

Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой.
Бертран Рассел.



Отношения и пропорции





отношения

«Отношение - взаимная связь разных величин, предметов, действий.»

Ожегов С.И.



Задача.

«Полина прочитала 19 страниц книги, ей осталось прочитать 25 страниц».

Ответьте на вопросы:

- 1) Во сколько раз общее количество страниц в книге больше количества прочитанных страниц?
- 2) Какую часть составляет количество оставшихся непрочитанных страниц от общего количества страниц в книге?
- 3) Во сколько раз общее количество страниц в книге больше количества оставшихся непрочитанных страниц?
- 4) Во сколько раз количество прочитанных страниц в книге меньше количества оставшихся непрочитанных страниц?

Отношение двух чисел — это их частное.

Переведи с русского языка на математический (или наоборот)

Отношение числа a
к числу b равно 9

$$a:b = 9$$

$$\frac{a}{b} = 9$$

Отношение числа 66
к числу 11 равно 6

$$66:11 = 6$$

$$\frac{66}{11} = 6$$

Отношение числа 11
к числу 66 равно

$$11:66 = \frac{1}{6}$$

$$\frac{11}{66}$$

Что показывает отношение двух чисел?

66:11

$$\frac{66}{11} = 6$$

11:66

$$\frac{11}{66} = \frac{1}{6}$$

Отношение двух чисел показывает

*во сколько раз первое
число больше второго*

*какую часть первое число
составляет от второго*

$$\frac{a}{b} \text{ и } \frac{b}{a}$$

взаимно обратные отношения

Задача. Найдите отношения величин:

• 1 кг к 200г $1000\text{г} : 200\text{г} = 5$

• 2 см к 2м $2\text{см} : 200\text{см} = 0,01$

• 6 мин к 1 ч $6\text{ мин} : 60\text{мин} = 0,1$

Сократите дробь

$$\frac{15}{24} =$$

Такая запись называется
пропорцией

$$\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$$

**а относится к b как c относится к d
тогда и только тогда, когда $ad=bc$**

Задача.

Прочитайте.

$$\frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

25 относится к 20
как 5 относится к 4

$$\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

15 относится к 40
как 3 относится к 8

Равенство отношений подчиняется «перекрестному» правилу.

Проверь!

Задача.

Найди пары равных отношений, применив «перекрестное» правило.

$$1) \frac{7}{3} = \frac{14}{6}$$

$$3) \frac{4}{9} = \frac{20}{45}$$

$$4) \frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$2) \frac{7}{50} = \frac{4}{30}$$



пропорция

«Пропорция-соразмерность.

- 1) Определённое соотношение частей между собой.
- 2) 2) В математике **равенство двух отношений.**»

Ожегов С. И.





Определение :

**Равенство двух отношений
называется пропорцией.**

$$a : b = c : d$$

**a, d — крайние члены пропорции; $b,$
 c — средние члены пропорции**

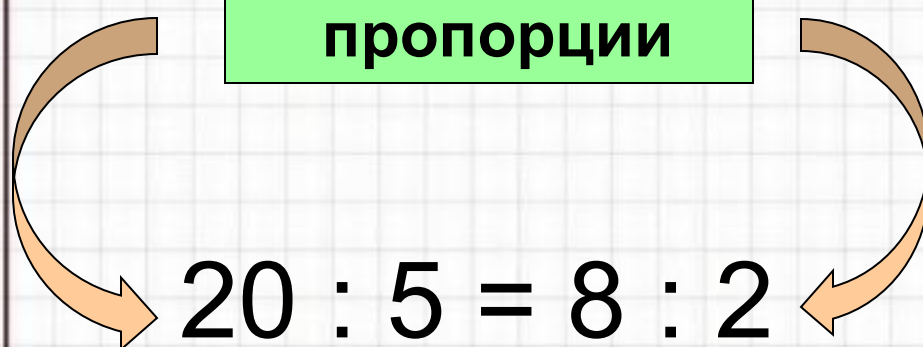
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Основное свойство пропорции:

**«В верной пропорции произведение
крайних членов равно
произведению средних членов
пропорции».**

$$a \cdot d = b \cdot c$$

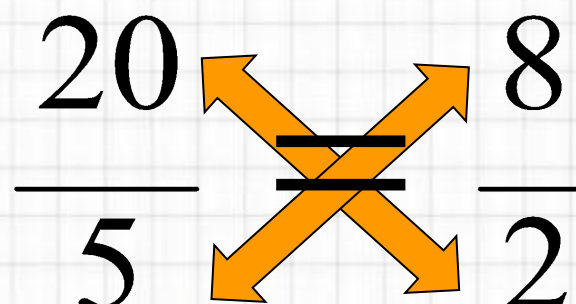
Крайние члены
пропорции



20 : 5 = 8 : 2

The diagram shows the proportion 20 : 5 = 8 : 2. Two curved orange arrows originate from the outer terms (20 and 2) and point towards each other. Two green arrows originate from the inner terms (5 and 8) and point upwards towards the middle of the proportion.

Средние
члены
пропорции



$\frac{20}{5} = \frac{8}{2}$

The diagram shows the fraction equation 20/5 = 8/2. Four orange arrows are drawn across the equation, crossing each other in an 'X' shape, indicating that the cross-multiplication shown is incorrect.

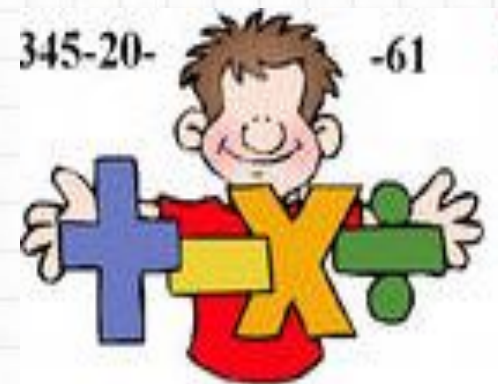
$20 \times 2 = 8 \times 5$



- а) Прочитай пропорцию:
 - 1) $18 : 6 = 24 : 8$
 - 2) $36 : 9 = 50 : 10$
 - 3) $6,3 : 0,9 = 2,8 : 0,4$
 - 4) $30 : 5 = 42 : 7$
- б) Назовите крайние и средние члены пропорции.
- в) Верно ли составлены пропорции?

Задача.

Верна ли пропорция ?



$$40 : 8 = 65 : 13$$

верно, так как
 $40 : 8 = 5$ и $65 : 13 = 5$

$$2,7 : 9 = 2 : 5$$

неверно, так как
 $2,7 : 9 = 0,3$, а $2 : 5 = 0,4$

$$a : b = c : d \Leftrightarrow ad = bc$$

– Выразим из полученного равенства a .

$$a = \frac{bc}{d}$$

– Выразим из полученного равенства d .

$$d = \frac{bc}{a}$$



Чтобы найти крайний член пропорции, надо произведение её средних членов разделить на второй крайний член.

– Выразим из полученного равенства c .

$$c = \frac{ad}{b}$$

– Выразим из полученного равенства b .



Чтобы найти средний член пропорции, надо произведение её крайних членов разделить на второй средний член.

$$b = \frac{ad}{c}$$

Найти значение X:

$$X:3=4:6$$

$$5:X=2:6$$

$$7:3=X:18$$

$$\frac{X}{2,5} = \frac{2}{10}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{X}{15}$$

$$\frac{X}{6} = \frac{1}{2}$$

Решить уравнения:

$$\frac{x}{4\frac{1}{6}} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{5}{9}};$$

$$x = \frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{6} : \frac{5}{9}$$

$$x = \frac{2 \cdot 25 \cdot 9}{5 \cdot 6 \cdot 5}$$

$$x = 3$$

Ответ. X=3

$$\frac{18}{x} = \frac{2}{3};$$

$$x = \frac{18 \cdot 3}{2}$$

$$x = \frac{9 \cdot 3}{1}$$

$$x = 27$$

Ответ. X=27

$$\frac{56}{21} = \frac{8}{x}$$

$$x = \frac{21 \cdot 8}{56}$$

$$x = 3$$

Ответ. X=3

У п р а ж н е н и я

№1. Составьте, если можно, пропорции из следующих отношений:

а) 20:4 и 60:12; б) 6,3:0,9 и 2,8:0,4; в) 0,25:5 и 0,3:6.

№2. Составьте, если можно, пропорции из четырёх данных чисел:

а) 100; 80; 4; 5; б) 5; 10; 9; 4,5; в) 45; 15; 8; 75.

№3. Найдите неизвестный член пропорции

а) $x:30=54:40$; б) $21:a=36:12$; в) $1,2:0,9=0,2:y$;

г) $\frac{3,5}{2,1} = \frac{b}{4,5}$; д) $\frac{x}{3,6} = 1,75 : 7$; е) $\frac{0,25}{1,4} = \frac{0,75}{c}$

К тесту



Задача.

Вырази отношение
в процентах:

1) 9 к 20;

$$(9:20)100\%=45\%$$

2) 0,32 к 8;

$$(0,32:8)100\%=4\%$$

3) 12 мин к 1ч.

$$(12:60)100\%=20\%$$

Вопросы для самоконтроля.

1) Отношение $m:n$ – это

частное от деления m на n .

2) Если $m > n$, то отношение $m:n$ показывает,

во сколько раз m больше n .

3) Если $m < n$, то отношение $m:n$ показывает,

какую часть m составляет от n .

4) Процентное отношение $m:n$ – это

отношение m к n , выраженное в процентах;
оно равно частному от деления, умноженному
на 100%

Вопросы для контроля .

1. Дайте определение пропорции.

Пропорция – это равенство двух отношений

2. Прочитайте основное свойство пропорции

Произведение крайних членов верной пропорции равно произведению ее средних членов, $ad=bc$

3. Даны равенства. Все ли эти равенства являются пропорциями?

а) $5,3 \cdot 2 = 10,6 : 1$

в) $18 : 6 = 3 : 10$

б) $7,2 : 2 = 3 + 0,5$

г) $6 : 3 = 10 : 5$

Пропорция: Г)

4) Дайте определение прямой и обратной пропорциональности

Две величины называют прямо пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая увеличивается (уменьшается) во столько же раз.

Две величины называют обратно пропорциональными, если при увеличении (уменьшении) одной из них в несколько раз другая уменьшается (увеличивается) во столько же раз

Указать вид пропорциональной зависимости:

Съеденное варенье из банки (г)	100	200	300	400
Оставшееся варенье в банке (г)				300

s	v	t
?	50 км/ч	2 ч
?	50 км/ч	3 ч

Какова зависимость пути от времени?

s	v	t
100 км	?	2 ч
200 км	?	2 ч

Какова зависимость пути от скорости?

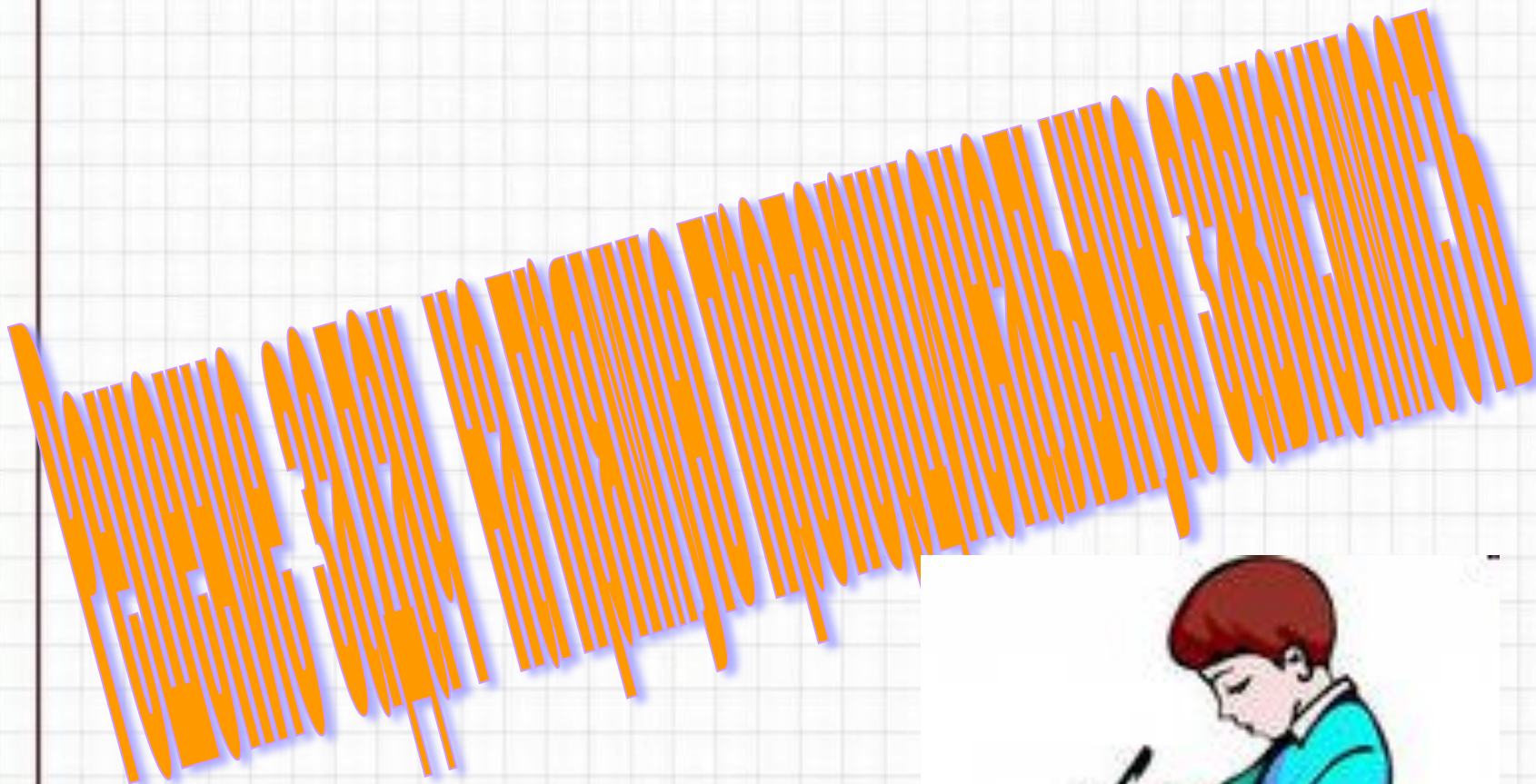


Сближение теории с практикой
дает самые благотворные
результаты, и не одна только
практика от этого выигрывает,
сами науки развиваются под
влиянием ее.

(Л.Л. Чебышев)

Решение задач с помощью пропорции







Задача. При выпечке хлеба из килограмма ржаной муки пекарь получает 1,4 кг хлеба. Сколько килограммов муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба?

Решение. Пусть x кг муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 1 \text{ кг} - 1,4 \text{ кг} & \downarrow \\ & X \text{ кг} - 2100 \text{ кг} & \downarrow \end{array}$$

$$1 : x = 1,4 : 2100$$

$$x = 2100 \cdot 1 : 1,4$$

$$X = 1500$$

1500 кг = 15 ц муки расходуется на выпечку 21 ц хлеба

.

Ответ: 15 ц.



Задача. В сахарной свекле содержится 18,5 % сахара. Сколько сахара содержится в 50 т сахарной свеклы?

Решение. Пусть x т сахара содержится в 50 т сахарной свеклы.

$$\begin{array}{ccc} 50 \text{ т} - 100\% & & \downarrow \\ \downarrow & & \downarrow \\ x \text{ т} - 18,5\% & & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 50 : x &= 100 : 18,5 \\ X &= 50 \cdot 18,5 : 100 \\ x &= 9,25. \end{aligned}$$

9,25т сахара содержится в 50 кг сахарной свёклы

Ответ: 9,25 т.

Задача. В 2,5 кг сиропа содержится 1,2 кг сахара. Сколько сахара содержится в 3 кг такого же сиропа?

Решение. Пусть x кг сахара содержится в 3-х кг сиропа.

Сироп	Сахар
2,5 кг	1,2 кг
3 кг	x кг

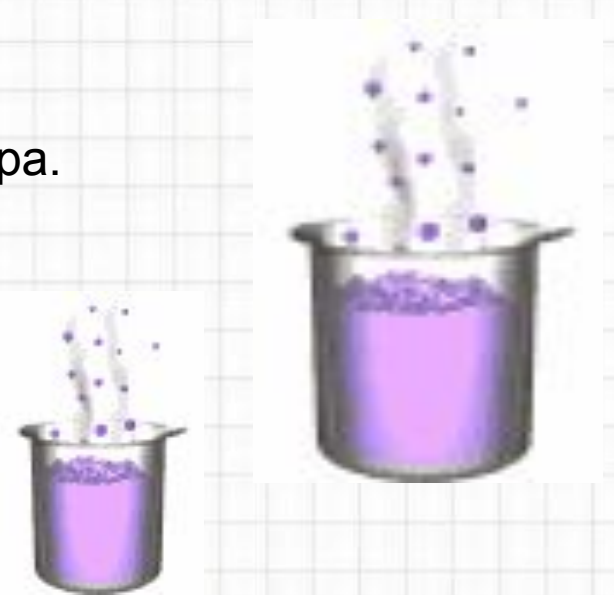
$$2,5 : 3 = 1,2 : x$$

$$x = 3 \cdot 1,2 : 2,5$$

$$x = 1,44$$

В 3 кг сиропа содержится 1,44 кг сахара.

Ответ: 1,44 кг.



Задача. Книга в переплете стоит 1200 рублей. Сколько процентов цена переплета составляет от цены книги в переплете, если книга без переплета стоит 900 рублей?

Решение. $1200 - 900 = 300$ (руб.) - стоимость переплета.

Пусть x % составляет цена переплета от цены книги.

Цена	Проценты
1200 руб. – 100 %	
300 руб. – x %	

Составим пропорцию:

$$1200 : 300 = 100 : x$$

$$x = 300 \cdot 100 : 1200$$

$$x = 25$$

Ответ. 25 % составляет цена переплета.





**Определите процент
всхожести семян гороха,
если из 200 горошин
взошло 170 штук.**

Решение

Пусть x % взошло

Горошин		%	
200	-	100%	↓
170	-	X %	

Составим пропорцию:

$$200:170=100:x$$

По основному свойству пропорции имеем

$$X = 170 \cdot 100 : 200$$

$$X = 85$$

85 % - всхожесть семян

Ответ. 85%



В школе 585 учащихся. Из них за II четверть не успевают 22 ученика. Вычислите процент успеваемости.

Решение.

Ученики

Проценты

585 чел.

-

100 %

22 чел.

-

X %

Решение:

Составим пропорцию:

$$585 : 22 = 100 : x$$

По основному свойству пропорции имеем:

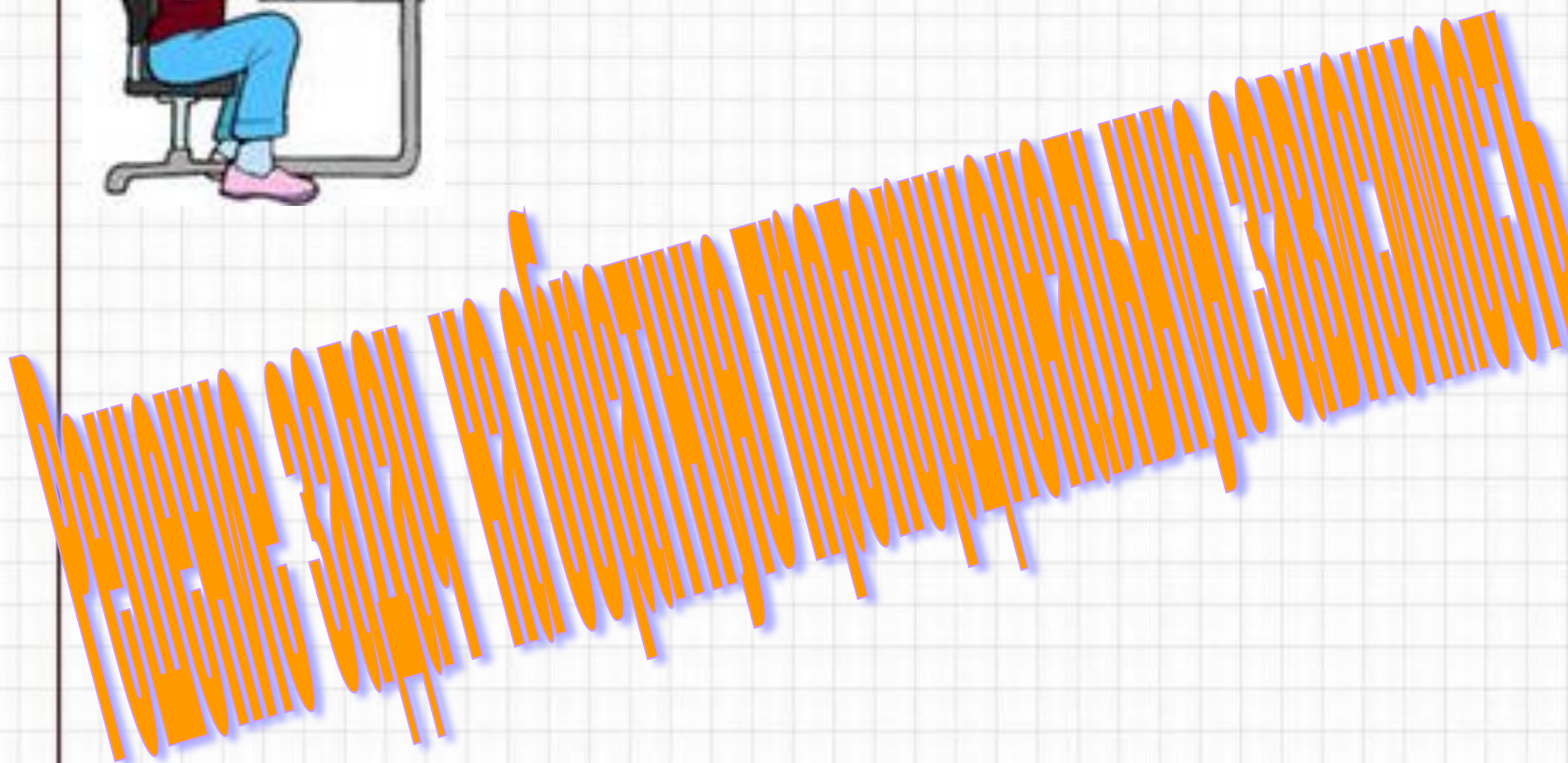
$$X = 22 \cdot 100 : 585$$

$$X = 3,76$$

3,76 = 4 (%) - всех учеников не успевают.

100 - 4 = 96 (%) – учеников успевают.

Ответ. 96 %





Задача. Для перевозки зерна автомашине грузоподъемностью 6 т надо сделать 10 рейсов. Сколько придется сделать рейсов автомашине, грузоподъемность которой на 2 т меньше, чтобы перевезти этот груз?

Решение.

1) $6 - 2 = 4$ (т) – грузоподъемность 2-й машины.

↓	6 т – 10 рейсов	↑
	4 т – x рейсов	

$$6 : 4 = x : 10$$

$$x = 6 \cdot 10 : 4$$

$$x = 15.$$

Ответ: 15 рейсов сделает 2-я машина.



Задача. Пять каменщиков могут закончить работу за 9 дней . Инженер попросил ускорить работу и для этого добавил еще 10 каменщиков. За какое время они закончат работу, считая, что все каменщики будут работать с одинаковой производительностью?

Решение. Пусть за x дней каменщики закончат работу.

↓ 5 кам. - 9 дн. ↑
15 кам - x дн. ↓

$$5 : 15 = x : 9$$

$$x = 3.$$

Ответ: 3 дня.



Задача. В школе 2 медсестры могут сделать вакцинацию за 3 дня. Сколько нужно времени, чтобы 3 медсестры выполнили ту же работу?

Решение: Пусть x дней потребуется 3 медсестрам

↓	2 медсестры	---	3 дня	↑
	3 медсестры	---	x дней	

Составим пропорцию:

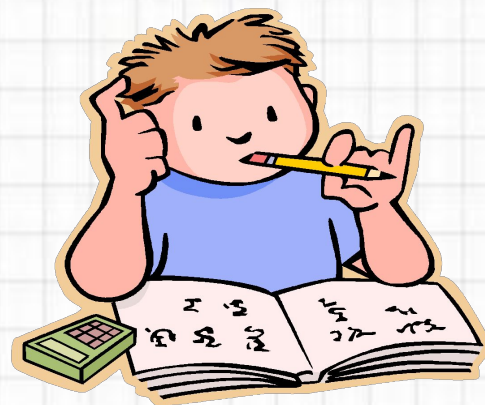
$$3 : 2 = 3 : x$$

$$x = 2 \cdot 3 : 3$$

$$x = 2$$

Ответ: за 2 дня

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ



Далее



1) Для отопления здания школы заготовлено угля на 180 дней при норме расхода 0,6т угля в день. На сколько дней хватит этого запаса, если его расходовать ежедневно по 0,5т?

ОТВЕТ: на 216 дней



2) На участке дороги бетонные плиты длиной 6м заменили новыми длиной 8м. Сколько нужно новых плит для замены 240 старых ?

ОТВЕТ: 180 плит



3) Мама положила на счет в банке 6000 рублей. Сколько денег будет у неё на счёте через год, если банк выплачивает 2,5% годовых?

**ОТВЕТ: 6150
рублей**

Далее

4) 12 рабочих выполняют работу за 2 часа. За сколько часов выполнят эту работу 6 рабочих.



ОТВЕТ: за 4 часа.

5) Самосвал с грузоподъемностью 4 т перевозит 40 т зерна за несколько рейсов. Сколько тонн зерна перевезет за столько же рейсов машина, если грузоподъемность 2 т?



ОТВЕТ: за 20 рейсов



6) два комбайна «Дон» убирают за определенное время урожай с поля площадью 32 га. С поля какой площади уборут за то же время урожай 6 комбайнов «Дон».

7) 12 см^3 стали весят 96 г. Сколько граммов весит 24 см^3 ста.

ОТВЕТ: 96



ОТВЕТ: 192 г.

Далее