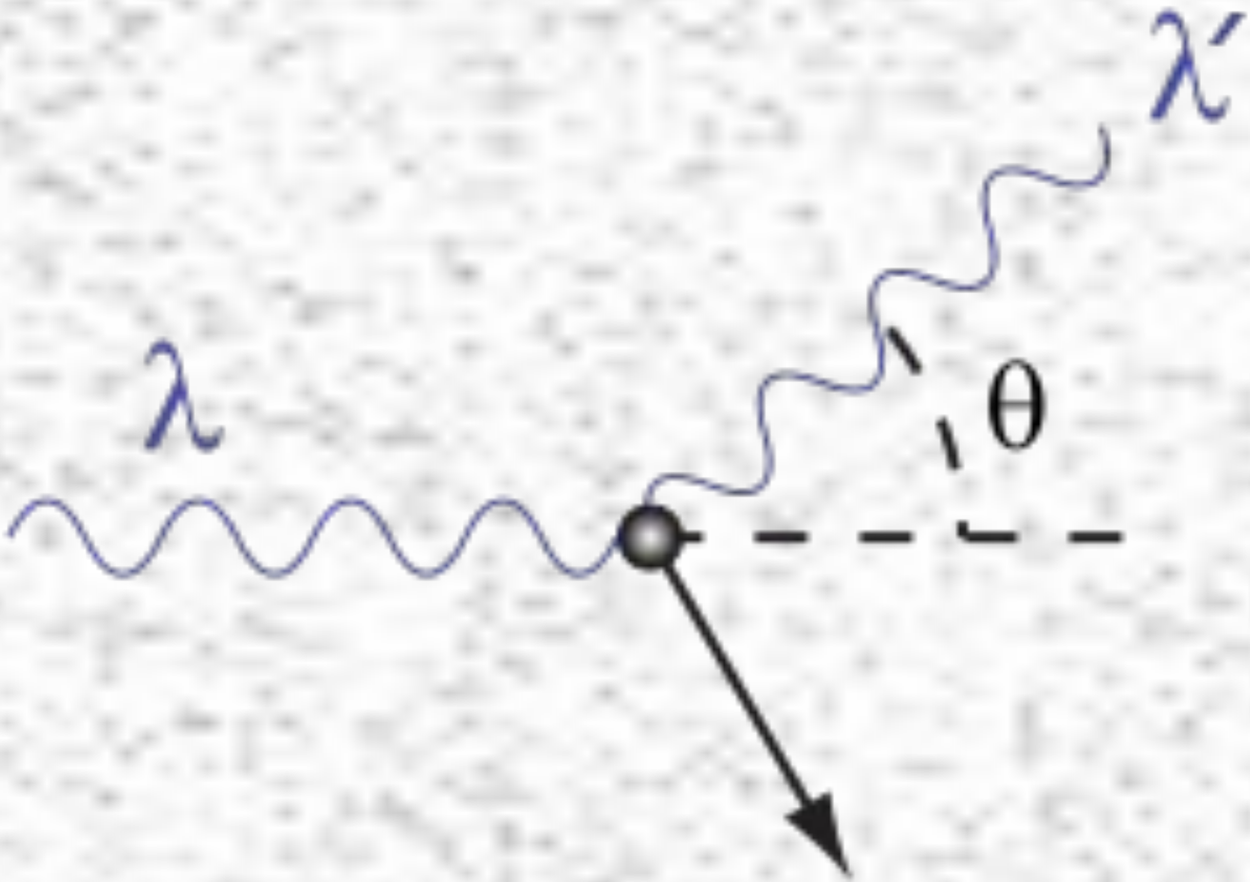
Эффект Комптона

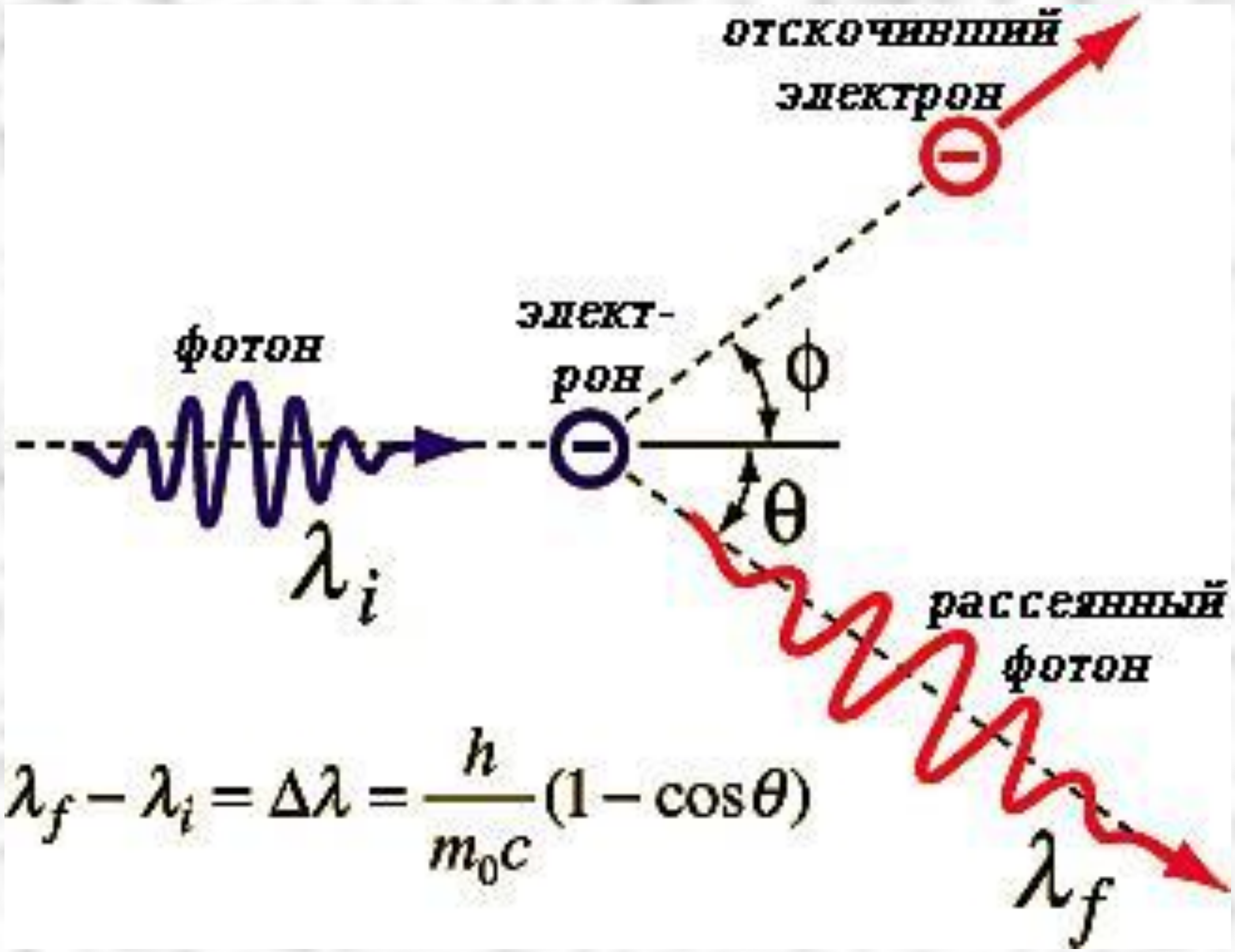
Эффект Комптона заключается в том, что при рассеянии света на легких атомах наряду с длиной волны падающего излучения наблюдается смещенная в сторону больших длин волн компонента.

$$\Delta\lambda = k\sin^2\frac{\theta}{2}.$$

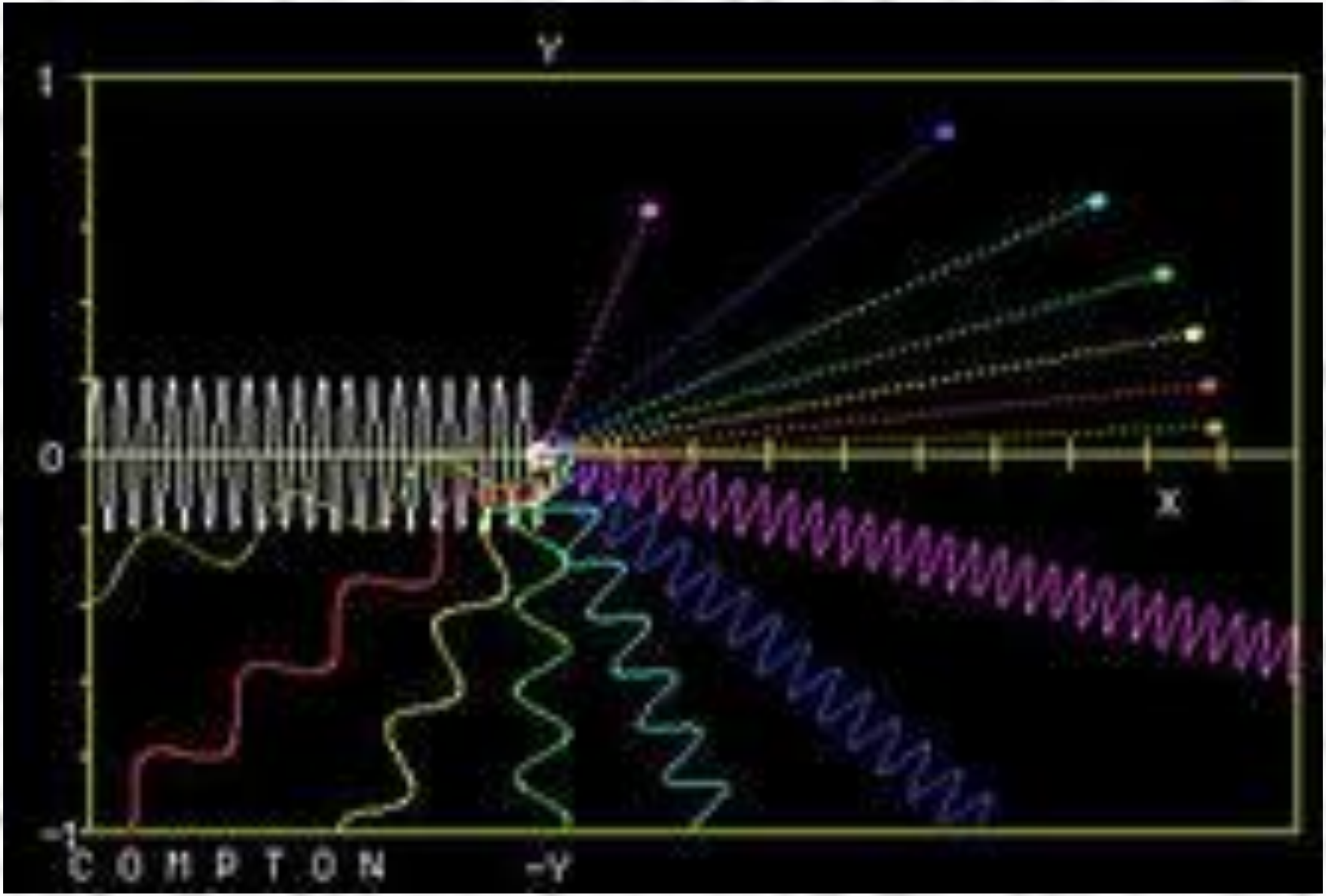
Разница между смещенной длиной и основной называется комптоновским смещением, которое зависит только от угла рассеяния. Объяснить наличие смещения линии удалось рассматривая упругое соударение фотонов с электронами вещества.

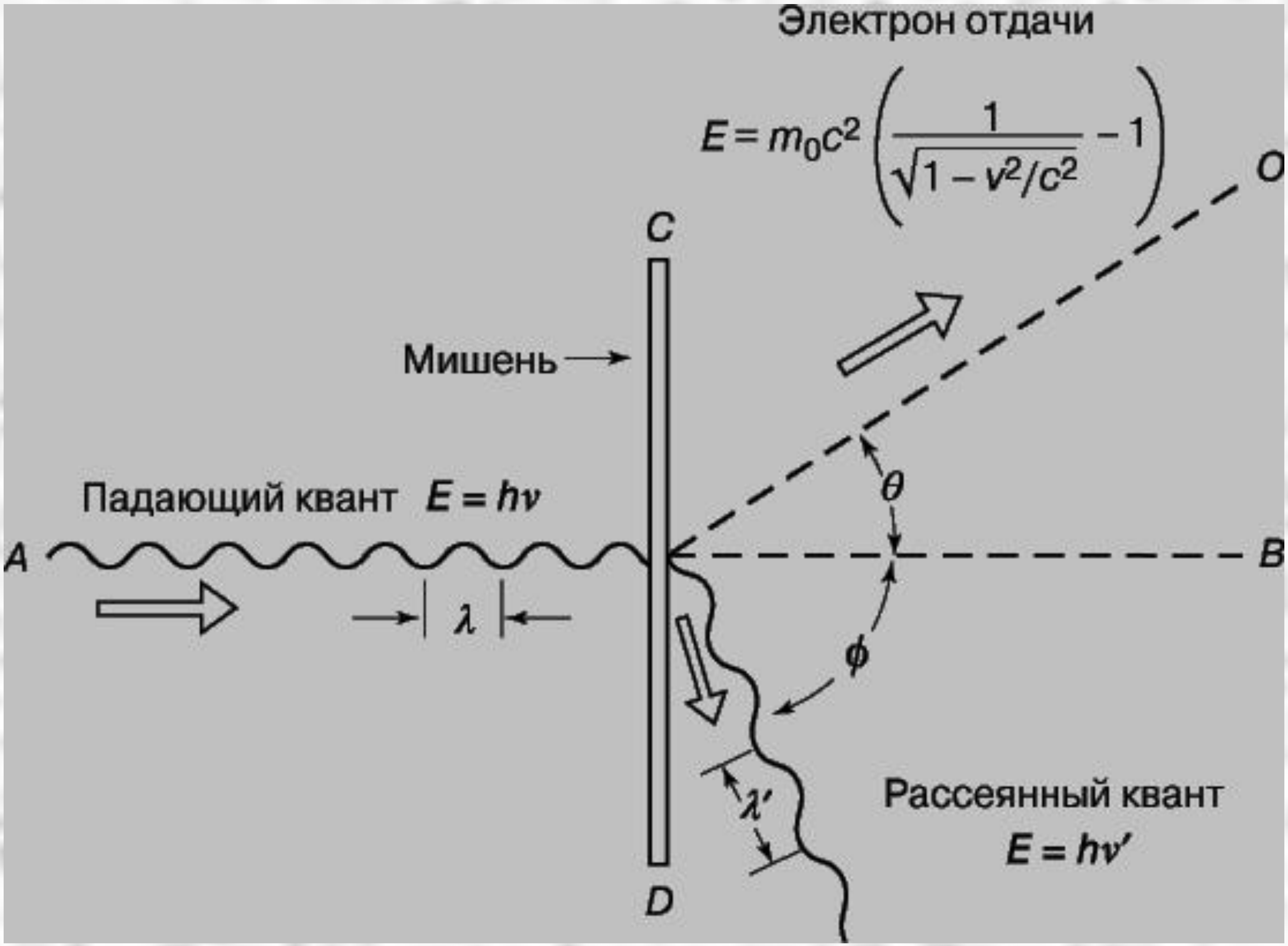
У легких атомов электроны слабо связаны с ядром и легко отщепляются. Их можно рассматривать как свободные.


λ
λ′
θ



$$\lambda_f - \lambda_i = \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos\theta)$$


Y
1
0
X
-1
COMPTON
-Y



Электрон отдачи
$E = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$
O
C
Мишень
Падающий квант $E = h\nu$
A
B
θ
ϕ
λ
λ'
Рассеянный квант
$E = h\nu'$
D

Для упругого соударения работают законы сохранения импульса и энергии.

$\hbar\vec{k}$ - импульс до соударения (падающего)

$\hbar\vec{k}'$ - импульс после соударения (рассеянного)

$\vec{p}$ - импульс электрона

$$\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p}$$

- $\hbar\omega$ - энергия падающего фотона;
- $\hbar\omega'$ - энергия рассеянного фотона;
- mc^2 - энергия покоящегося электрона;
- $E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$ - энергия движущегося электрона.

$$\hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$$

$$\begin{cases} \hbar\omega + mc^2 = \hbar\omega' + c\sqrt{p^2 + m^2c^2} \\ \hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}' + \vec{p} \end{cases}$$

Выполним преобразования:

$$\begin{cases} \vec{p} = \hbar(\vec{k} - \vec{k}') \\ \hbar(\omega - \omega') + mc^2 = c\sqrt{p^2 + m^2c^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} p^2 = \hbar^2 (k^2 - 2kk'\cos\theta + k'^2) \\ (\hbar(\omega - \omega') + mc^2)^2 = c^2 (p^2 + m^2 c^2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} c^2 p^2 = (\hbar(\omega - \omega') + mc^2)^2 - m^2 c^4 \\ p^2 = \hbar^2 (k^2 - 2kk'\cos\theta + k'^2) \end{cases}$$

Эффект Комптона

- Воспользуемся

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi c}{\lambda} = kc$$

$$\begin{cases} c^2 p^2 = \hbar^2 c^2 (\vec{k} - \vec{k}')^2 + m^2 c^4 + 2\hbar c(\vec{k} - \vec{k}') \cdot mc^2 - m^2 c^4 \\ p^2 = \hbar^2 (k^2 - 2kk'\cos\theta + k'^2) \end{cases}$$

- Подставим второе равенство в первое

$$\hbar^2 k^2 + \hbar^2 k'^2 - 2\hbar^2 kk' + 2\hbar cm(k - k') =$$

$$\hbar^2 k^2 + \hbar^2 k'^2 - 2\hbar^2 kk'\cos\theta$$

$$2\hbar cm(k - k') = 2\hbar^2 kk'(1 - \cos\theta)$$

- Перейдем к длинам волн

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$cm \cdot 2\pi \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda' \lambda} = \hbar \frac{4\pi^2}{\lambda \lambda'} \cdot 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\Delta\lambda = \frac{4\pi\hbar}{cm} \cdot \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Помимо смещенной линии в спектре рассеяния наблюдается и основная. Это не объясняется данными выкладками. Это объясняется тем, что мы упростили процесс рассеяния, т.е. не учитывали связь электрона с атомом, а считали его свободным.