

Методическая разработка Савченко Е.М.
МОУ гимназия №1, г. Полярные Зори, Мурманской обл.

Задачи по геометрии

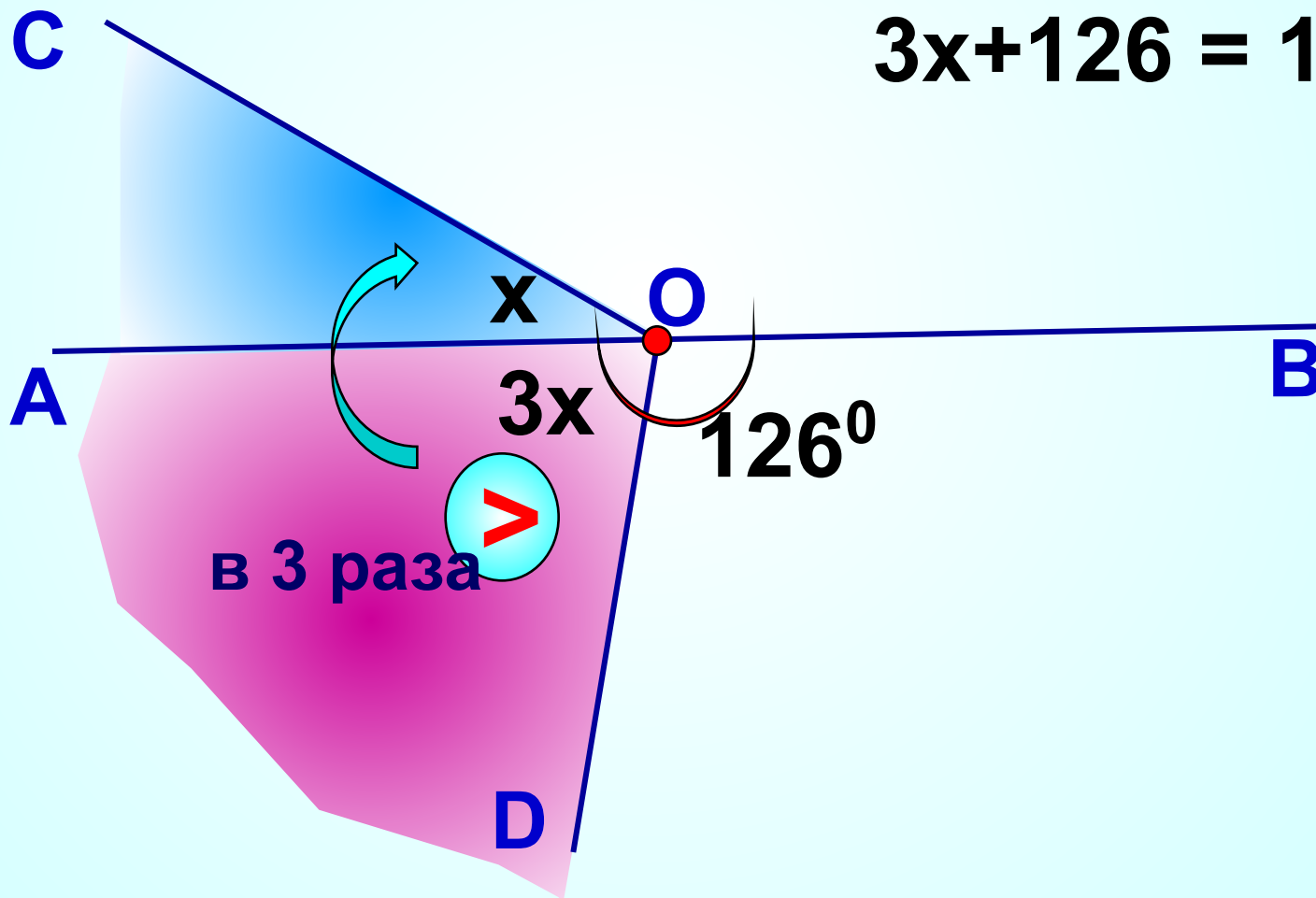
Сеть творческих учителей. Сообщество учителей математики.

Творческая группа

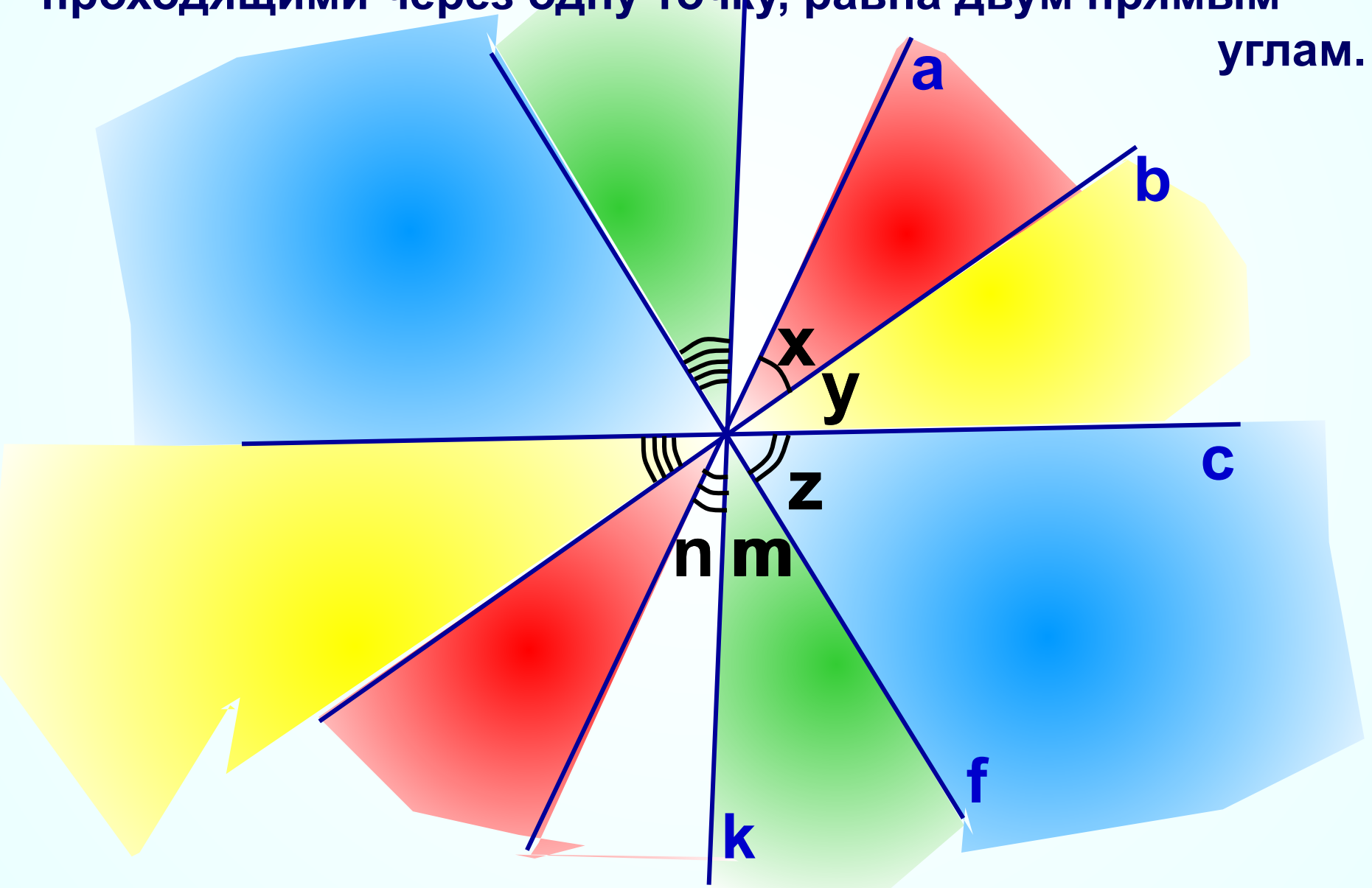
Мастерская. Мультимедийные презентации для уроков математики.

Прямая АВ разбивает плоскость на две полуплоскости. Из точки О, принадлежащей прямой АВ, в разные полуплоскости проведены лучи ОС и OD, причем угол AOD в 3 раза больше угла AOC. Найдите угол AOC, если $\angle BOD = 126^\circ$.

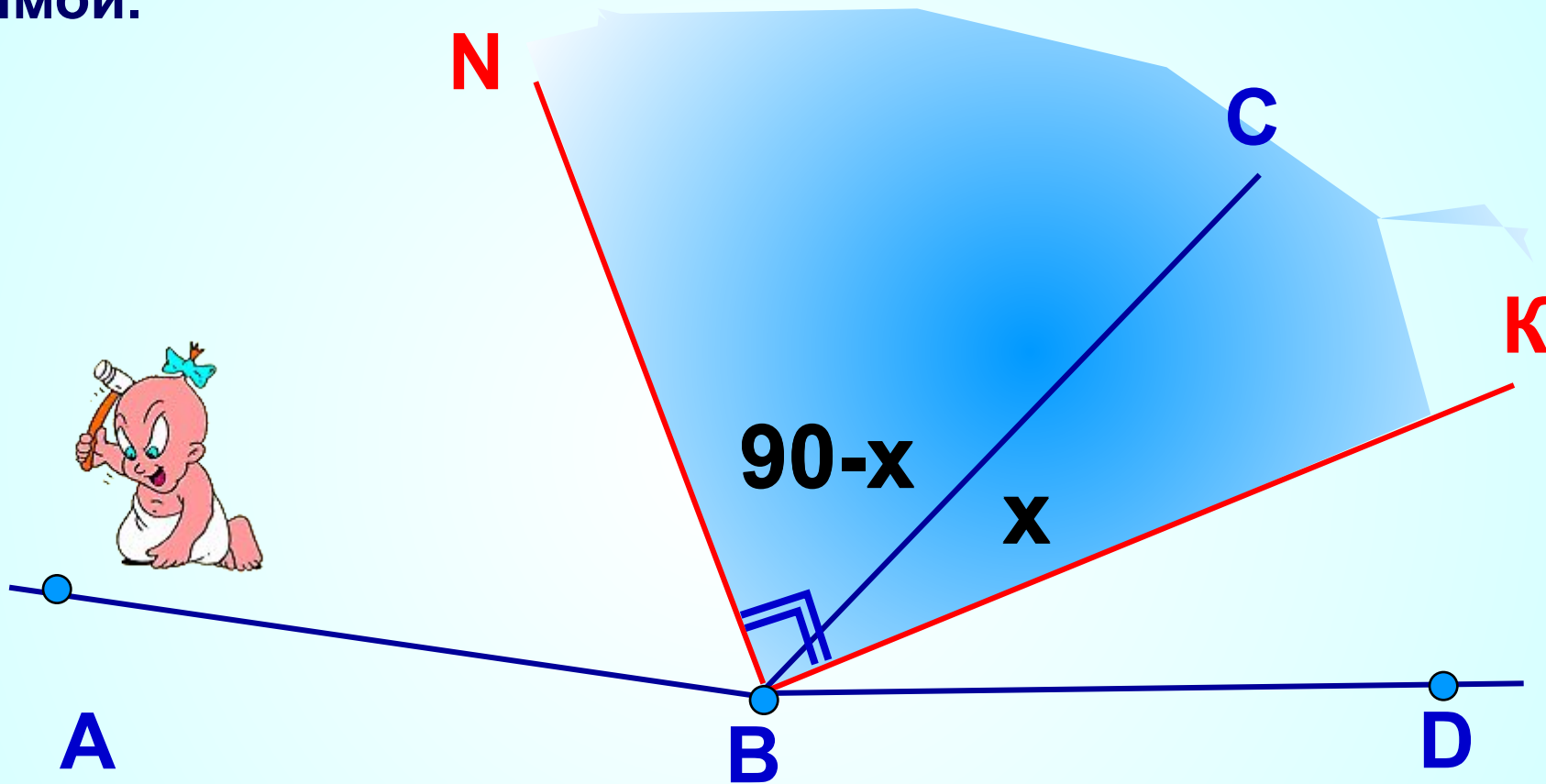
$$3x + 126 = 180$$



Докажите, что сумма каждых пяти углов, не прилежащих один к другому и образуемых пятью прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам.



Докажите, что если биссектрисы углов ABC и CBD перпендикулярны, то точки A , B и D лежат на одной прямой.

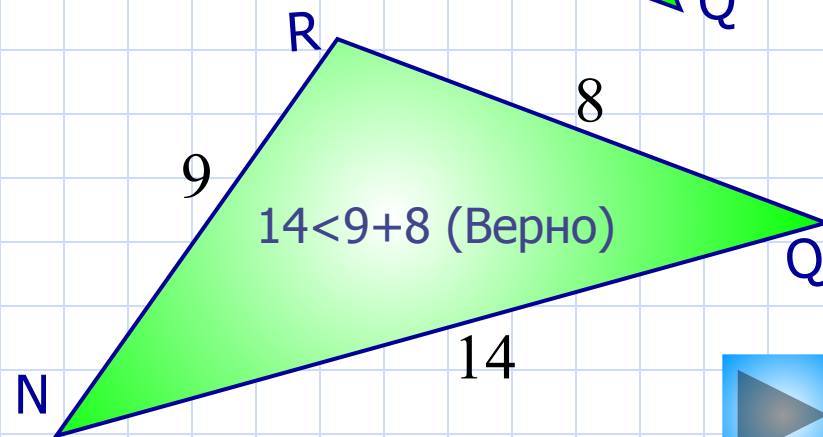
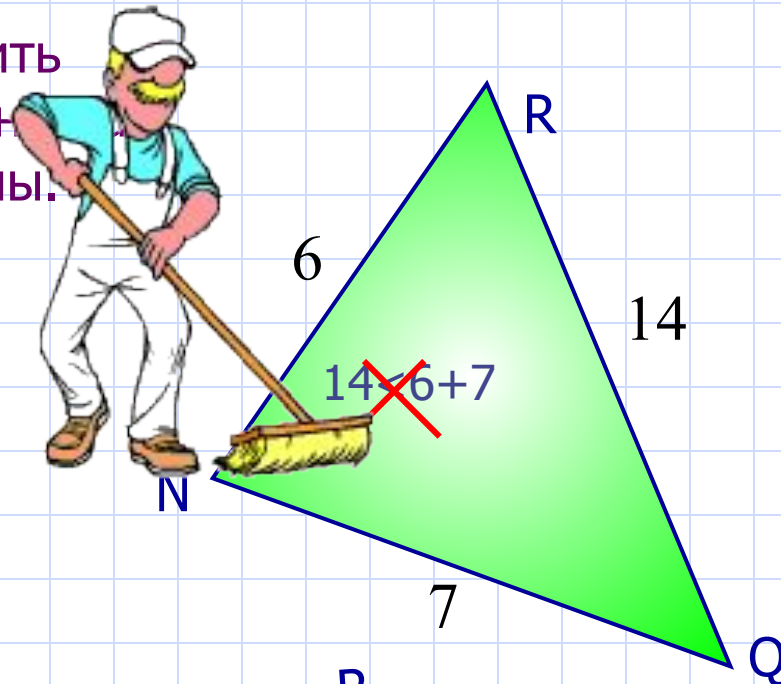
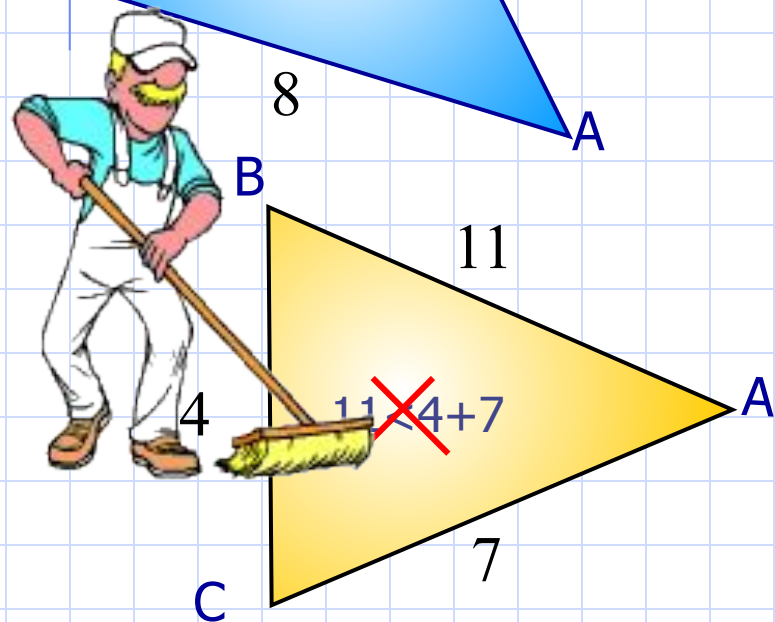
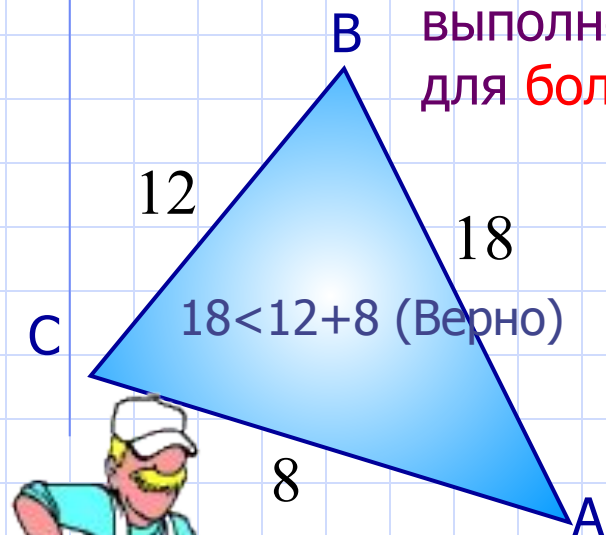


$$\angle ABC = x + x + (90 - x) + (90 - x) = 180^\circ$$

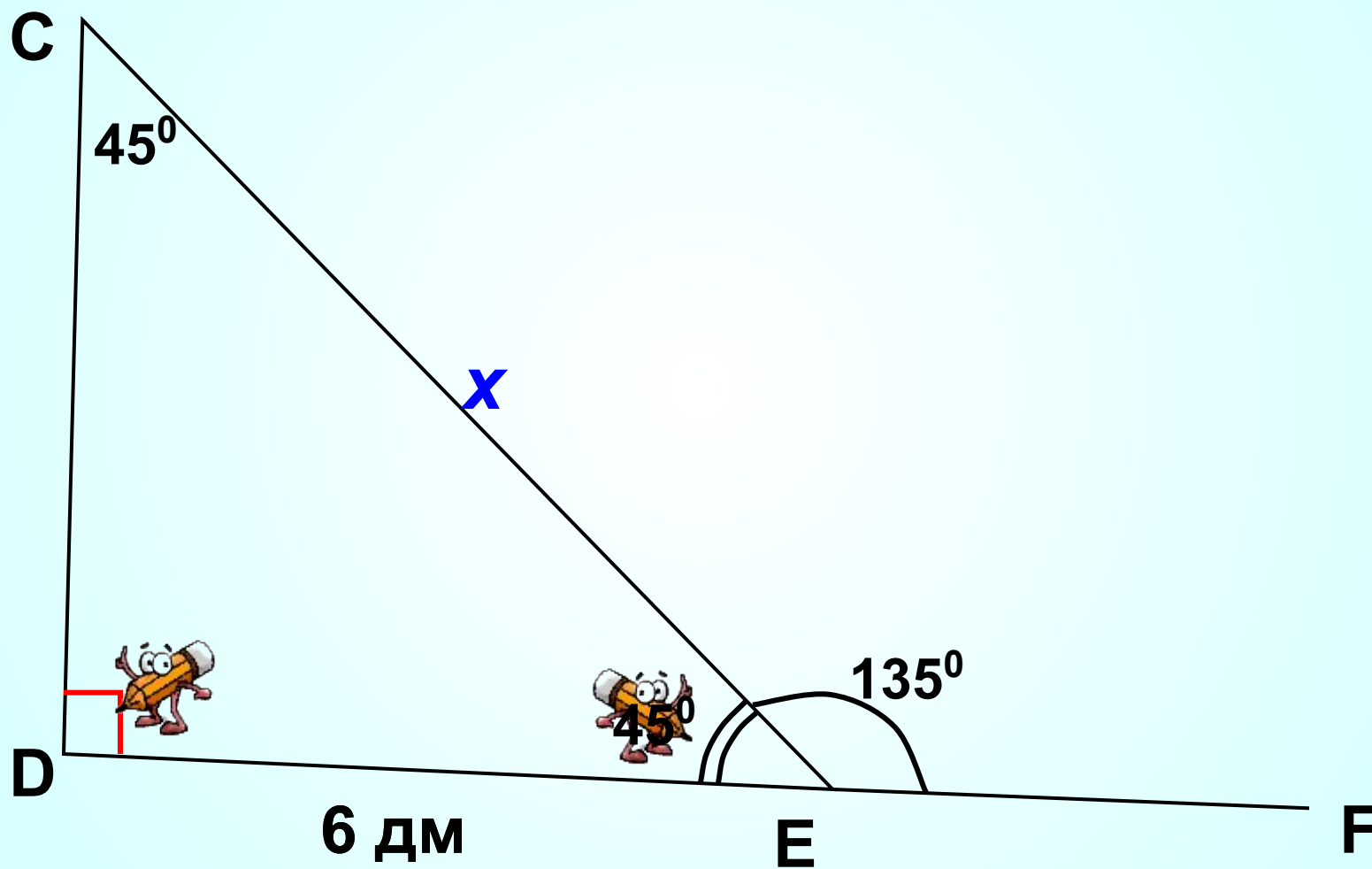
Неравенство треугольника.

Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
Найди треугольники, которые **не** существуют и щелкни по ним мышкой.

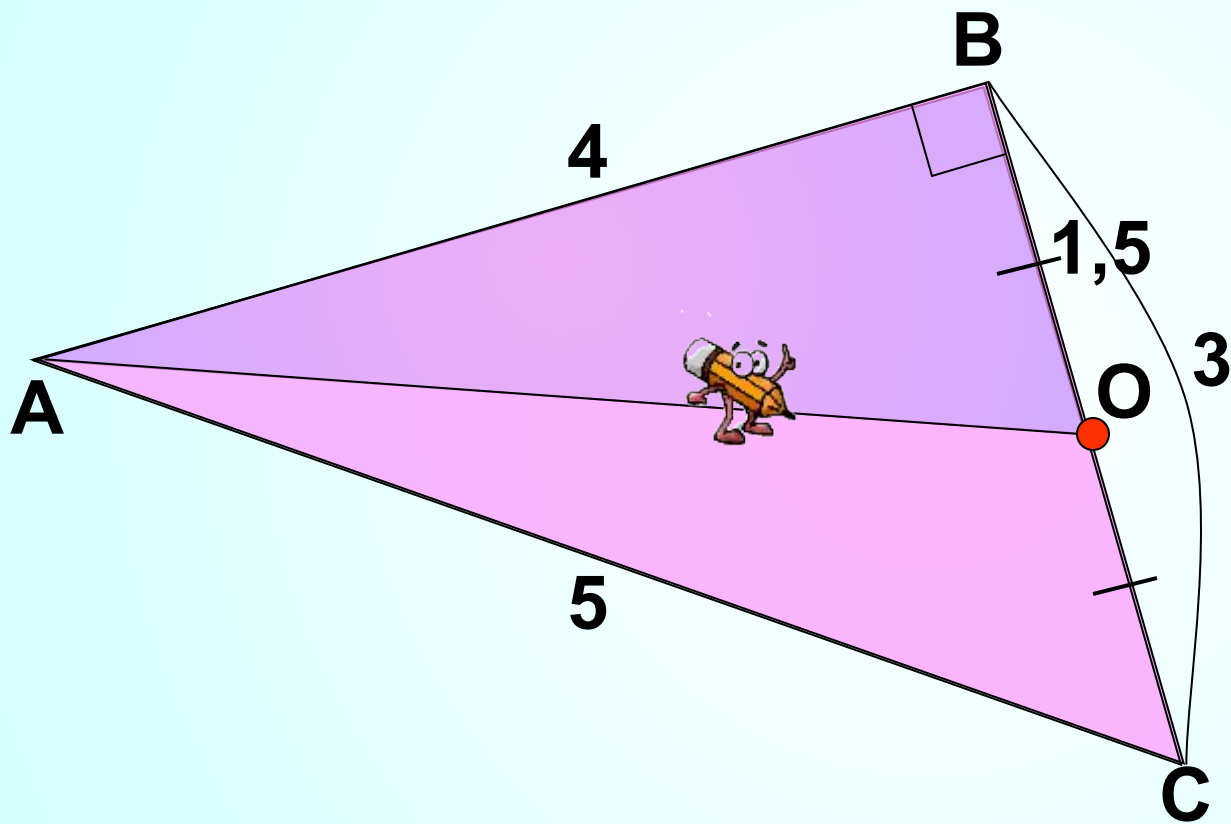
Достаточно проверить
выполнение неравенства
для **большей** стороны.



Найдите x



ABC – прямоугольный треугольник, O – середина BC.
Найдите S_{ABO}

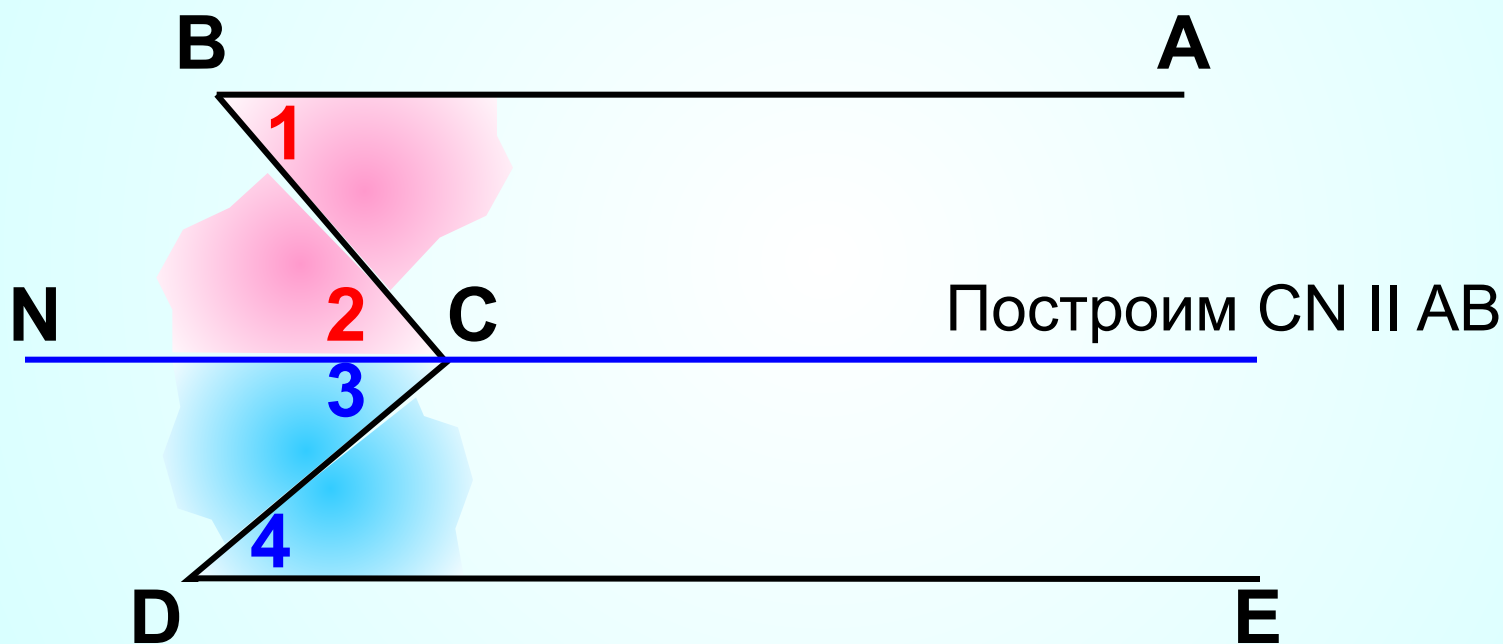


$$S_{ABO} = \frac{1}{2} AB \cdot BO$$

На рисунке $AB \parallel ED$.

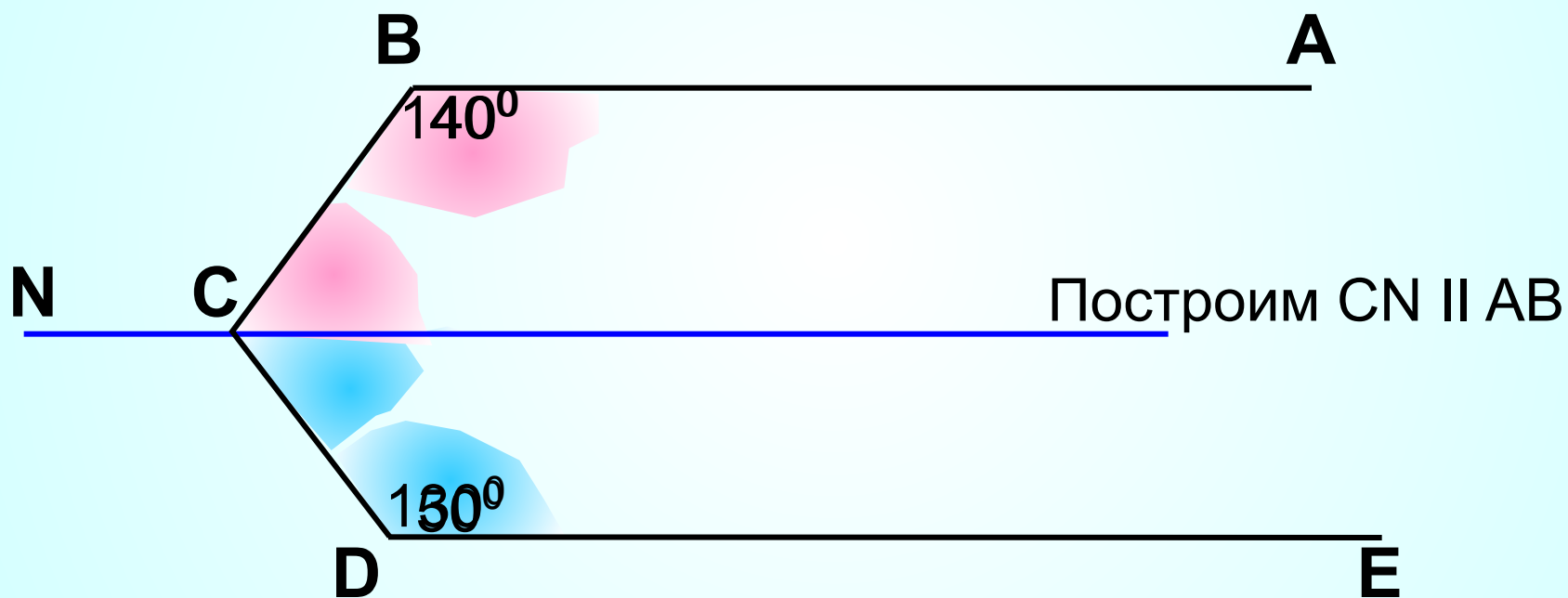
Докажите, что $\angle BCD = \angle B + \angle D$

Подсказка



На рисунке $AB \parallel ED$. $\angle CBA = 140^\circ$, $\angle CDE = 130^\circ$
Докажите, что $BC \perp CD$

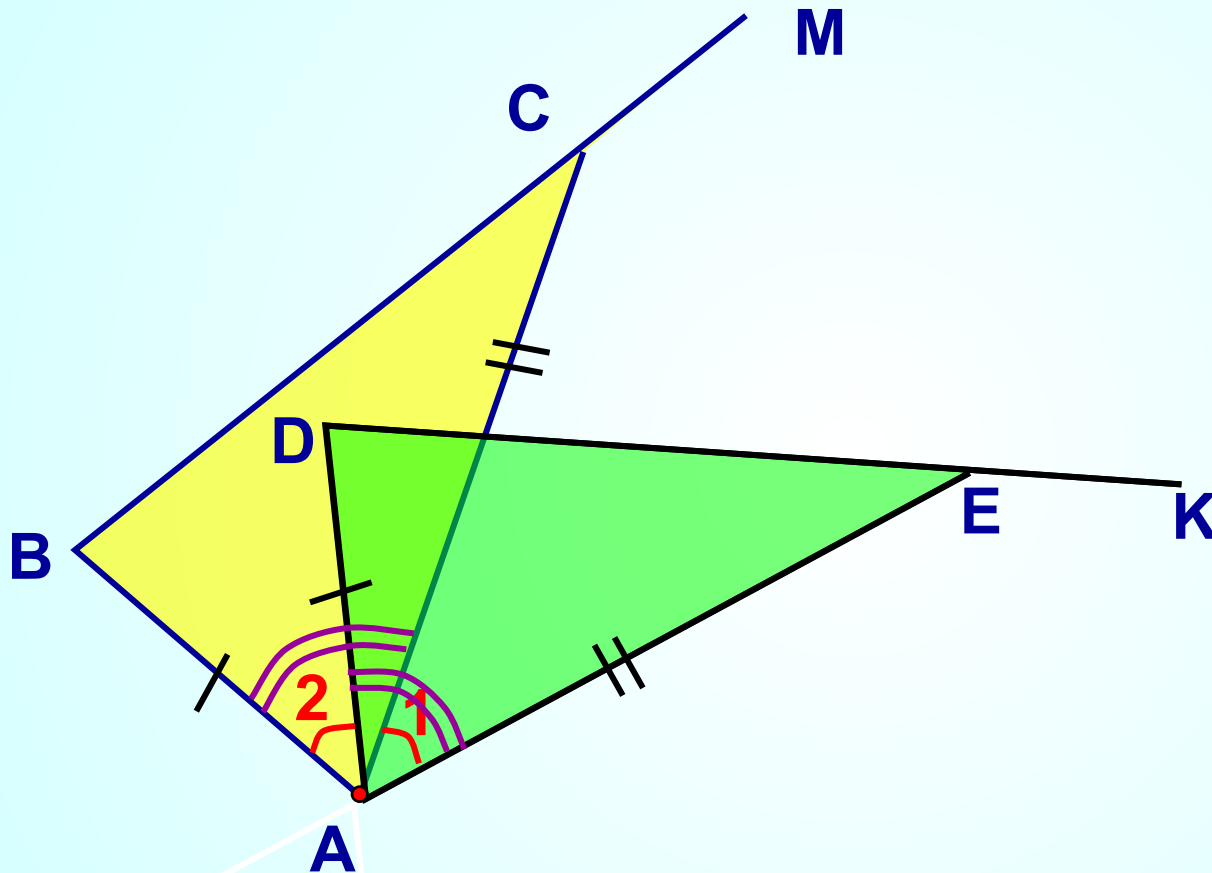
Подсказка



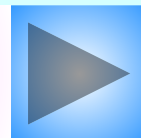


Дано: $AB = AD$, $AC = AE$, $\angle BAD = \angle CAE$

Равны ли отрезки BC и DE , углы MCA и KEA ?



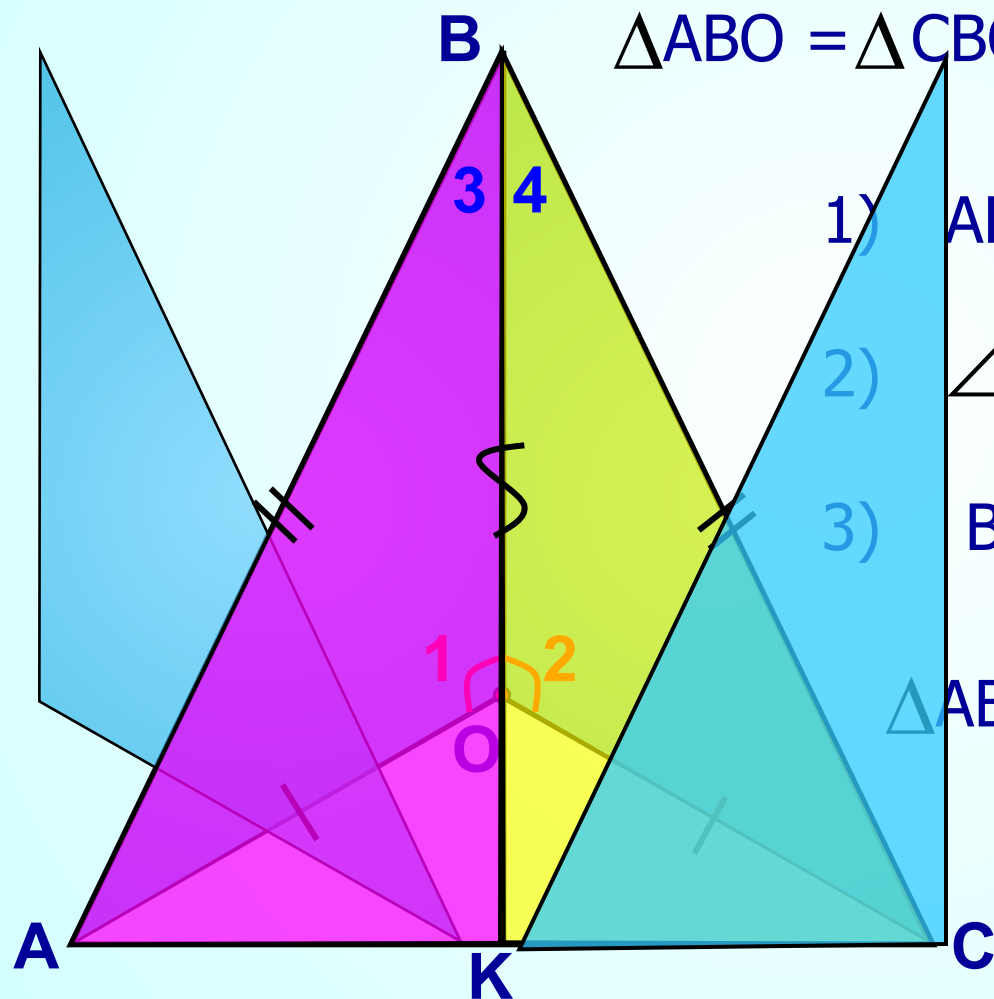
Проверка (2)





Дано: $OA = OC$ и $\angle AOB = \angle BOC$.

Доказать: $\triangle ABK = \triangle CBK$



$\triangle ABO = \triangle CBO$ (по 1 признаку) (I)

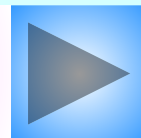
1) $AB = BC$; из равенства I

2) $\angle 3 = \angle 4$; из равенства I

3) BK – общая сторона.

$\triangle ABK = \triangle CBK$ (по 1 признаку)

Решение (5)



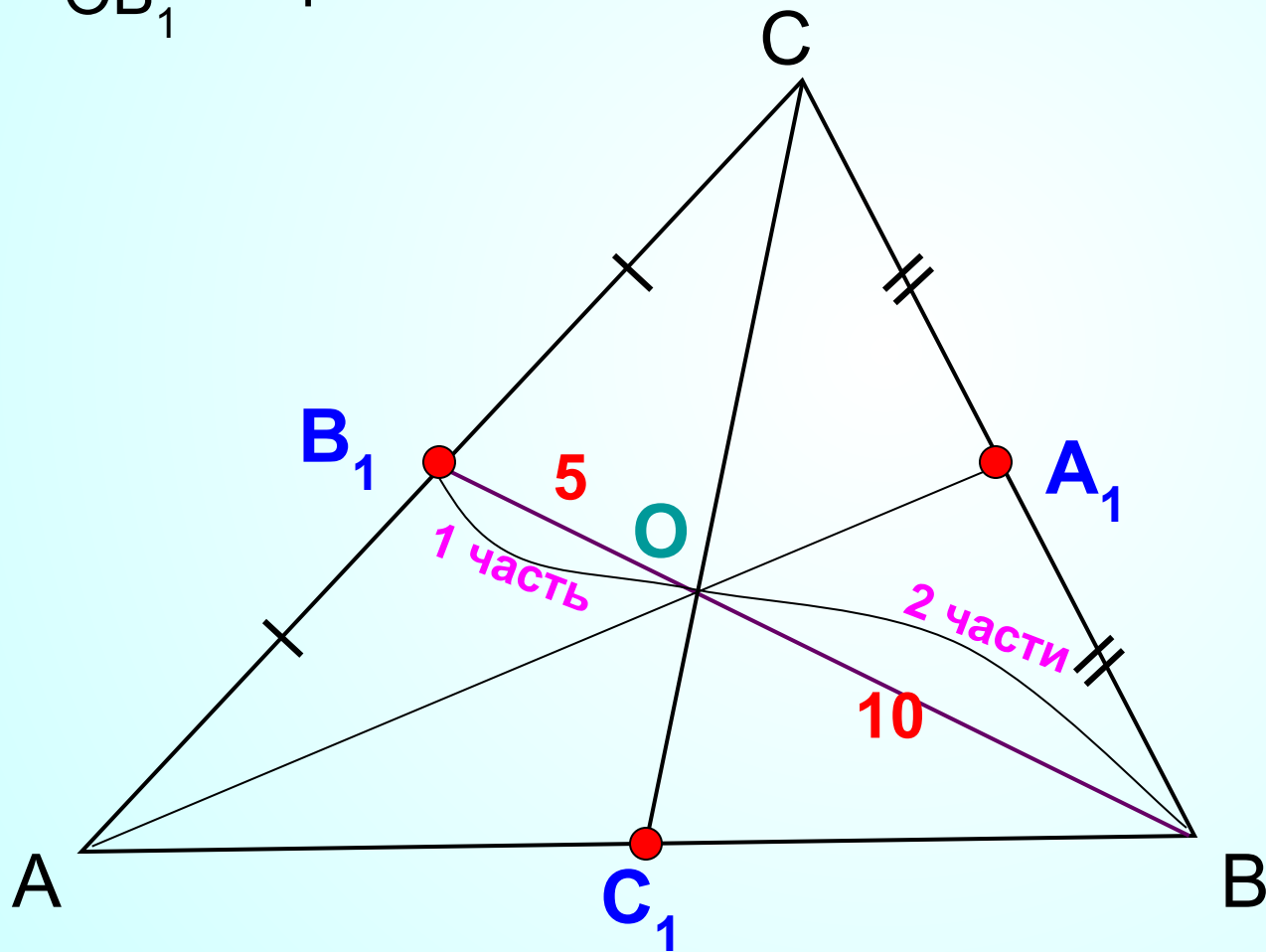
Блиц-опрос.

$BB_1 = 15$ см

Найти BO и OB_1

$$\frac{BO}{OB_1} = \frac{2}{1}$$

$$15 : 3 = 5 \text{ см (1 часть)}$$



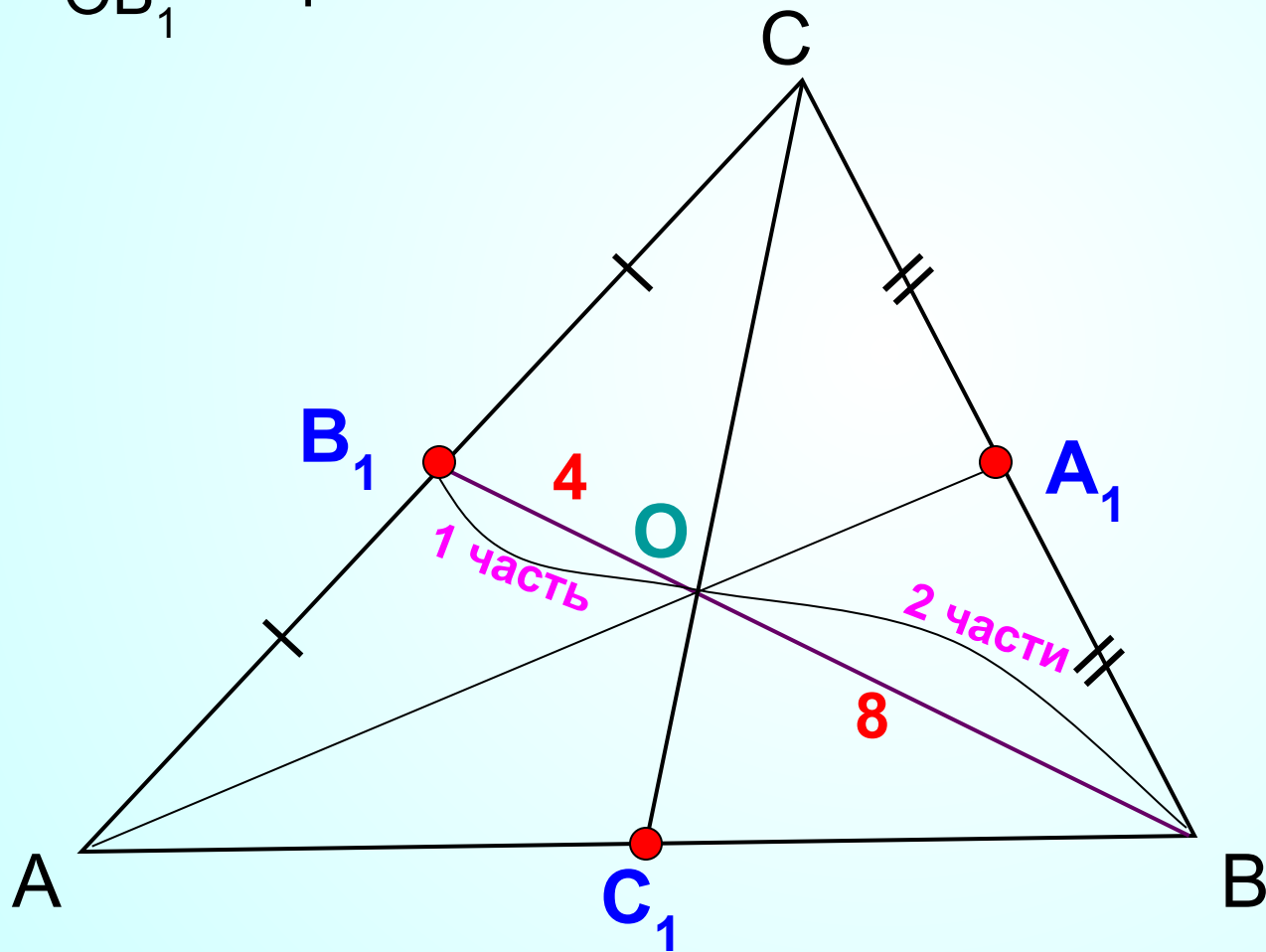
Блиц-опрос.

$OB_1 = 4 \text{ см}$

Найти BO и BB_1

$$\frac{BO}{OB_1} = \frac{2}{1}$$

$OB_1 = 4 \text{ см}$ (1 часть)



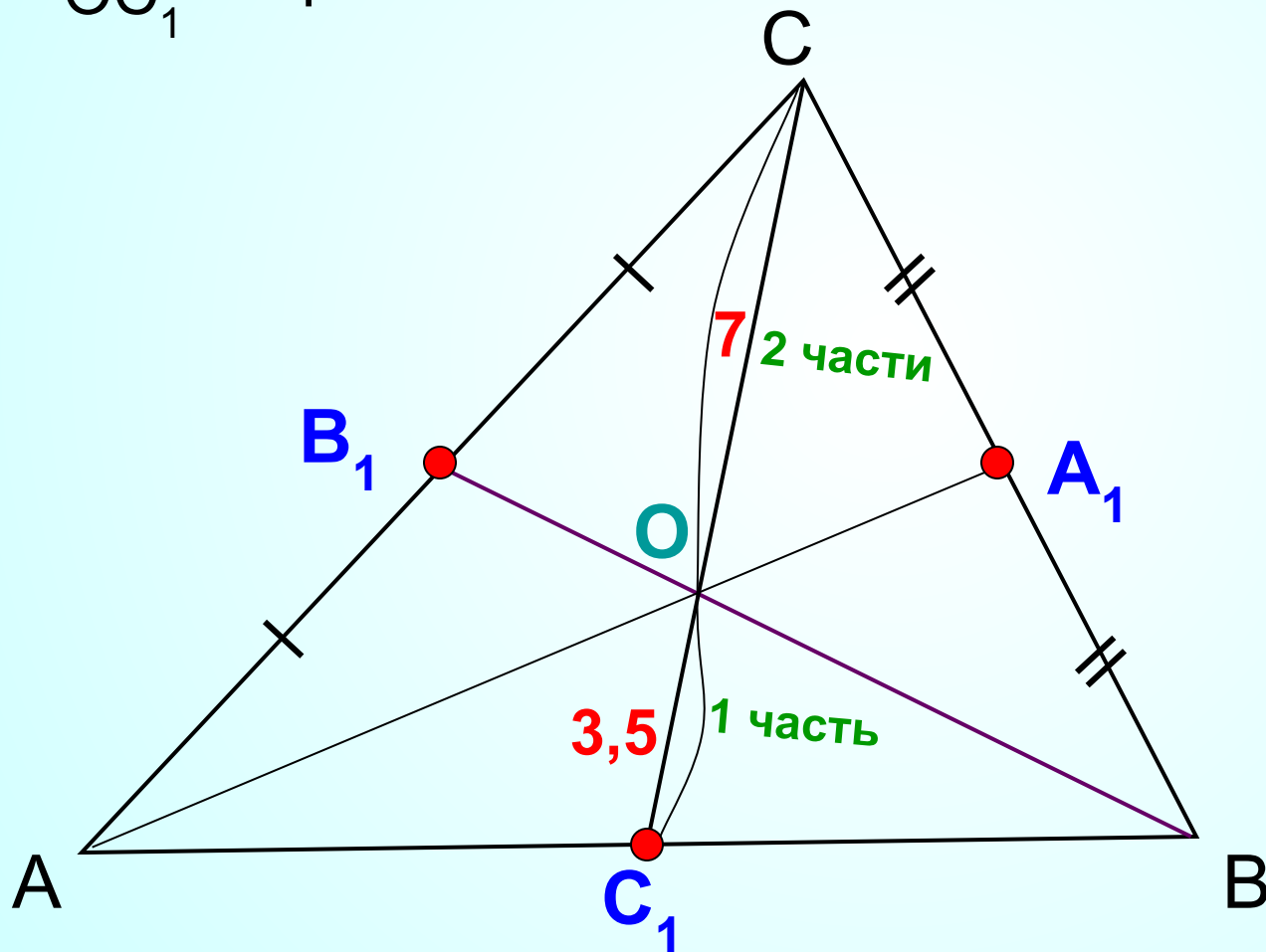
Блиц-опрос.

OC = 7 см

Найти CO и CC₁

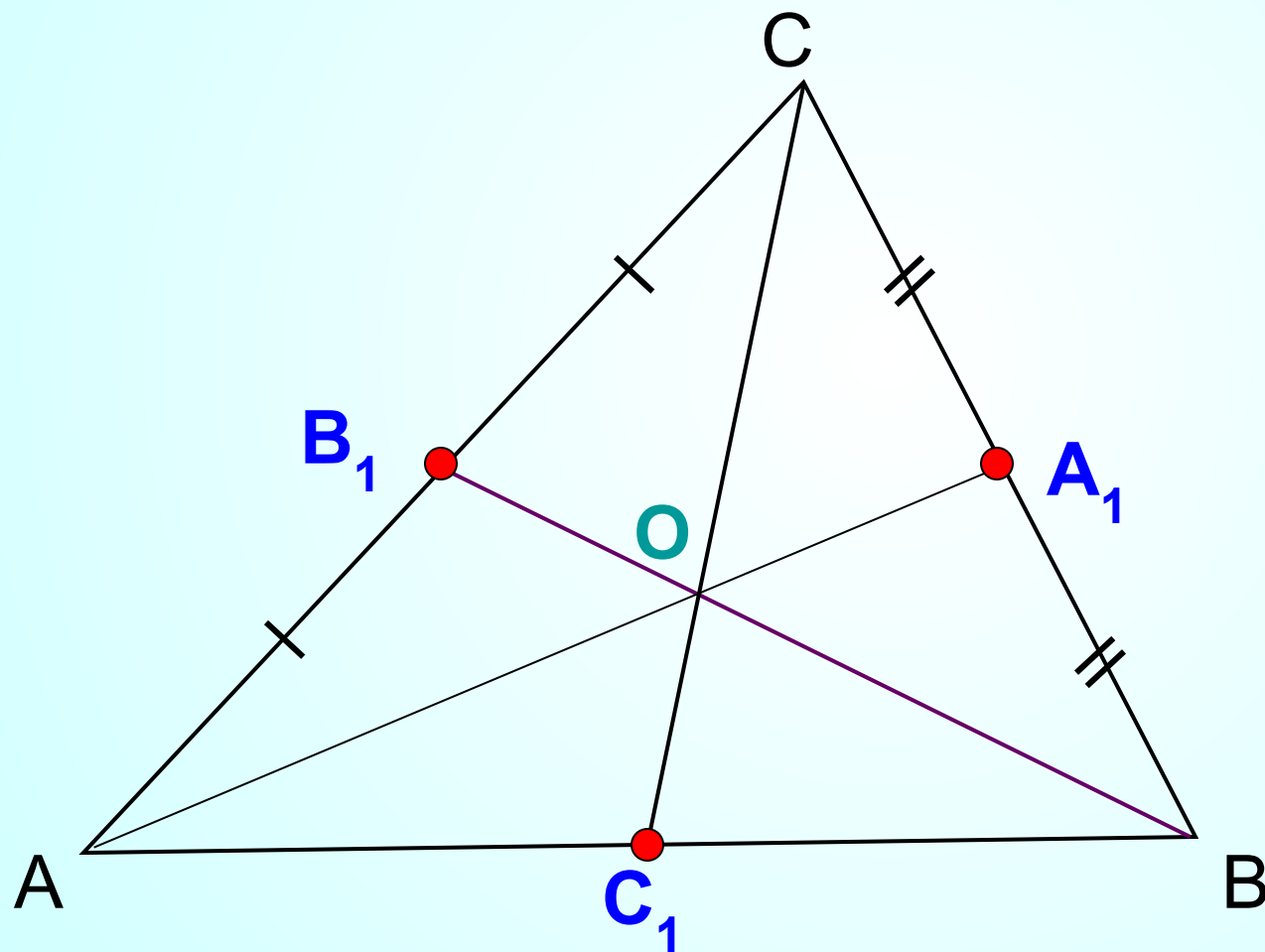
$$\frac{CO}{OC_1} = \frac{2}{1}$$

$$7 : 2 = 3,5 \text{ см (1 часть)}$$



Блиц-опрос.

Найти отношения



$$\frac{CO}{OC_1} = \frac{2}{1}$$

$$\frac{C_1O}{CO} = \frac{1}{2}$$

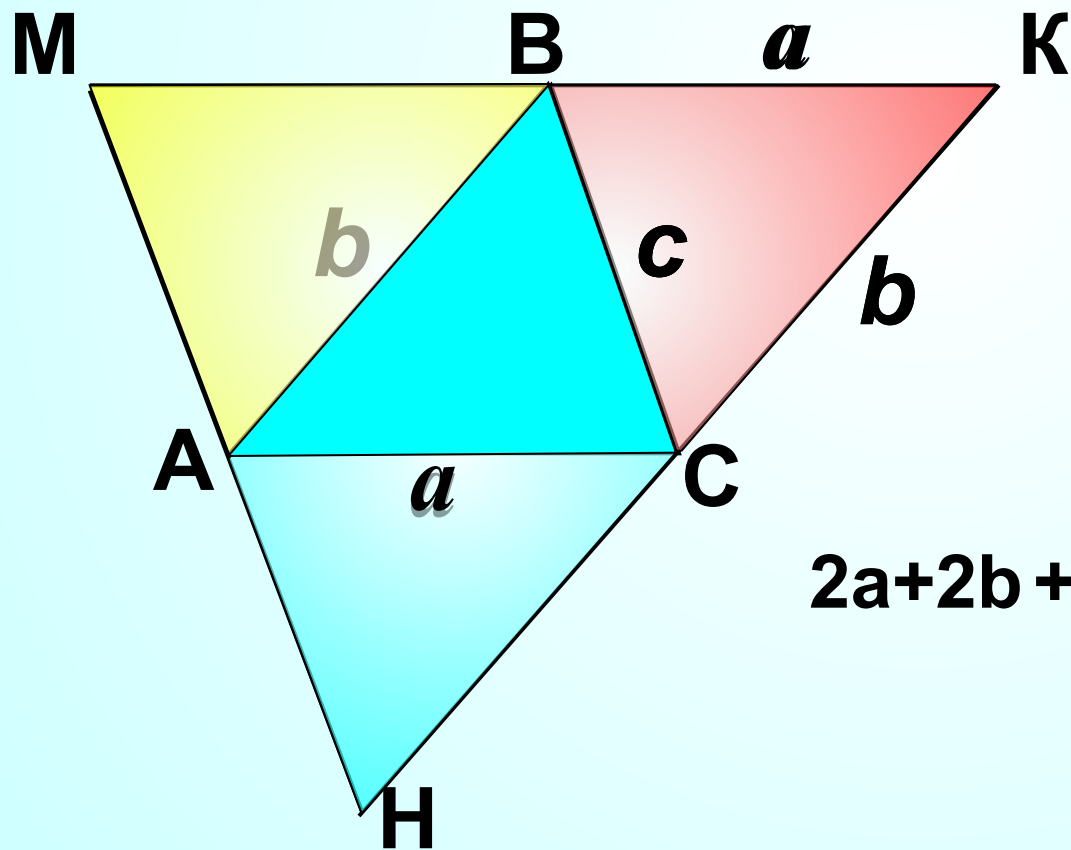
$$\frac{C_1O}{CC_1} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{CO}{CC_1} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{CC_1}{OC} = \frac{3}{2}$$

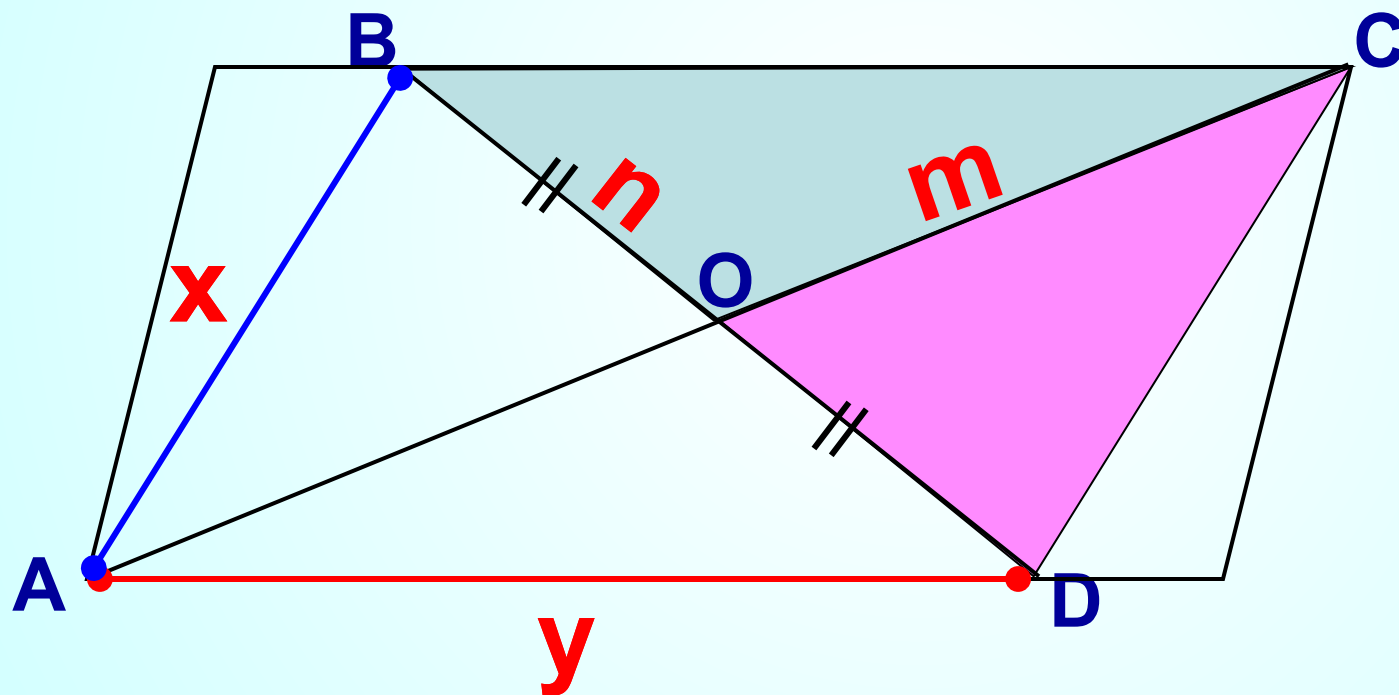


Через вершины треугольника ABC провели прямые, параллельные противоположным сторонам этого треугольника. Эти прямые попарно пересекаются в точках М, К и Н. Найдите периметр треугольника ABC, если сумма периметров всех получившихся при этом параллелограммов равна 32 см.



$$2a+2b+2b+2c+2a+2c=32$$

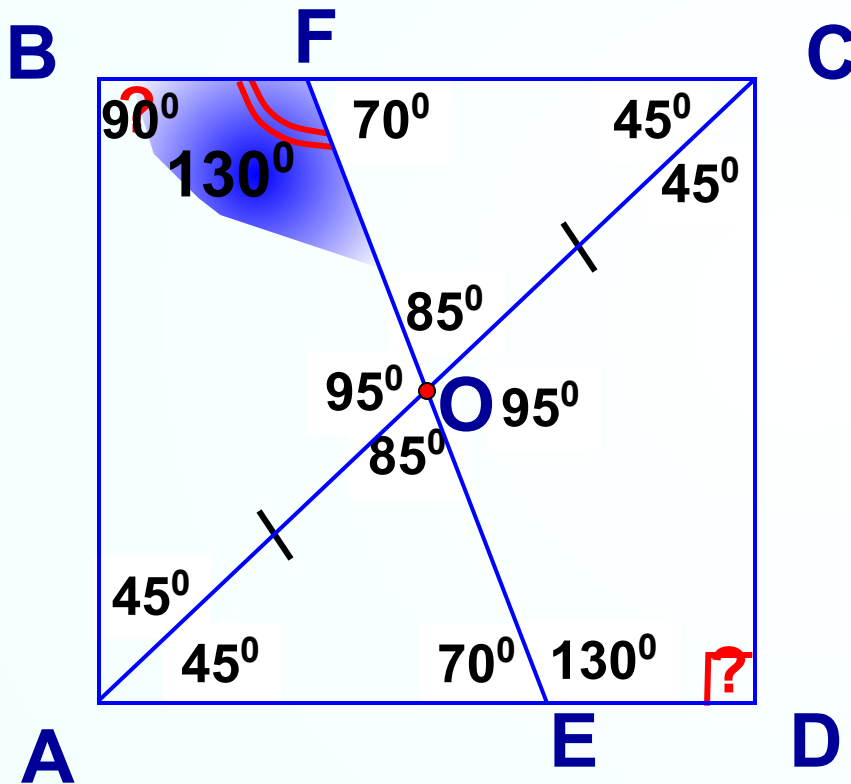
*** О – точка пересечения диагоналей параллелограмма ABCD. Периметр треугольника ВОС на 5 больше периметра треугольника СОD. Найдите разность длин сторон AD и AB.**



$$(n+m+y) - (n+m+x) = 5$$

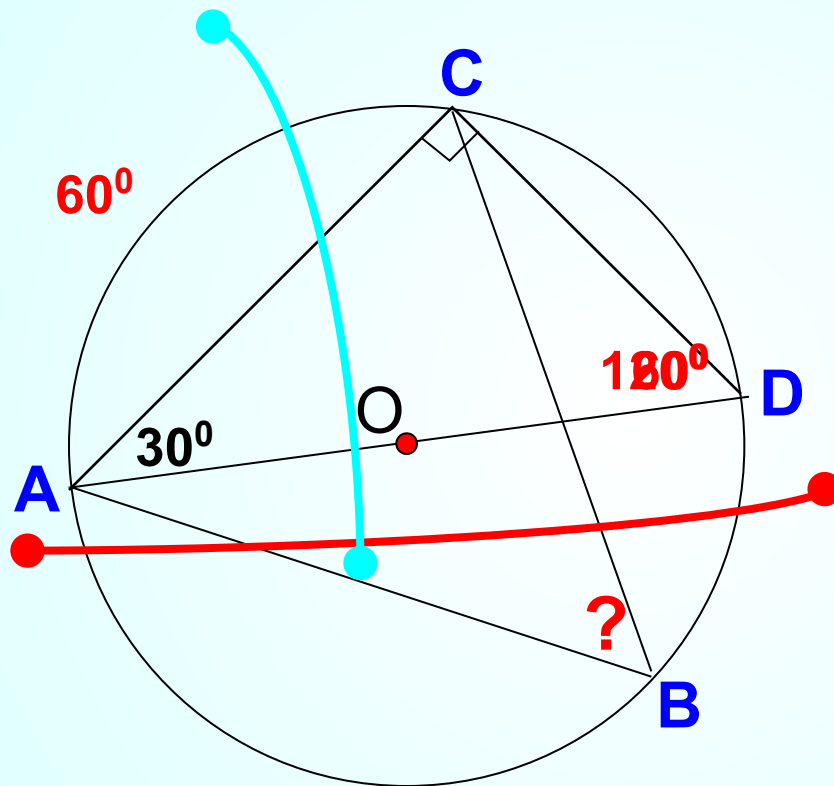
Упражнения по планиметрии на готовых чертежах

Найдите все неизвестные угла квадрата.

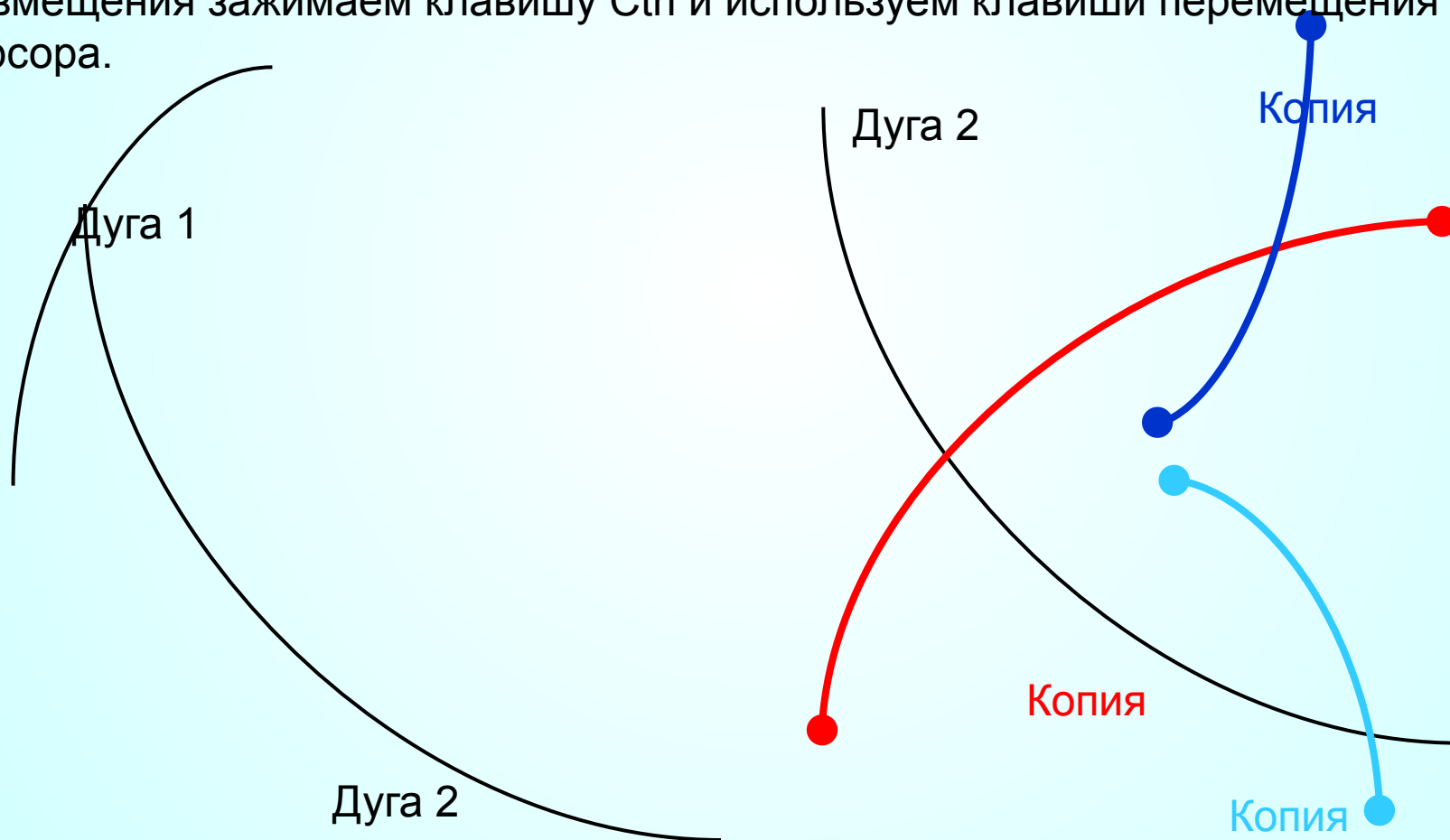


Блиц-опрос

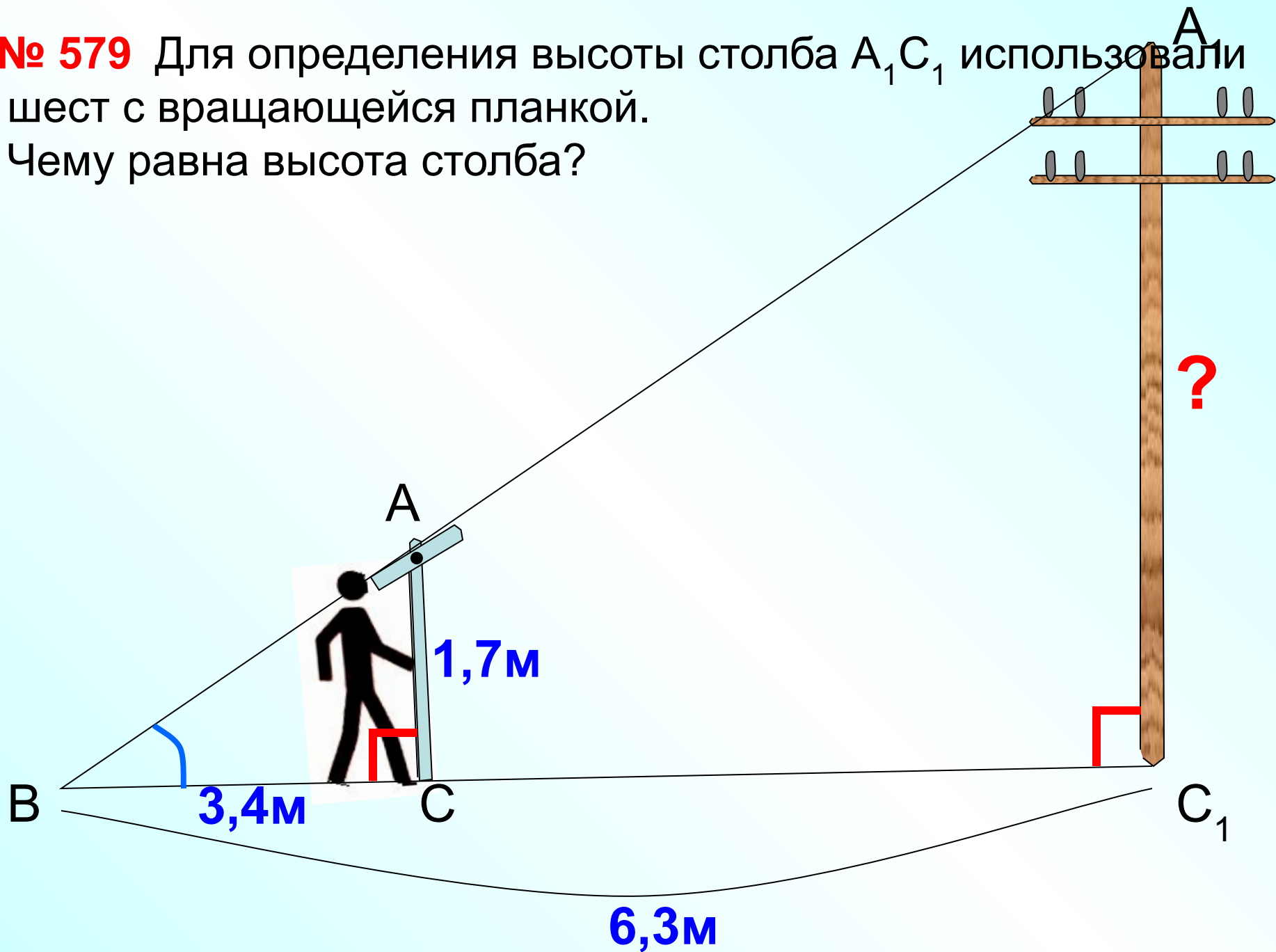
Найдите градусную меру угла ABC.



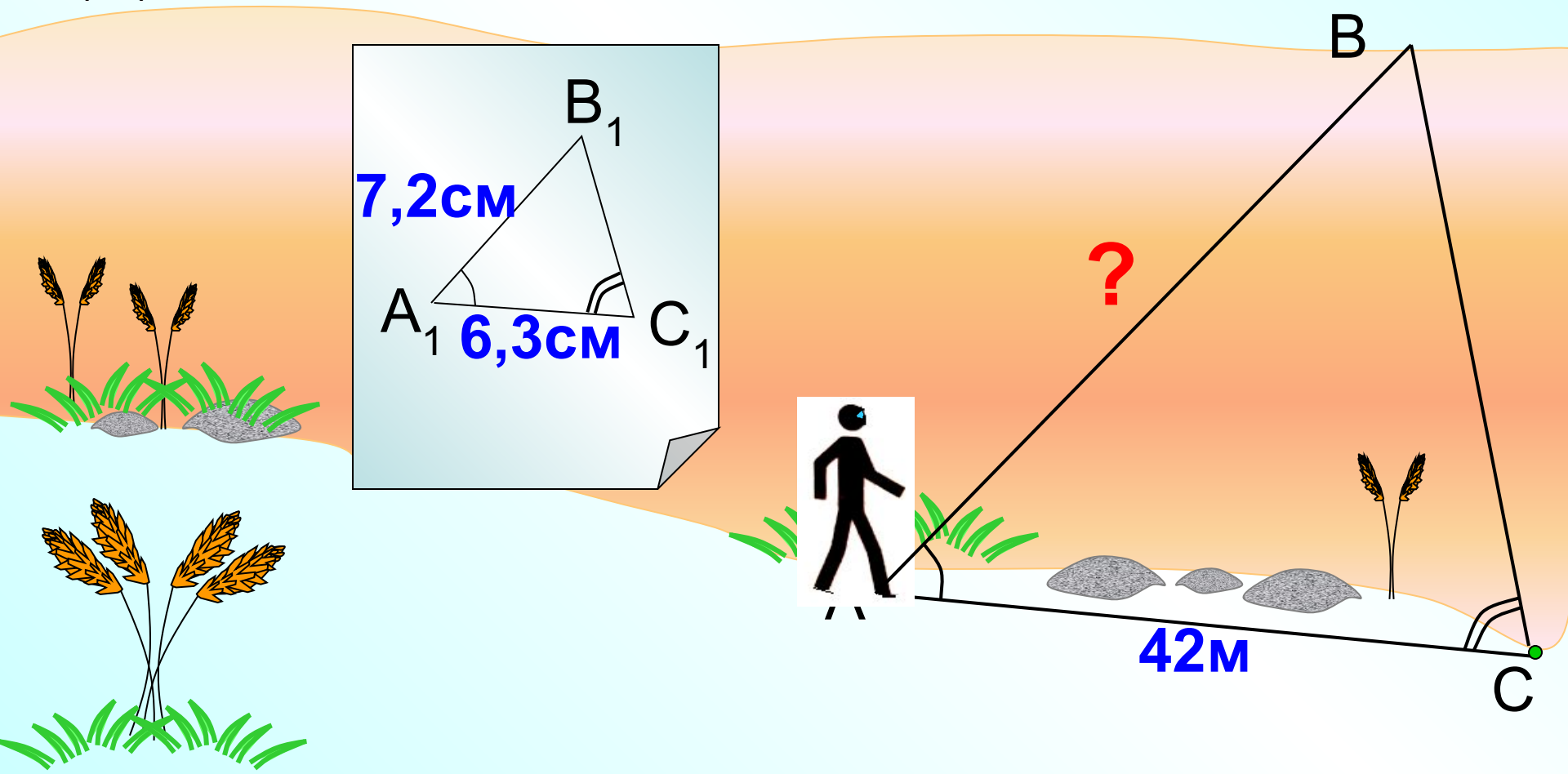
Как нарисовать дуги? Автофигуры, Основные фигуры, Дуга. Зажав клавишу Shift, рисуем дужку (Дуга 1). Применяя эту клавишу, получаем **дугу окружности**. За желтые метки замыкаем окружность (Дуга 2). Копируем. Из копий создаем новые дуги, концы выделяем точками. Радиус исходной дуги, красной и синей дуг равны. Поэтому их можно идеально совместить. Для более точного совмещения зажимаем клавишу Ctrl и используем клавиши перемещения курсора.



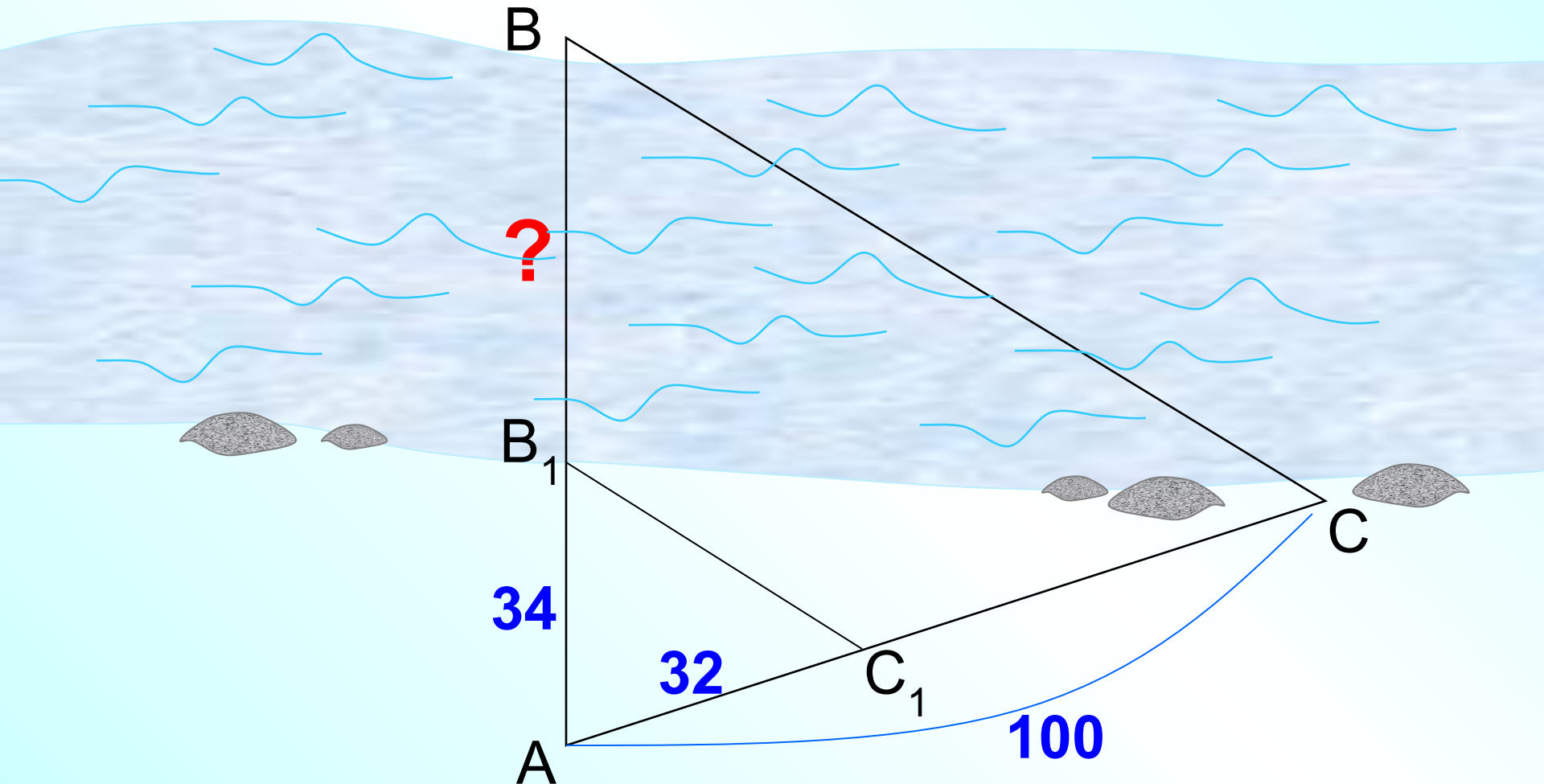
№ 579 Для определения высоты столба A_1C_1 использовали шест с вращающейся планкой. Чему равна высота столба?



№ 582 Для определения расстояния от точки А до недоступной точки В на местности выбрали точку С и измерили отрезок АС, углы ВАС и АСВ. Затем построили на бумаге треугольник $A_1B_1C_1$, подобный треугольнику АВС. Найдите АВ, если $AC=42\text{м}$, $A_1C_1=6,3\text{см}$, $A_1B_1=7,2\text{см}$.



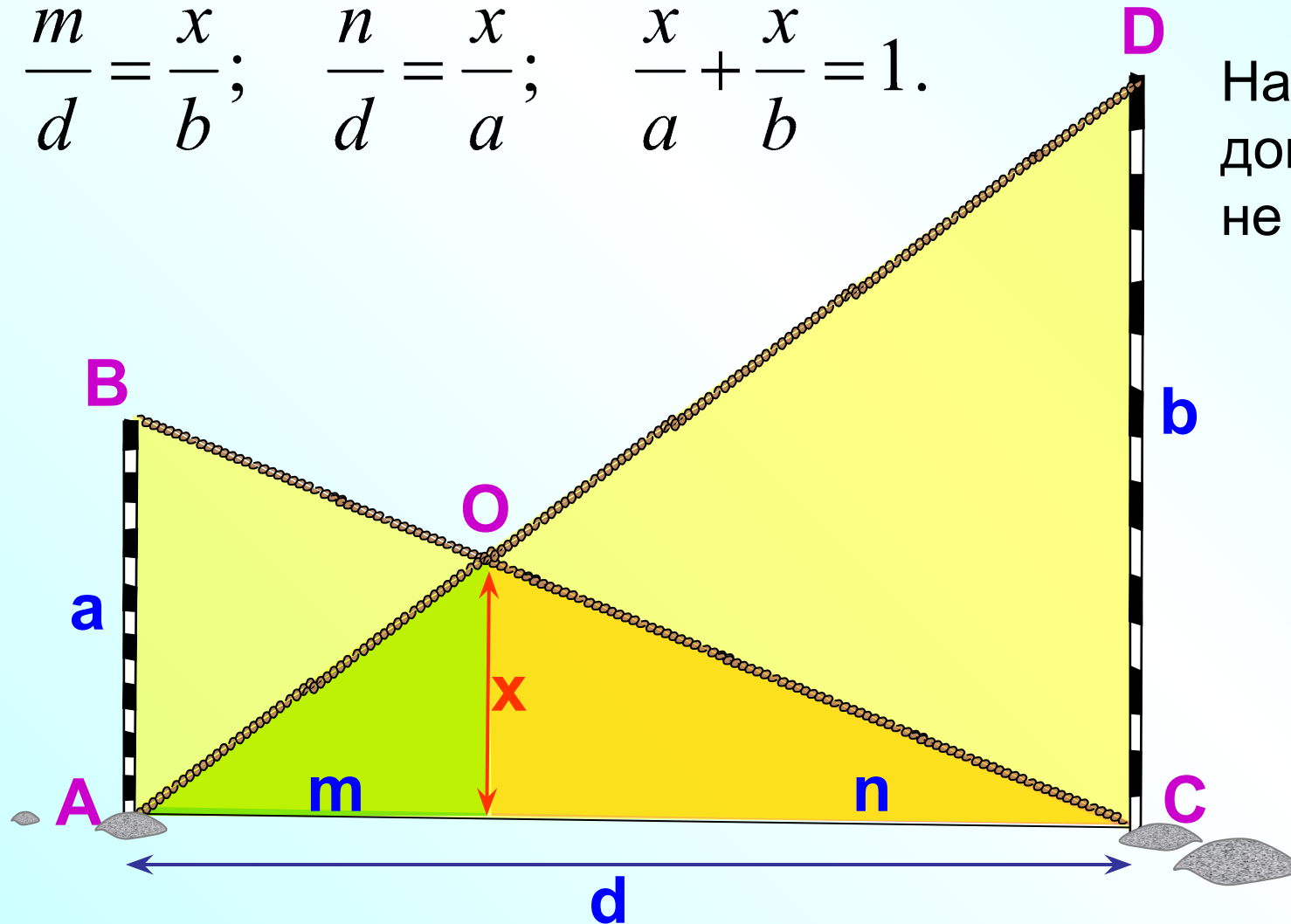
№ 583 На рисунке показано, как можно определить ширину реки BB_1 , рассматривая два подобных треугольника ABC и AB_1C_1 . Определите BB_1 , если $AC = 100$ м, $AC_1 = 32$ м, $AB_1 = 34$ м.



№ 612 Два шеста АВ и CD разной длины a и b установлены вертикально на некотором расстоянии друг от друга. Концы А и D, В и С соединены веревками, которые пересекаются в точке О. По данным рисунка докажите, что

$$\frac{m}{d} = \frac{x}{b}; \quad \frac{n}{d} = \frac{x}{a}; \quad \frac{x}{a} + \frac{x}{b} = 1.$$

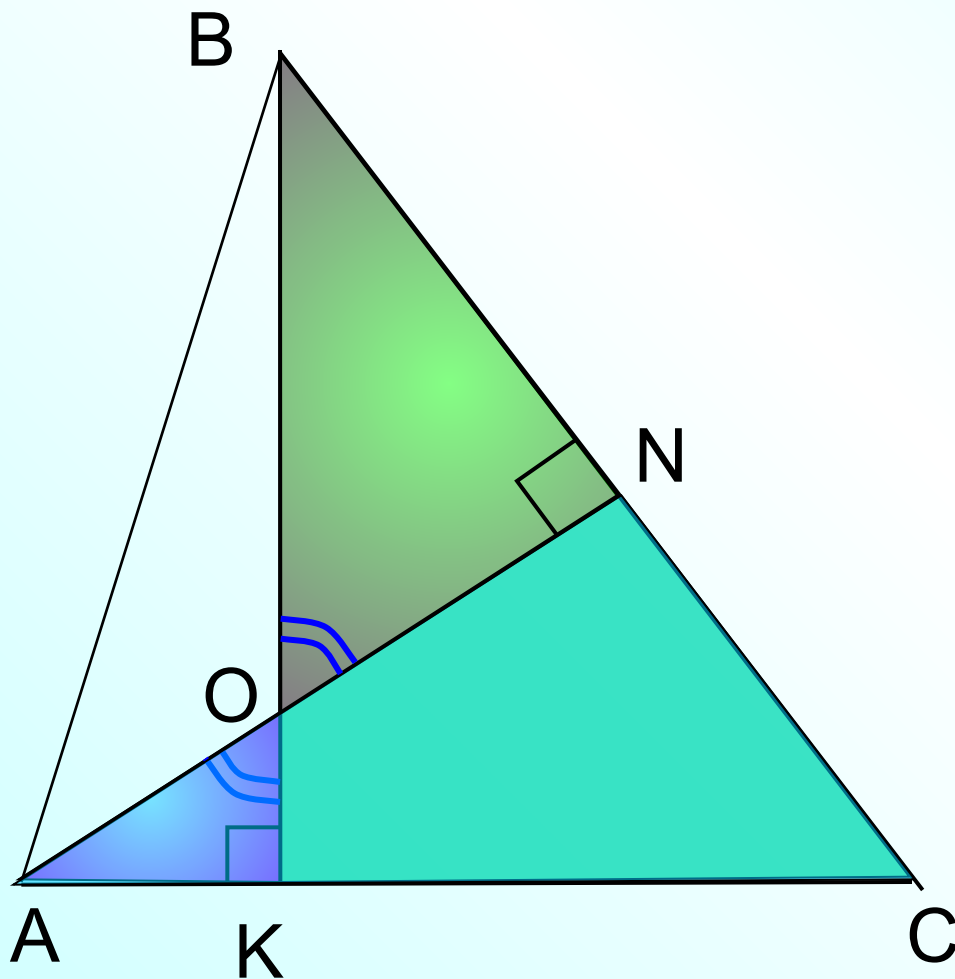
Найдите x и докажите, что x не зависит от a и b .



Блиц-опрос

ВК и AN – высоты треугольника.

Сколько пар подобных треугольников можно найти?



$$\triangle NOB \sim \triangle KOA$$

$$\triangle NOB \sim \triangle NAC$$

$$\triangle NOB \sim \triangle KCB$$

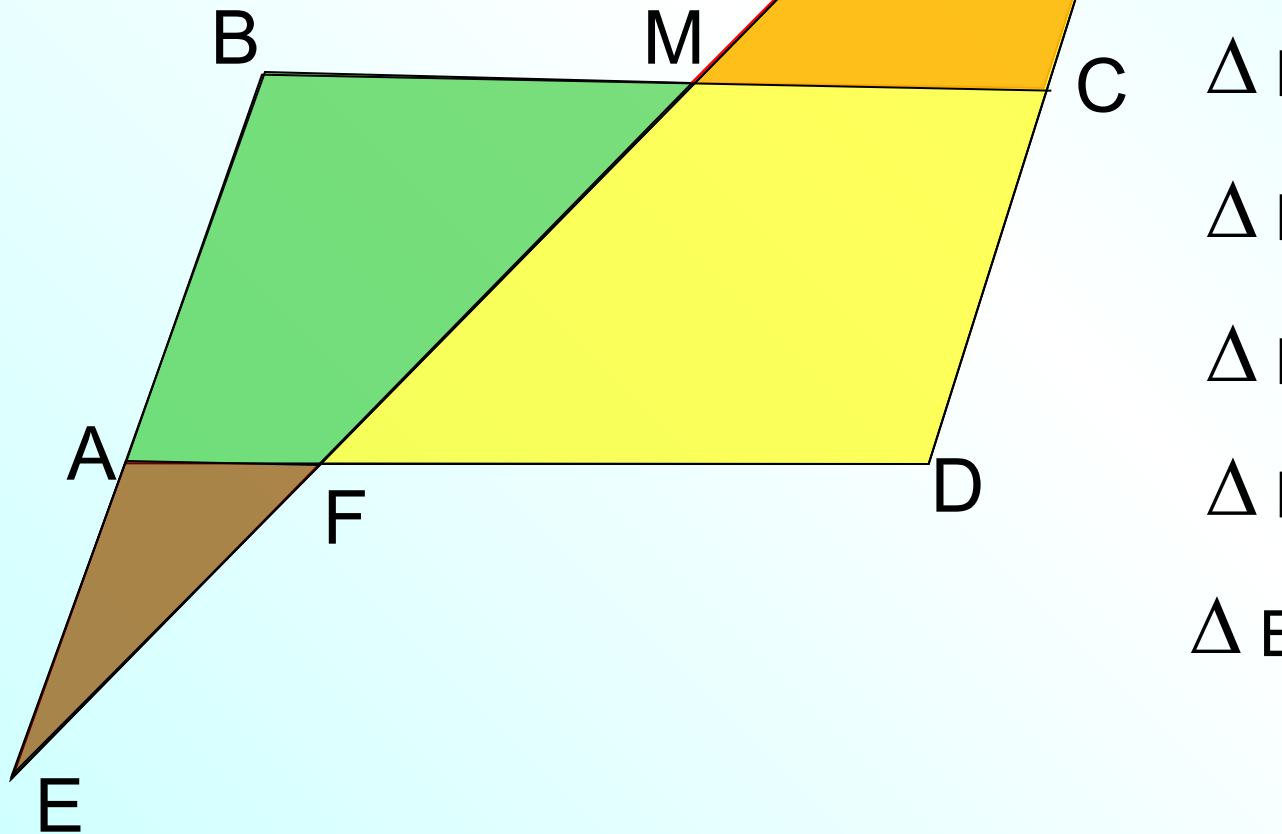
$$\triangle KBC \sim \triangle KAO$$

$$\triangle KBC \sim \triangle NAC$$

$$\triangle KAO \sim \triangle NAC$$

Блиц-опрос ABCD – параллелограмм.

Сколько пар подобных
треугольников можно найти?



$$\triangle KMC \sim \triangle KFD$$

$$\triangle KMC \sim \triangle EMB$$

$$\triangle KMC \sim \triangle EFA$$

$$\triangle KFD \sim \triangle EMB$$

$$\triangle KFD \sim \triangle EFA$$

$$\triangle EMB \sim \triangle EFA$$

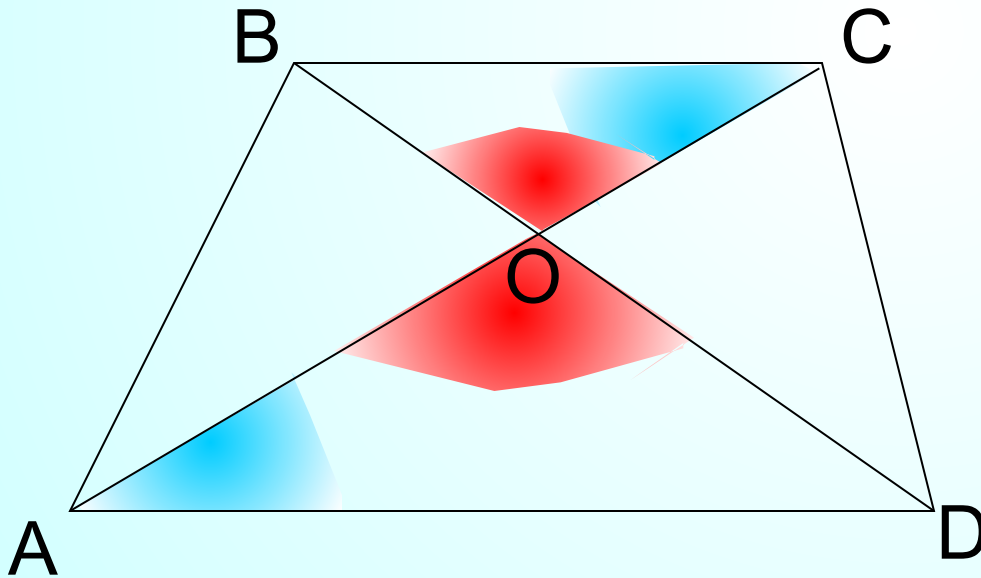
Блиц-опрос

ABCD – трапеция. Найдите пары подобных треугольников и докажите их подобие.

$$\angle BOC = \angle AOD, \quad \angle OAD = \angle OCB$$

$\triangle AOD \sim \triangle COB$ по 1 признаку

Запишите равенство отношений соответствующих сторон.



$$\frac{BC}{AD} = \frac{OB}{OD} = \frac{AO}{OC} \quad ?$$

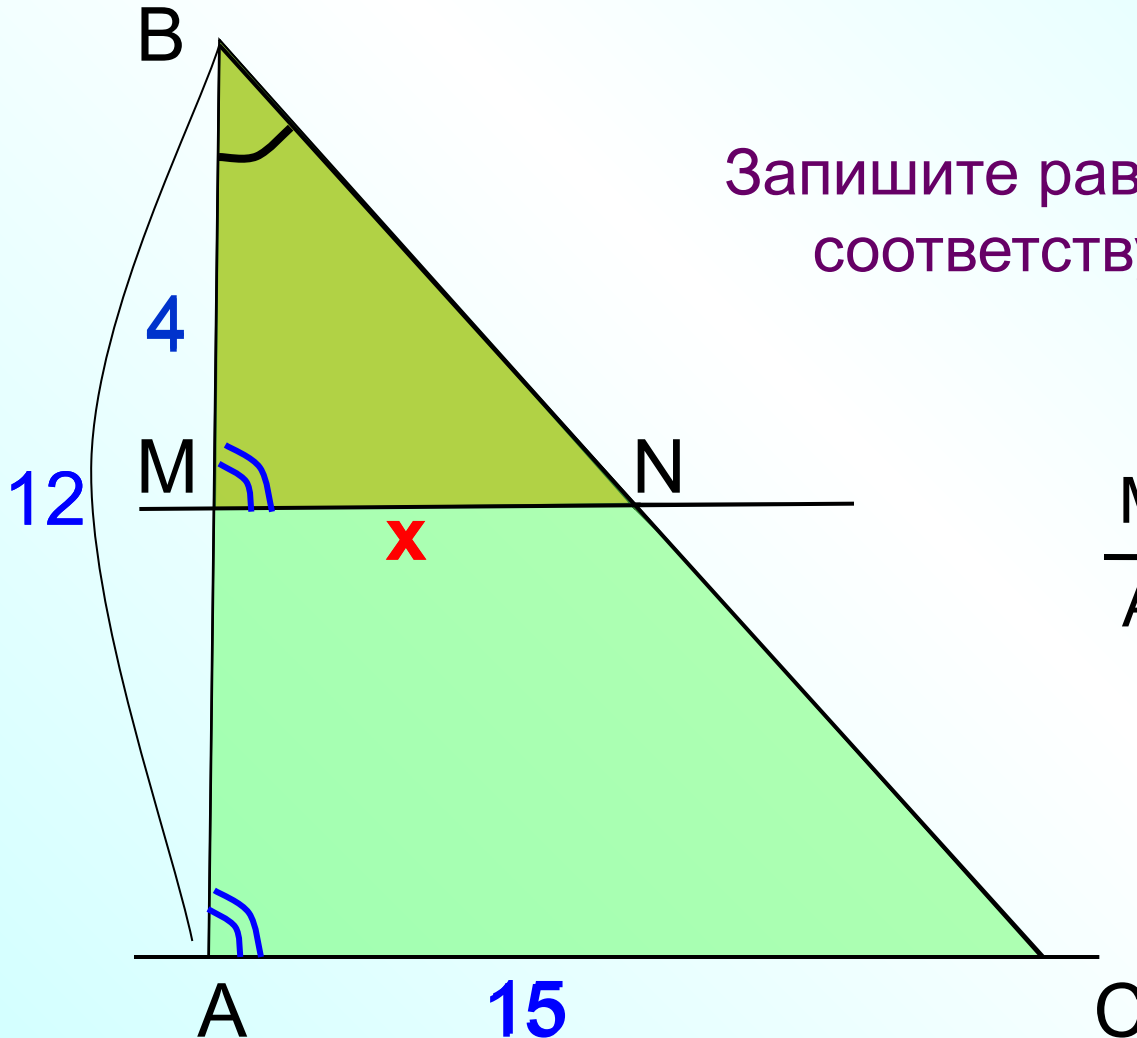
В треугольнике ABC $AC \parallel MN$. Найдите x .

$\angle B$ – общий,

$$\angle A = \angle BMN$$

$\triangle BMN \sim \triangle BAC$
по 1 признаку

Запишите равенство отношений
соответствующих сторон.



$$\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC} = \frac{BM}{BA}$$

$$\frac{x}{15} = \frac{4}{12}$$

ABCD – параллелограмм. Найти BD.

Рассмотрим $\triangle ABO$

$$\frac{AB}{\sin O} = \frac{BO}{\sin A}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{BO}{\sin 30^\circ}$$

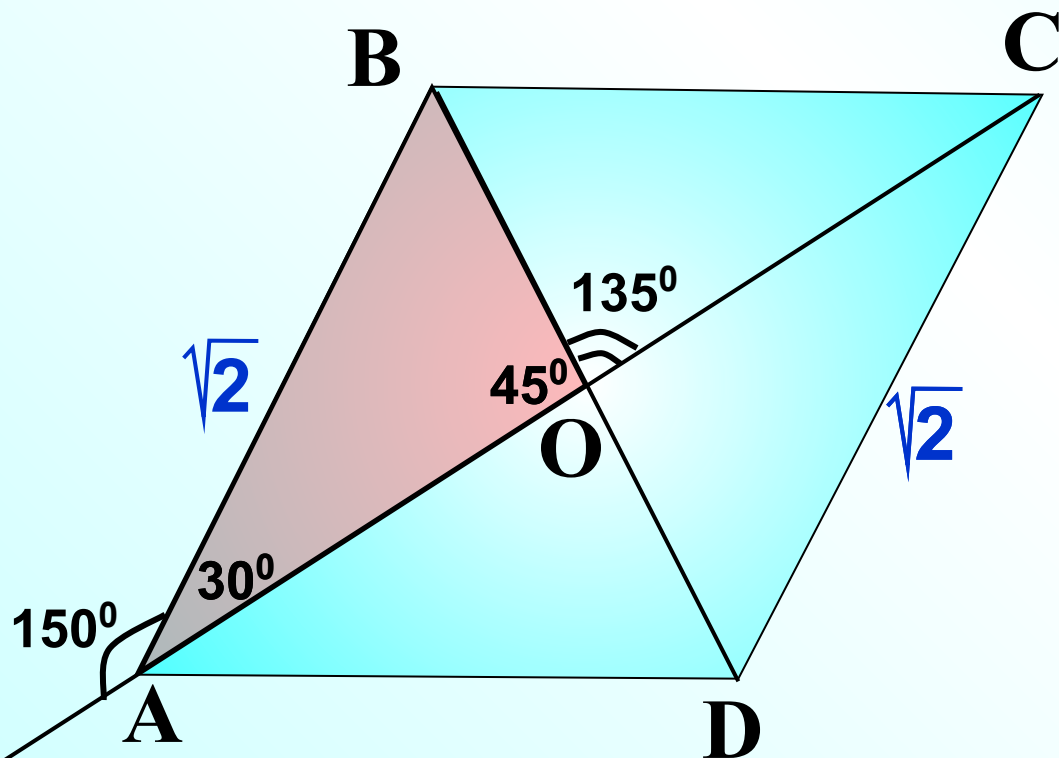
$$BO = \sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ : \sin 45^\circ$$

$$BO = \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$BO = \frac{\sqrt{2} \cdot 1 \cdot 2}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

$$BO = 1$$

$$BD = 2$$



Квадрат стороны треугольника равен
сумме квадратов двух других сторон
минус удвоенное произведение этих сторон
на косинус угла между ними.

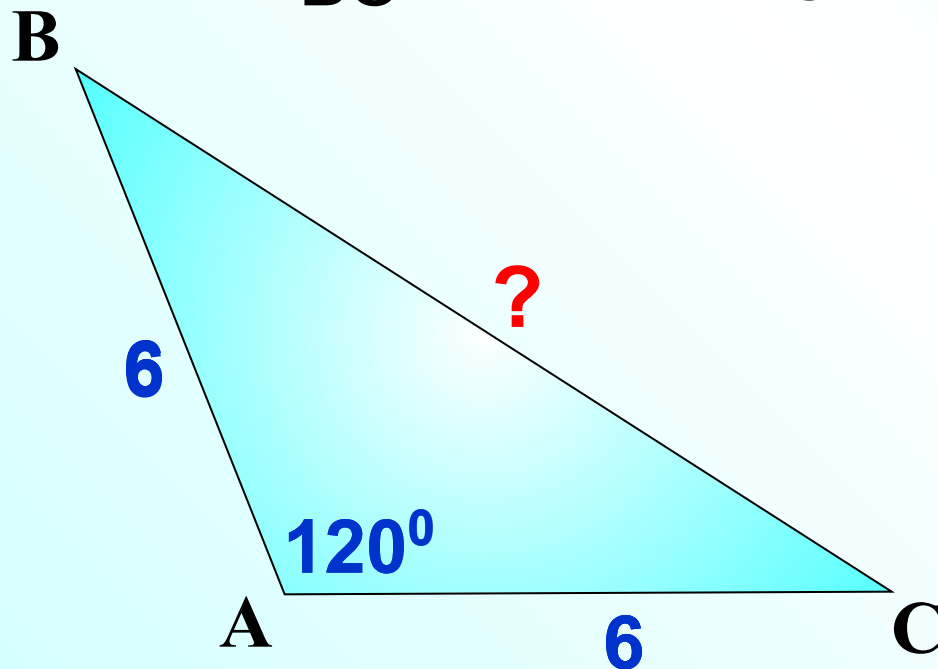
Найти BC

2

2

$-\cos 60^0$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cos A$$



$$BC^2 = 72 - 72 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

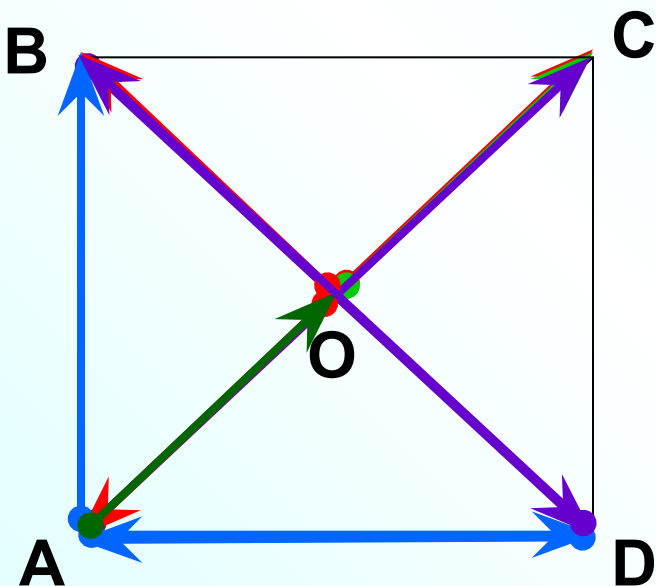
$$BC^2 = 108$$

$$BC = \sqrt{108}$$

36 · 3

$$BC = 6\sqrt{3}$$

№ 1039 Диагонали квадрата пересекаются в точке O. Найдите углы между векторами.



$$\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}} = 45^\circ$$

$$\widehat{\vec{AB}, \vec{DA}} = 90^\circ$$

$$\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}} = 90^\circ$$

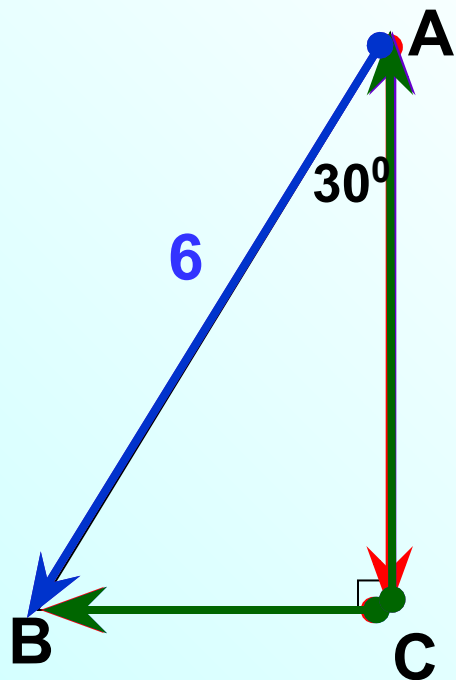
$$\widehat{\vec{OA}, \vec{OC}} = 180^\circ$$

$$\widehat{\vec{AC}, \vec{BD}} = 90^\circ$$

$$\widehat{\vec{AD}, \vec{DB}} = 135^\circ$$

$$\widehat{\vec{AO}, \vec{OC}} = 0^\circ$$

Заполните пропуски, чтобы получилось верное высказывание



$$\angle(\vec{AC}, \vec{CB}) = \dots$$

$$\angle(\vec{AB}, \vec{CA}) = \dots$$

$$\angle(\vec{AB}, \vec{CB}) = \dots$$

$$\vec{CB} \cdot \vec{CA} = \dots$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{BA} = \dots$$

т.к. $\vec{CB} \perp \vec{CA}$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BA} = -\vec{BA}^2 =$$
$$-|\vec{BA}|^2 = -6^2 = -36$$

Найдите площадь
равнобедренного треугольника
с углом при основании 15°
и боковой стороной,
равной 5 см.

