

Методика решения задания ЕГЭ на преобразование логических выражений. (Задание 18)

Учитель информатики и ИКТ
высшей квалификационной
категории

Тамакова Татьяна Федоровна

Операция «импликация» через
«ИЛИ» и «НЕ»:

$$A \rightarrow B = \overline{A} + B$$

Формулы де Моргана

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Закон поглощения

$$A + A \cdot B = A$$

$$A + \overline{A} \cdot B = A + B$$

ПРИМЕР1.

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение $(X \& 56 \neq 0) \rightarrow ((X \& 48 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$ тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

$$\underline{(X \& 56 \neq 0) \rightarrow ((X \& 48 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))}$$

$X \& 56 \neq 0$ на **56**

$X \& 48 = 0$ на $\overline{48}$

$X \& A \neq 0$ на **A**

$$56 \rightarrow (\overline{48} \rightarrow A)$$

$$\overline{56} + 48 + A$$

$$\overline{56} + 48 + A$$

$$48_{10} = 110000_2$$

$$56_{10} = 111000_2$$

это число инвертируем

$$\overline{56}_{10} = 000111_2$$

110000

000111

110111

$$1000_2 = 8_{10}$$

Ответ: 8

2. 

Введём выражение $M \& K$,
обозначающее поразрядную
конъюнкцию M и K (логическое «И»
между соответствующими битами
двоичной записи). Определите
наибольшее натуральное число A ,
такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 44 = 0) \rightarrow (X \& 76 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть
принимает значение 1 при любом
натуральном значении переменной X)?

$$\underline{(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 44 = 0) \rightarrow (X \& 76 \neq 0))}$$

$$A \rightarrow (\overline{44} \rightarrow 76)$$

$$\underline{\overline{A} + 44 + 76}$$

$$44_{10} = 101100_2 \quad 76_{10} = 1001100_2$$

Находим поразрядную
дизъюнкцию чисел 44 и

76:

1001100

101100

1101100

Следовательно $\overline{A} = 0010011$,

$$A = 1101100_2 = 64 + 32 + 8 + 4 = 108_{10}$$

0

ПРИМЕР 3.

Возьмем задание посложнее. Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном

$$\underline{((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))}$$

$$(28 + 45) \rightarrow (\overline{17} \rightarrow A)$$

$$\overline{28} \cdot \overline{45} + 17 + A$$

$$28_{10} = 11100_2 \quad 45_{10} = 101101_2 \quad 17_{10} = 10001_2$$

Инвертируем
числа 28 и 45:

28 – 00011
45 – 010010

Вычисляем поразрядную
конъюнкцию:

00011
010010
000010

$$\overline{28} \cdot \overline{45} + 17 + A$$

Вычисляем
поразрядную
конъюнкцию:

```

  00011
010010
000010

```

К полученному
результату прибавляем
17:

```

000010
 10001
010011

```

Следовательно в числе A 2,3 и 5 биты должны
быть 1, а остальные нули – 101100.
Переводим в десятичную систему счисления
– 44.

(М.В. Кузнецова) Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наибольшее натуральное число A , такое что выражение

$$((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)) \rightarrow (X \& 13 \neq 0) \vee ((X \& A = 0) \wedge (X \& 13 = 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

$$(((X \& 13 \neq 0) \vee (X \& 39 = 0)) \rightarrow (X \& 13 \neq 0)) \vee ((X \& A = 0) \wedge (X \& 13 = 0))$$

$$\overline{(13 \cdot 39 + 13)} + \overline{A} \cdot \overline{13} = 39 + 13 + A =$$

$$= 39 + 13 + \overline{A} \cdot \overline{13} = \underline{39 + 13 + \overline{A}}$$