

Механика сплошных сред

Введение в гидродинамику

Преподаватель:

Черняк Владимир Григорьевич

Объем курса – **34 часа**

Лекции – **17 часов**

Практика – **17 часов**

Отчетность – **дифференцированный зачет**

Цель:

- Изучить основы гидродинамики.
- Получить навыки постановки и решения простейших задач гидродинамики.

Задачи:

- Вывод основных уравнений гидродинамики.
- Закономерности изотермических движений жидкости.
- Решение задач гидродинамики.

Введение

Гидродинамика – раздел механики сплошных сред, в котором изучается движение несжимаемой жидкости с дозвуковыми скоростями и ее взаимодействие с твердыми телами.

Термин «жидкость» относится как к капельной жидкости, так и к газу.

Жидкость называют несжимаемой, если ее плотность одинакова по всему объему жидкости и в любой точке не изменяется с течением времени:

$$\rho = \text{const}$$

Это приближение выполняется с высокой точностью для капельных жидкостей ввиду малых изменений плотности при значительных увеличениях давления.

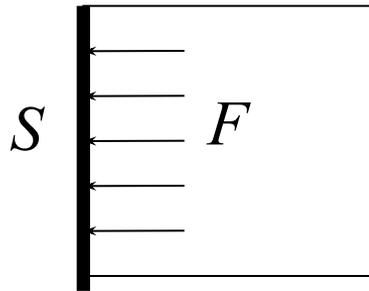
Так, например, если воду поместить в цилиндр с подвижным поршнем и увеличить давление от одной до двух атмосфер, то это уменьшит объем воды только в отношении 1 : 20000.

Такое повышение давления в случае воздуха при неизменной температуре уменьшает объем в отношении 1 : 2 в соответствии с законом Бойля – Мариотта.

Многочисленные экспериментальные и теоретические исследования показывают, что изменение плотности газа не существенно при дозвуковых скоростях его движения. Если бы это было не так, то в газе возник бы волновой процесс, выравнивающий плотность газа по всему объему со скоростью звука. Поэтому при движении газа со скоростью много меньшей скорости звука плотность не успевает изменяться.

Свойства жидкости

Давление жидкости – скалярная физическая величина, характеризующая силу, с которой жидкость действует на единицу поверхности стенки сосуда перпендикулярно к этой поверхности.



$$p = \frac{F}{S}$$

Здесь F – сила, с которой жидкость действует на стенку сосуда площадью S по нормали к ней.

Если сила распределена вдоль поверхности равномерно, то p – давление жидкости.

В противном случае p – среднее давление жидкости на площадку S , а в пределе при стремлении величины S к нулю, - давление в данной точке.

Закон Паскаля:

В любой точке покоящейся жидкости давление изотропно, т.е. по всем направлениям одинаково.

Единица измерения давления в СИ - *Паскаль*:

$$[p] = 1 \frac{H}{M^2} = 1 \text{ Па}$$

Внесистемные единицы:

$$1 \text{ мм рт. ст. (торр)} = 133,3 \text{ Па}$$

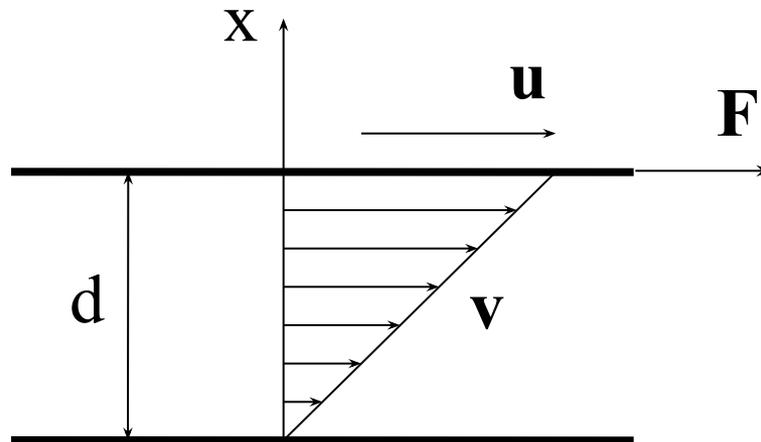
Физическая атмосфера

$$1 \text{ атм} = 760 \text{ мм рт. ст.} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

Техническая атмосфера

$$1 \text{ ат} = 9,81 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

Вязкость жидкости – свойство жидкости оказывать сопротивление перемещению одной ее части относительно другой (внутреннее трение).



Основной закон вязкого движения жидкости был установлен И. Ньютоном (1687):

$$F = \eta \frac{\partial v}{\partial x} S$$

F – тангенциальная сила, вызывающая сдвиг слоев жидкости относительно друг друга; S – площадь слоя, по которому происходит сдвиг; η - **коэфф. динамической вязкости** (вязкость).

Кинематическая вязкость:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

где ρ - плотность жидкости.

Единица измерения в СИ:

$$[\eta] = 1 \text{ Па} \cdot \text{с}, \quad [\nu] = 1 \frac{\text{М}^2}{\text{с}}$$

Вязкость некоторых жидкостей при
температуре 300 K:

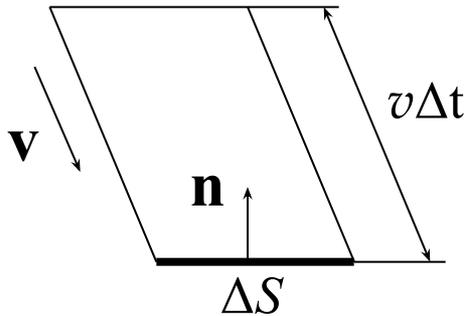
Жидкость	$\eta \times 10^3, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\nu \times 10^6, \text{м}^2/\text{с}$
Вода	1,0	1,0
Воздух	$1,8 \cdot 10^{-2}$	14,0
Спирт этиловый	1,18	1,5
Глицерин	830	659
Бензин	0,65	0,93

Коэффициент динамической вязкости
плотных газов и жидкостей слабо зависит
от давления и сильно – от температуры.

Динамическая вязкость газов при увеличении
температуры увеличивается, а жидкостей
уменьшается.

Уравнение неразрывности

Плотность потока массы – масса жидкости, протекающей за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную потоку.



Объем: $\Delta S(\mathbf{v}\mathbf{n})\Delta t$

Масса: $\Delta S\Delta t(\mathbf{v}\mathbf{n})\rho$

Плотность потока

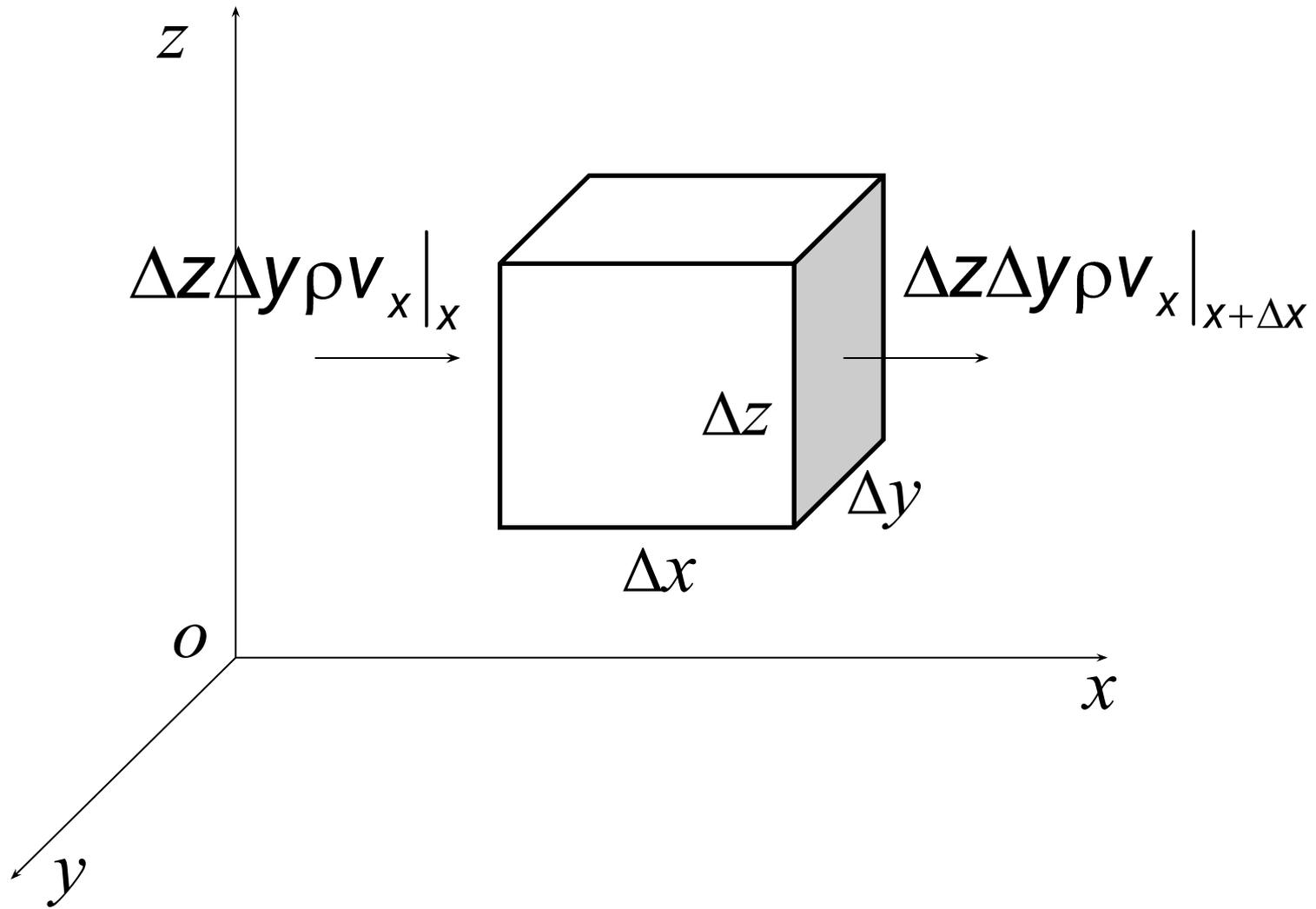
массы: $\rho\mathbf{v}$

Баланс массы

Мысленно выделим в жидкости

фиксированный элемент объема в форме прямоугольного параллелепипеда, длины ребер которого равны Δx , Δy и Δz .

Вычислим скорость изменения массы жидкости в этом объеме.



Скорость изменения массы жидкости в объеме за счет потока вдоль оси x

$$\Delta z \Delta y \left(\rho v_x \Big|_x - \rho v_x \Big|_{x+\Delta x} \right)$$

Аналогично по координатным осям y и z

$$\Delta z \Delta x \left(\rho v_y \Big|_y - \rho v_y \Big|_{y+\Delta y} \right)$$

$$\Delta y \Delta x \left(\rho v_z \Big|_z - \rho v_z \Big|_{z+\Delta z} \right)$$

Скорость накопления массы в выделенном элементе объема равна

$$\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} = \Delta z \Delta y (\rho v_x|_x - \rho v_x|_{x+\Delta x}) + \\ + \Delta z \Delta x (\rho v_y|_y - \rho v_y|_{y+\Delta y}) + \Delta x \Delta y (\rho v_z|_z - \rho v_z|_{z+\Delta z})$$

Разделим это уравнение на $\Delta x \Delta y \Delta z$ и устремим величину элемента объема к нулю.

В результате получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left(\frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z \right)$$

или

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathit{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Это **уравнение неразрывности**. Определяет скорость изменения массы единичного объема жидкости.

Таким образом, **уравнение неразрывности – уравнение баланса массы жидкости в единичном объеме за единицу времени.** Это следует из самого вывода этого уравнения.

$$\begin{array}{|c|} \hline \text{Скорость} \\ \text{накопления} \\ \text{массы} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{Скорость} \\ \text{поступления} \\ \text{массы} \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \text{Скорость} \\ \text{отвода} \\ \text{массы} \\ \hline \end{array}$$

В стационарном случае уравнение неразрывности имеет вид:

$$\mathit{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$$

Если жидкость несжимаема, то

$$\mathit{div} \mathbf{v} = 0$$