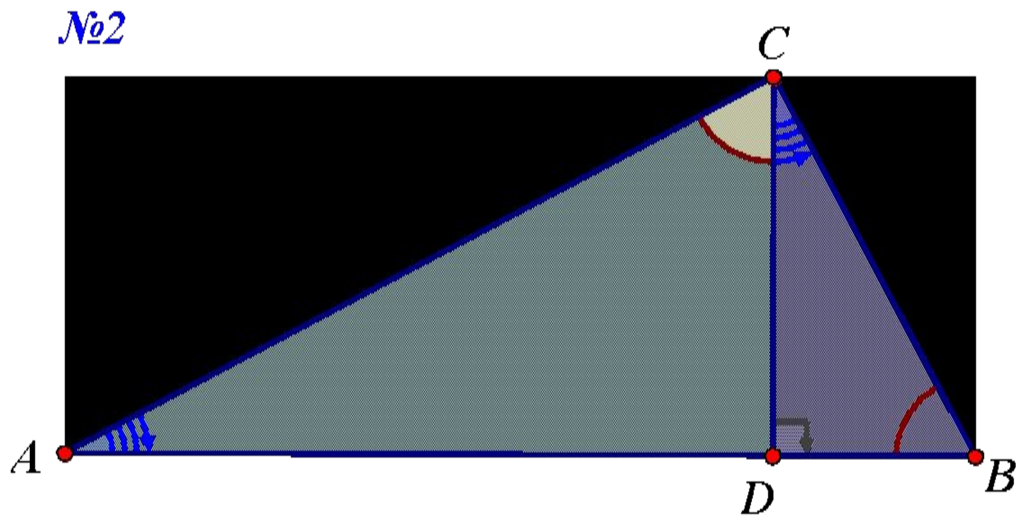
Тогда

$BC = AB * \sin A$ $BD = BC * \sin A = AB * \sin^2 A$

Таким образом $AB * BD = BC^2$



Доказательство 2



Высота в прямоугольном треугольнике есть среднее пропорциональное между отрезками гипотенузы.

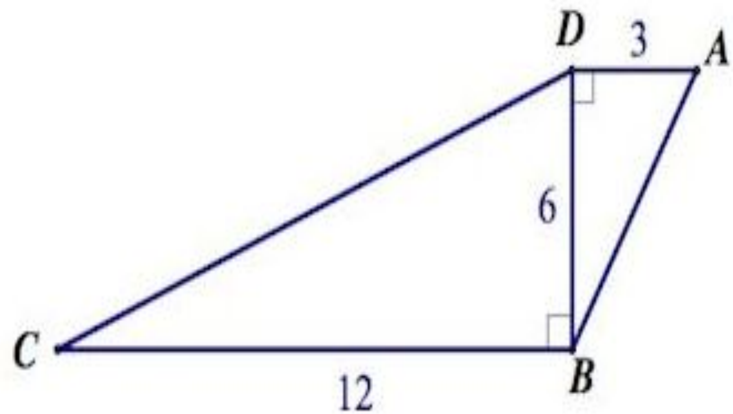
Рассмотрим треугольники ACD и BCD. Они оба подобны треугольнику ABC, а значит подобны между собой

Запишем отношения сторон

$$BD/CD=CD/AD$$

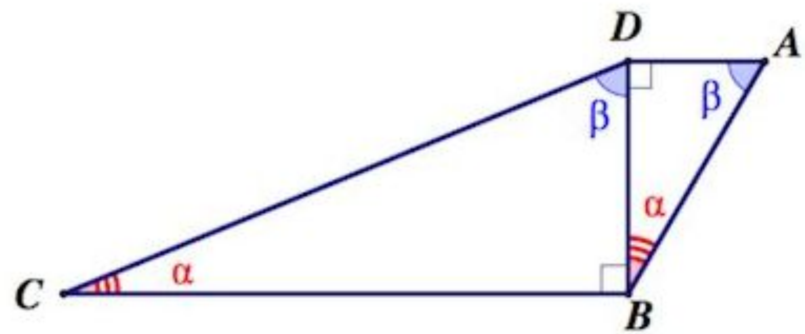
$$\mathbf{CD^2=AD*BD}$$

В трапеции $ABCD$ меньшая диагональ BD, равная 6, перпендикулярна основаниям $AD = 3$ и $DC = 12$. Найдите сумму тупых углов B и D.



Замечаем, что в треугольниках ADB и DBC $AD : DB = 1 : 2$ и $DB : CB = 1 : 2$ и углы, заключенные между сторонами $AD,\ DB$ и $DB,\ CB$ равны (прямые). Поэтому треугольники подобны по второму признаку.

Из подобия треугольников ADB и DBC, в частности, вытекает равенство углов A и BDC; ABD и C.



Обозначим $\angle C = \alpha,\ \angle A = \beta.$

Тогда, так как сумма углов четырехугольника равна $360°$, то $\alpha + \beta + 90° + \beta + \alpha + 90° = 360°.$

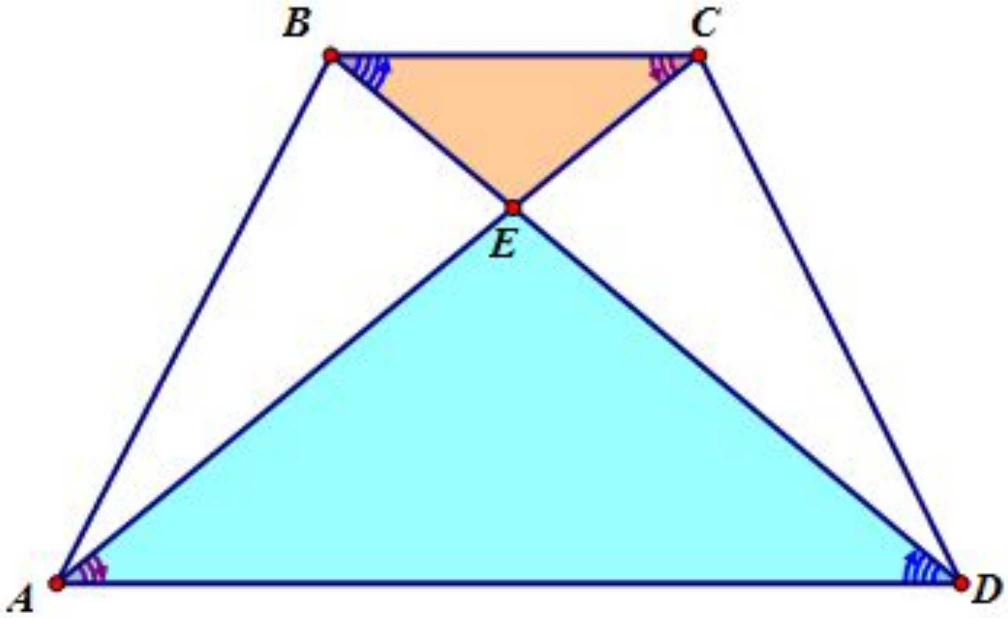
Откуда $\alpha + \beta = 90°.$

Му же ищем $\angle B + \angle D = \alpha + 90° + \beta + 90° = 270°.$

Ответ: 270.

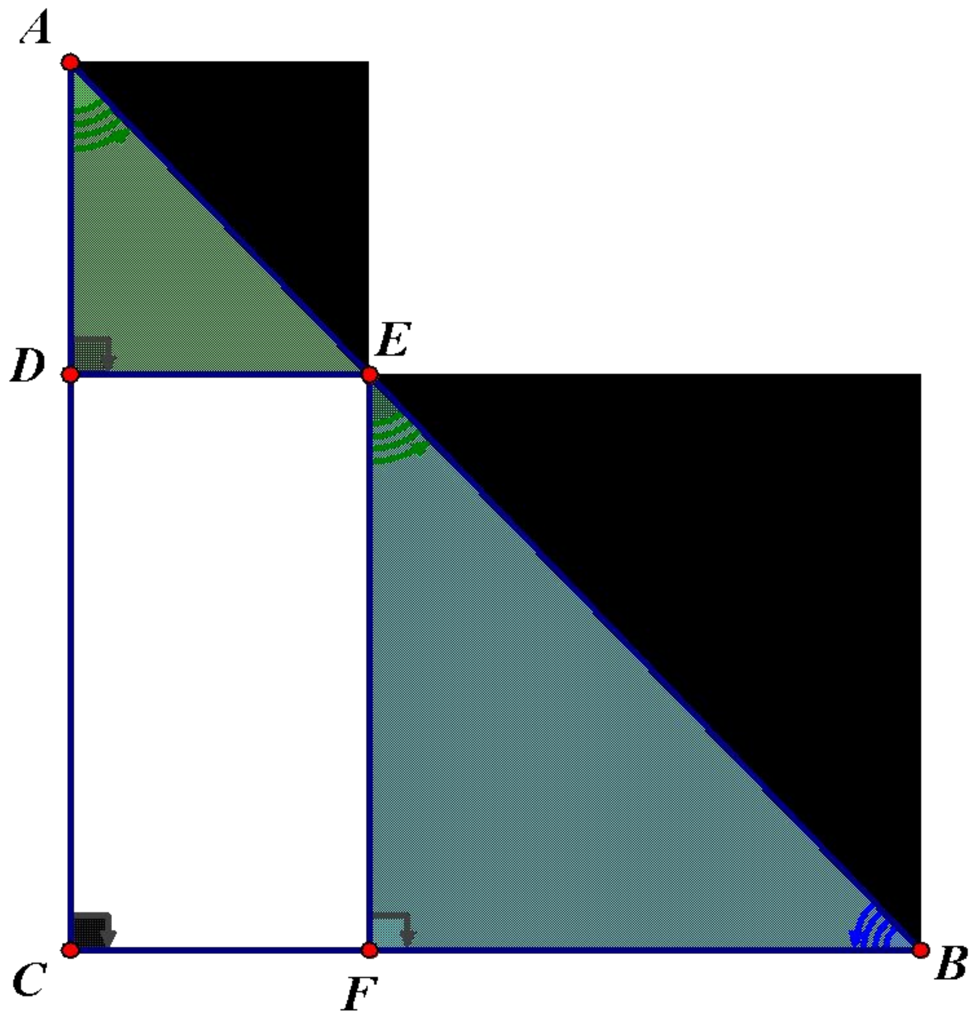
ПОДОБИЕ

№1



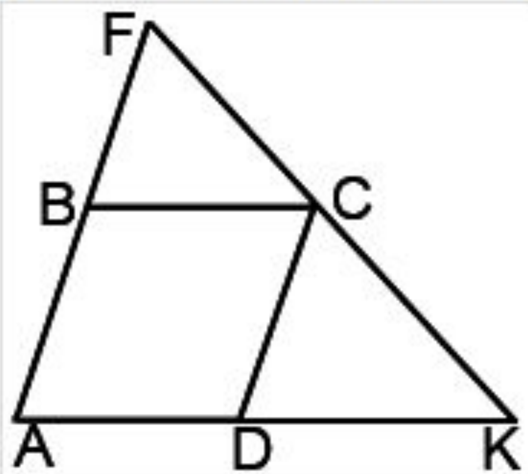
$\triangle BEC \backsim \triangle DEA$

№3



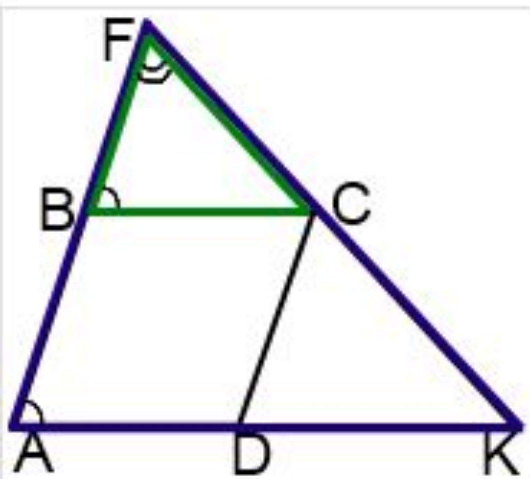
$\triangle ACB \sim \triangle ADE \sim \triangle EFB$

II. В треугольник вписан ромб.



Рассмотрим треугольники AFK и BFC.

Выделим данные треугольники в цвете.



1) ∠F — общий;

2)∠ FAK=∠FBC (как соответственные углы при AD||BC и секущей AB).

Следовательно, треугольники AFK и BFC подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{FK}{FC}.$$

В треугольник AFK вписан ромб ABCD так, что угол A у них общий, в вершина C принадлежит стороне FK. Найти сторону ромба, если AF=21 см, AK=24 см.

Решение.

Доказываем подобие треугольников AFK и BFC. Из трех соотношений выбираем те, в которых нам что-либо известно:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF}, \Rightarrow \frac{24}{BC} = \frac{21}{BF}.$$

Примем сторону ромба за x:

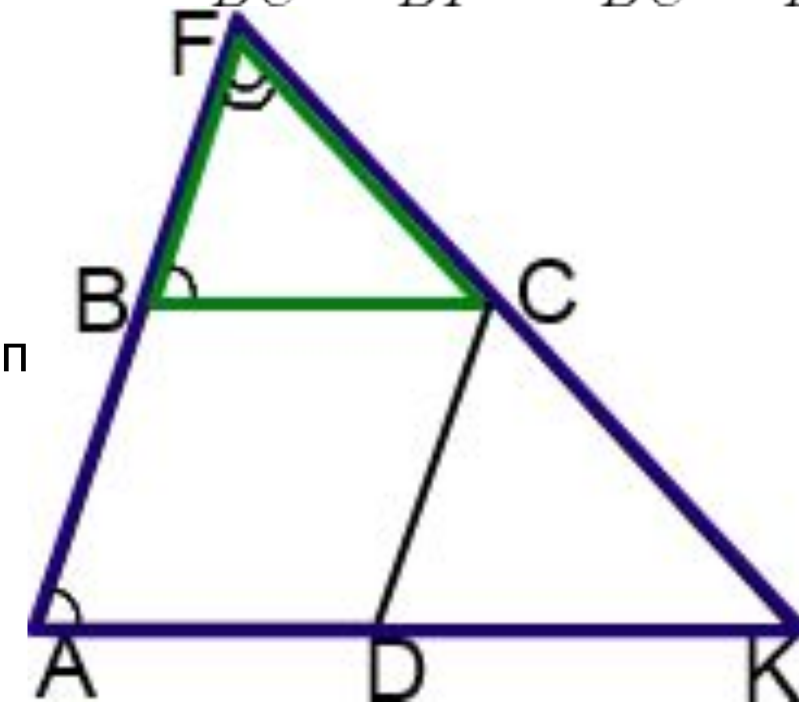
Тогда BF=AF-AB=21-x см. Отсюда

$$\frac{24}{x} = \frac{21}{21-x}, \Rightarrow 21x = 24(21-x)$$

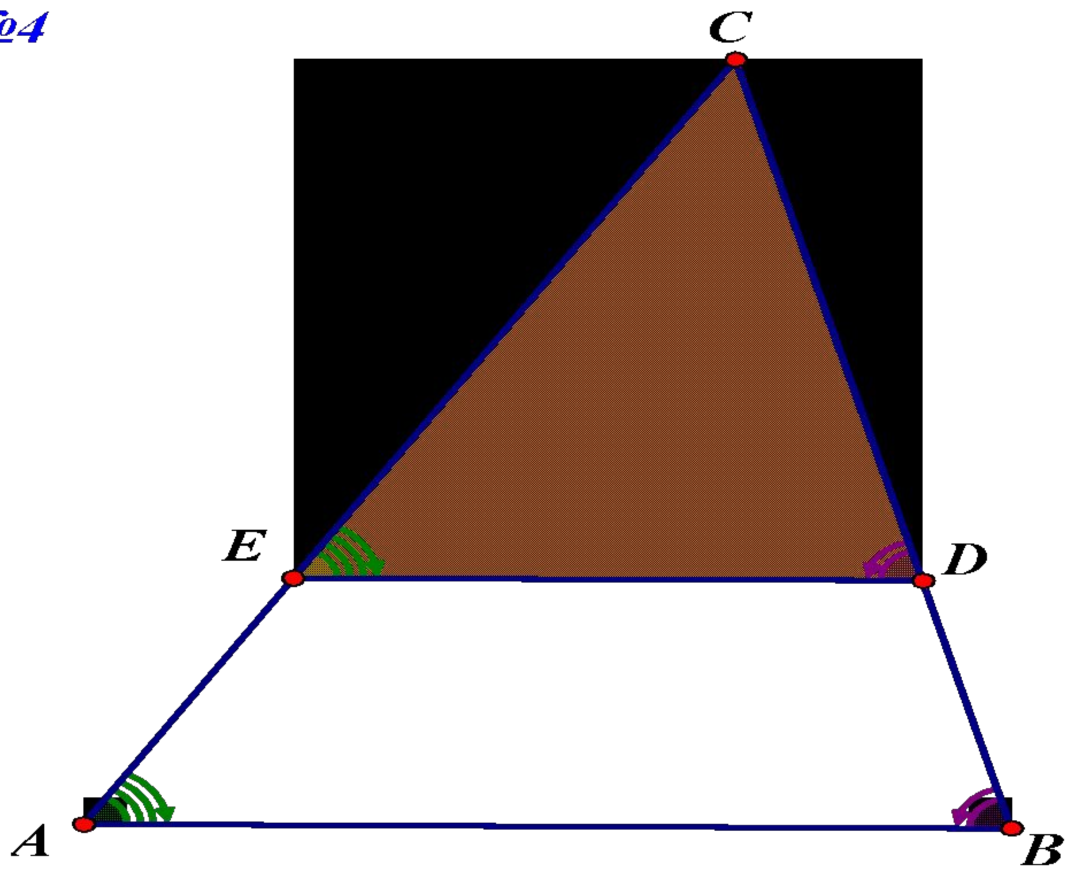
Разделив обе части уравнения на 3, п

$$7x = 8(21-x)$$
$$15x = 168$$

Ответ: 11,2 см.



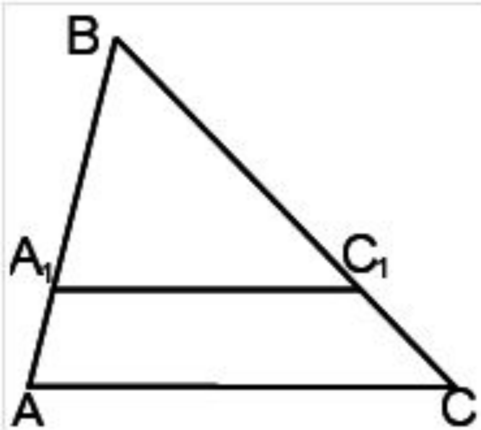
№4



$\triangle ACB \sim \triangle ECD$

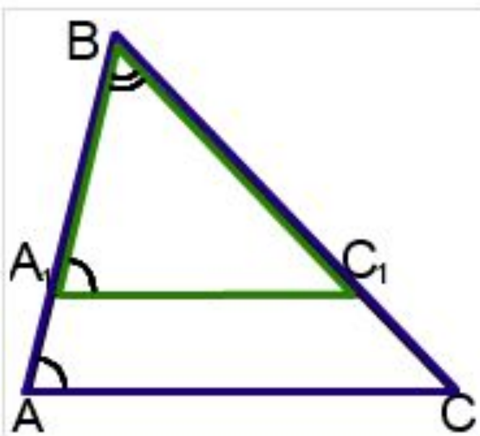
I. В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. Концы отрезка

I. В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. Концы отрезка лежат на других сторонах треугольника.



Рассмотрим треугольники ABC и A1BC1.

Решать задачи на подобие треугольников удобнее, используя цветовую визуализацию, поэтому выделим данные треугольники разными цветами:



1) $\angle B$ — общий;

2) $\angle BAC = \angle BA_1C_1$ (как соответственные углы при $AC \parallel A_1C_1$ и секущей AB).

Следовательно, треугольники ABC и A1BC1 подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B} = \frac{BC}{BC_1}.$$

Задача

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает сторону AB в точке A1, а сторону BC — в точке B1. Найти длину отрезка A1C1, если AC=35, AA1: A1B=2:5.

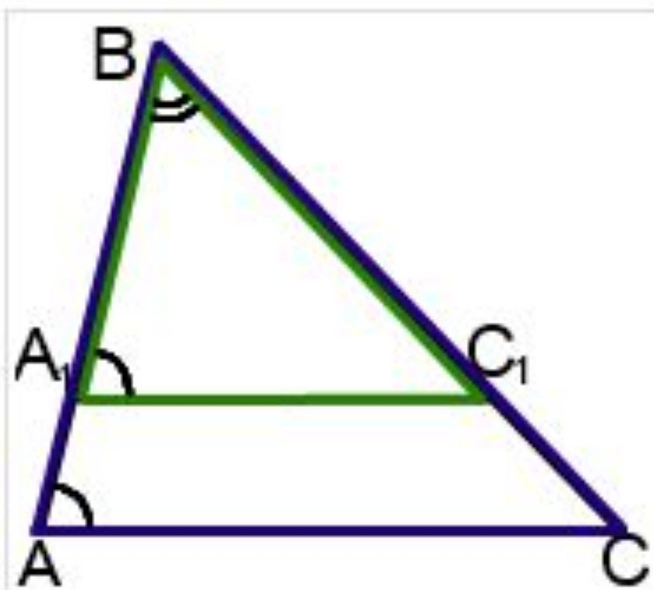
Решение:

Доказываем подобие треугольников ABC и A1BC1.

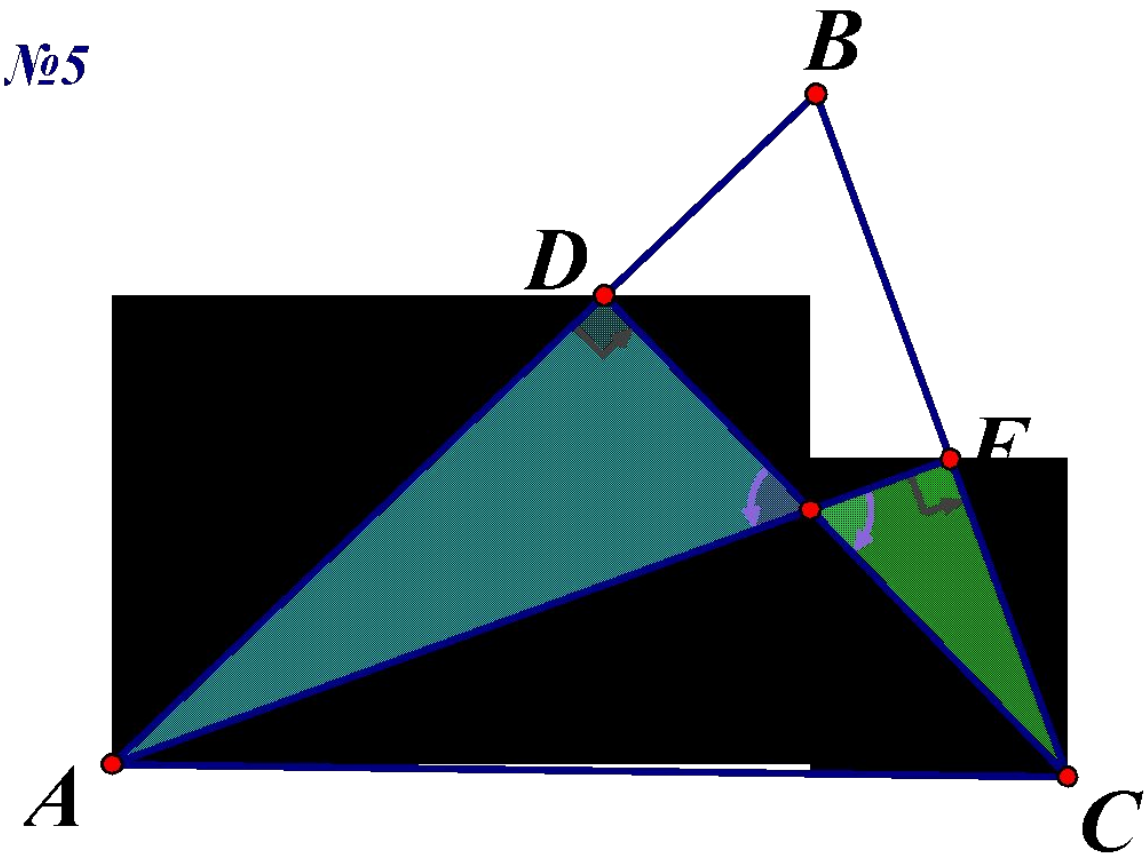
$$AB = AA_1 + A_1B, \frac{AA_1}{A_1B} = \frac{2}{5}, \Rightarrow \frac{AB}{A_1B} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{AB}{A_1B} = \frac{AC}{A_1C_1}, \frac{7}{5} = \frac{35}{A_1C_1}, \Rightarrow A_1C_1 = \frac{35 \cdot 5}{7} = 25$$

Ответ: 25.

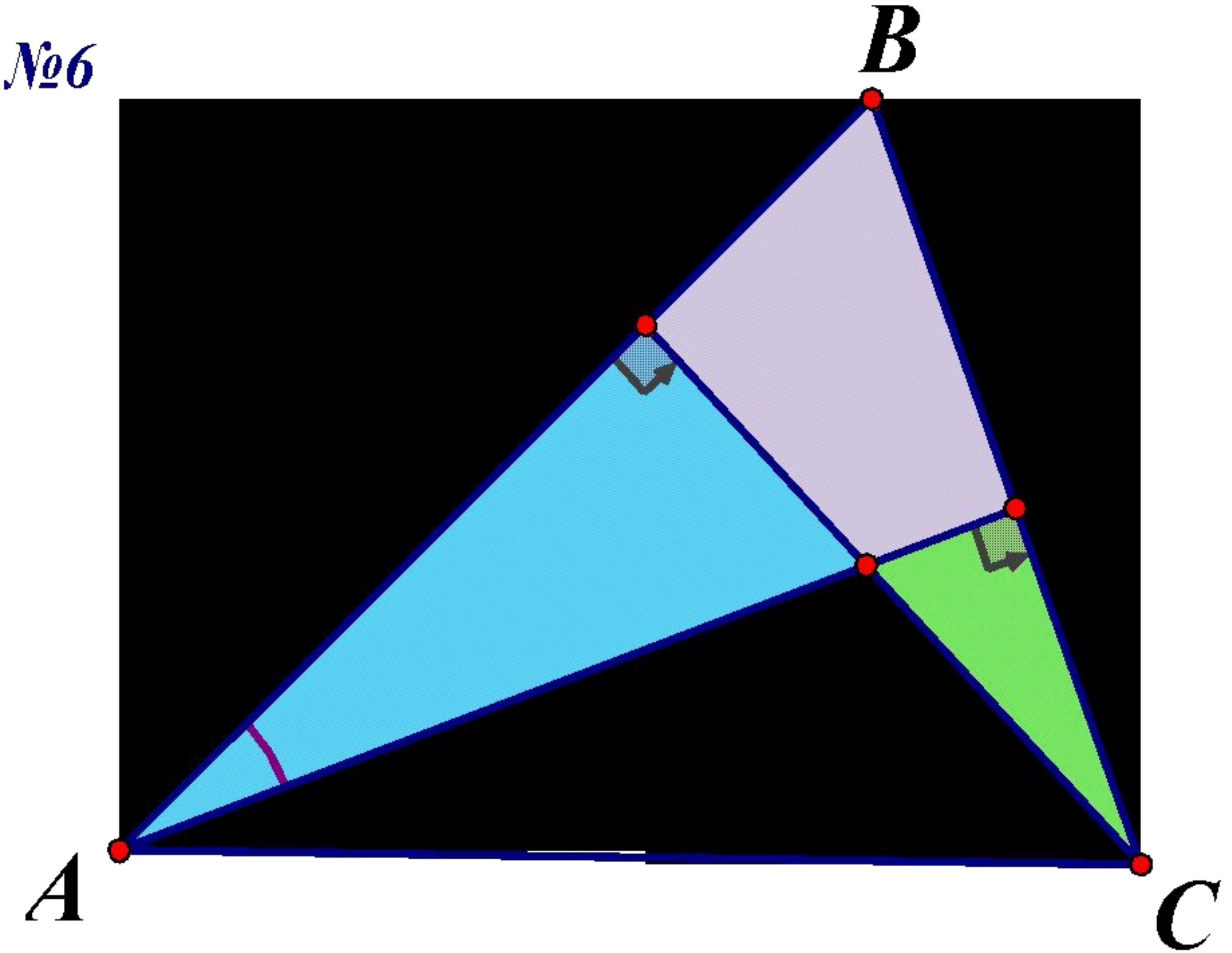


№5



$\triangle ADF \sim \triangle CEF$

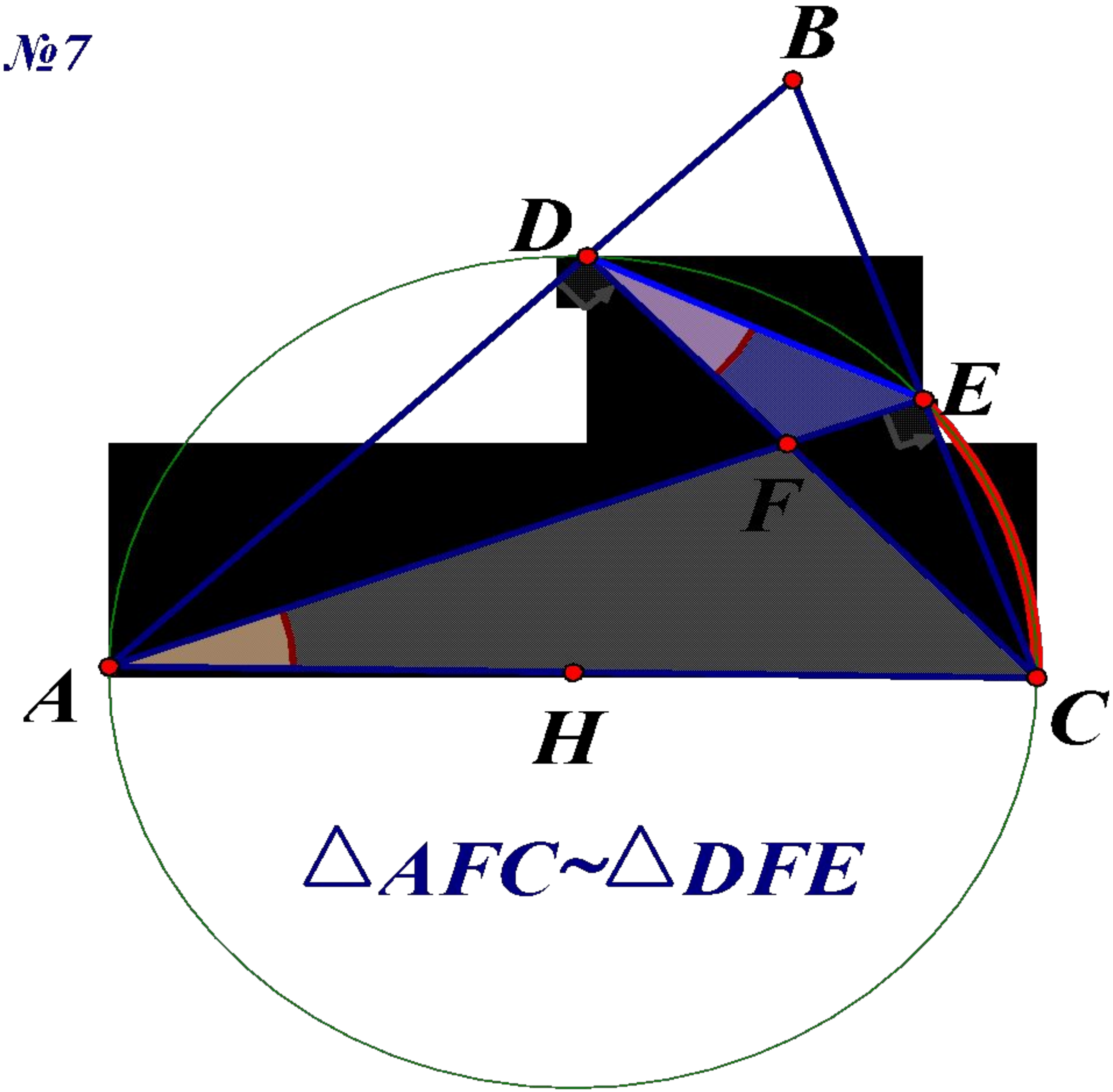
№6



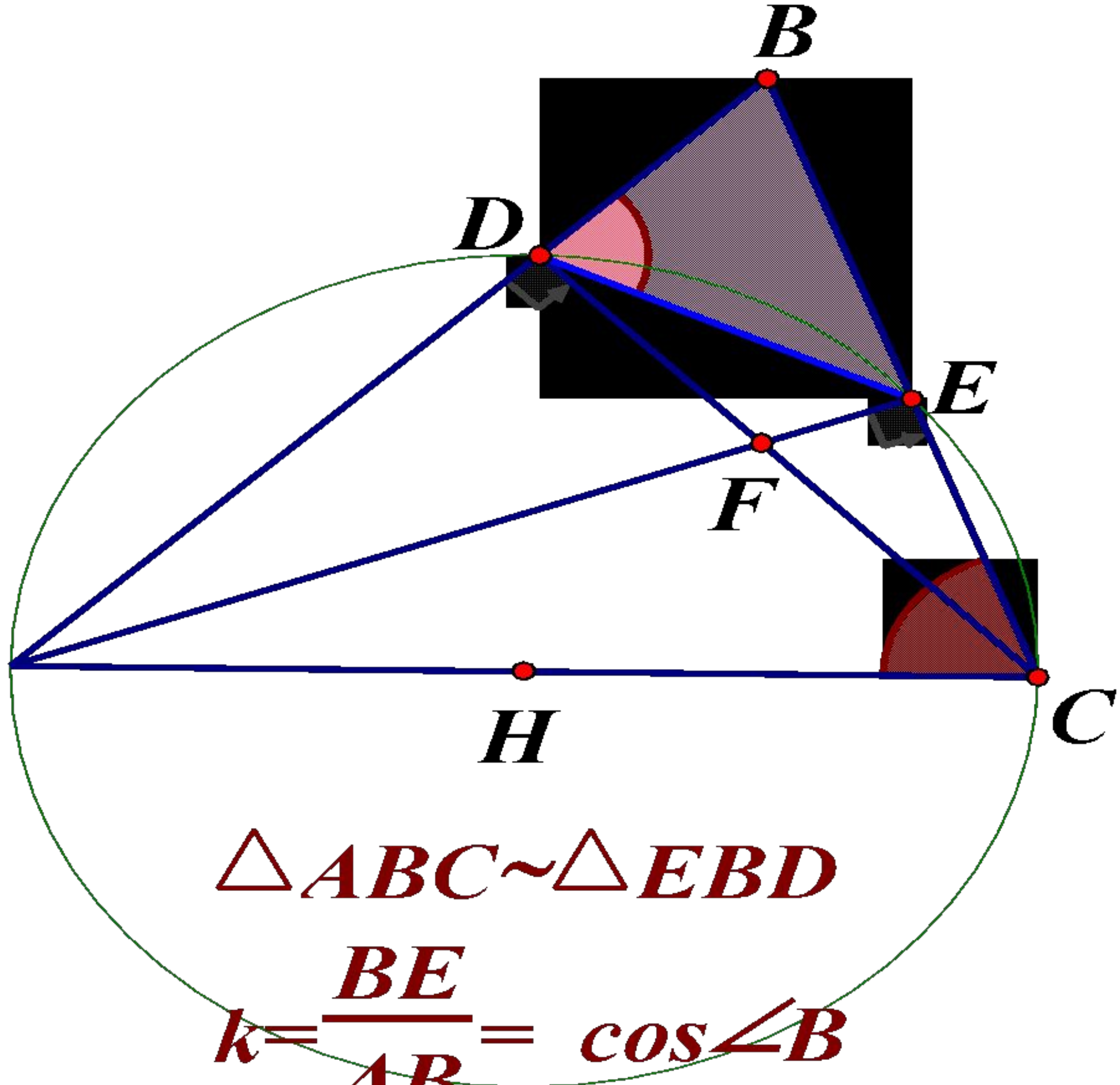
$\triangle AEB \sim \triangle ADF \sim \triangle CEF \sim \triangle CDB$

- Файл 35 - углы в окружности
- Файл 36 – вписанные многоугольники

№7



№8



$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

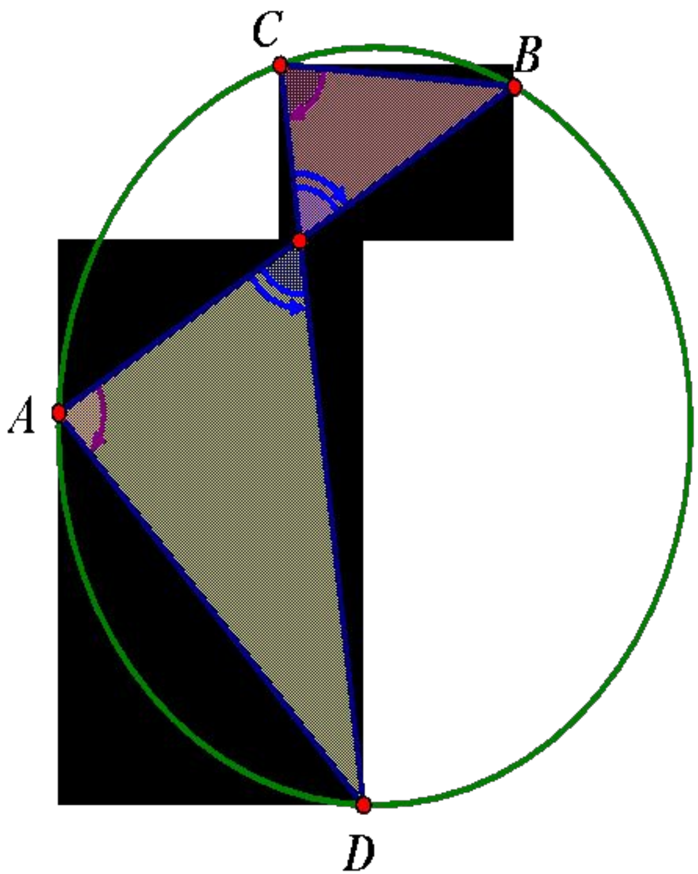
$$k = \frac{BE}{AB} = \cos\angle B$$

№9

Две пересекающиеся хорды образуют подобные треугольники

$\triangle AED \sim \triangle CEB$

$$\frac{AE}{CE} = \frac{DE}{BE} = \frac{AD}{CB}$$

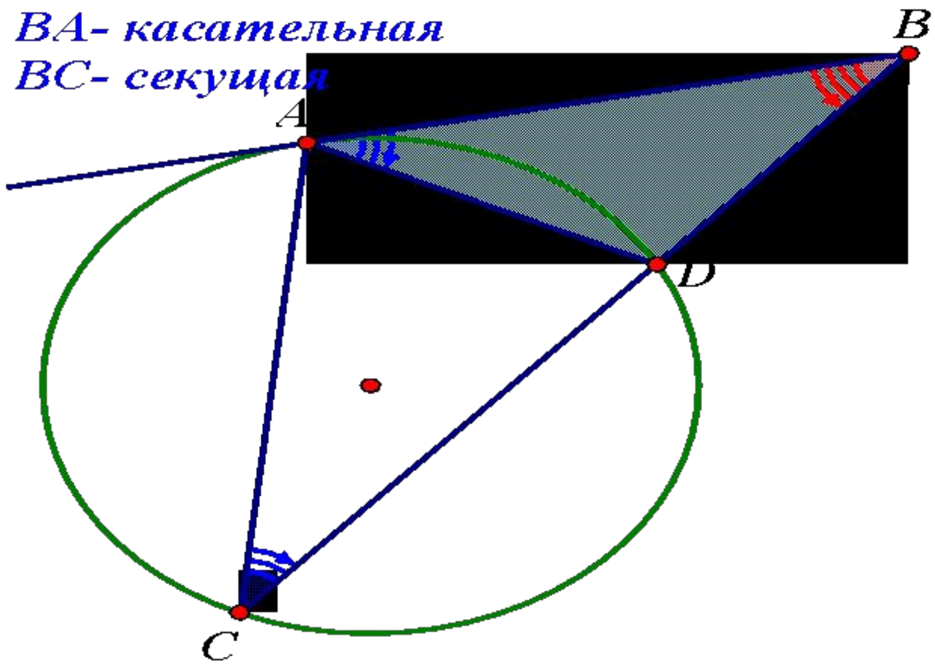


$AE \cdot BE = DE \cdot CE$

Произведения отрезков двух пересекающихся хорд равны

№10

Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки



$\triangle BAD \sim \triangle BCA$

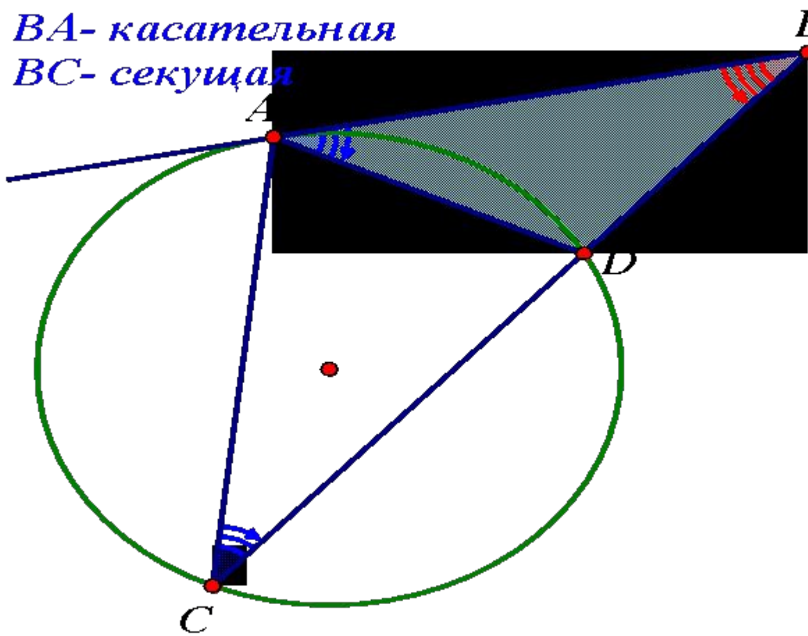
$BA^2 = BD \cdot BC$

Квадрат отрезка касательной равен произведению отрезков секущей, <u>выходящих из одной точки</u>

№10

Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки

BA- касательная
BC- секущая

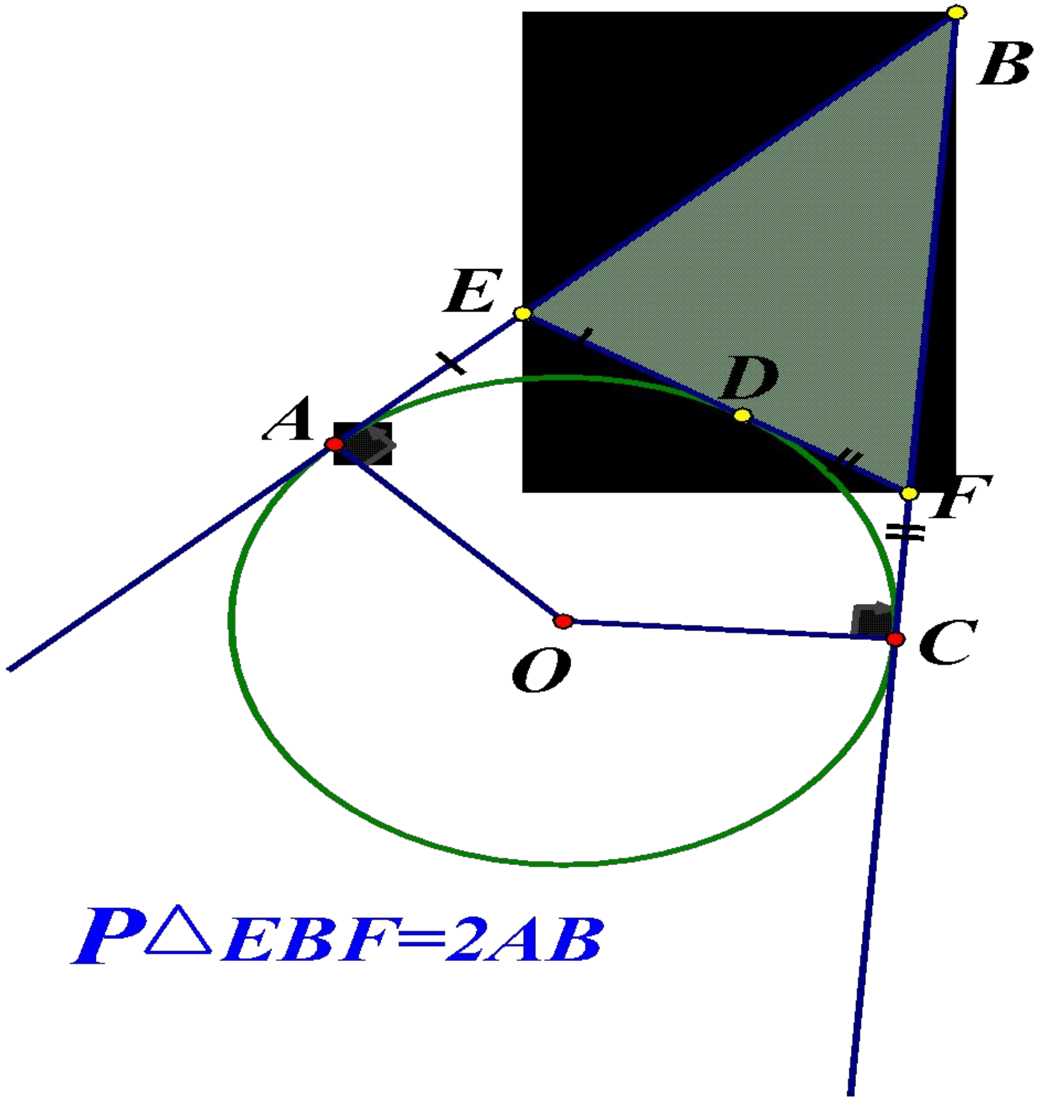


$\triangle BAD \sim \triangle BCA$

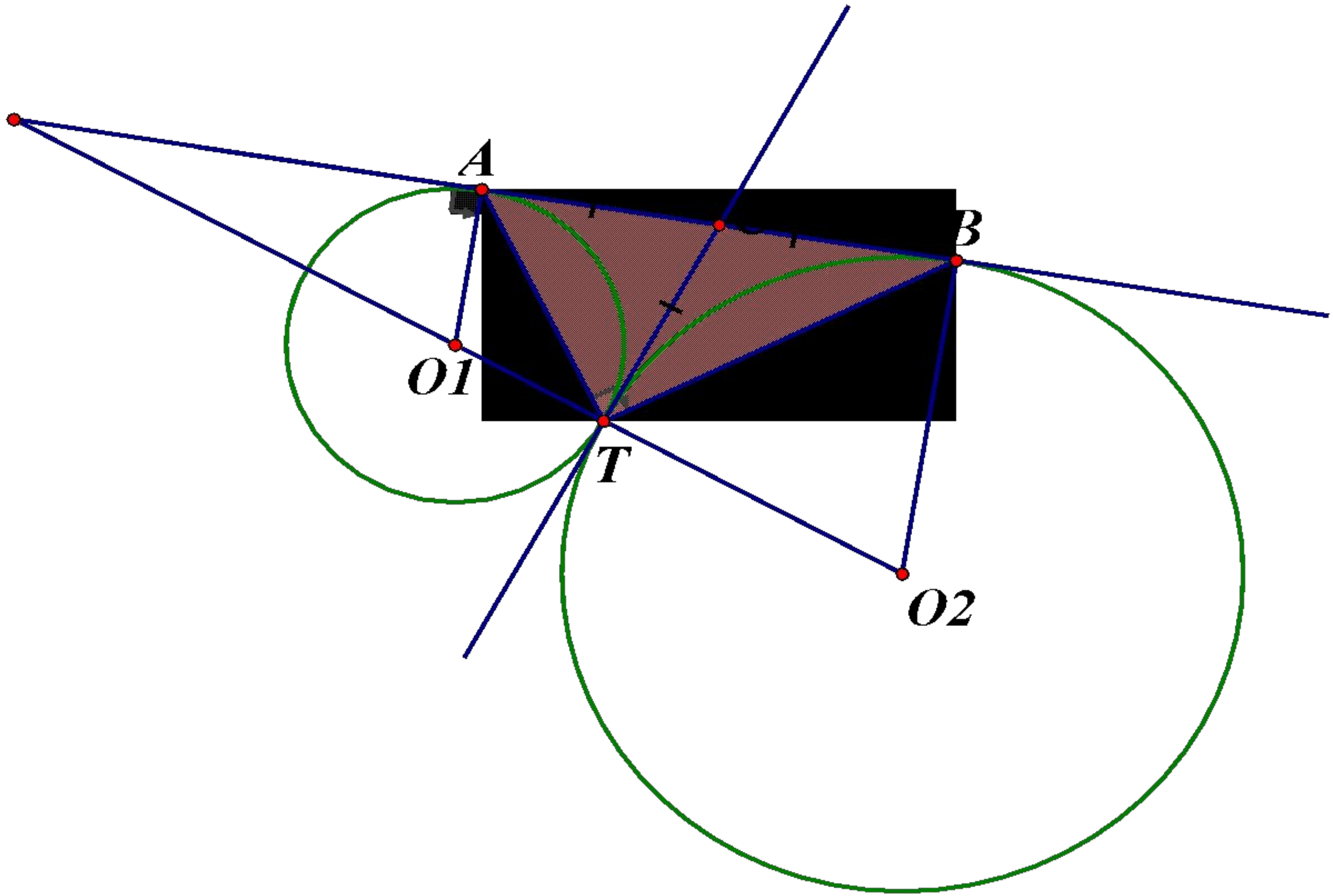
$BA^2 = BD \cdot BC$

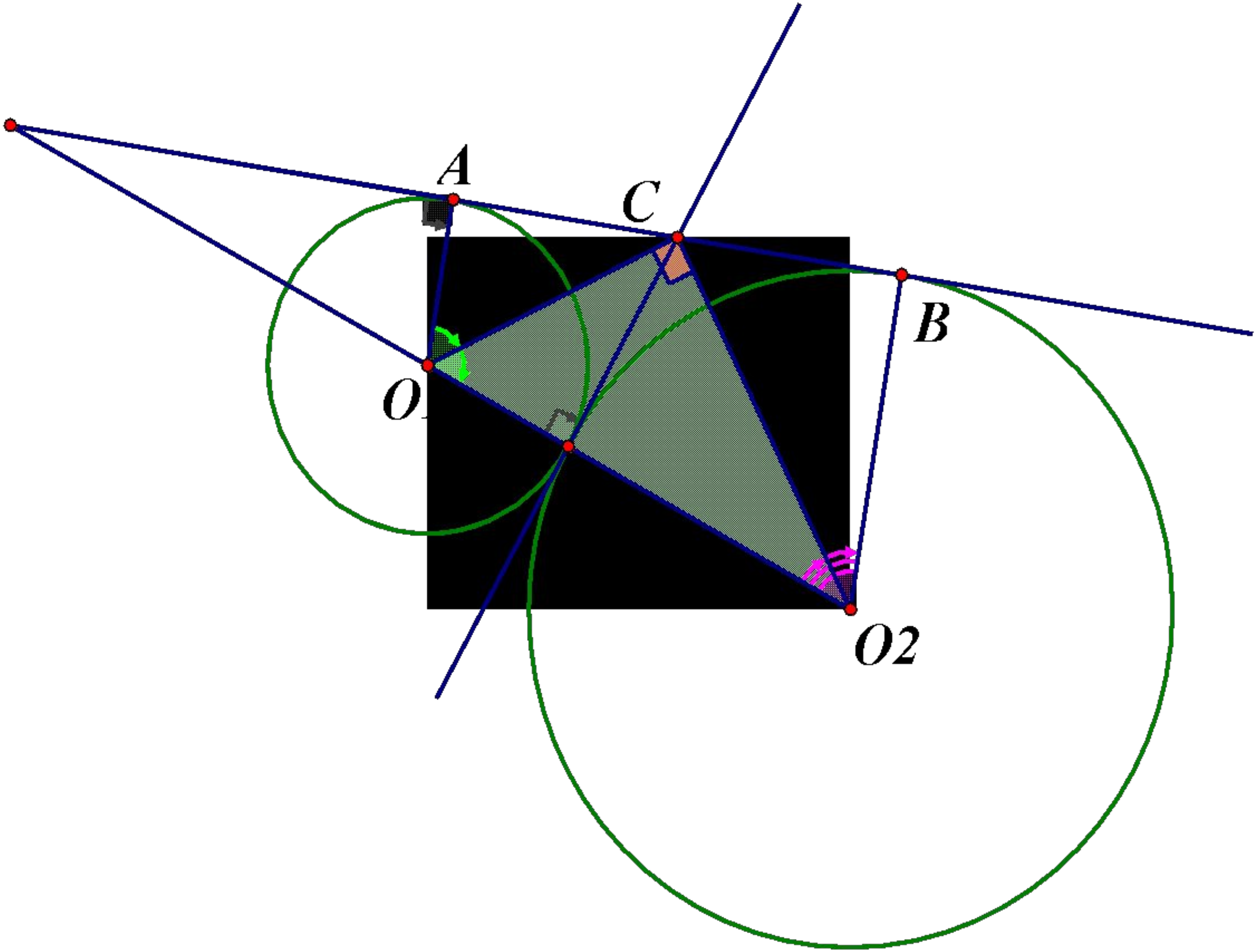
Квадрат отрезка касательной равен произведению отрезков секущей, <u>выходящих из одной точки</u>

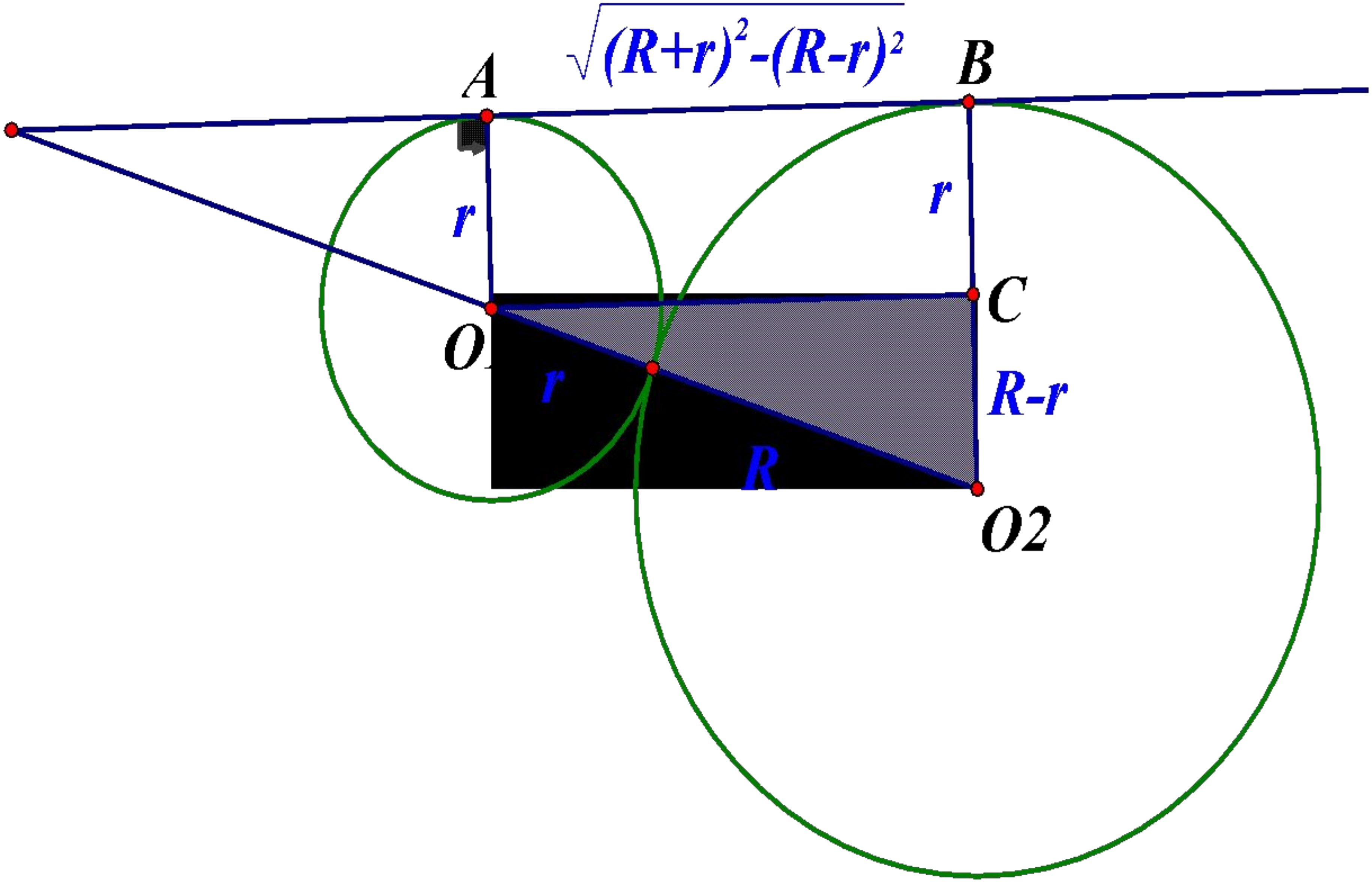
Окружность



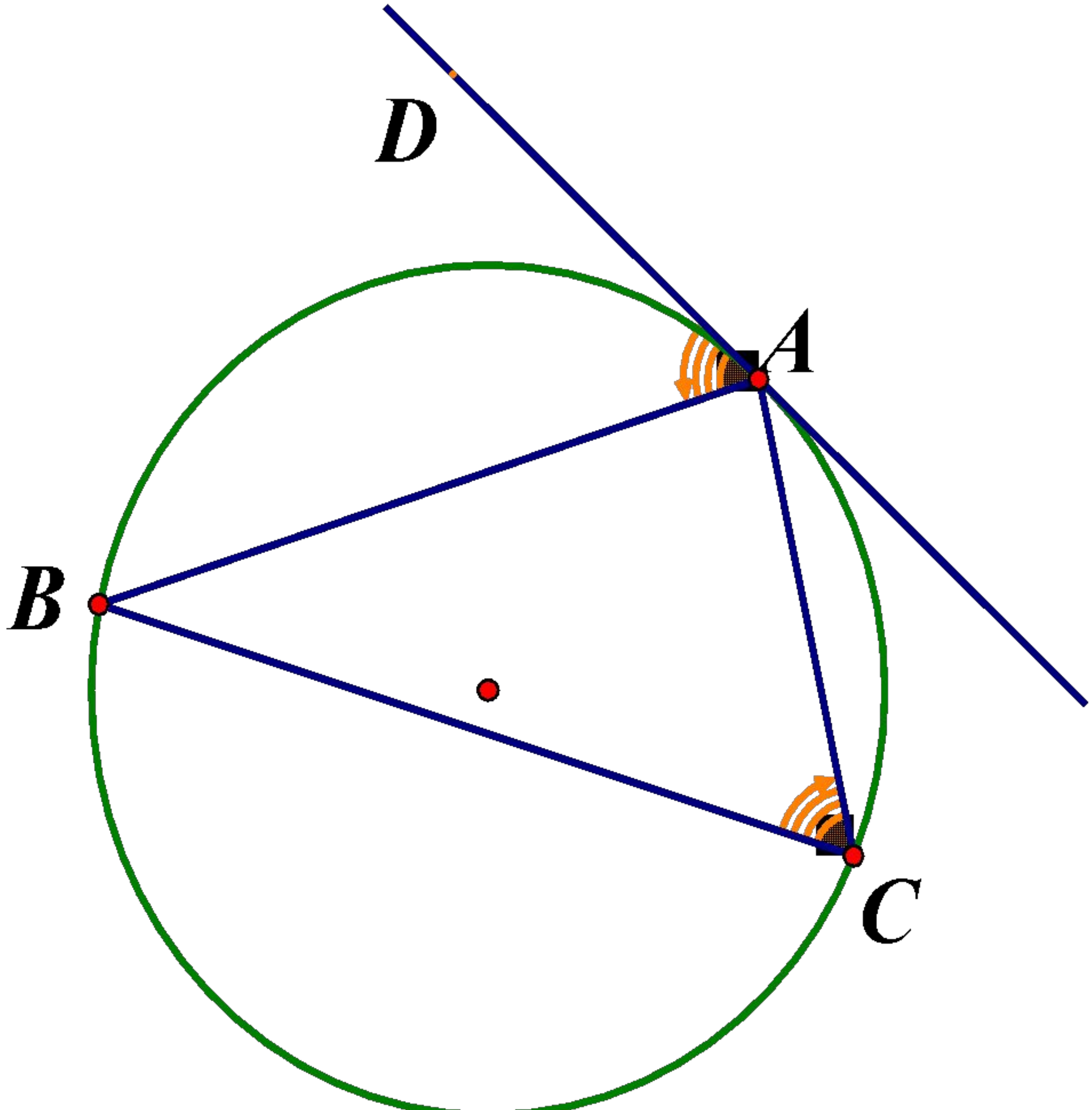
$P_{\triangle EBF} = 2AB$


A
B
O1
T
O2


A
C
B
O
O2

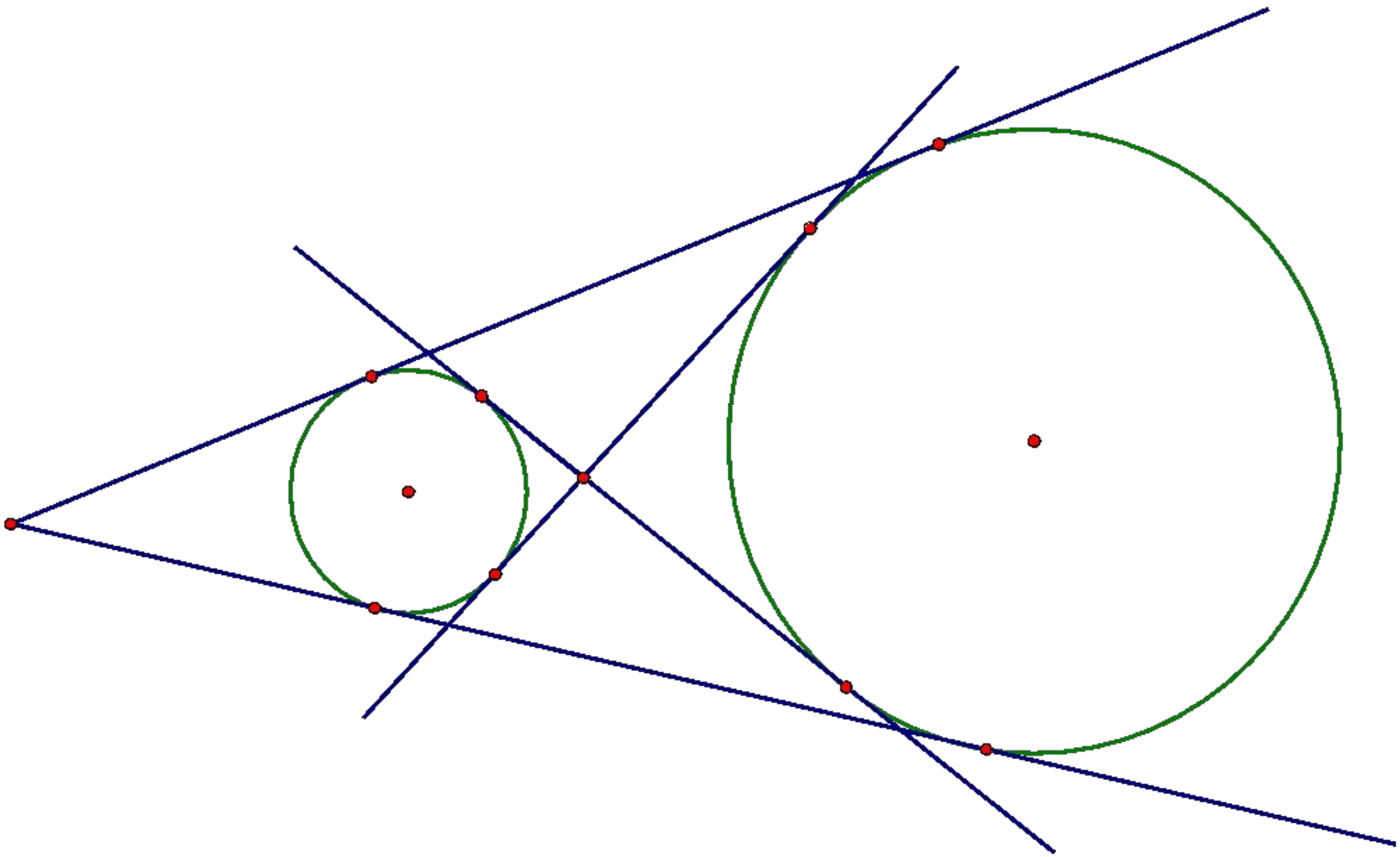


$\sqrt{(R+r)^2-(R-r)^2}$
A
B
r
r
C
O1
r
R-r
R
O2



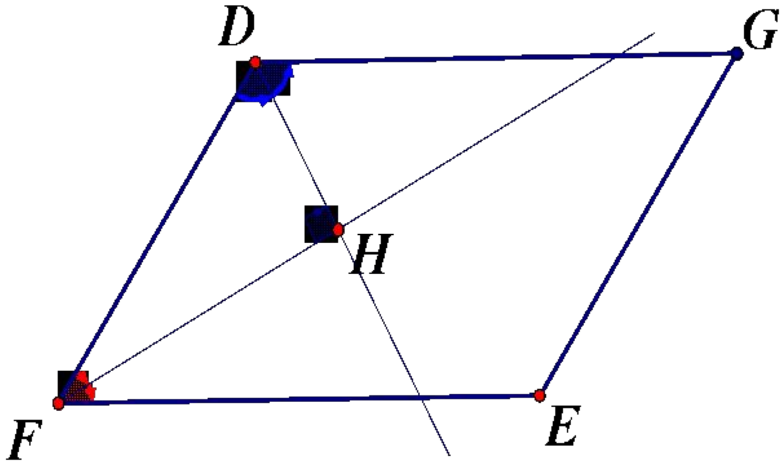
D
A
B
C

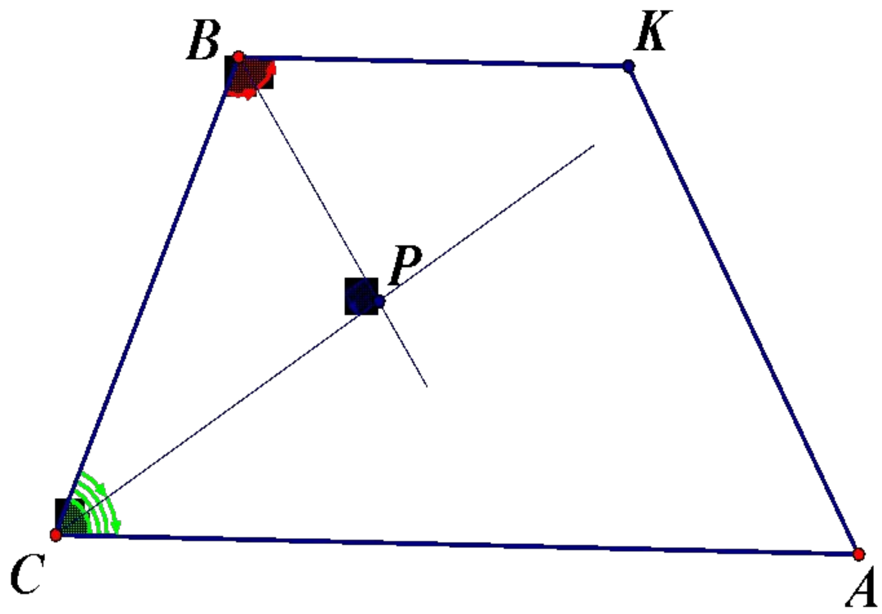
При непересечении окружностей у них имеется четыре общих касательных



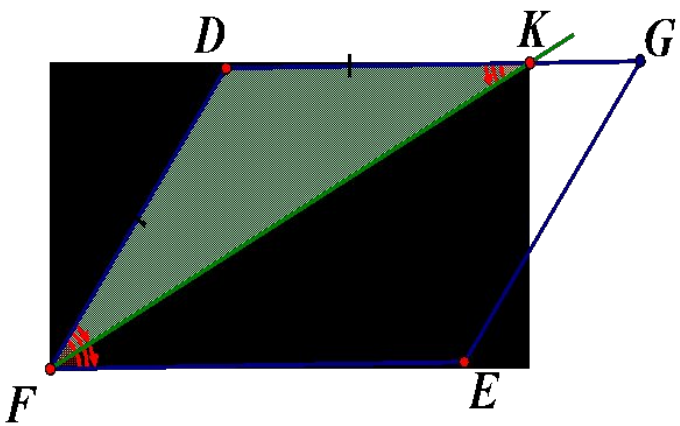
Биссектриса

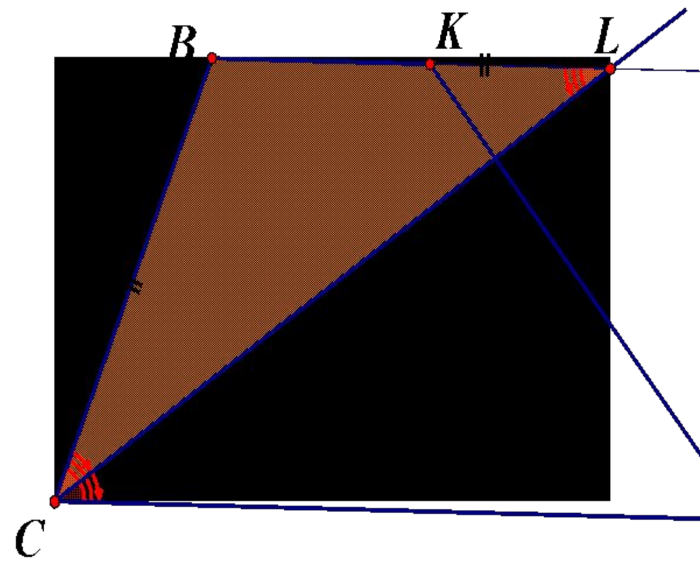
биссектрисы углов параллелограмма и трапеции, прилежащих к боковой стороне, пересекаются под прямым углом

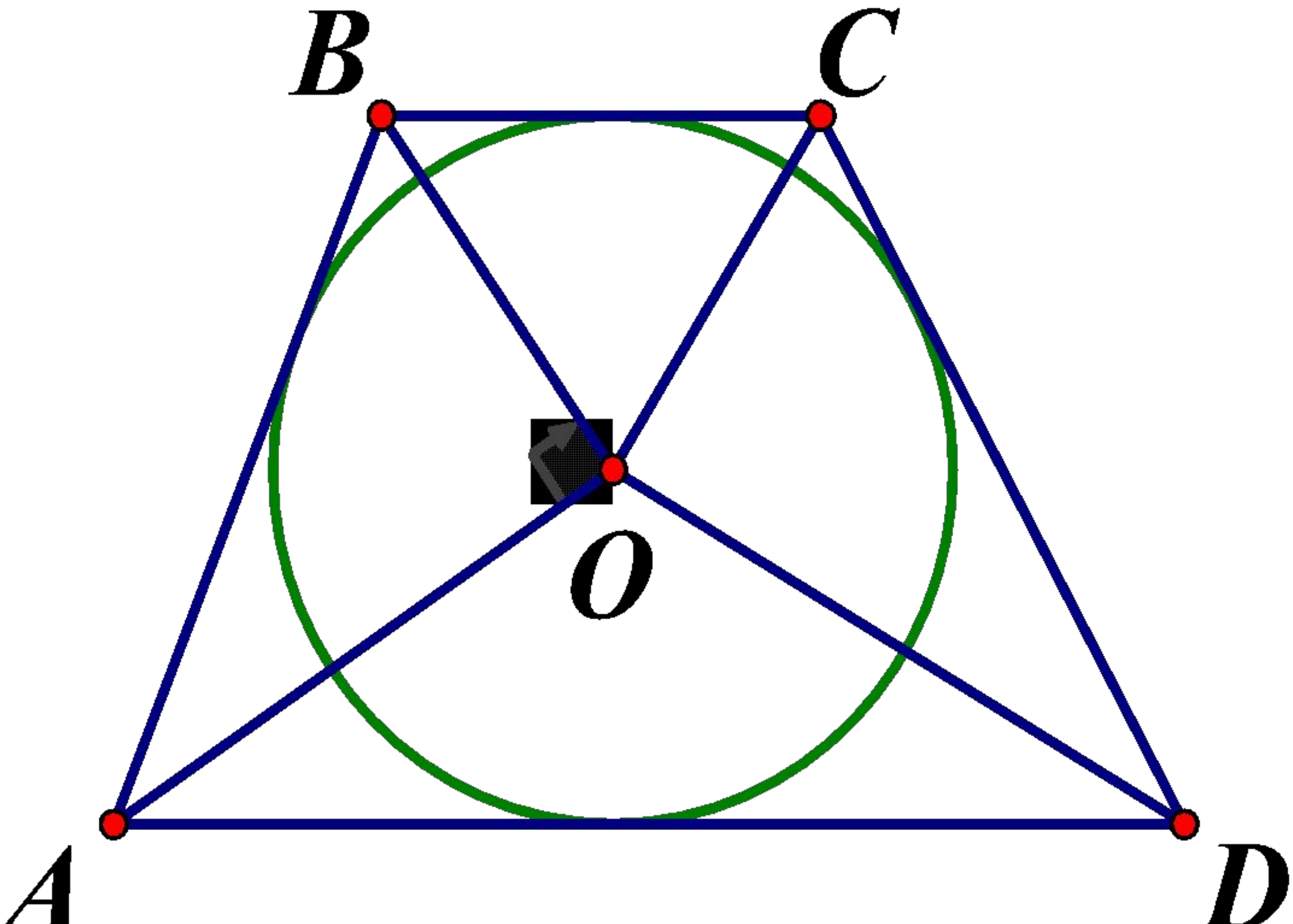




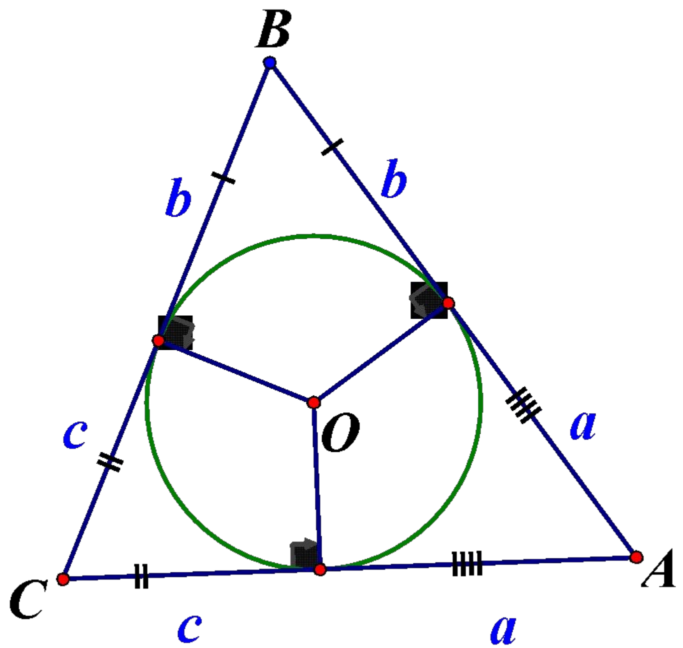
биссектриса угла параллелограмма и трапеции, отсекает равнобедренный треугольник






B
C
O
A
D

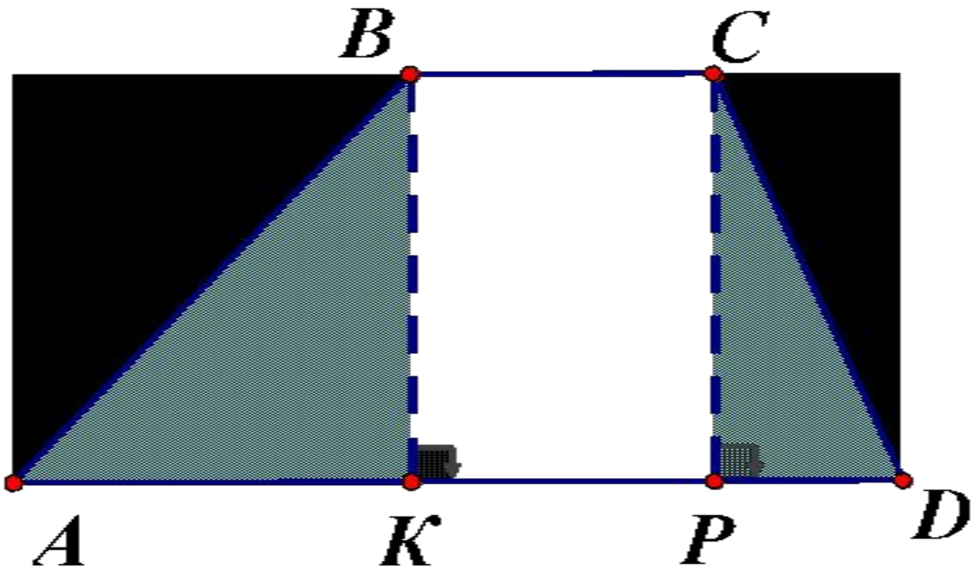
Вписанная окружность



AB=p-c
BC=p-a
AC=p-b

Дополнительные построения трапеция

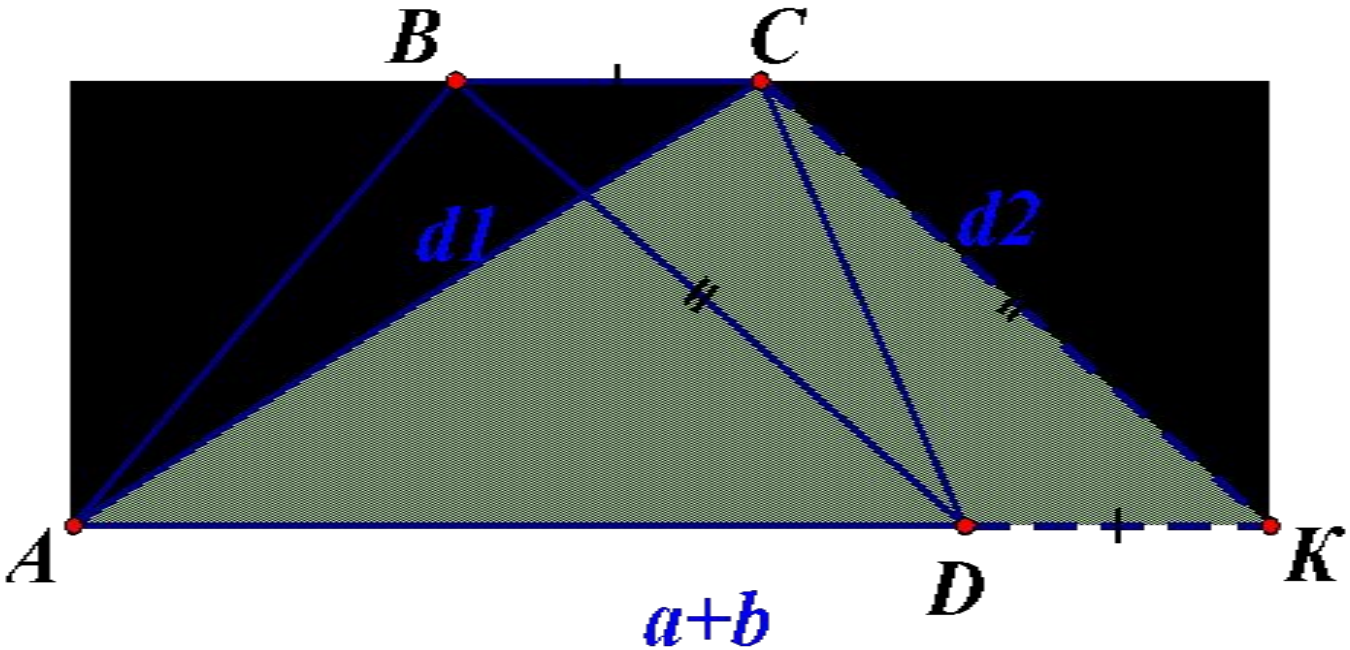
a- меньшее основание, b- большее основание



$BK \perp AD$

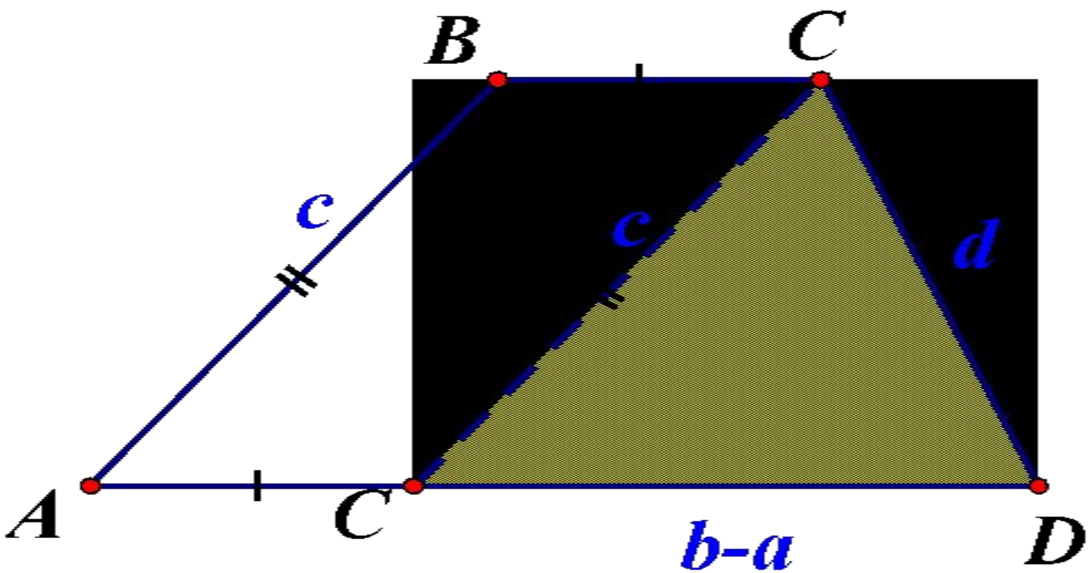
$CP \neq \perp AD$

$KP = a$



$CK \parallel BD$

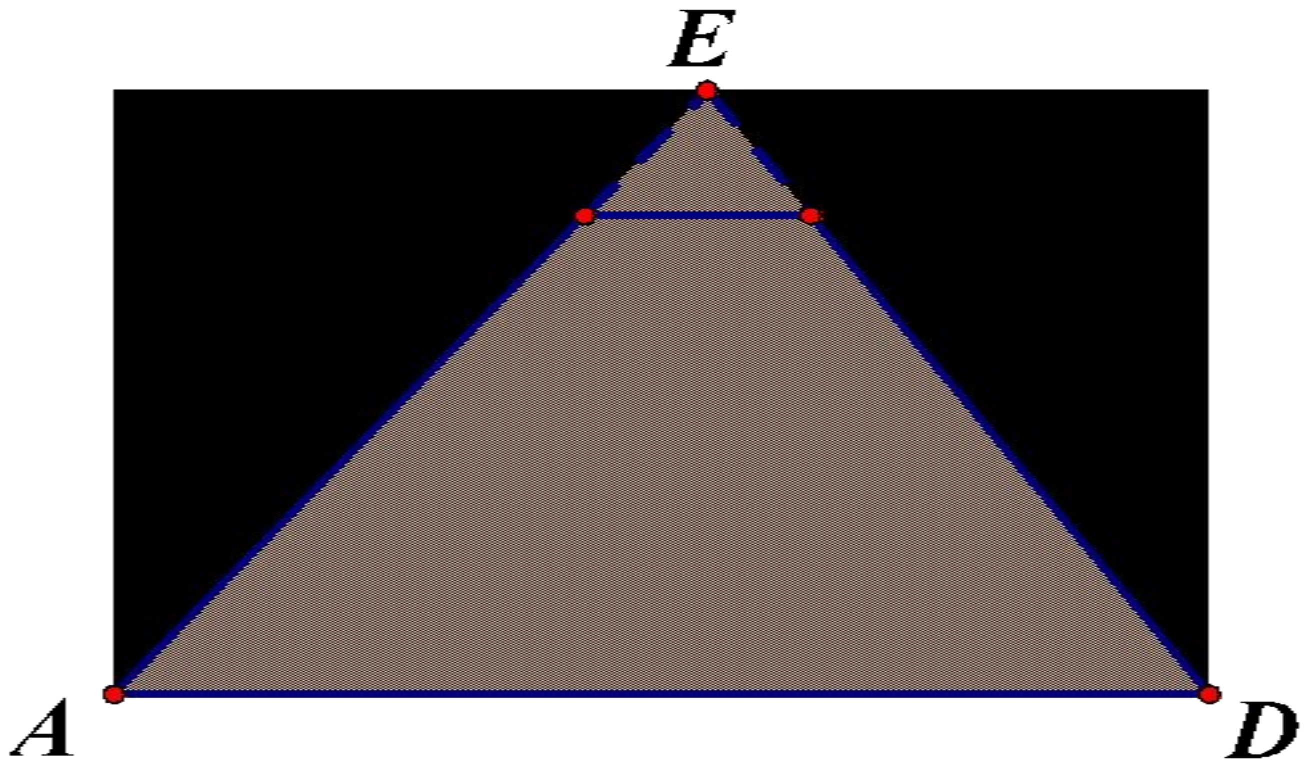
$AK = a + b$



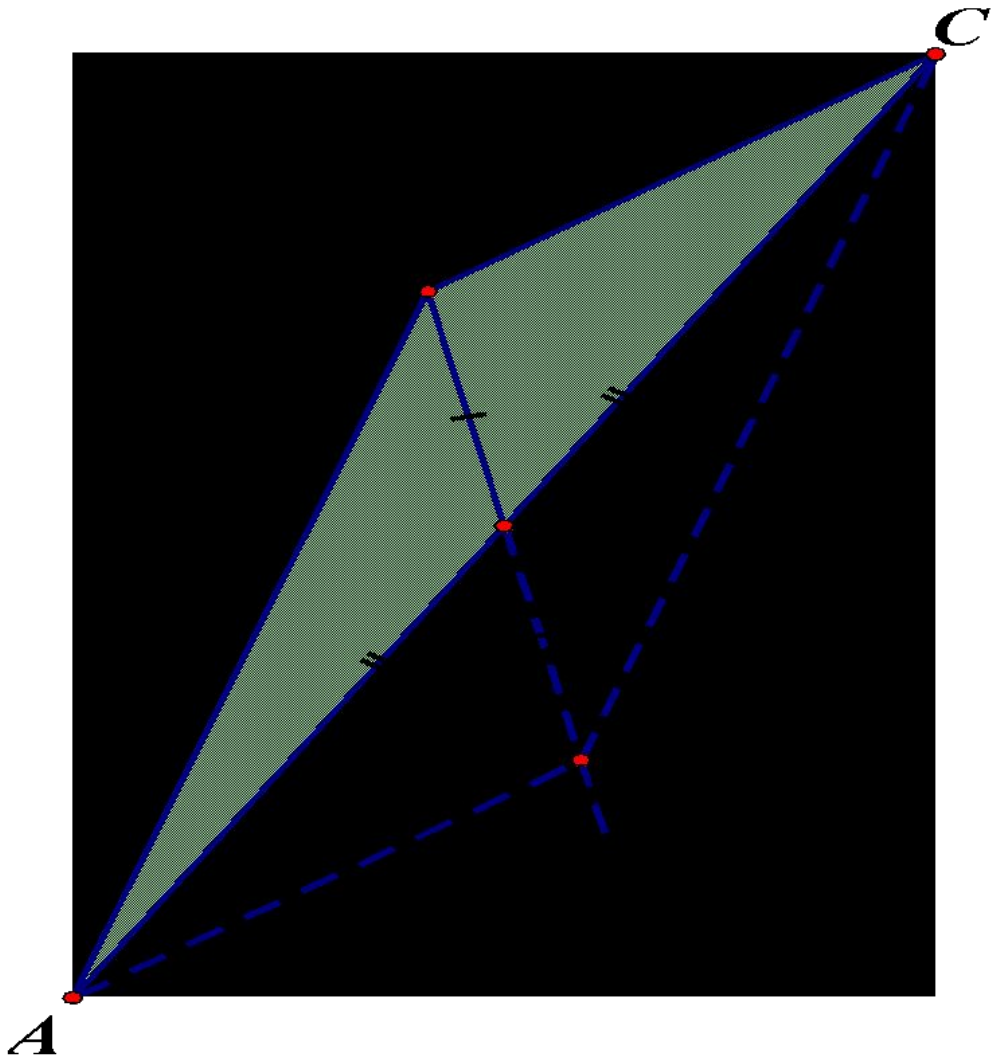
$CC \parallel AB$

$CD = b - a$

$CC = AB$

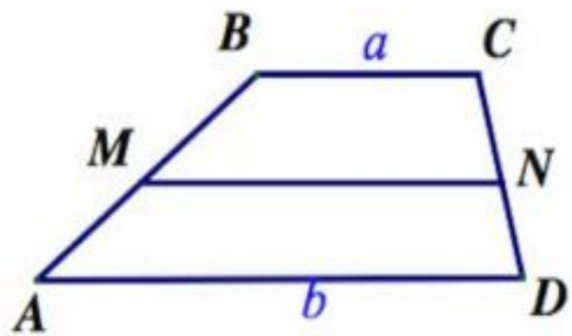


Продолжить лучи АВ и DC до пересечения



Откладываем МК=ВМ, достраиваем треугольник до параллелограмма

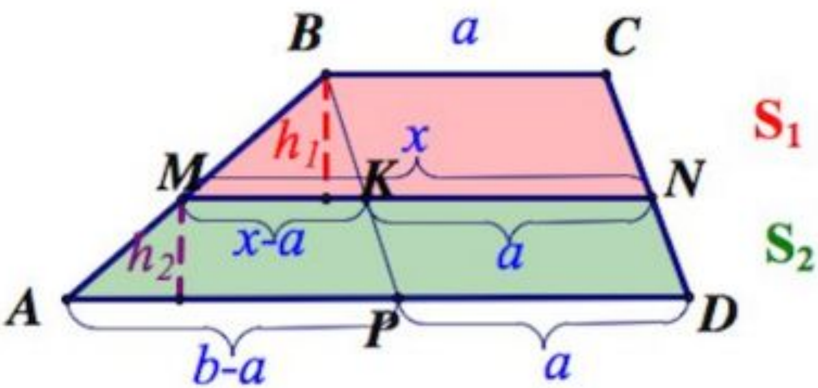
Основания трапеции равны a и b. Определите длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



Дополнительное построение: проведем прямую BP, параллельную стороне CD. Пусть BP пересекается с MN в точке K.

Обозначим для удобства MN за x. Тогда, очевидно, $MK = x - a$.

Обозначим также высоту треугольника MBK (она же и высота параллелограмма $BCNK$) за h_1, высоту трапеции $AMKP$ (она же и высота параллелограмма $KNDP$) за h_2.



Согласно условию $S_1 = S_2$ (где $S_1 = S_{MBCN},\ S_2 = S_{AMND}$).

Распишем подробнее

$$\frac{(a+x)h_1}{2} = \frac{(x+b)h_2}{2};$$

Откуда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x+b}{x+a} \quad (1)$$

Заметим также, что треугольник MBK подобен треугольнику ABP по двум углам, откуда вытекает пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{h_1}{h_1+h_2} = \frac{x-a}{b-a};$$

$$h_1(b-a) = (h_1+h_2)(x-a);$$

$$h_1(b-a-x+a) = h_2(x-a);$$

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x-a}{b-x} \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем:

$$\frac{x+b}{x+a} = \frac{x-a}{b-x};$$

$$x^2-a^2 = b^2-x^2;$$

$$2x^2 = a^2+b^2;$$

$$x = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Ответ: $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.