Проект «**Разработка заданий и методических рекомендаций для решения задач с параметрами при подготовке к ЕГЭ по математике**»

Выполнена учителем математики МБОУ СОШ№14 г.Красногорска Беляевской С. В.

Оглавление:

1. Введение 3
2. Особенности заданий с параметрами 4-5
3. Занятие №1 5-22
4. Занятие №2 23-31
5. Занятие №3 32-44
6. Заключение 45
7. Источники 47

Введение:

Известно, что в программах по математике в неспециализированных классах задачам с параметрами отводится незначительное место. С параметрами учащиеся встречаются при введении линейной функции $y = kx + b$, уравнения первой степени $ax + b = 0$ и квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Понятие параметра позволяет решать поставленные задачи не в частном, а в общем виде. Позволяет посмотреть на проблему более широко.

Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

Особенности заданий с параметрами

В самом начале знакомства с параметрами у учеников возникает психологический барьер, который обусловлен противоречивыми характеристиками параметра. С одной стороны, параметр следует считать величиной известной, а с другой — конкретное значение параметра не дано. С одной стороны, параметр является величиной постоянной, а с другой — может принимать различные значения.

Получается, что параметр в условии — это «неизвестная величина», «переменная постоянная». Этот «каламбур» довольно точно отражает суть тех сложностей, которые нужно преодолеть ученикам.

К задачам с параметрами, рассматриваемым в школьном курсе, можно отнести, например, поиск решений линейных и квадратных уравнений в общем виде, исследование количества их корней в зависимости от значений параметров.

Такой небольшой класс задач многим не позволяет усвоить главное: параметр, будучи фиксированным, но неизвестным числом, имеет как бы двойственную природу. Во-первых, предполагаемая известность позволяет «общаться» с параметром как с числом, а во-вторых, - степень свободы общения ограничивается его неизвестностью.

Основное, что нужно усвоить при работе с параметром, - необходимость осторожного обращения с фиксированным , но неизвестным числом.

Рассмотрим решение некоторых задач с параметрами на уроках повторения, обобщения и систематизации знаний, состоящих из трёх занятий по два часа на данную тему.

Занятие №1 (2 часа)

- Главное, что должен усвоить школьник это то, что параметр – это число, хоть и неизвестное, но фиксированное, имеющее двойственную природу. После этих вступительных слов можно спросить у школьников встречались ли они с параметрами. Это линейная функция $y=kx+b$, где x и y – переменные, k и b – параметры; квадратное уравнение $ax^2+bx+c=0$, где x - переменная a, b, c, - параметры.
- Задачи надо начинать решать с очень простых, постепенно усложняя их.

Пример №1. Сравнить $-a$ и $5a$

- **<u>Решение:</u>**

1) если $a<0$, то $-a>0$, $5a<0$, значит $-a>5a$

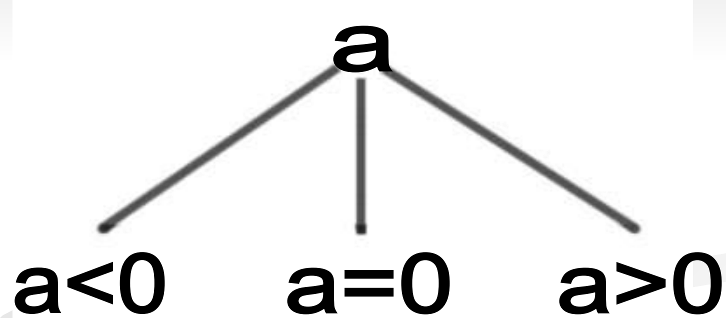
2) если $a=0$, то $-a=0$, $5a=0$, значит $-a=5a$

3) если $a>0$, то $-a<0$, $5a>0$, значит $-a<5a$.

- **<u>Ответ:</u>** если $a<0$, то $-a>5a$

  если $a=0$, то $-a=5a$

  если $a>0$, то $-a<5a$.

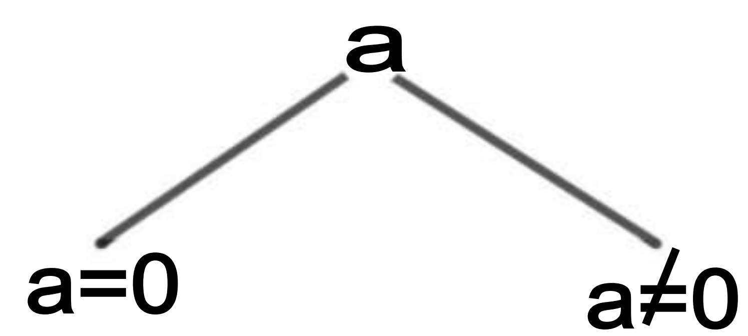


Пример №2. Решить уравнение ax=2

- **<u>Решение:</u>**

1) если a=0, то $0x$=2, решений нет

2) если $a \neq 0$, то $x = \frac{2}{a}$



- **<u>Ответ:</u>** если a=0, то решений нет ,если а≠0, то $x = \frac{2}{a}$

Пример №3 Решить уравнение $(a^2\text{-}9)x=a+3$

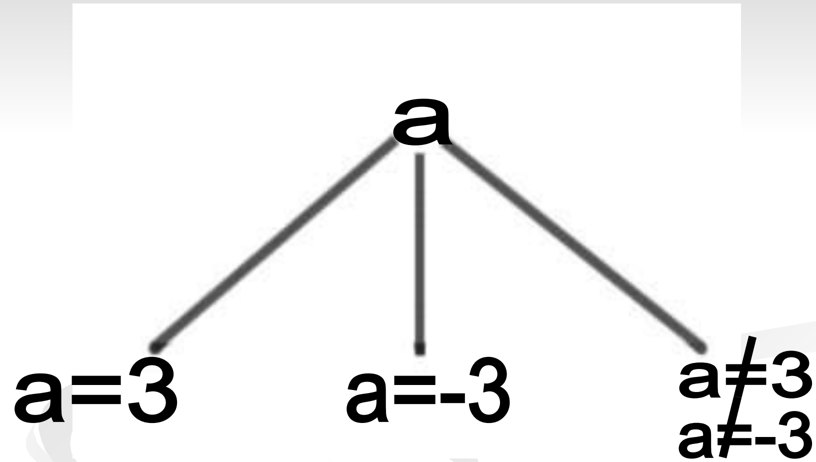
- **<u>Решение:</u>**

1) если a=3, то 0x=6, решений нет

2) если a=-3, то 0x=0, x $\in R$

3) если a≠±3, то a^2-9≠0, $x = \dfrac{a+3}{a^2-9}$

$$x = \frac{1}{a-3}$$



- **<u>Ответ</u>**: если a=3, то решений нет

если a=-3, то x $\in R$

если a≠±3, то $x = \dfrac{1}{a-3}$

Пример №4 Решить неравенство: $ax<7$

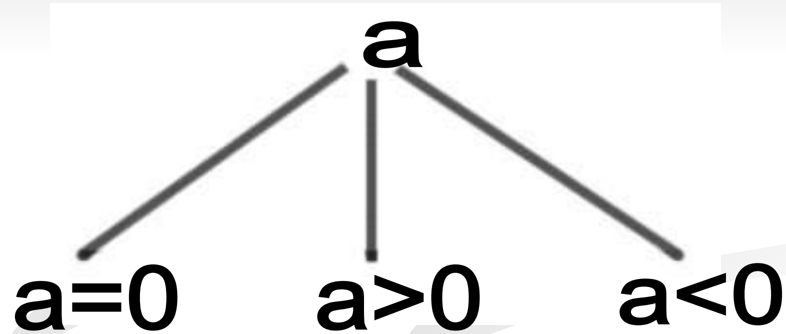
- **Решение:**

1) если $a>0$, то $x < \dfrac{7}{a}$

2) если $a<0$, то $x > \dfrac{7}{a}$

3) если $a=0$, то $0 \cdot x < 7$

$\Rightarrow x \in R$



- **Ответ**: если $a>0$, то $x< \dfrac{7}{a}$

  если $a<0$, то $x > \dfrac{7}{a}$

  если $a=0$, то $x \in R$

Пример №5 Решить уравнение $\frac{x-a}{x+3}=0$

- **Решение:**

$$\frac{x-a}{x+3}=0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x-a=0, \\ x+3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a, \\ x\neq -3. \end{cases}$$

- **Ответ:** если a=-3, то решений нет

  если a≠-3, то x=a.

Пример №6 Решить уравнение

$$(a+1)x^2 - 2x + 1 - a = 0$$

- **<u>Решение:</u>**

1) если a=-1, то -2x+1+1=0; x=1

2) если $a\neq$-1,то x=1 или $x = \dfrac{1-a}{a+1}$

- **<u>Ответ</u>**: если a=-1, то x=1

  если $a\neq$-1,то x=1 или $x = \dfrac{1-a}{a+1}$

Пример №7 Решить уравнение

$$\sqrt{x-b}(x+4)=0$$

- **Решение:**

$$\sqrt{x-b}(x+4)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-b\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x+4=0, \\ x-b=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge b \\ \left[\begin{array}{l} x=-4, \\ x=b \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=b, \forall b \\ x=-4, b\le -4. \end{array}\right.$$

- **Ответ:** если $b<-4$, то $x=-4$ или $x=b$

  если $b=-4$, то $x=-4$

  если $b>-4$, то $x=b$.

Пример №8 Решить уравнение

$$\left|x^2-1\right|+\left|a(x-1)\right|=0$$

- **<u>Решение:</u>**

$$\left|x^2-1\right|+\left|a(x-1)\right|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left|a(x-1)\right|=0, \\ \left|x^2-1\right|=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1=0, \\ a(x-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x-1)=0, \\ \left[\begin{array}{l} x=1, \\ x=-1. \end{array}\right. \end{cases}$$

1) если $a\neq0$, то $x=1$

2) если $a=0$, то $x \in R$ значит $x=1$ или $x=-1$

- **<u>Ответ:</u>** если $a\neq0$, то $x=1$

  если $a=0$, то $x=\pm1$

Пример №9 Решить неравенство

$$(1-b^2)x^2+2bx+1\geq 0.$$

- **Решение:**

1) а) если *b*=1, то $2x+1\geq 0; x\geq -\dfrac{1}{2}$

б) если *b*=-1, то $-2x+1\geq 0; x\leq \dfrac{1}{2}.$

2) если *b*≠±1, то неравенство квадратное

$$\frac{D}{4}=b^2-(1-b^2)=2b^2-1$$

$$\frac{D}{4}=0\Leftrightarrow 2b^2-1=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ b=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.,$$

a) $1-b^2 > 0 \Leftrightarrow b \in (-1;1)$

$$\frac{D}{4} > 0 \Leftrightarrow b \in (-\infty;-\frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{2}};\infty)$$

$$x \in \left(-\infty;\frac{-b-\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2}\right] \cup \left[\frac{-b+\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2};\infty\right)$$

$$\frac{D}{4} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ b = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \qquad x \in R$$

$$\frac{D}{4} < 0 \Leftrightarrow b \in (-\frac{1}{\sqrt{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}) \quad x \in R$$

б) $1-b^2<0 \Leftrightarrow b\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$

учитывая, что при $b\in(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{2}})\cup(\frac{1}{\sqrt{2}};\infty)\ \frac{D}{4}>0,$

то $x\in\left[\frac{-b-\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2};\frac{-b+\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2}\right]$

<u>Ответ:</u> если b=1, то $x\in\left[-\frac{1}{2};\infty\right)$

если b=-1, то $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$

если $b\in(-\infty;-1)\cup(1;\infty)$ то $x\in\left[\frac{-b-\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2};\frac{-b+\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2}\right]$

если $b \in (-1; -\frac{1}{\sqrt{2}}) \cup (\frac{1}{\sqrt{2}}; 1)$ то

$$x \in \left(-\infty; \frac{-b-\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2}\right] \cup \left[\frac{-b+\sqrt{2b^2-1}}{1-b^2}; \infty\right)$$

если $b \in \left[-\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$ то $x \in R$

Рассмотренные выше задачи требовалось просто решить. В следующих задачах будет поставлено какое-то более «узкое», конкретное условие.

Пример №10 При каких *a* уравнение имеет единственное решение?

$$ax^2 - x + 3 = 0$$

- **<u>Решение:</u>**

1) если a=0, то x=3

2) если a≠0, то уравнение квадратное и оно имеет единственное решение при D=0

D=1-12a

$$D = 0 \Leftrightarrow 1 - 12a = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{12}$$

- **<u>Ответ:</u>** при а=0 или а = $\frac{1}{12}$

Пример №11 При каких *a* уравнение имеет единственное решение?

$$(a-2)x^2+(4-2a)x+3=0$$

- **<u>Решение:</u>**

1) если $a=2$, то решений нет

2) если $a\neq2$, то уравнение имеет единственное решение при $D=0$

$$\frac{D}{4}=(2-a)^2-(a-2)3=a^2-7a+10$$

$$\frac{D}{4}=0\Leftrightarrow a^2-7a+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=5\\a=2\end{array}\right.$$

- **<u>Ответ:</u>** при $a=5$

Задачи для самостоятельного домашнего решения задаются с ответами для самоконтроля

1) **<u>При каких *a* уравнение имеет решения, найти их</u>**

$$\frac{a+3}{x+1}-\frac{5-3a}{x-2}=\frac{ax+3}{x^2-x-2}$$

$$(x=\frac{14-a}{3a-2} \quad \text{при} \quad a\in(-\infty;-6)\cup(-6;\frac{2}{3})\cup(\frac{2}{3};\frac{18}{7})\cup(\frac{18}{7};\infty))$$

2) **<u>Решить уравнение:</u>**

а)

$$\frac{x-a}{x^2-4x+3}=0$$

(при a=1 или a=3 решений нет; при $a\neq1$ и $a\neq3$ $x=a$)

б) $$\frac{x-2}{x+a}=0$$

(при a =-2 решений нет; при a≠-2 x=2)

3) При каких a уравнение имеет ровно три корня

$$x^3-x=a(x^3+x)$$

(при $a\in(-1;1)$)

Занятие №2 (2 часа)

- Урок начинается с разбора домашнего задания. Затем учитель предлагает решить более общую задачу.

Пример №12 Выяснить, при каких значениях параметра *a* уравнение $5(4-a)x^2-10x-a=0$ имеет:

1) два различных корня;
2) не более одного корня;
3) два корня различных знаков;
4) два положительных корня.

- **Решение:**

1) уравнение имеет два различных корня тогда и только тогда, когда оно квадратное и $D>0$.

$$\begin{cases} 4-a\neq 0, \\ \dfrac{D}{4}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-a\neq 0, \\ 25+5a(4-a)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 4, \\ a^2-4a-5<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 4, \\ a\in(-1;5) \end{cases} \Leftrightarrow a\in(-1;4)\cup(4;5)$$

2) а) если $a=4$, то $x=-\dfrac{2}{3}$

б)

$$\begin{cases} a\neq 4, \\ D\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 4, \\ a^2-4a-5\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 4, \\ a\in(-\infty;-1]\cup[5;\infty) \end{cases} \Leftrightarrow a\in(-\infty;-1]\cup[5;\infty)$$

3) уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет два корня различных знаков тогда и только тогда, когда $\frac{c}{a}<0$ значит

$$\frac{-a}{5(4-a)}<0 \Leftrightarrow a\in(0;4)$$

4) уравнение $ax^2+bx+c=0$ имеет два положительных корня тогда и только тогда, когда

$$\begin{cases} D\geq 0, \\ 4-a\neq 0, \\ \dfrac{c}{a}>0, \\ \dfrac{b}{a}<0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 4-a\neq 0, \\ a^2-4a-5\leq 0, \\ \dfrac{-a}{5(4-a)}>0, \\ \dfrac{-10}{5(4-a)}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\in[-1;5], \\ a\neq 4, \\ a\in(-\infty;0)\cup(4;\infty), \\ a<4 \end{cases} \Leftrightarrow a\in[-1;0)$$

Самостоятельная работа.
Вариант I

- 1. Для всякого *a* решить уравнение

$$x^2 - (2a+1)x + 2a = 0$$

<u>Решение:</u> Т.к. сумма коэффициентов равна 0, то x=1 или x=2a

<u>Ответ:</u> 1; 2a.

- 2. При каких *b* уравнение имеет единственный корень? Для каждого *b* найти этот корень.

$$3x^2 + bx + 12 = 0$$

<u>Решение:</u> Квадратное уравнение имеет единственный корень тогда и только тогда, когда D=0

$$D = b^2 - 144$$

$$D = 0 \Leftrightarrow b^2 - 144 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 12, \\ b = -12 \end{array}\right.$$

1) если b=12, то $x = \dfrac{-12}{6}; x = -2$

2) если b=-12, то $x = \dfrac{12}{6}; x = 2$

Ответ: при b=12 x=-2

при b=-12 x=2.

- 3. Для каждого значения параметра решить неравенство:

  $(x^2-4)(x-b) \geq 0.$

Решение:

$$(x^2-4)(x-b) \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+2)(x-b) \geq 0$$

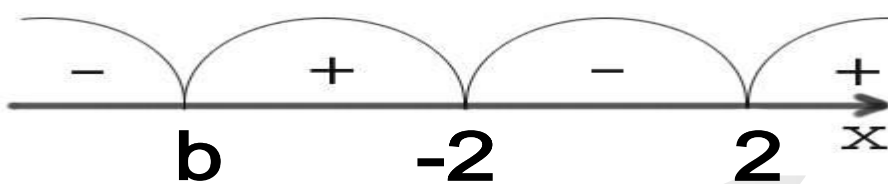
Решим неравенство методом интервалов, рассмотрев

функцию $f(x)= (x-2)(x+2)(x-b)$,

непрерывную на R, имеющую нули 2, -2, *b*

Рассмотрим три случая:

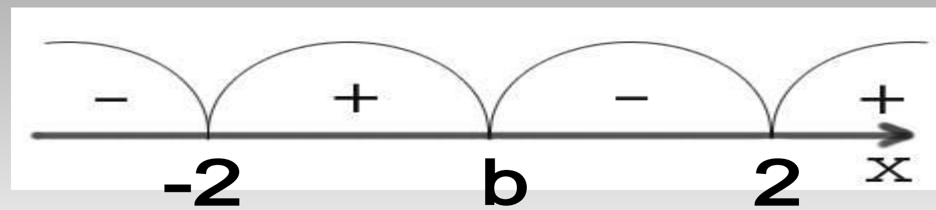
1) $b \leq -2$



$x \in [b;-2] \cup [2;\infty)$

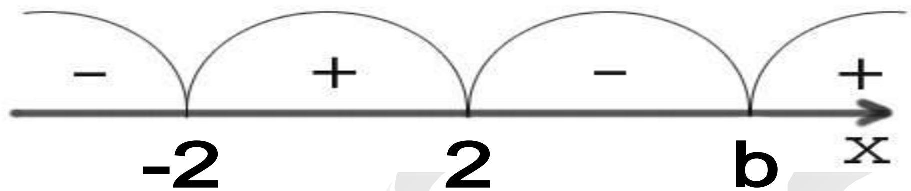
2) $-2<b<2$

$x \in [-2; b] \cup [2; \infty)$



3) $b \geq 2$

$x \in [-2; 2] \cup [b; \infty)$



<u>Ответ</u>: если $b \leq -2$ то $x \in [b; -2] \cup [2; \infty)$

если $-2<b<2$, то $x \in [-2; b] \cup [2; \infty)$

если $b \geq 2$ то $x \in [-2; 2] \cup [b; \infty)$

Вариант II

Задания аналогичны заданиям варианта I.

- 1. $x^2-(3a-1)x-3a=0$

<u>Ответ:</u> -1; 3*a*.

- 2. $5x^2+bx+20=0$

<u>Ответ</u>: при *b*=20 *x*=-2

при *b*=-20 *x*=2.

- 3. $(x^2-1)(x-a)\le 0$

<u>Ответ:</u> если $a\le -1,$ то $x\in(-\infty;a]\cup[-1;1]$

если -1<*a*<1, то $x\in(-\infty;-1]\cup[a;1]$

если $a\ge 1,$ то $x\in(-\infty;;-1]\cup[1;a]$

Занятие №3 (2 часа)

- Теперь можно приступать к решению задач ЕГЭ с параметрами.

Пример№1.Найти все значения параметра p, при которых уравнение $7-4\cos x = p(1+tg^2 x)$ имеет хотя бы один корень.

- **<u>Решение:</u>**

$$7-4\cos x = p(1+tg^2 x) \Leftrightarrow \begin{cases} \cos^2 x \neq 0, \\ 7\cos^2 x - 4\cos^3 x = p. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos^2 x \neq 0, \\ \cos x = a, \\ 7a^2 - 4a^3 = p; \end{cases} \begin{cases} a \neq 0, \\ -1 \le a \le 1, \\ 7a^2 - 4a^3 = p. \end{cases}$$

Рассмотрим функцию $f(a)=7a^2-4a^3$, определённую на [-1;0)U(0;1] и найдём её область значений.

$f(-1)=11$; $f(1)=3$; при $a \to 0$ $f(a) \to 0$

$f'(a)=$ $14a-12a^2$;

$f'(a)=0 \quad \Leftrightarrow 14a-12a^2=0 \Leftrightarrow 2a(7-6a)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0, \\ a=\dfrac{7}{6} \end{array}\right.$

Т.к. $0 \notin D(f)$; $\dfrac{7}{6} \notin D(f)$ то экстремумов у функции нет, следовательно $E(f)=(0;11]$.

Чтобы уравнение $7a^2-4a^3=p$, а значит и данное уравнение имело хотя бы один корень, необходимо и достаточно, чтобы $p \in (0;11]$.

<u>Ответ</u>: $(0;11]$

Пример №2. Найти все значения *а*, при которых область определения функции

$$y=((\sqrt{a})^{2x+10}+(x^2\sqrt{x})^2a^3-x^{5+x\log_x a}-(a^2)^{\log_2 16})^{-0,5}$$

содержит ровно одно двузначное натуральное число.

- **Решение:**

$$D(y):\quad \begin{cases}(\sqrt{a})^{2x+10}+(x^2\sqrt{x})^2a^3-x^{5+x\log_x a}-(a^2)^{\log_2 16}>0,\\ x>0,\\ x\neq 1.\end{cases}$$

Решим первое неравенство системы:

$$(\sqrt{a})^{2x+10}+(x^2\sqrt{x})^2a^3-x^{5+x\log_x a}-(a^2)^{\log_2 16}>0$$

$$a^xa^5+x^5a^3-x^5a^x-a^8>0;$$

$$a^5(a^x-a^3)-x^5(a^x-a^3)>0;$$

$$(a^x-a^3)(a^5-x^5)>0;$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^x - a^3 > 0,\\ a^5 - x^5 > 0;\end{cases}\\ \begin{cases}a^x - a^3 < 0,\\ a^5 - x^5 < 0;\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^x > a^3,\\ a^5 > x^5;\end{cases}\\ \begin{cases}a^x < a^3,\\ a^5 < x^5;\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}a^x > a^3,\\ a > x;\end{cases}\\ \begin{cases}a^x < a^3,\\ a < x.\end{cases}\end{array}\right.$$

1) если 0<a<1, то

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x < 3,\\ a > x;\end{cases}\\ \begin{cases}x > 3,\\ a < x;\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x < a,\\ x > 3;\end{array}\right. \qquad x \in (0;a) \cup (3;\infty).$$

Решение не удовлетворяет условию задачи.

2) если $a>1$, то

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>3,\\ a>x;\end{cases}\\ \begin{cases}x<3,\\ a<x;\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}3<x<a,\\ a<x<3;\end{array}\right. \qquad x\in(3;a).$$

Чтобы решение удовлетворяло условию задачи, необходимо и достаточно, чтобы $a\in(10;11]$.

- **<u>Ответ:</u>** $(10;11]$

Пример №3. Найти все значения параметра *a*, при каждом из которых множество решений неравенства

$$a^2+8a<\frac{4a^2}{x}-x(x-2a-4)$$

содержит какой-нибудь отрезок длиной 2,но не содержит никакого отрезка длиной 3

- **<u>Решение:</u>**

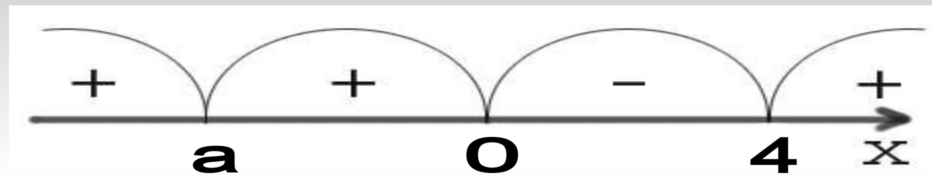
$$a^2+8a<\frac{4a^2}{x}-x(x-2a-4)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2+8a-\frac{4a^2}{x}+x^2-2a^2x-4x<0\Leftrightarrow\frac{ax^2+8ax-4a^2+x^3-2a^2x^2-4x^2}{x}<0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2(x-4)-2ax(x-4)+x^2(x-4)}{x}<0\Leftrightarrow\frac{(x-4)(x-a)^2}{x}<0.$$

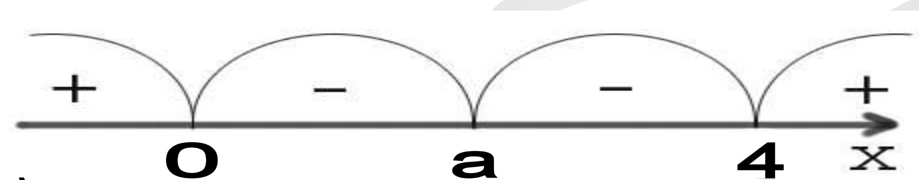
Решим неравенство методом интервалов, рассмотрев функцию $f(x)=\dfrac{(x-4)(x-a)^2}{x}$ непрерывную на R\{0}, имеющую нули 4, a:

1) если $a \le 0$



$x \in (0;4)$ - решение содержит отрезок длиной 3, что не удовлетворяет условию задачи.

2) если 0<a<4



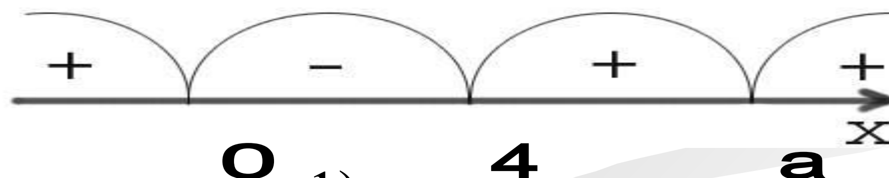
$x \in (0;a) \cup (a;4)$

Чтобы решение удовлетворяло условию задачи, необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия:

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} a \geq 1, \\ a < 2; \end{cases} \\ \begin{cases} a > 2, \\ a \leq 3; \end{cases}\end{array}\right.$$

т.е. $a \in [1;2) \cup (2;3]$

3) если $a \geq 4$



$x \in (0;4)$ - аналогично случаю 1)

- **<u>Ответ:</u>** $[1;2) \cup (2;3]$

Пример №4. Найти все значения параметра p, при которых уравнение

$$(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$$

имеет хотя бы один корень, и число различных корней этого уравнения равно числу различных корней уравнения

$$\frac{2x+1}{21-p}=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$$

- **Решение:**

1) $\frac{2x+1}{21-p}=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$

Пусть $\sqrt{x-3}$ =t, $t\geq 0$ тогда $2x+1=2t^2+7$

$$\frac{2t^2+7}{21-p}=\frac{1}{t+3};$$

$$2t^3+6t^2+7t+21=21-p;$$

$$-2t^3-6t^2-7t=p.$$

Рассмотрим функцию $f(t)=-2t^3-6t^2-7t$:

$D(f)=[0;\ \infty)$,

$f(t)=0$ $\Leftrightarrow$ $-t(2t^2+6t+7)=0$ $\Leftrightarrow$ $t=0$.

$E(f)=(-\infty;0]$

$f'(t)=-6t^2-12t-7 \Rightarrow f'(t)<0 \Rightarrow f\downarrow$

Значит графики функций $f(t)=-2t^3-6t^2-7t$ и $y=p$ могут иметь только одну общую точку, т.е. уравнение

$-2t^3-6t^2-7t=p$ а значит и уравнение $\dfrac{2x+1}{21-p}=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}+3}$

может иметь ровно один корень при $p\le 0$.

2) Узнаем при каких p уравнение $(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$ имеет ровно один корень:

а) если $2p+3=0$ ($p=-\frac{3}{2}$), то $x=-\frac{2}{3}$ $\Rightarrow$ $p=-\frac{3}{2}$-удовлетворяет условию.

б) если $2p+3\neq 0$, то уравнение $(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$ имеет единственный корень при $D=0$.

$$D=(p+3)^2-4(2p+3)=p^2-2p-3.$$

$$D=0 \quad \Leftrightarrow p^2-2p-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p=-1, \\ p=3. \end{array}\right.$$

Итак, уравнение $(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$ имеет ровно один корень при $p\in\left\{-\frac{3}{2};-1;3\right\}$.

Но уравнению $\frac{2x+1}{21-p}=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$ удовлетворяют только $p \le 0$,

т.е. при $p=-\frac{3}{2}$ и p=-1 уравнения $\frac{2x+1}{21-p}=\frac{1}{\sqrt{x-3}+3}$ и $(2p+3)x^2+(p+3)x+1=0$ имеют равное число корней, а именно, по одному.

- **<u>Ответ:</u>** $-\frac{3}{2}$; -1

Заключение

- Все рассмотренные упражнения имеют дидактическую цель — помочь учащимся составить представление о параметре, о том, что значит решить уравнение (неравенство) с параметром. Предложенные упражнения помогают им осмыслить всего несколько строк определения: «Пусть дано уравнение (неравенство) $f(x; a)=(>)\ 0$ с переменными **x, a**. Если ставится задача для каждого значения **a** решить это уравнение(неравенство) относительно **x**, то уравнение (неравенство) $f(x;a)=(>)0$ называется уравнением(неравенством) с переменной **x** и параметром **a**. Решить уравнение (неравенство) с параметром **a** — это значит для каждого значения **a** найти значение **x**, удовлетворяющее этому уравнению(неравенству)».

Задачи с параметрами обладают большим потенциалом в развитии интеллектуальных качеств личности, так как развивают исследовательские способности, учат творчески мыслить, помогают сформировать и развить творческое мышление. Эти задачи должны включаться в школьный курс математики начиная с 7 класса. Конечно, уровень сложности заданий должен определяться уровнем подготовки всего класса в целом и каждого ученика в отдельности.

В своей работе я постаралась составить версию обучения учащихся решению уравнений и неравенств с параметрами с подборкой основных заданий разного уровня, а также продемонстрировать важность обучения учащихся таким задачам, обосновать целесообразность обучения умению их решать, проанализировать подходящие для этого задания.

Основной вывод работы-такие задачи должны составлять самостоятельную линию обучения в математике.

Используемые источники:

- 1. Гронштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С. - Задачи с параметрами – «Илекса», «Гимназия» - Москва-Харьков,1999год.
- 2. Шахмейстер А.Х. – Задачи с параметрами, 1-е издание СПб: «ЧеРо-на-Неве»,2004год.
- 3. Ященко И.В., Семенова А.Л. – Материалы ЕГЭ, издательство «Экзамен» Москва,2011год.
- 4. Интернет сайты:

  www.dvoek-net.ru

  www.ege-trener.ru