

Презентация – пособие «Преобразование графиков функций»

Часть I

Учителя Новопокровской ош
Глухова Виктора Владимировича

Новопокровка 2014 – 2015 уч. год

Рассмотрим преобразования графика функции

$y = f(x)$ в график функции $y = k f(x + m) + n$.

Осознаем роль коэффициента k и слагаемых m и n в данной формуле.

График функции $y = f(x)$ является базовым. Повторим для начала все основные графики функций, которые мы изучали в 9 классе

Прямая пропорциональность $y = kx$

Например, $y = 2x$, (прямая, проходящая через начало координат.)

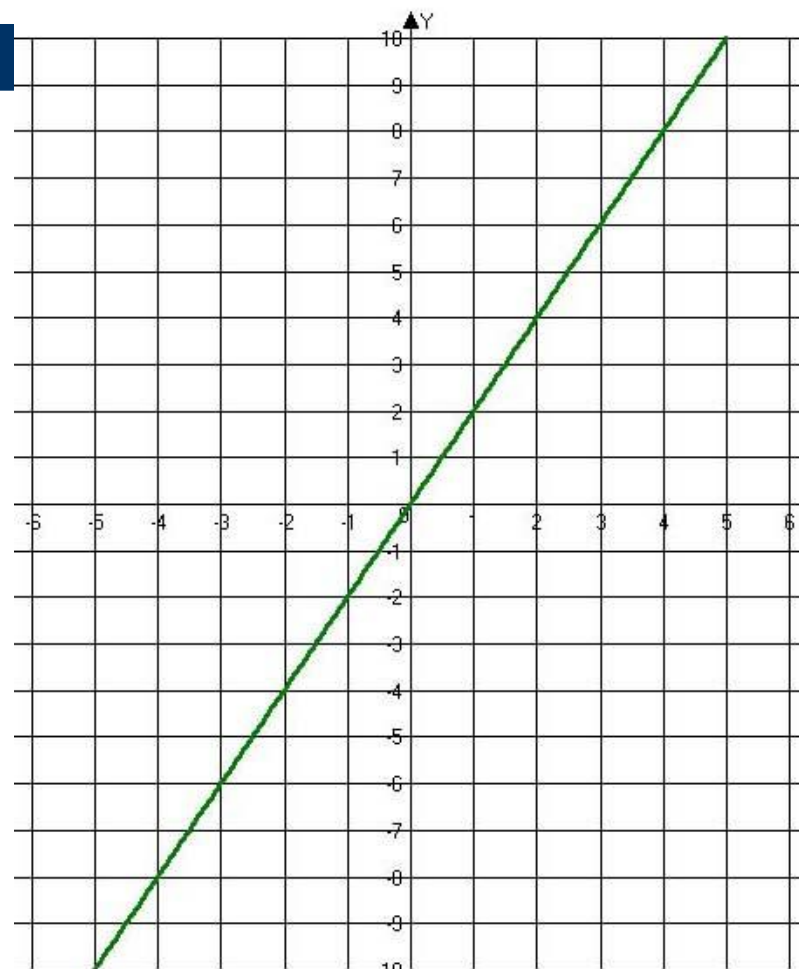


График линейной функции $y = kx + b$

Например, $y = 3x - 2$ (прямая, не проходящая через начало координат.)

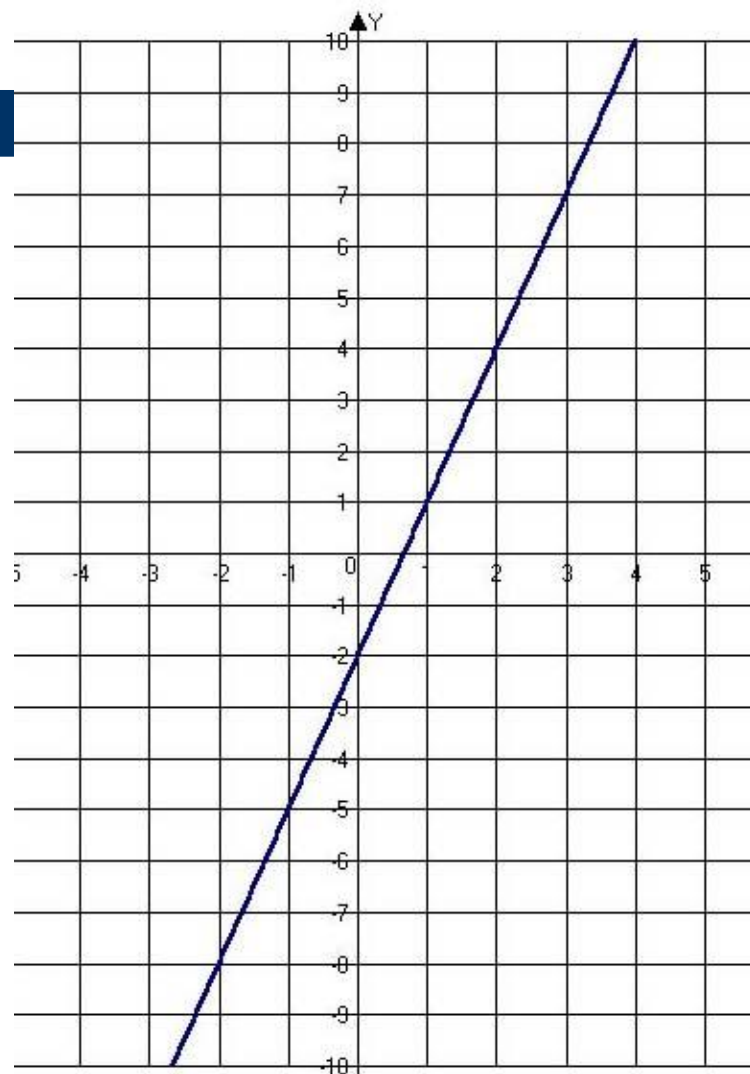


График обратной пропорциональности, функции $y = \frac{4}{x}$
гипербола, не пересекающая оси координат.

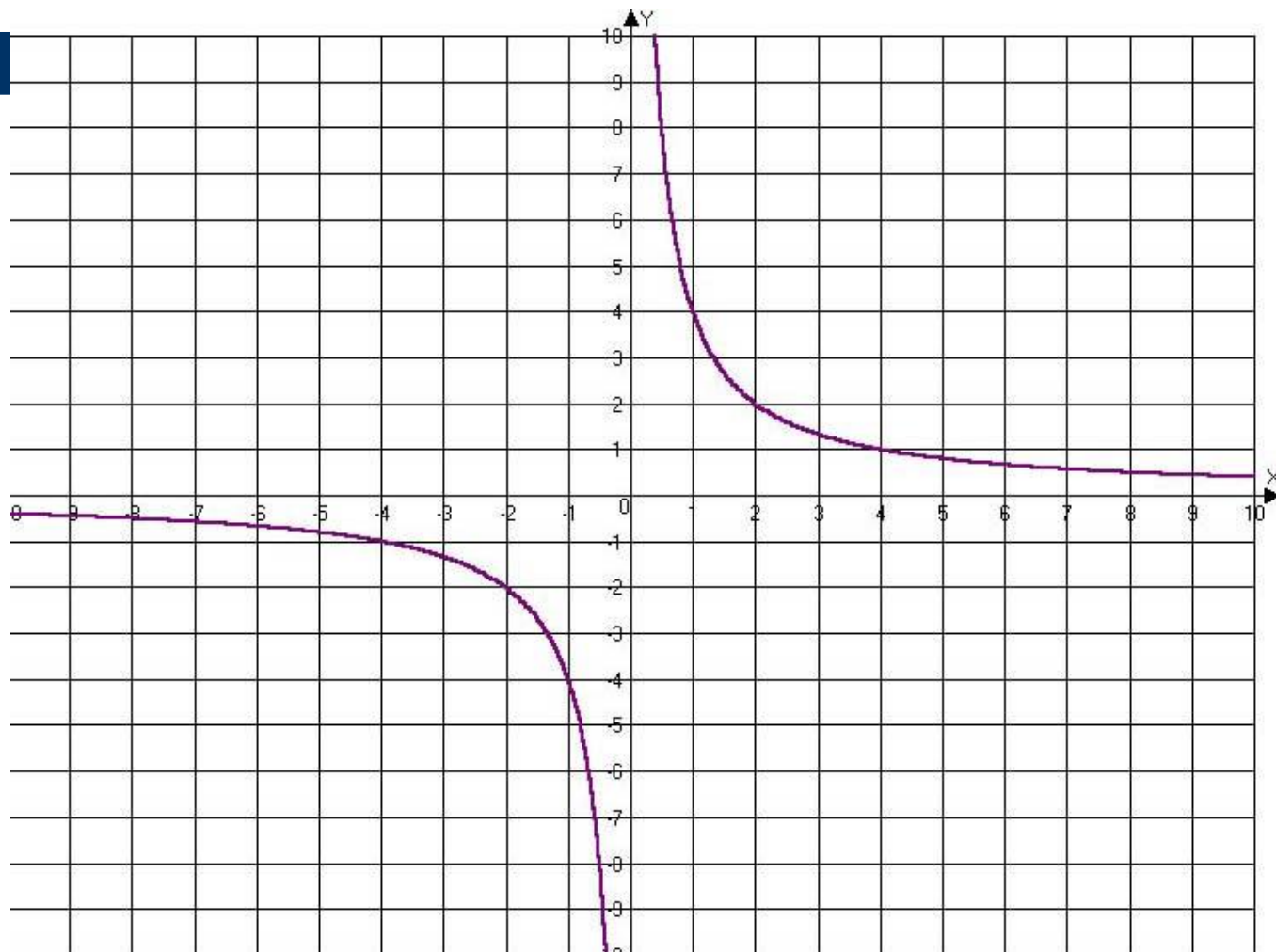


График квадратичной функции

$$y = x^2$$

Парабола, проходящая через начало координат и точки $(1;1)$ и $(-1;1)$.

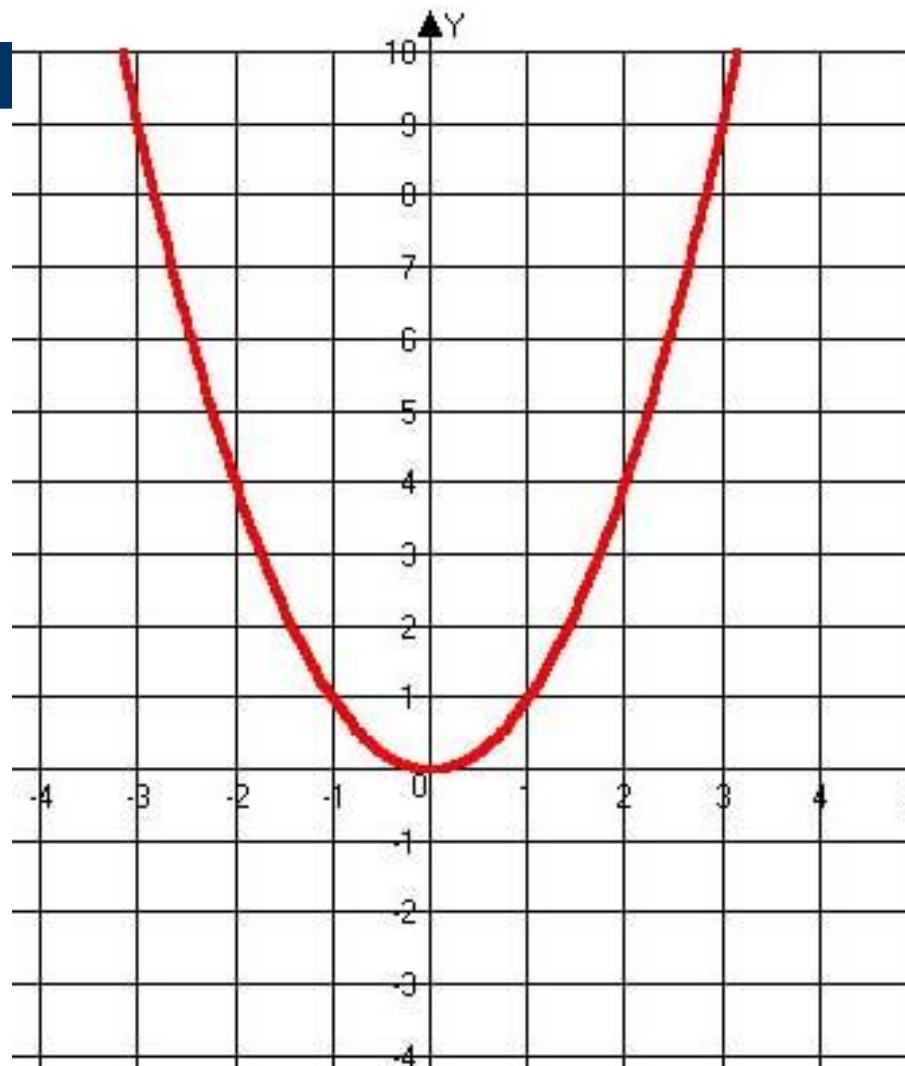


График кубической функции $y = x^3$

Кубическая парабола, проходящая через начало координат и точки $(1;1)$ и $(-1;-1)$.

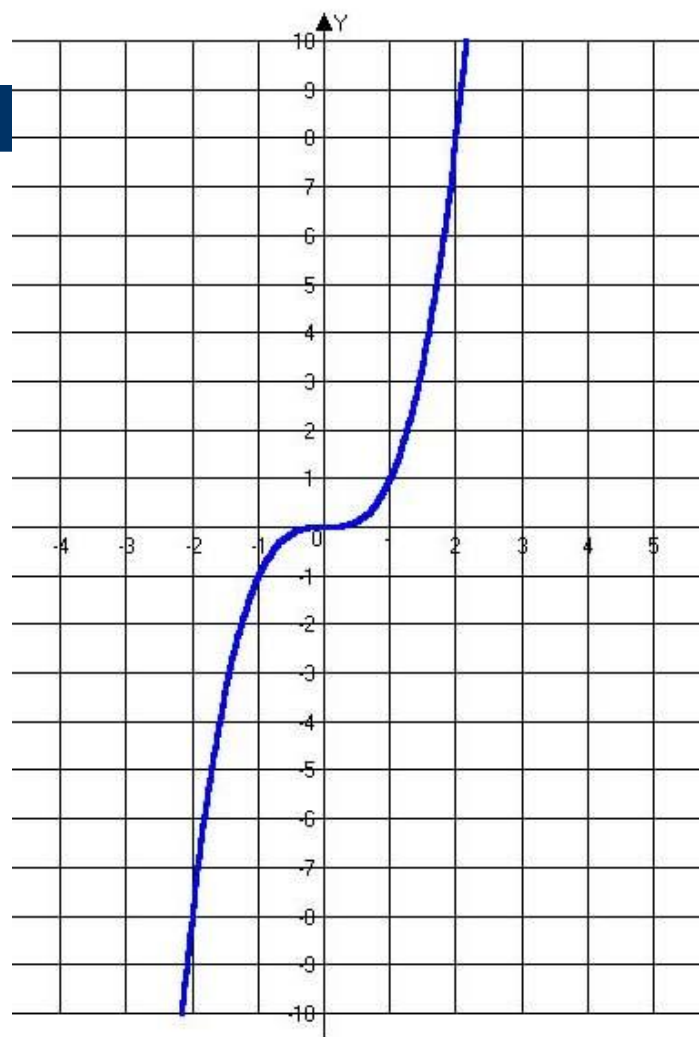
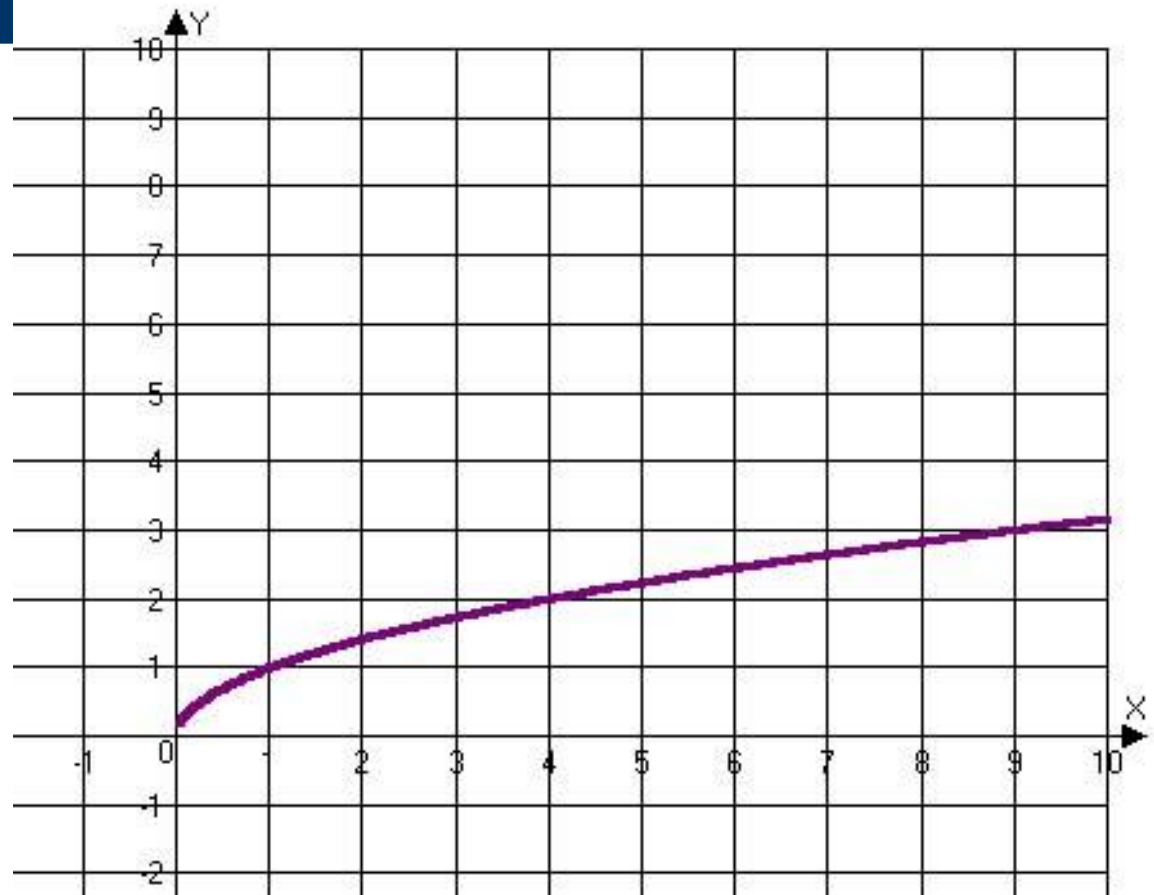


График функции $y = \sqrt{x}$

Парабола, существующая только для $x \geq 0$, проходящая через начало координат и точки $(1; 1)$ и $(4; 2)$.

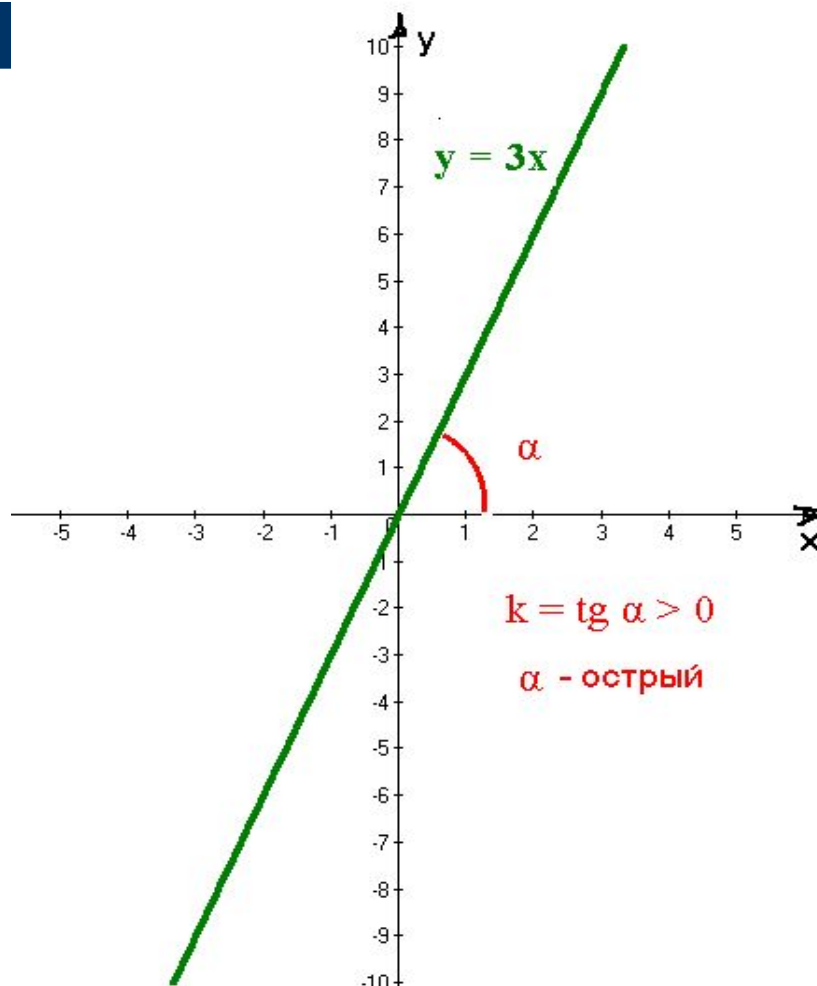


Теперь повторим материал **8** класса по
уравнению прямой **$y = k \cdot x + b$**

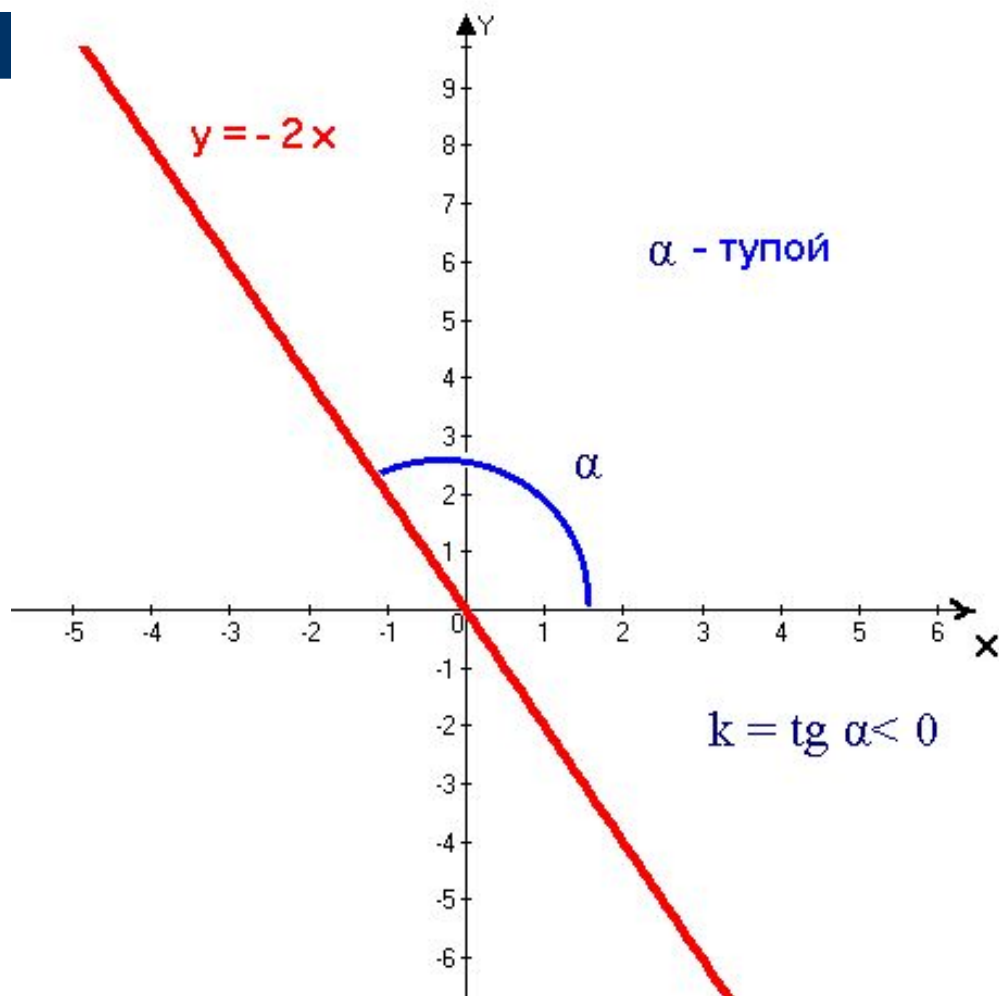
- Как проходит прямая в зависимости от коэффициента k ?
- Каково положение прямой в зависимости от свободного члена b ?

Рассмотрим на конкретных примерах.

1. Если в уравнении $y = kx$ коэффициент $k > 0$, то прямая проходит в I и III четвертях. Угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс – **острый** ($k = \operatorname{tg} \alpha > 0$)



Если в уравнении $y = kx$ коэффициент $k < 0$, то прямая проходит в II и IV четвертях. Угол между прямой и положительным направлением оси абсцисс – **тупой**.
($k = \operatorname{tg} \alpha < 0$)



Если в уравнении $y = kx + b$ $b > 0$, то прямая $y = kx$ сдвигается параллельно вверх на b единиц, если $b < 0$ то прямая $y = kx$ сдвигается вниз параллельно на b единиц.

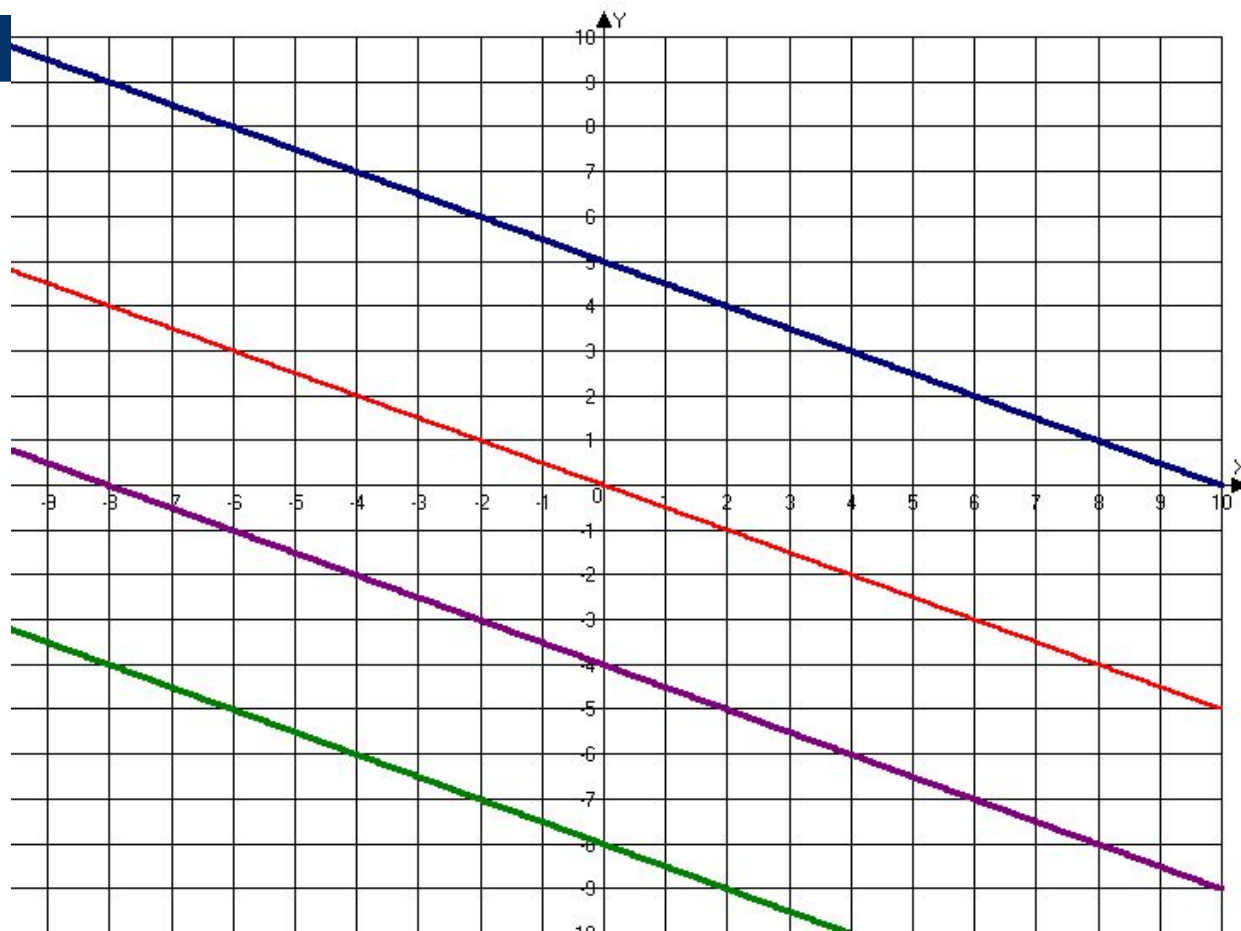
В одной системе координат построим графики (по цвету формулы)

а) $y = -0,5x$

б) $y = -0,5x + 5$

в) $y = -0,5x - 4$

г) $y = -0,5x - 8$

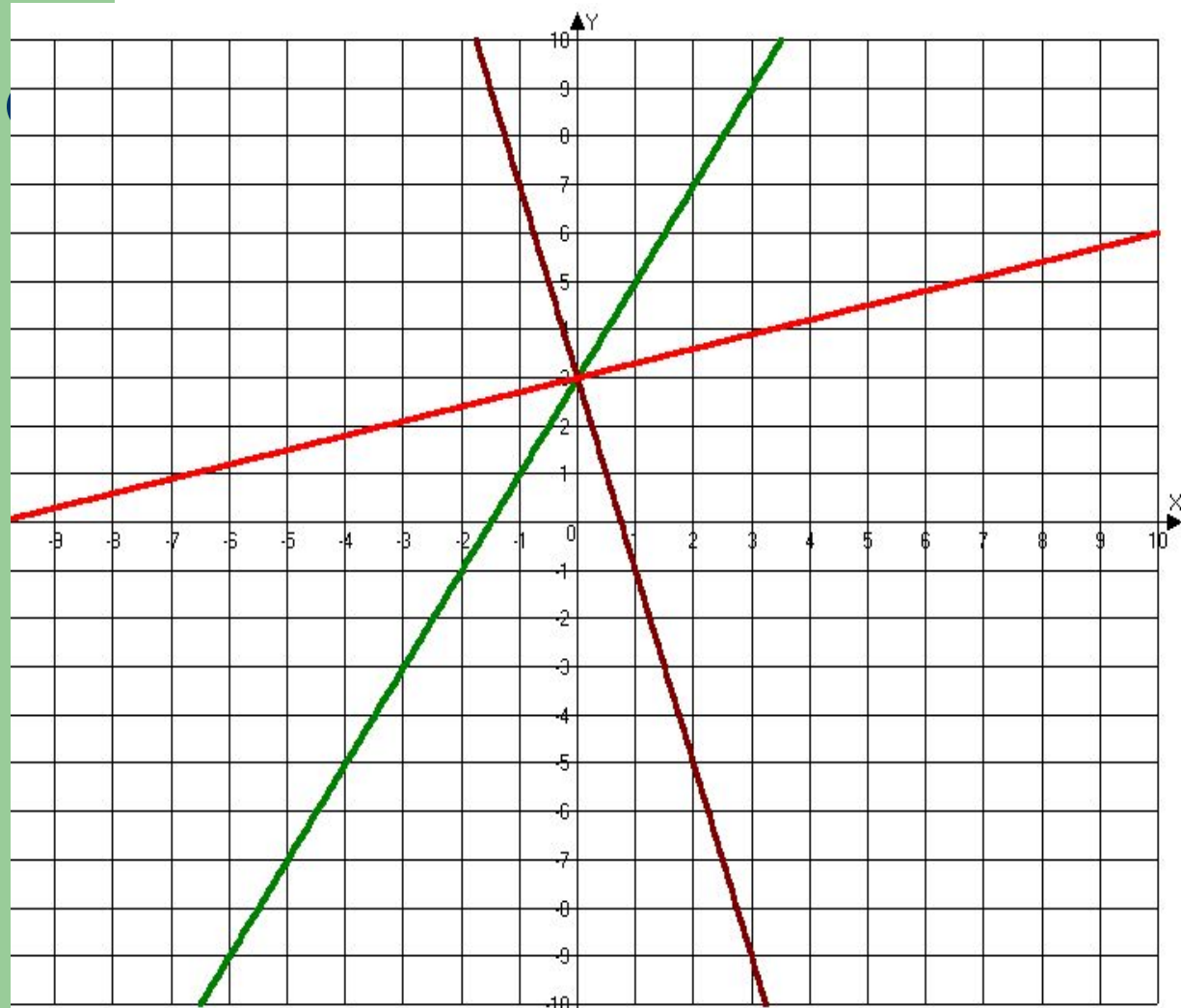


Рассмотрим, какова роль свободного члена b в формуле прямой $y = kx + b$
построим графики в одной системе координат

а) $y = 0,3x + 3$;

б) $y = 2x + 3$;

в) $y = -4x + 3$



Все эти графики
пересекают ось
ординат в точке
(0 ; 3)

Мы все ближе к осознанию
преобразования графика функции
 $y = f(x)$ в график функции
 $y = k f(x + m) + n$

- Рассмотрим поэтапно преобразования:

- а) $f(x)$ и $f(x) + n$

- б) $f(x)$ и $f(x + m)$

- в) $f(x)$ и $k f(x)$

- г) $f(x)$ и $k f(x + m) + n$

Первое преобразование
 $y = f(x)$ в $y = f(x) + n$

Построим в одной системе координат графики следующих функций

а) $y = x^2$;

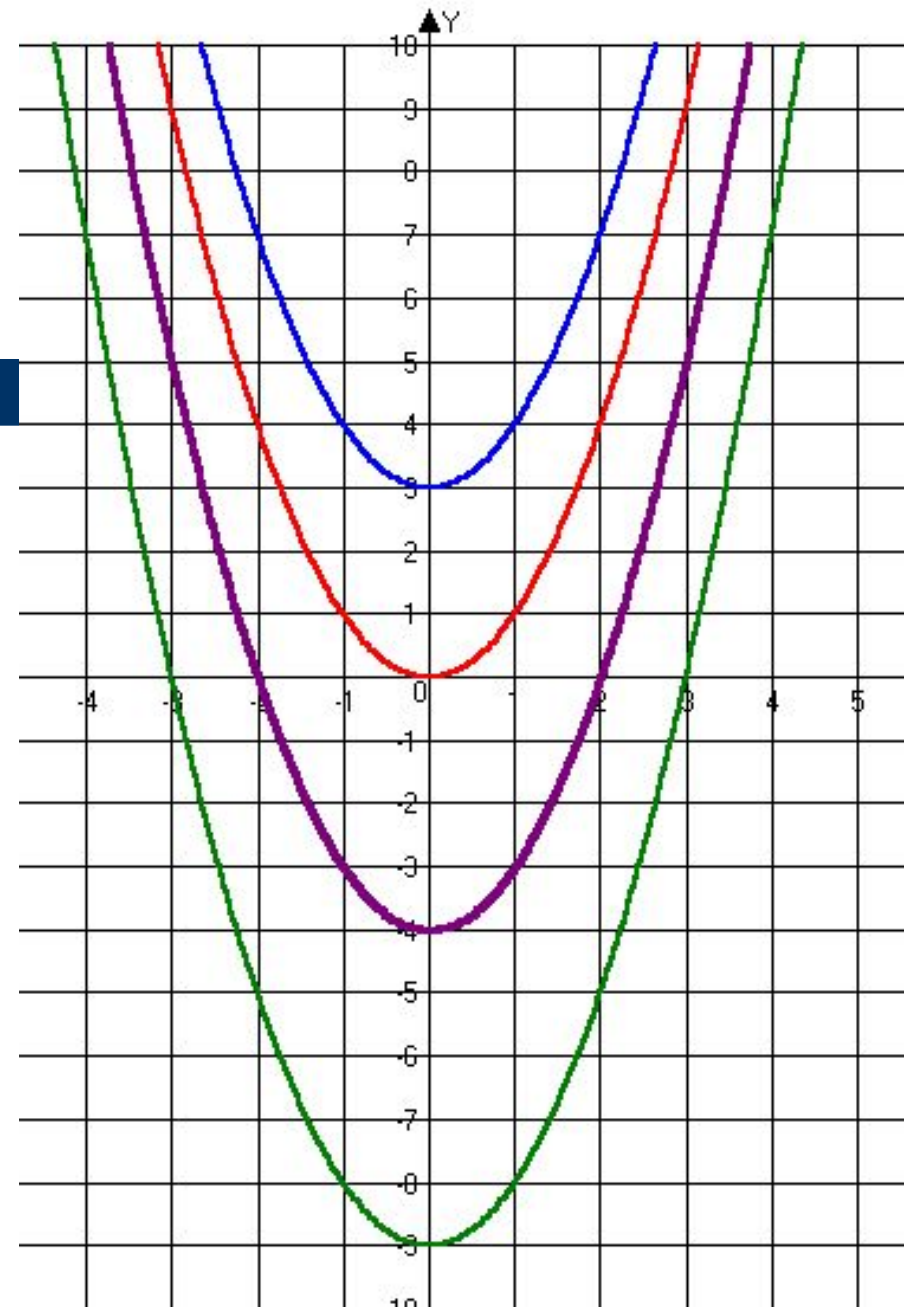
б) $y = x^2 + 3$;

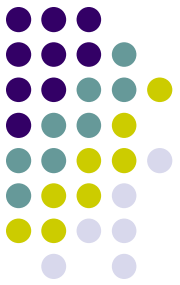
в) $y = x^2 - 4$;

г) $y = x^2 - 9$

Вывод: если $n > 0$, то парабола $y = x^2$ сдвигается параллельным переносом **вверх на n единиц**,
если $n < 0$, то парабола $y = x^2$ сдвигается **вниз на n единиц**.

б)





Рассмотрим преобразование, которое мы не могли наблюдать с графиками прямых. Общий вид преобразования $y = f(x)$ и $y = f(x + t)$. Теперь число прибавляется не к функции, как в предыдущем примере, а к аргументу.

- Что же мы ожидаем увидеть?
- Что если $t > 0$, то парабола $y = x^2$ сдвигается параллельным переносом вдоль оси абсцисс **влево** на t единиц, если $t < 0$ то парабола $y = x^2$ сдвигается параллельным переносом вдоль оси абсцисс **вправо** на t единиц.
- То есть если t положительное число, то **сдвиг происходит** вдоль оси абсцисс, но **в отрицательном направлении** и, наоборот, если t отрицательное число, то **сдвиг** происходит вдоль оси абсцисс, но в положительном направлении

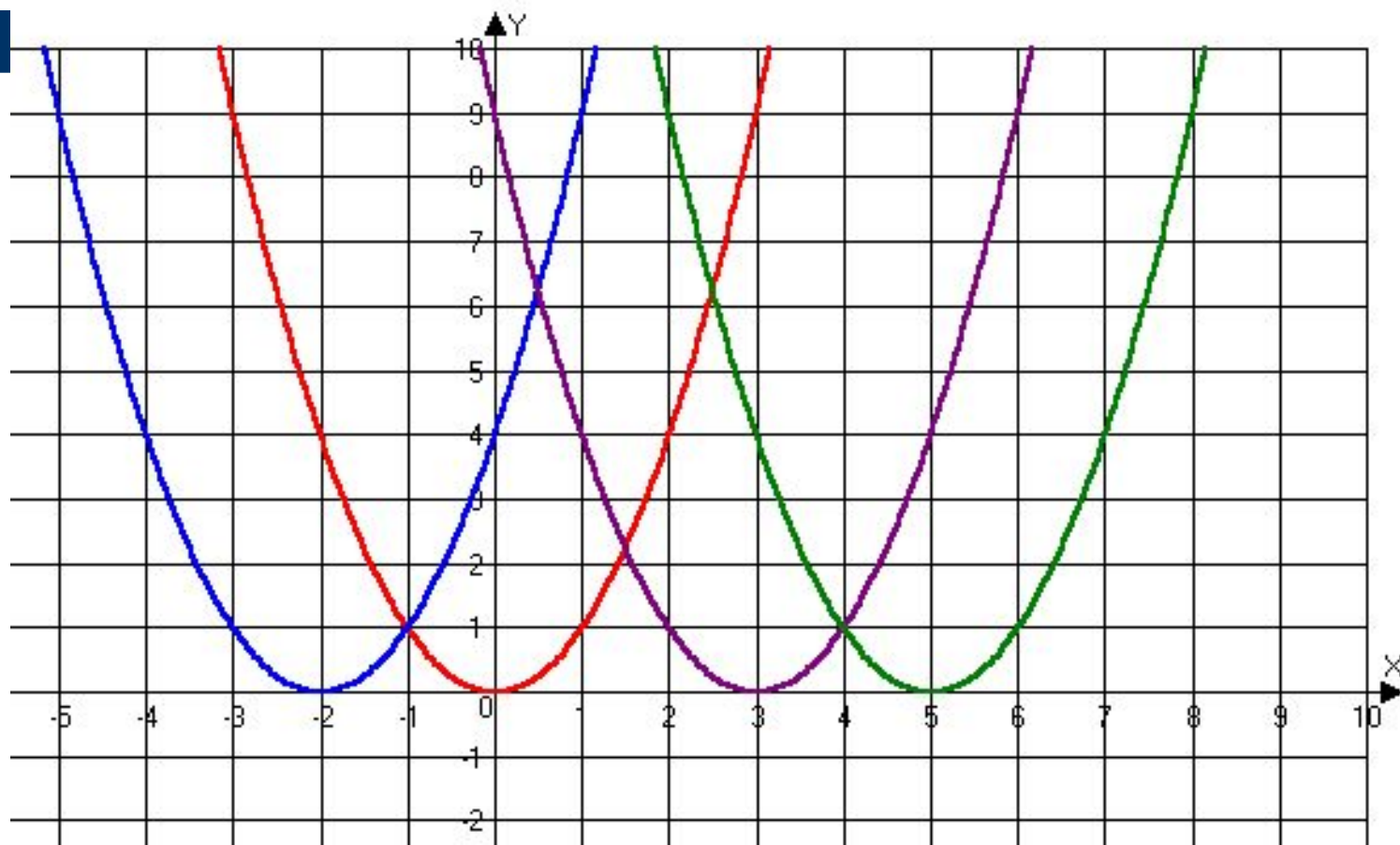
Для того, чтобы увидеть параллельный перенос – сдвиг вдоль оси абсцисс нам достаточно построить в одной системе координат графики следующих функций

1. $y = x^2$;

3. $y = (x - 3)^2$;

2. $y = (x + 2)^2$;

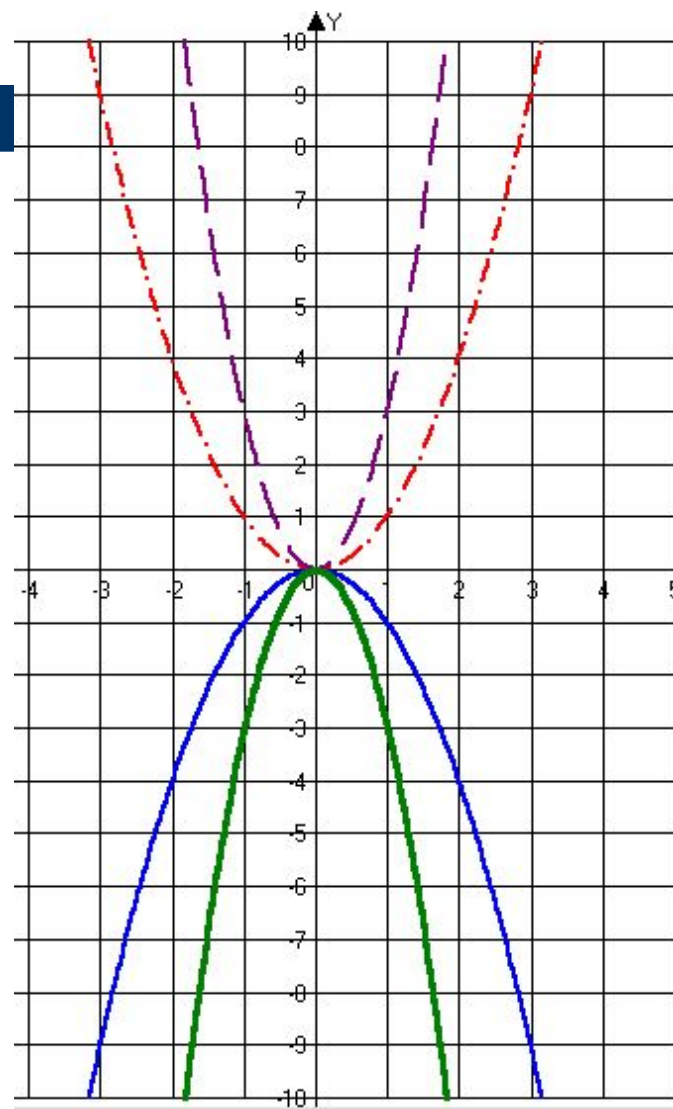
4. $y = (x - 5)^2$



Теперь рассмотрим преобразование
$$y = f(x) \text{ и } y = k f(x).$$

- *Оценим роль коэффициента k . Оценивать будем по двум моментам.*
- *а) k - положительный или отрицательный коэффициент.*
- *б) k - больше или меньше единицы.*

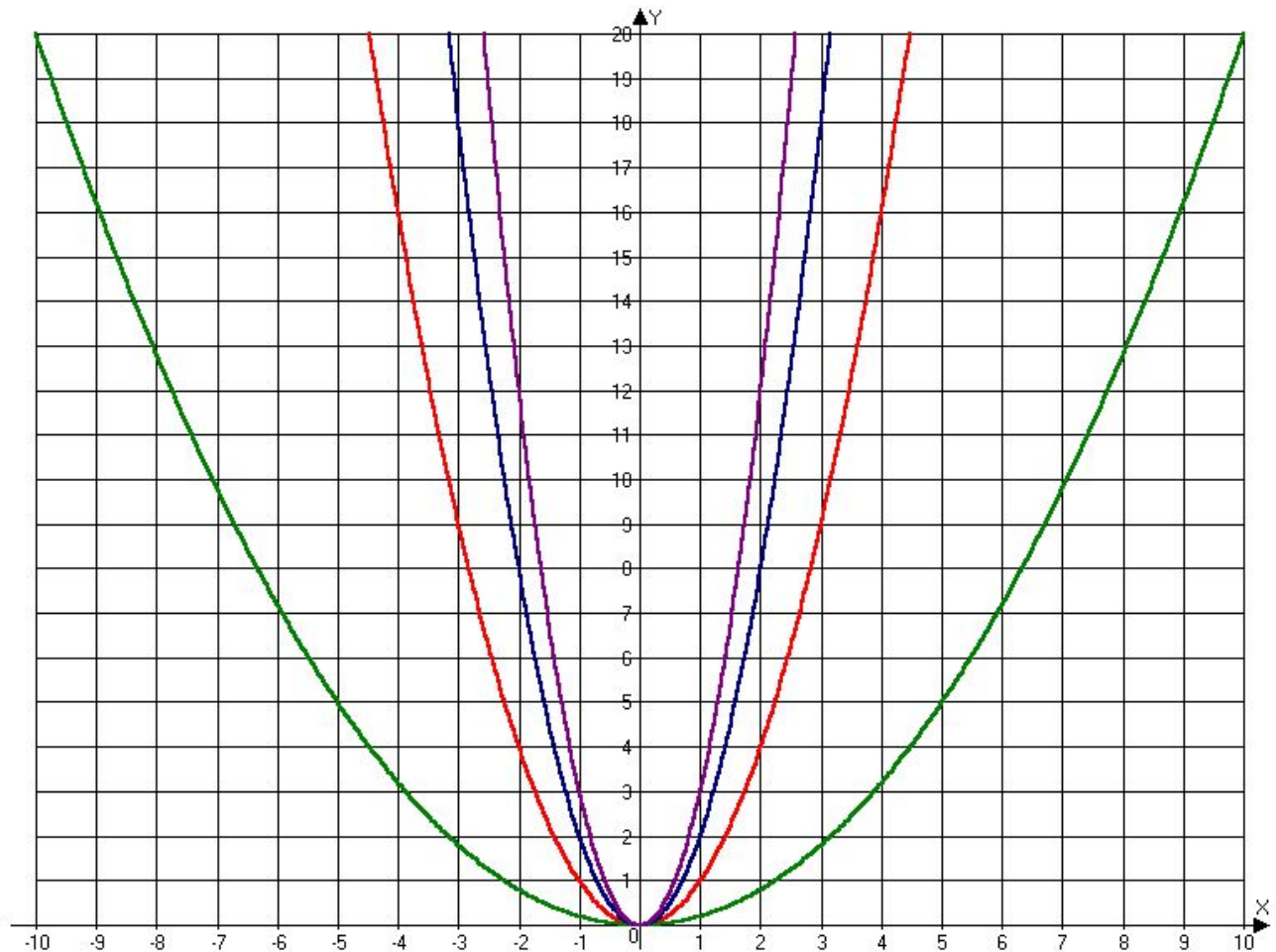
Рассмотрим преобразование, когда $y = f(x)$ переходит в $y = k f(x)$,
где k - отрицательный коэффициент. Наблюдаем
симметричное отображение относительно оси абсцисс
графика $y = x^2$ в график $y = -x^2$, а $y = 3x^2$ в график $y = -3x^2$



Рассмотрим преобразование, когда $y = f(x)$ переходит в $y = k f(x)$,

где **k - положительный коэффициент**. Наблюдаем, что, график функции $y = k x^2$ получается из графика $y = x^2$ с помощью сжатия его в k раз к оси ординат (Oy), если $k > 1$, или с помощью растяжения в k раз к оси ординат (Oy), если $0 < k < 1$. Строим графики :

$$y = x^2 ; \quad y = 2 x^2 ; \quad y = 3 x^2 ; \quad y = 0,2 x^2$$

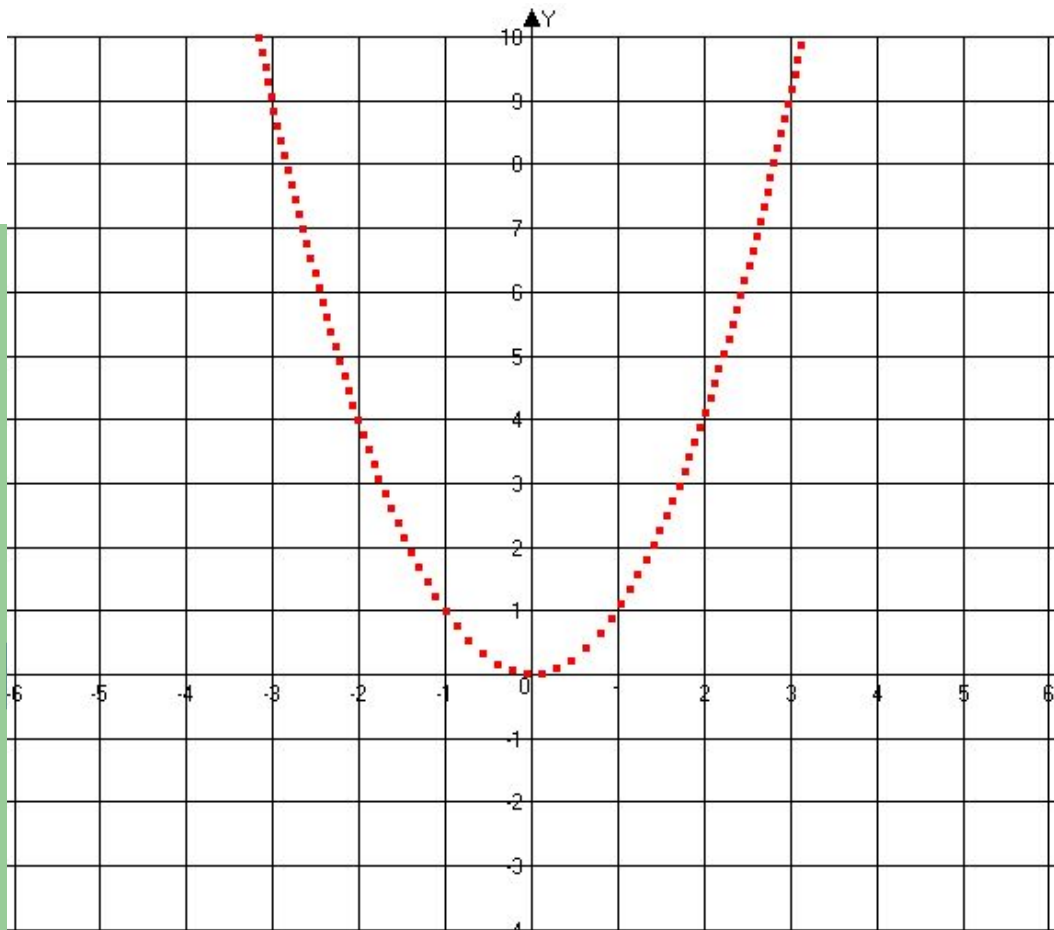


Для обобщения преобразование

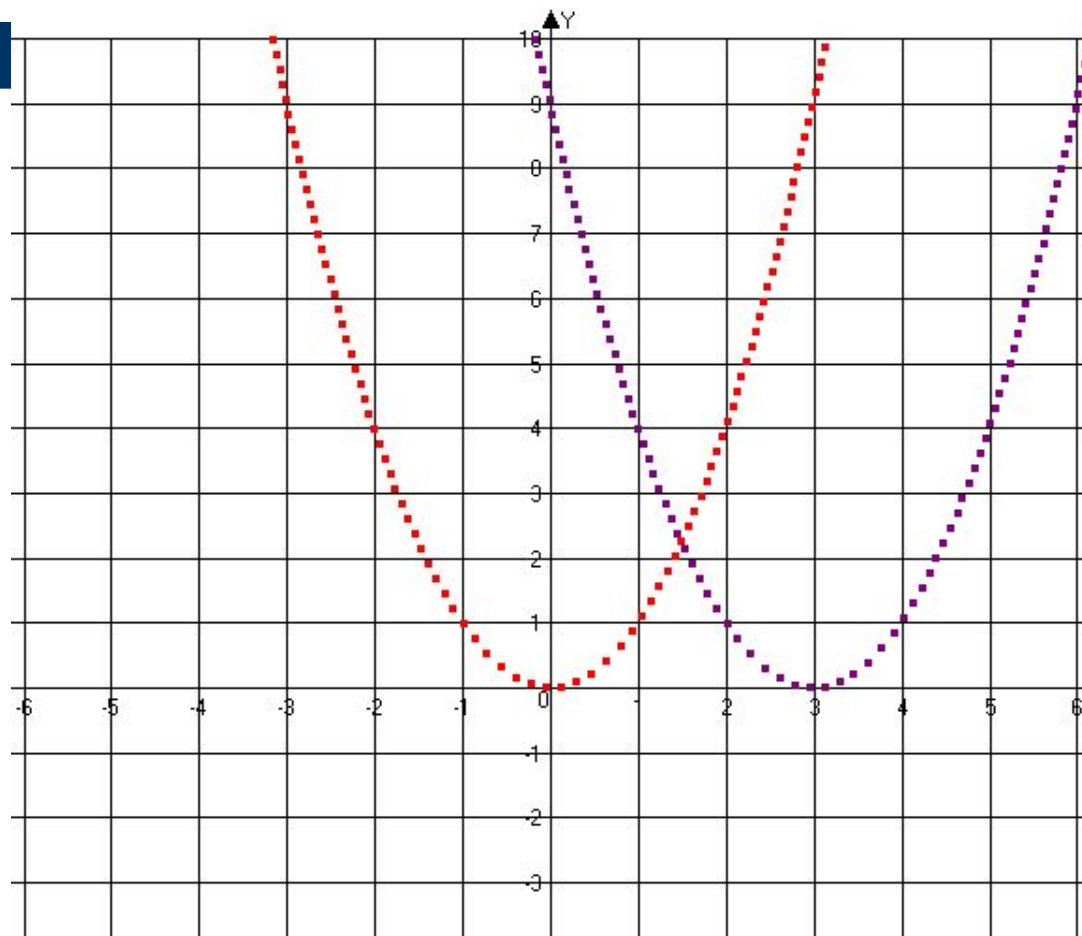
$$y = f(x) \quad \text{в} \quad y = k f(x + m) + n$$

рассмотрим для наглядности построение простого графика функции
 $y = (x - 3)^2 - 1$

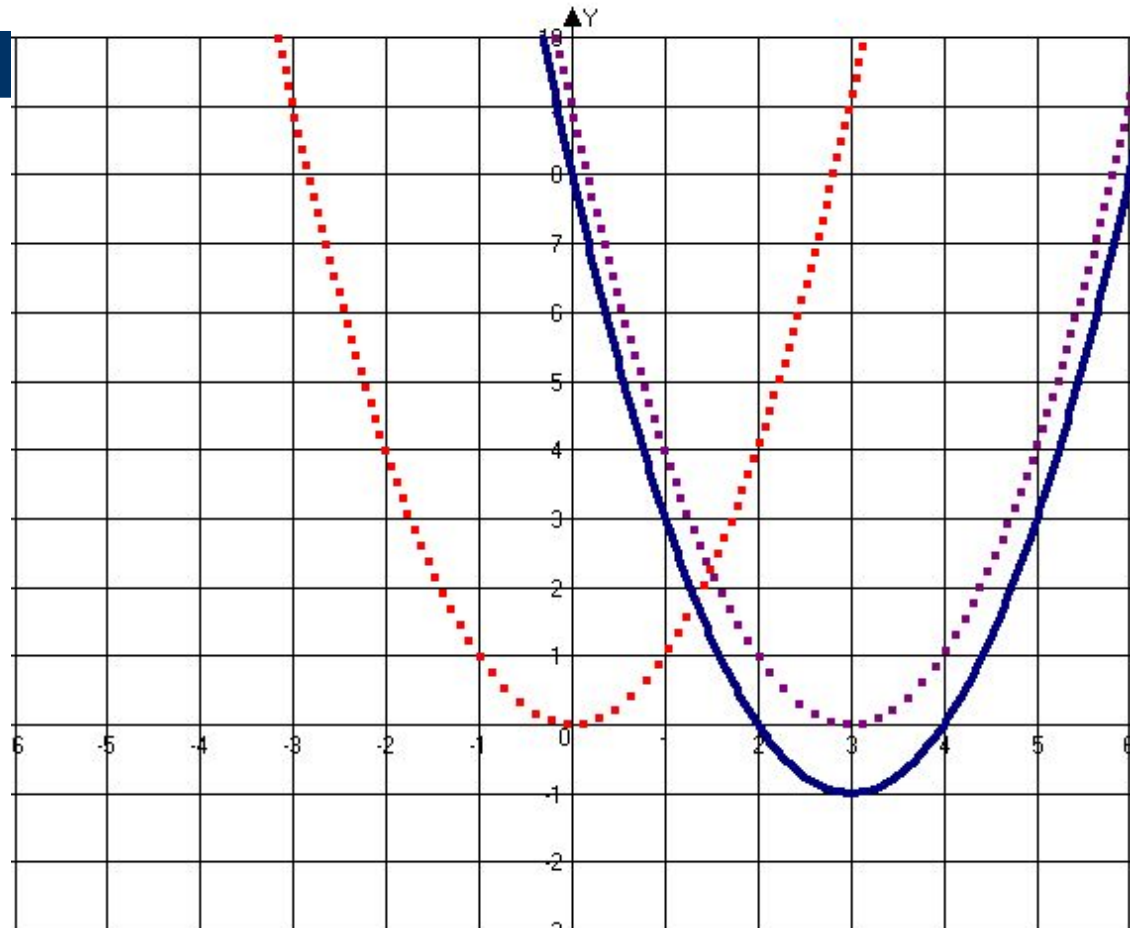
1) Строим базовый график $y = x^2$



По формуле $y = k f(x + m) + n$ имеем $m = -3$.
2) График $y = x^2$ сдвигается *вправо* ($m < 0$) на три единицы ,
получили график $y = (x - 3)^2$



По формуле $y = k f(x + m) + n$ имеем $n = -1$.
3) График $y = (x-3)^2$ сдвигается параллельным переносом *вниз* ($n < 0$) на одну единицу, получим график $y = (x-3)^2 - 1$



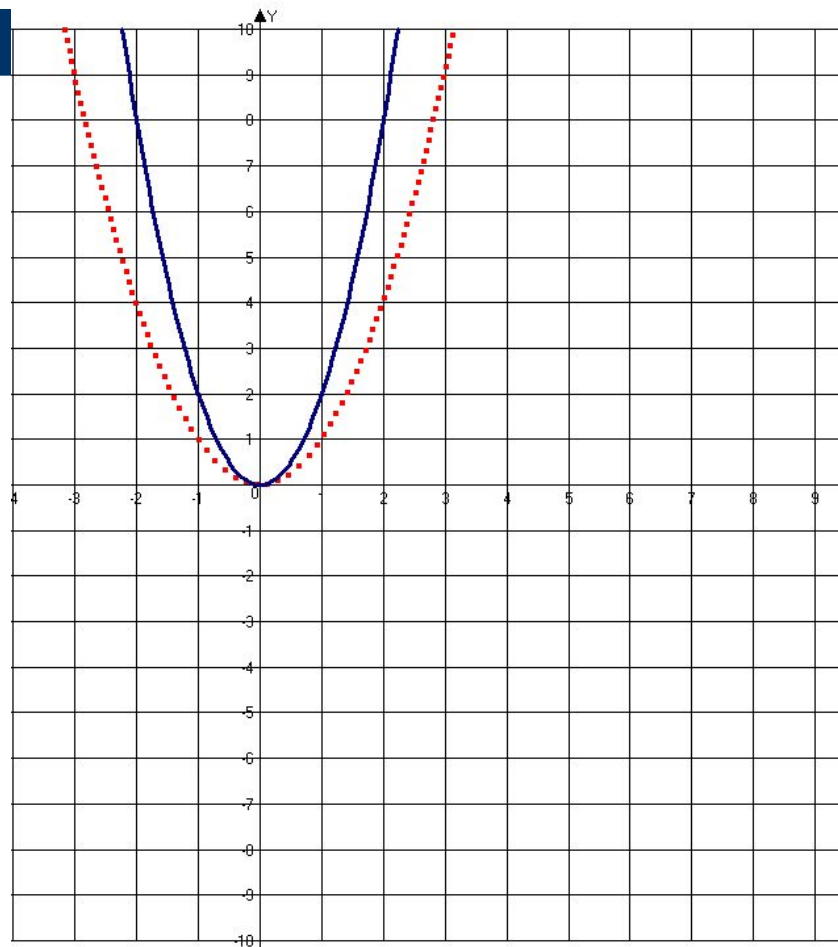
Подведем итоговое преобразование, комплексно объединяющее все предыдущие преобразования

$$y = f(x) \quad \text{в} \quad y = k f(x + m) + n.$$

Из выше сказанного, после обобщений, следует :

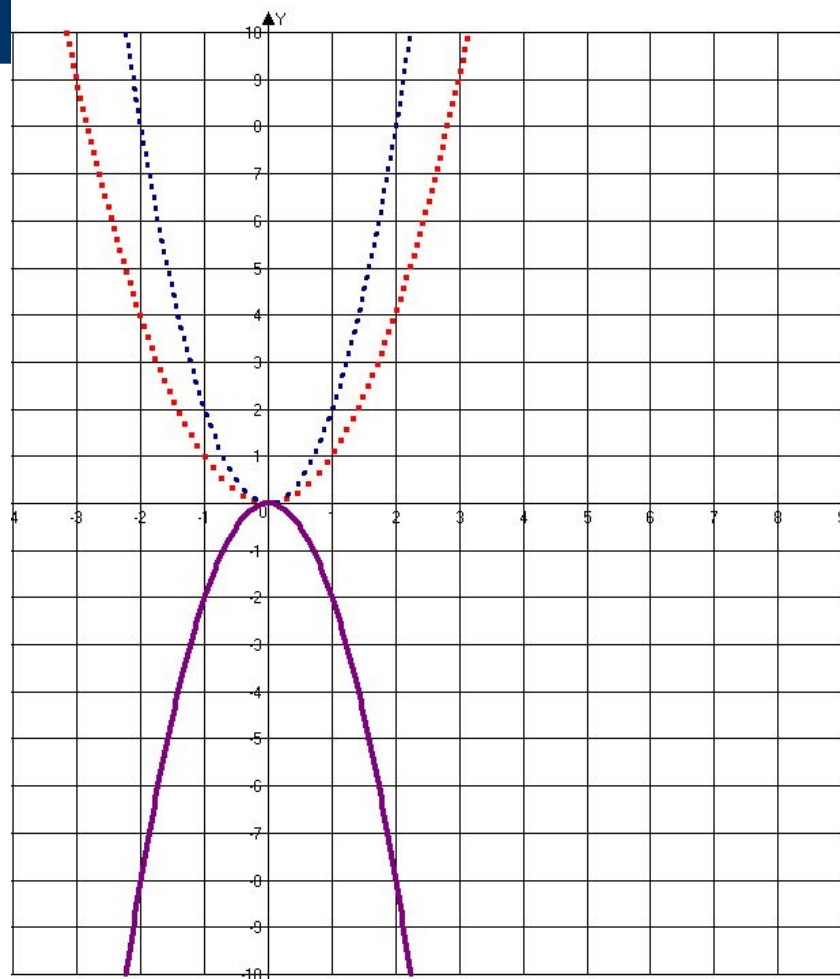
- *1) k – растягивает или сжимает график функции $f(x)$ к оси ординат (Oy)*
- *2) m – производит сдвиг графика вдоль оси абсцисс (Ox)*
- *3) n – производит сдвиг графика вдоль оси ординат (Oy)*
- *Для наглядности построим график функции $y = -2(x - 4)^2 + 5$, но разобьём построение на последовательные этапы*
- *1. $y = x^2$ (базовый график)*
- *2. $y = 2x^2$ (сжатие к оси ординат в два раза)*
- *3. $y = -2x^2$ (симметричное отображение относительно Ox)*
- *4. $y = -2(x - 4)^2$ (сдвиг влево на 4 единицы)*
- *5. $y = -2(x - 4)^2 + 5$ (сдвиг вверх на 5 единиц)*

Этапы построения графика функции $y = -2(x - 4)^2 + 5$,
базовый график $y = x^2$ переходит в $y = 2x^2$.
Наблюдаем сжатие к оси ординат (Oy) в два раза



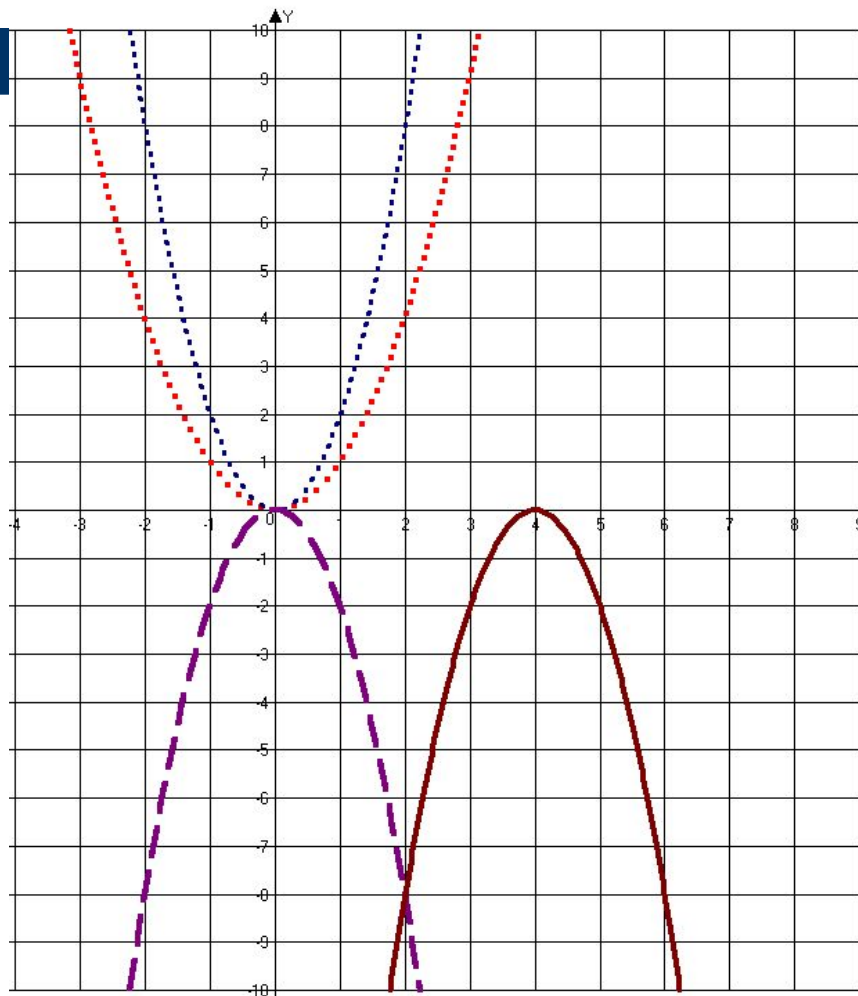
Этапы построения графика функции $y = -2(x - 4)^2 + 5$,
график $y = 2x^2$ переходит в $y = -2x^2$.

Наблюдаем симметричное отображение относительно Ox .

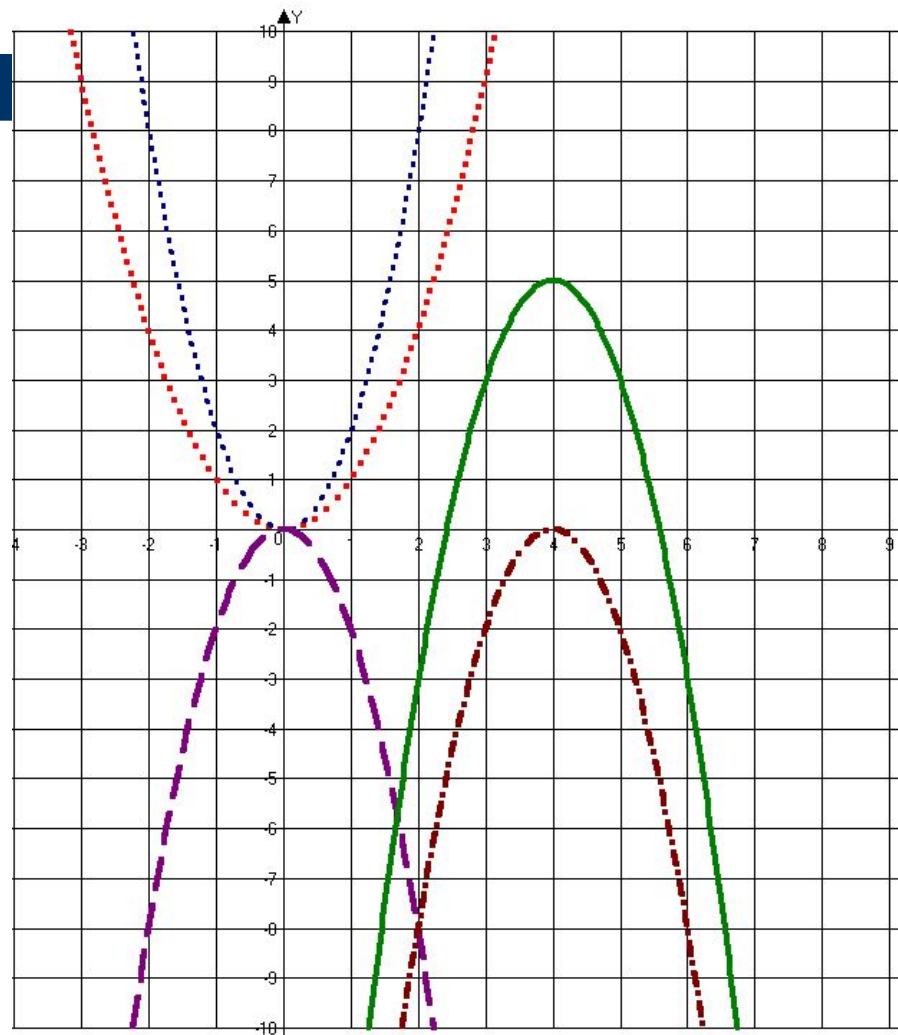


Этапы построения графика функции $y = -2(x - 4)^2 + 5$,
график $y = -2x^2$ переходит в $y = -2(x - 4)^2$.

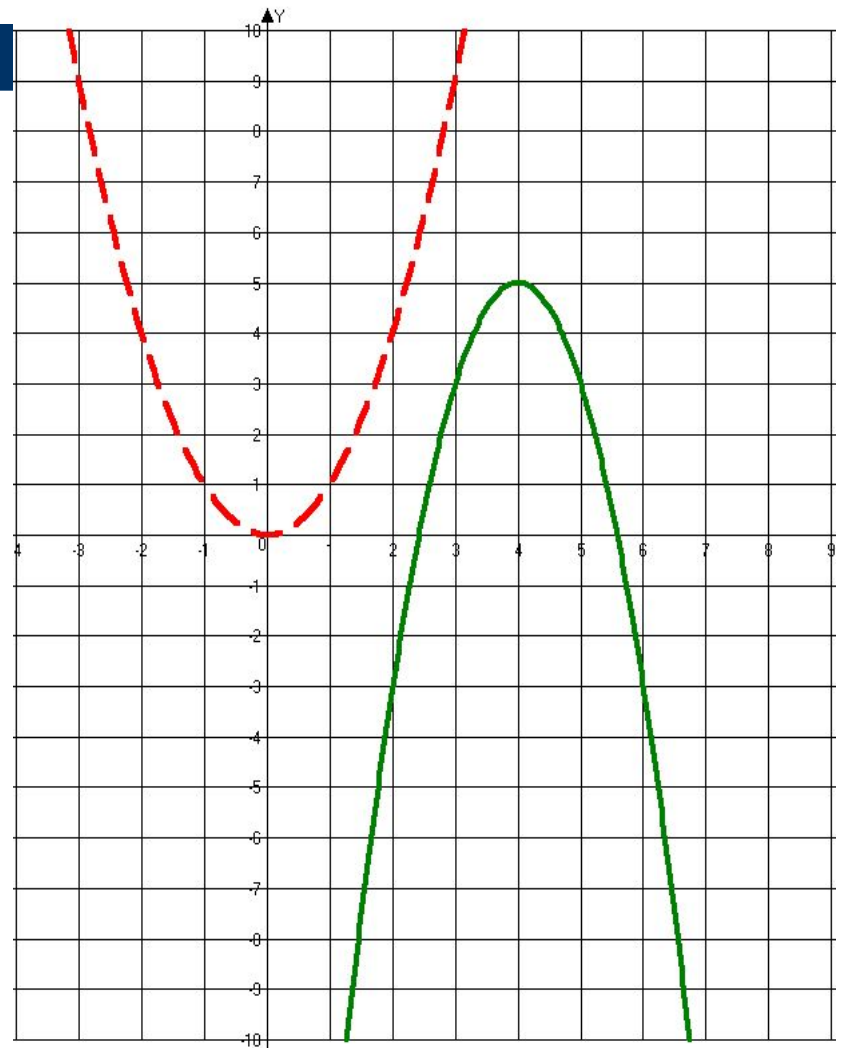
Наблюдаем сдвиг влево параллельным переносом на 4 единицы.



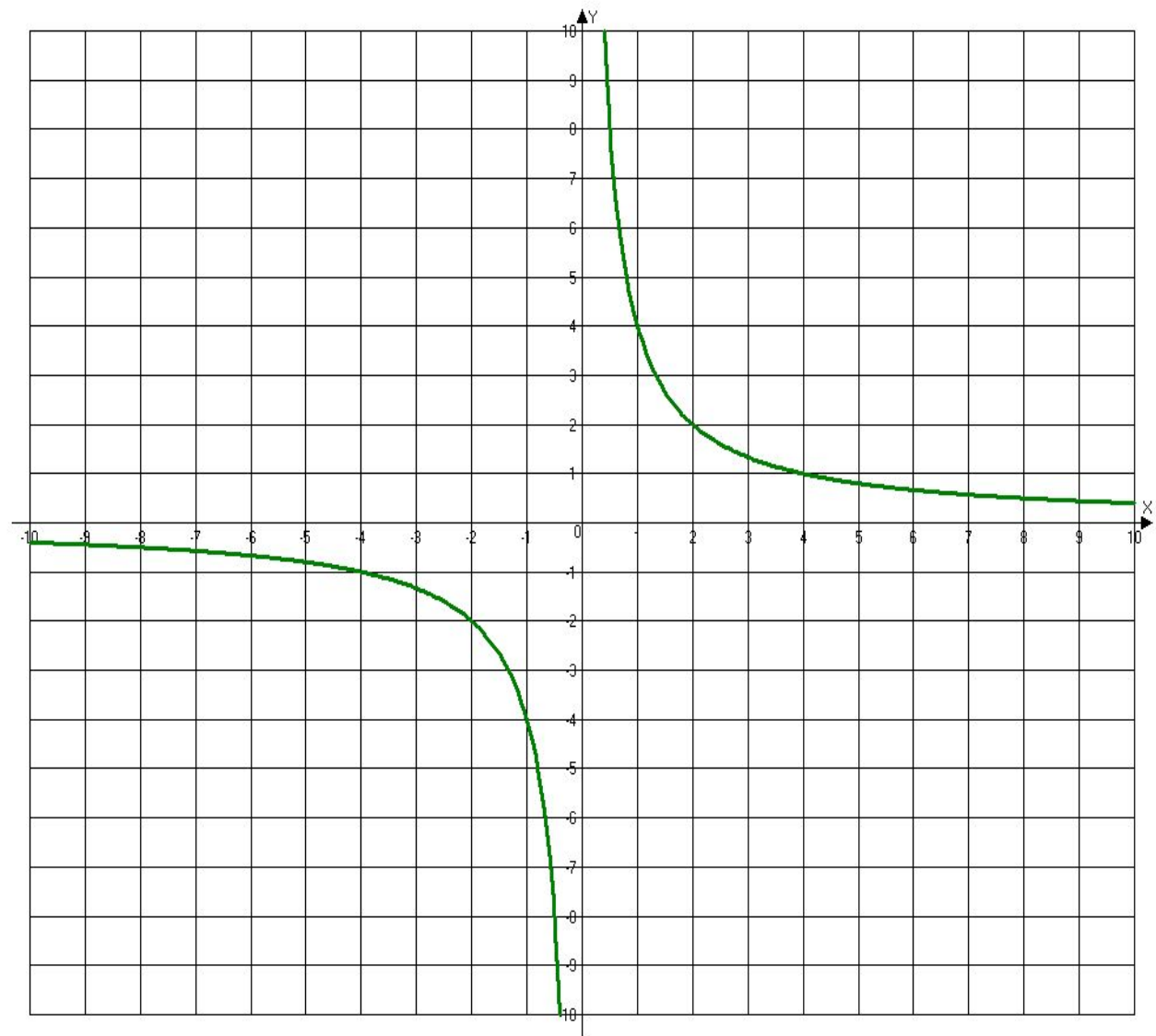
**Этапы построения графика функции $y = -2(x - 4)^2 + 5$,
график $y = -2(x - 4)^2$ переходит в $y = -2(x - 4)^2 + 5$.
Наблюдаем сдвиг вверх параллельным переносом на 5 единиц.**



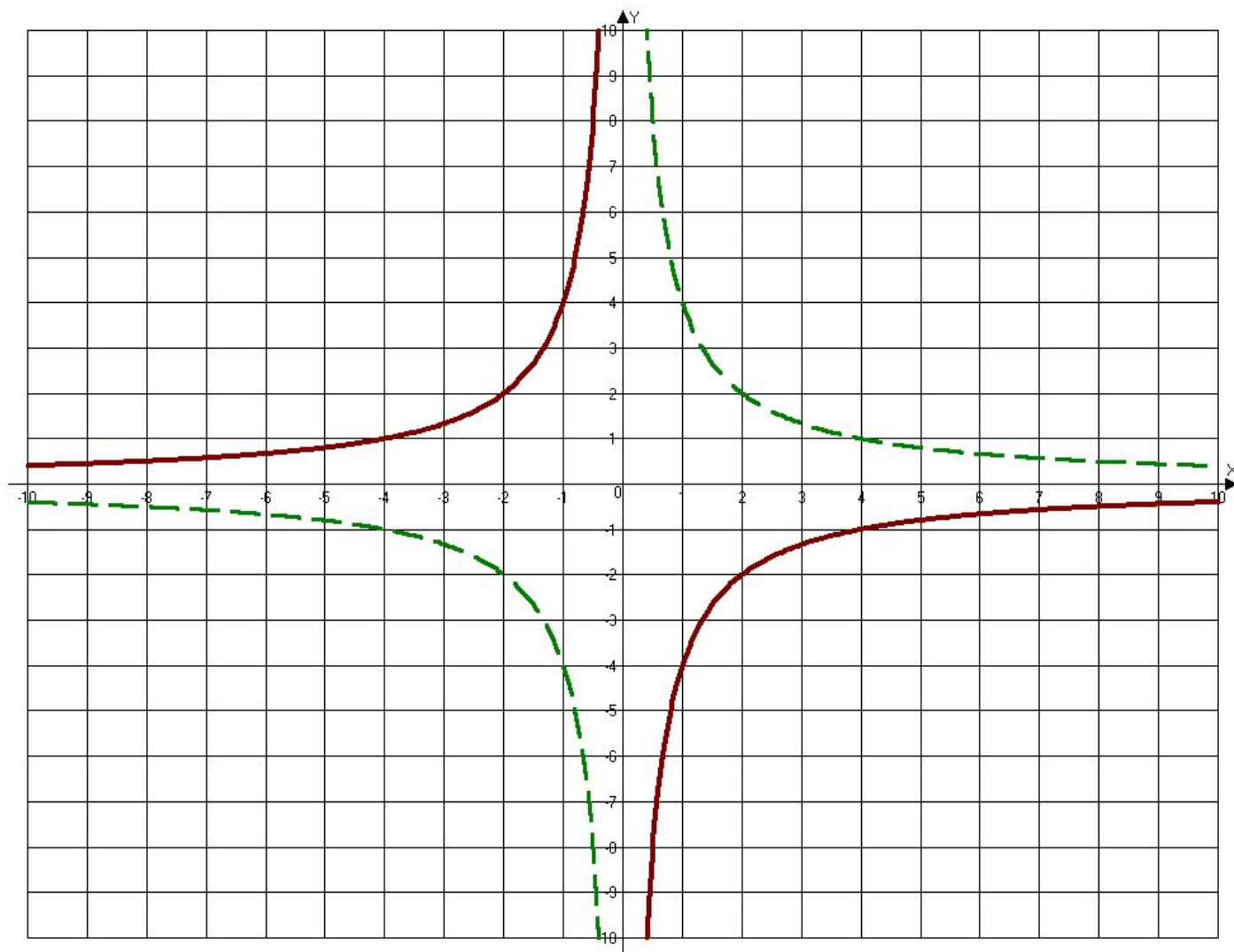
Таким образом по преобразованию $y = f(x)$ в $y = k f(x + m) + n$ график $y = x^2$ в несколько этапов переходит в график $y = -2(x - 4)^2 + 5$.



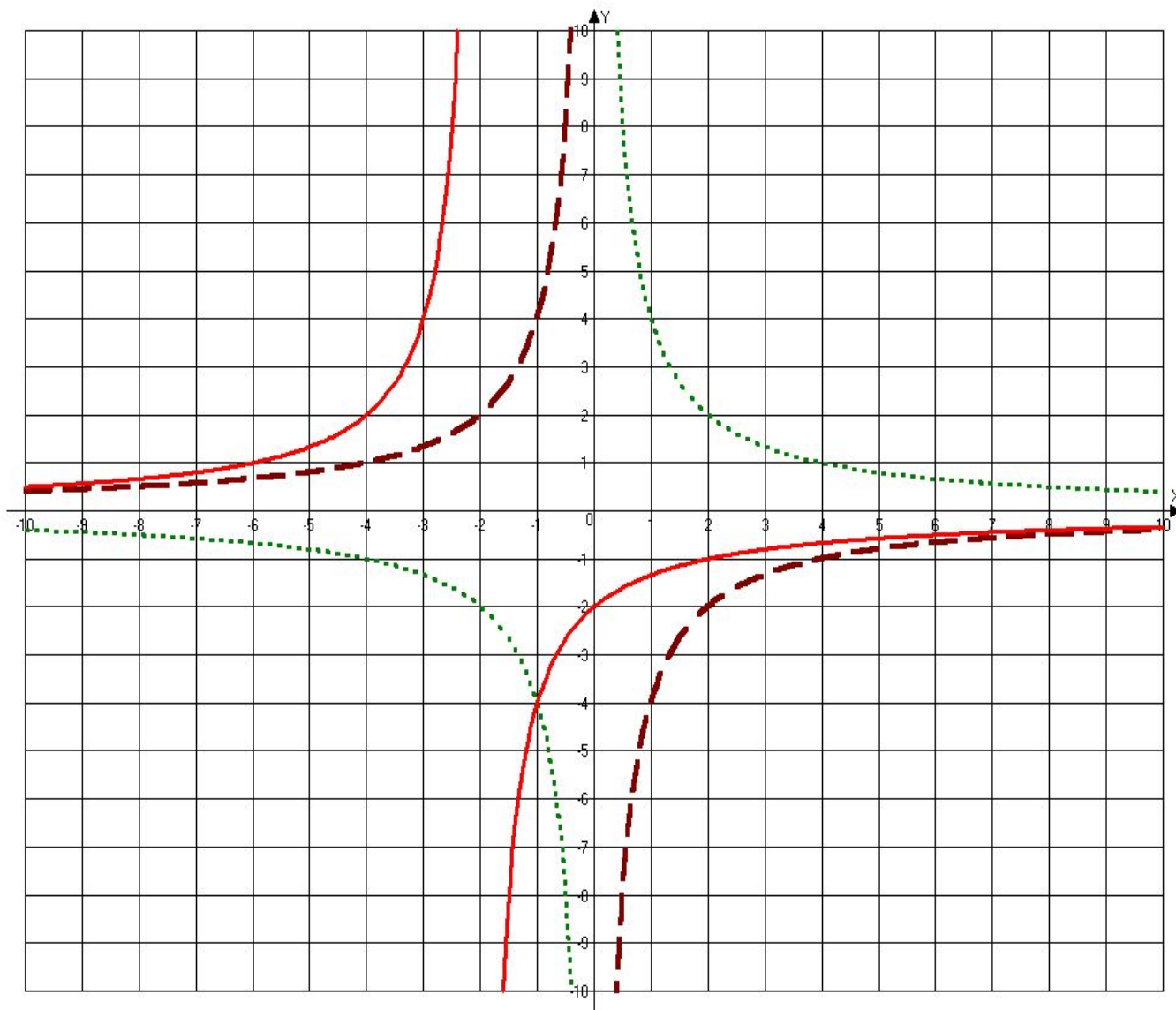
Рассмотрим построение графика $y = -\frac{4}{(x+2)} - 3$ поэтапно, но без пояснений



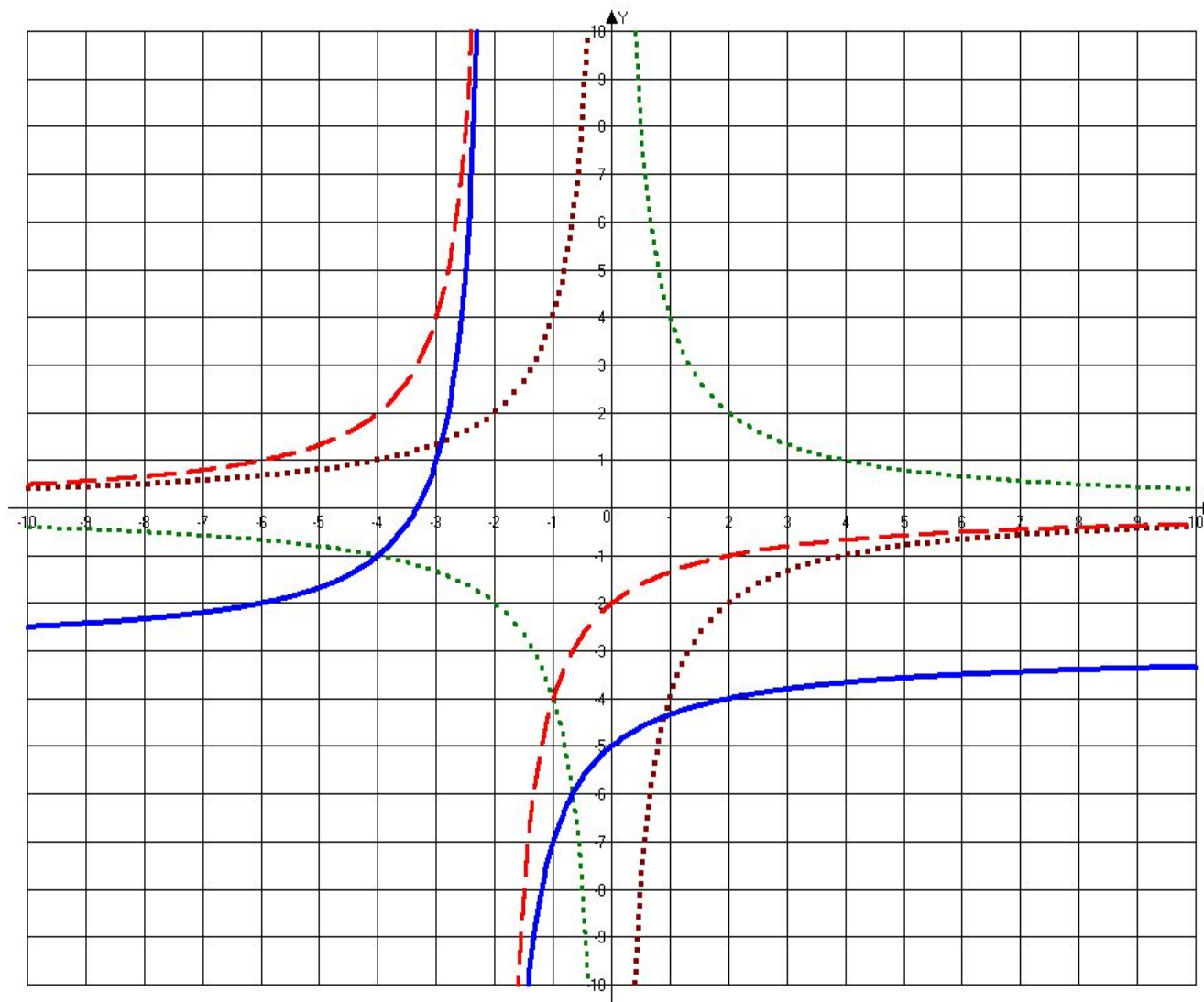
Второй шаг, результат первого шага пунктиром. Какое действие?



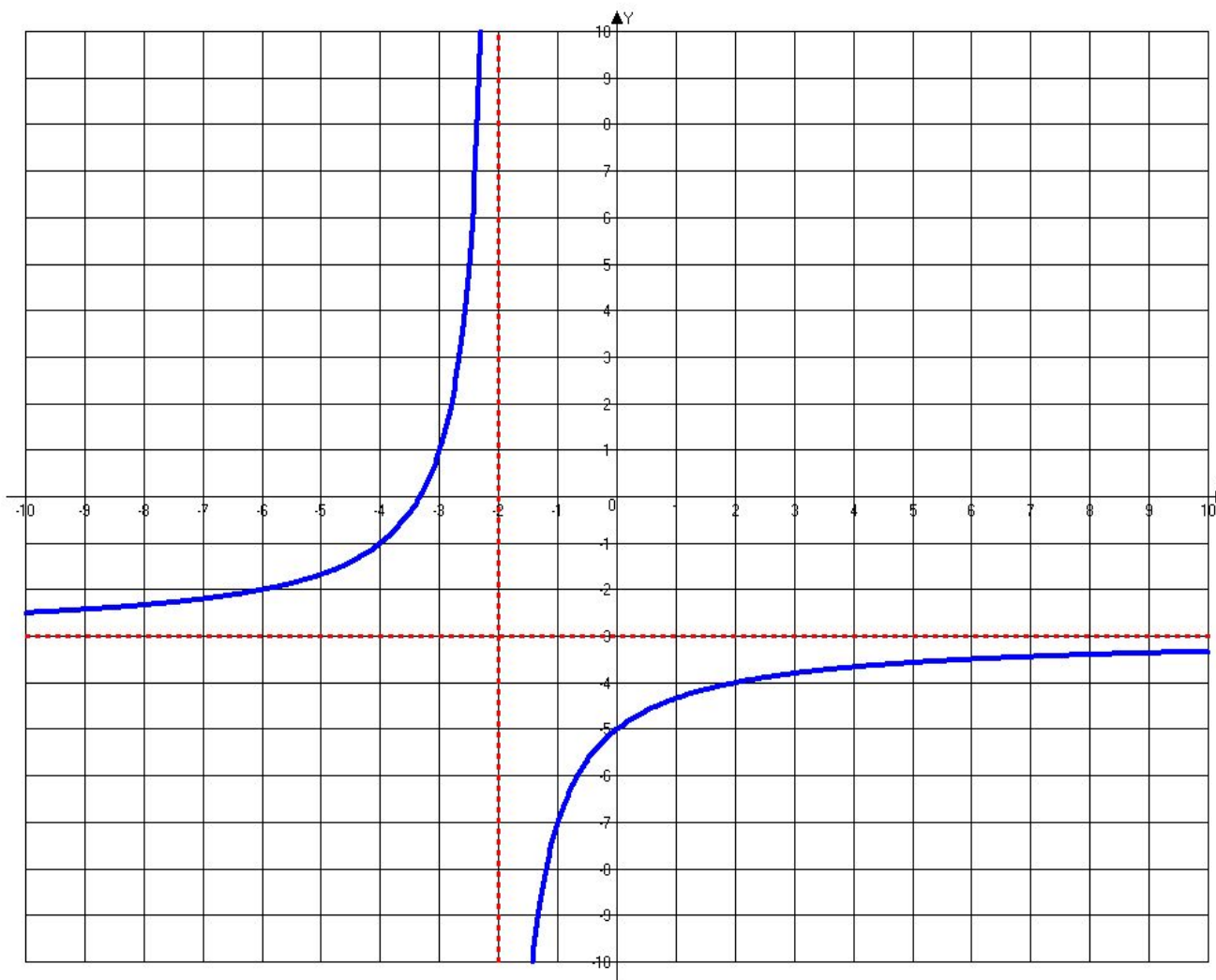
Третий шаг, результат первых шагов пунктиром. Какое действие?



Четвёртый, окончательный шаг. Какое действие?



Это окончательный график $y = -\frac{4}{(x+2)} - 3$. это график никогда не пересечёт
горизонтальную линию $y = -3$ и вертикальную линию $x = -2$ (их называют асимптотами)
Вспомним, область определения функции $D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; \infty)$
область изменения функции $E(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; \infty)$



В преобразовании $y = f(x)$ в $y = kf(x + m) + n$ не учитывается коэффициент, который может стоять перед аргументом X . В 10 классе это будет учитываться.

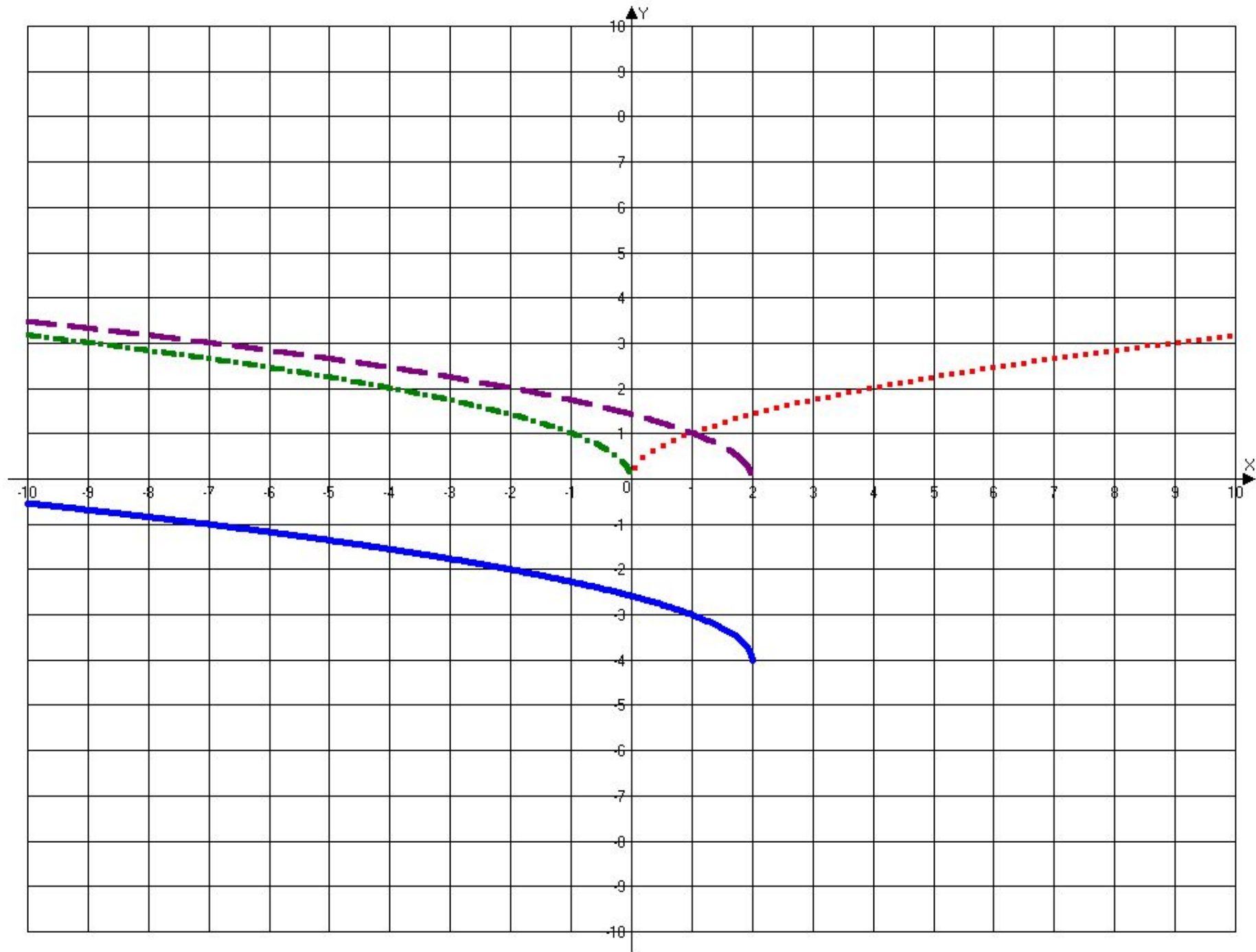
- А пока рассмотрим построение графика $y = \sqrt{-x-2} - 4$
- Область определения $D(y) = [0; \infty)$ базовой функции $y = \sqrt{x}$
- Минус перед аргументом делает область определения противоположной.

$$D(y) = (-\infty; 0] \text{ для функции } y = \sqrt{-x}$$

То есть происходит симметричное отображение базового графика, но относительно оси Oy .

Ну а дальнейшие преобразования - параллельный сдвиг вправо и вниз Вам уже известен.

Проследите самостоятельно эти этапы, но уже в одной системе координат.



Проверьте степень
усвоения учебного
материала, ответив на
тесты. Нажмите клавишу
Esc и заполните тесты.

Сравните свои ответы с
приведёнными ниже, если результат
Вас не удовлетворил, то посмотрите
презентацию вновь, но более
внимательно

В-1 русский яз

Дана функция	Новая функция	Описание преобразования
$y = x^2$		Сдвиг-перенос на 2 ед. вверх
$y = x^2$	$y = x^2 - 4$	
$y = x^2$		симметрия относительно оси Ох
	$y = (x + 2)^2$	Перенос на 2 ед. влево
$y = x^2$		Перенос на 2 ед. вправо
$y = x^2$		Растяжение в 2 раза от оси Оу

В-2 украинский язык

Дана функція	Нова функція	Опис перетворення
$y = x^2$		Перенесення на 1 од. вниз
$y = x^2$	$y = x^2 + 6$	
$y = x^2$		симетрія відносно осі Ох
	$y = (x - 1)^2$	Перенесення на 1 од. вправо
$y = x^2$		Перенесення на 1 од. вгору
$y = x^2$		Стиск в 2 рази до осі Оу

Проверим
результаты
усвоения
материала

В-1

Дана функц я	Новая функция	Описание преобразования
$y = x^2$	$y = x^2 + 2$	Сдвиг-перенос на 2 ед. вверх
$y = x^2$	$y = x^2 - 4$	Сдвиг-перенос на 4 ед. вниз
$y = x^2$	$y = -x^2$	симметрия относительно оси Ох
$y = x^2$	$y = (x + 2)^2$	Перенос на 2 ед. влево
$y = x^2$	$y = (x - 2)^2$	Перенос на 2 ед. вправо
$y = x^2$	$y = 0,5 x^2$	Растяжение в 2 раза от оси Оу

В-2

Дана функ -ція	Нова функція	Опис перетворення
$y = x^2$	$y = x^2 - 1$	Перенесення на 1 од. вниз
$y = x^2$	$y = x^2 + 6$	Перенесення на 6 од. вгору
$y = x^2$	$y = -x^2$	симетрія відносно осі Ох
$y = x^2$	$y = (x - 1)^2$	Перенесення на 1 од. вправо
$y = x^2$	$y = x^2 + 1$	Перенесення на 1 од. вгору
$y = x^2$	$y = 2x^2$	Стиск в 2 рази до осі Оу



Удачи и терпения в изучении математики !!!

Когда будете закрывать
программу , пожалуйста,
не сохраняйте изменения.