

ТЕМА 6. ІНФОРМАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КАНАЛІВ ЗВ'ЯЗКУ

6.1 Математичні моделі каналів електрозв'язку. Приклади моделей: дискретний симетричний канал, канал з адитивним білим гауссовим шумом (АБГШ).

6.2 Інформаційні характеристики дискретних каналів зв'язку: кількість і швидкість передачі інформації, пропускна здатність каналу.

6.3 Інформаційні характеристики неперервних каналів зв'язку: кількість і швидкість передачі інформації, пропускна

6.1 Математичні моделі каналів зв'язку.

Приклади моделей: дискретний симетричний канал, канал з адитивним білим гауссовим шумом (АБГШ).

Каналом зв'язку називають сукупність технічних пристроїв та програмних засобів, які забезпечують передавання первинних сигналів від термінала джерела до термінала споживача.

Залежно від виду сигналів та середовища їх поширення розрізняють канали телефонні, телеграфні, передачі даних, звукового та телевізійного мовлення, дротові та кабельні, радіоспівідану.

Класифікація каналів. Як і будь-яка класифікація, розподілення сигналів на класи провадиться з використанням різних критеріїв. Такими критеріями можуть бути: **призначення системи; діапазон частот; характер сигналів на вході та виході; середовище поширення та інші.**

Всі канали розподіляють на **три типи:**

- **неперервні**, на вході і виході яких діють неперервні сигнали;
- **дискретні**, на вході і виході яких діють дискретні сигнали;
- **змішані** – дискретно-неперервні та неперервно-дискретні.

Характеристики каналів. У загальному випадку всі характеристики каналів за різними ознаками можна умовно розділити на такі класи:

- фізичні;
- електричні;
- статистичні (імовірнісні);
- інформаційні.

До ***фізичних*** характеристик можна віднести тип лінії зв'язку, її довжину, використовувану апаратуру передавача та приймача, тип антени тощо.

Електричні характеристики надаються електричними параметрами кожного з чотирьох полюсників системи та їх з'єднання. До **електричних** характеристик можна віднести:

- комплексну передавальну функцію

$$\underline{H}(j\omega) = H(\omega) \exp [-j\phi(\omega)]$$

- імпульсній відгук $g(t)$;
- залишкове ослаблення (затухання), що визначається як:

$$A_r = 10 \lg [1/ H(\omega)];$$

- частотну характеристику залишкового ослаблення та смуга ефективно переданих частот;
- вхідний $Z_{\text{вх}}$ та вихідний $Z_{\text{вих}}$ опори, їх відхилення від номінальних значень;
- коефіцієнт відбиття;
- ослаблення неузгодженості (відбиття);
- частотну характеристику фазового зсуву між вхідними та вихідними сигналами;
- амплітудну характеристику.

Статистичні (імовірнісні) характеристики каналу є основними для розрахунків передавання інформації каналом та боротьби із завадами. Теорія завадостійкості приймання, теорія коректуючих кодів побудовані на тому, що ймовірнісні характеристики сигналу, завад, помилок є відомими.

Інформаційні характеристики каналу надають йому певні властивості з точки зору передавання інформації ним.

Неперервний канал

має різновиди:

- ідеальний канал без завад, з постійними параметрами;
- канал зв'язку з адитивним гауссовим шумом;
- гауссовий канал з невизначеною фазою сигналу;
- однопроменевий гауссовий канал із загальними завадами;
- гауссовий багатопроменевий канал із завадами та адитивним шумом з міжсимвольною інтерференцією.

Основними характеристиками неперервного каналу є:

- **ансамбль вхідних $s(t)$ та вихідних $z(t)$ сигналів з їх імовірнісними характеристиками (густина ймовірності, спектральна густина потужності тощо);**
- **ослаблення μ та затримка τ ;**
- **смуга частот каналу F_k ;**
- **завада в каналі з її ймовірнісними характеристиками (густина ймовірності, спектральна густина потужності);**
- **енергетичні параметри (середні або пікові потужності) сигналу та завади.**

Ідеальний канал зв'язку без завад – це лінійне коло зі сталою функцією передачі, що зосереджена в обмеженій смузі частот, де відсутні завади. Вихідний сигнал при заданому вхідному буде детермінованим. Вихідний сигнал такого каналу визначається:

$$z(t) = \mu \cdot s(t - \tau)$$

де $z(t)$ – суміш сигналу та завади на виході каналу;

$s(t)$ – вхідний сигнал;

μ – ослаблення або підсилення сигналу;

τ – затримка в каналі.

Ця модель каналу зв'язку частіше застосовується для опису кабельних каналів дуже короткої довжини де наявність адитивних завад ще не відчувається.

Канал зв'язку з адитивним гауссовим шумом – це канал з білим або квазібілим шумом (з рівномірною спектральною щільністю в смузі спектра сигналу) в якого $\mu(t) = \mu = \text{const}$, $\tau(t) = \tau = \text{const}$, а завада $n(t)$ має гауссовий (нормальний) розподіл ймовірностей.

Із врахуванням цього математична модель неперервного каналу записується у вигляді :

$$z(t) = \mu s(t - \tau) + n(t)$$

де $n(t)$ – гауссовий адитивний шум з нульовим математичним сподіванням.

Гауссовими каналами, наприклад, є канали супутникового зв'язку, проводових ліній при не значних завадах та однопроменевих радіоканалів без завад.

сигналу – це канал в якого $\mu(t) = \mu = \text{const}$, $\tau(t) \neq \text{const}$.
Тобто запізнення є випадковою величиною.
Наявність набігу фази обумовлена затримкою сигналу у каналі τ , нестабільністю опорних генераторів передавача та приймача, ефектами середовища.

Сигнал на вході каналу з невизначеною фазою, тобто смуговий сигнал, описується наступним чином:

$$s_{\text{BX}}(t) = A(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)],$$

де $A(t)$ – амплітуда сигналу;

$\varphi(t)$ – фаза сигналу;

f_0 – частота несійної (центральна частота).

На виході каналу з невизначеною фазою сигнал має наступний опис:

$$z(t) = \mu A(t - \tau) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t) + \theta] + n(t),$$

де $\theta = \Delta\varphi - 2\pi f_0 \tau$ – набіг фази сигналу у каналі;
 $\Delta\varphi$ – набіг фази за рахунок нестабільності опорних генераторів та інших факторів.

Модель використовується для опису реальних провідових каналів й однопromеневих каналів без завад, канали супутникового зв'язку, провідових ліній.

Універсальною моделлю неперервного каналу електрозв'язку є модель **багатопроменевого каналу**. Універсальність цієї моделі полягає в тому, що вона описує будь-які канали з лінійними спотвореннями.

Сигнал на виході низькосмугового багатопроменевого каналу (наприклад, канал з відлунням) має наступну форму:

$$s(t) = \sum_{l=1}^L \mu_l s_{\text{к.вх.}}(t - \tau_l) + n(t)$$

де L – кількість променів або шляхів розповсюдження сигналу.

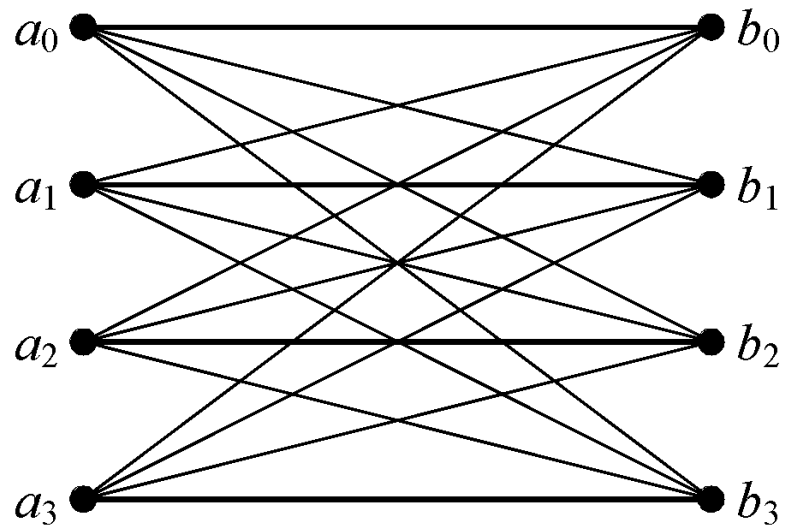
Сигнал на виході смугового багатопроменевого каналу (наприклад, радіоканалу):

$$z(t) = \sum_{l=1}^L \mu_l A(t - \tau_l) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t) + \theta_l] + n(t).$$

Представлені моделі неперервних каналів електрозв'язку є базовими для побудови більш складних моделей, наприклад, каналів зі змінними параметрами, коли параметри μ_l , τ_l є функціями часу.

Моделі цифрових каналів

Вище було зазначено, що на вході і виході цифрового каналу присутні цифрові сигнали, а цифровий сигнал це послідовність символів заданого алфавіту, які слідуєть один за одним через заданий інтервал часу. Символи цифрового сигналу одночасно є станами цифрового каналу, а об'єм алфавіту цифрового сигналу є кількістю станів на вході каналу M . Зазвичай кількість станів каналу на вході і виході однакова. Опис цифрових каналів полягає в тому, щоб задати ймовірності переходів між станами каналу на вході і виході. Переходи між станами каналу зображують у вигляді решітчастої діаграми.



Решітчаста діаграма
чотиркового цифрового каналу

Для представленої діаграми стан каналу на вході може змінитися на будь-який стан на виході. Ймовірності переходів між станами задаються матрицею переходів:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & \dots & p_{0M} \\ p_{10} & p_{11} & \dots & p_{1M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{M0} & p_{M1} & \dots & p_{MM} \end{bmatrix},$$

2 Класифікація цифрових каналів.

Цифрові канали поділяють на:

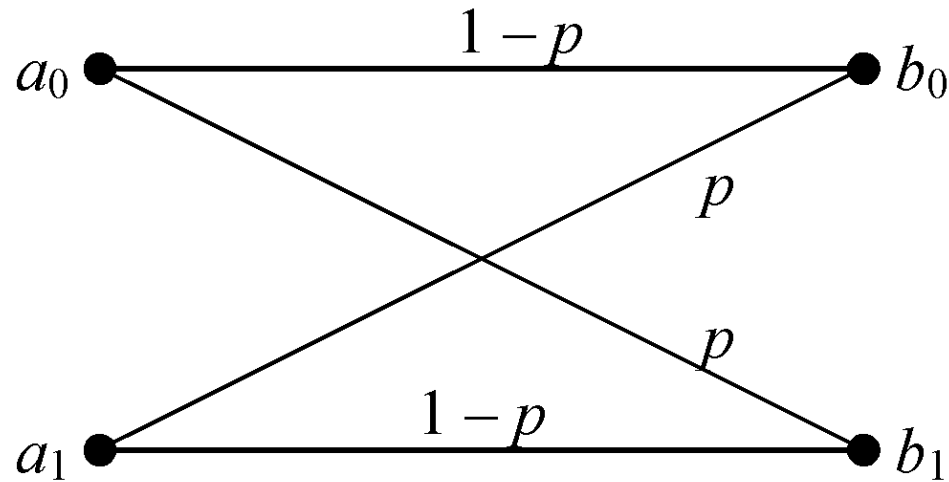
- канали з пам'яттю або без пам'яті;
- канали зі стиранням або без стирання;
- симетричні або несиметричні канали.

Канал називається *каналом з пам'яттю*, якщо ймовірність переходу між станами каналу залежить від попередніх у часі станів каналу, за рахунок чого у цих каналах спостерігається *пакетування помилок*. Пакетування помилок означає, що помилки слідують одна за одною, тобто утворюють пакет. У каналах без пам'яті помилки виникають незалежно одна від одної. Причиною пам'яті є лінійні спотворення, які у свою чергу можуть бути викликані багатопроменевою, відлунням та ін..

Двійковий симетричний канал без пам'яті (ДСК).

Найпоширенішою та найпростішою моделлю цифрового каналу є ДСК. Ця модель є цифровим еквівалентом моделі неперервного ідеального каналу з АБГШ.

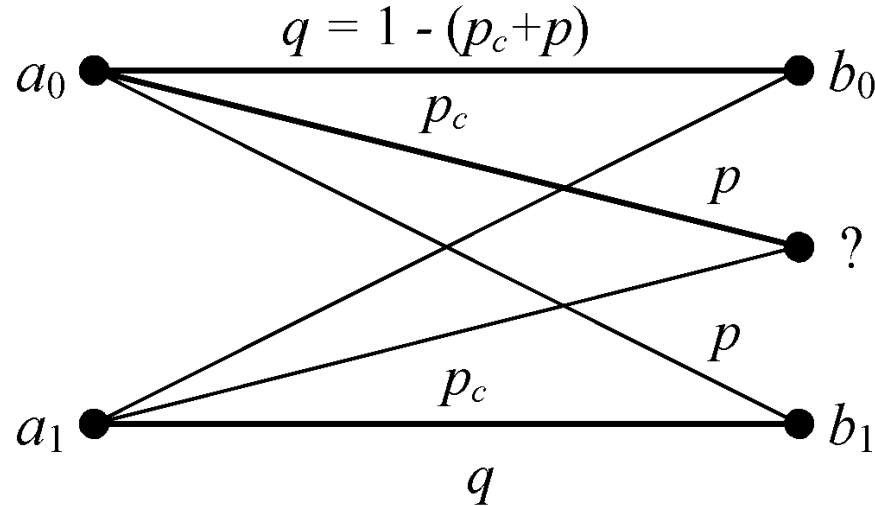
ДСК описується лише одним параметром – ймовірністю помилки p .



Діаграма ДСК

$(1 - p)$ - ймовірності безпомилкового передавання;
 p - ймовірність помилки.

Канал називається **каналом зі стиранням**, якщо неможливо визначити стан каналу на виході.

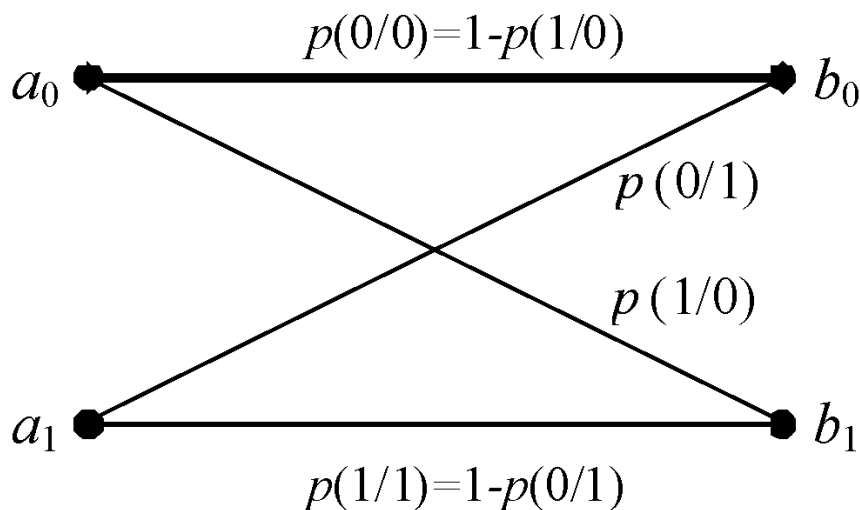


Діаграма каналу зі стиранням

p_c – ймовірність відмови від рішення або стирання символу.

Несиметричний канал без пам'яті

характеризується, як і попередні моделі, тим, що помилки виникають незалежно одна від одної, проте ймовірність помилок залежить від того, який символ передається.



Діаграма ДНК

В двійковому несиметричному каналі ймовірність $p(1/0)$ ухвалення символу "1" при передачі символу "0" не дорівнює ймовірності $p(1/0)$ ухвалення "0" при передачі "1".

Марківський канал являє собою найпростішу модель дискретного каналу з пам'яттю, в якій ймовірність помилки утворює простий ланцюг Маркова, тобто залежить від того, правильно або помилково прийнятий попередній символ, але не залежить від того, який символ передається.

$$p(\hat{x}_i, x_j) = \sum_{s=1}^S p_s \cdot p_s(\hat{x}_i, x_j),$$

$p_s(\hat{x}_i, x_j)$ ймовірність появи символу x_j за умови, що наданий символ x_i а канал знаходиться в стані s ;

p_s - ймовірність знаходження каналу в стані s .

Основні розрахункові формули інформаційних характеристик каналів зв'язку

1. Математична модель дискретного каналу

$$\overset{\vee}{\mathbf{B}} = \mathbf{B} \oplus \mathbf{E}$$

$\mathbf{B}$ – вектор символів (послідовність символів) на вході каналу;

$\mathbf{E}$ – вектор помилок (послідовність помилок), що набуті в каналі через завади;

$\overset{\vee}{\mathbf{B}}$ – вектор символів (послідовність символів) на виході каналу;

$\oplus$ – сума за модулем m .

1	Середня кількість інформації, що переда- на дискретним каналом – $I(B, \bar{B})$, дв.од./симв.	$I(B, \bar{B}) = H(B) - H(B/\bar{B}) =$ $= H(\bar{B}) - H(\bar{B}/B)$
2	Ненадійність дискретного каналу – $H(B/\bar{B})$, дв.од./симв.	$H(B/\bar{B}) = M(-\log_2 P(b_k/\bar{b}_i))$
3	Ентропія джерела помилок (шуму) в дис- кретному каналі – $H(\bar{B}/B)$, дв.од./симв.	$H(\bar{B}/B) = M(-\log_2 P(\bar{b}_k/b_o))$
4	Швидкість передачі інформації дискрет- ним каналом – $R_{\text{дк}}(B, \bar{B})$, дв.од./с	$R_{\text{дк}}(B, \bar{B}) = I(B, \bar{B})/\bar{\tau}_c =$ $R_{\text{дж}}(B) - R_{\text{втр}}(\bar{B}/B)$

$R_{\text{втр}}(\bar{B}/B)$ – швидкість втрат інформації в каналі;

τ_c – тривалість символу;

$\bar{\tau}_c$ – середня тривалість символу;

$H(X)$ – ентропія величини X ;

$M(X)$ – математичне сподівання випадкової величини X .

Основною інформаційною характеристикою будь-якого каналу зв'язку є його *пропускна здатність*, яка визначає максимальну швидкість передавання інформації цим каналом.

Пропускна здатність дискретного каналу $C_{\text{д.к'}}$, дв.од./с, яким можна передавати M символів однакової тривалості (τ_c), обчислюється за формулою:

$$C_{\text{д.к}} = (1/\tau_c) [\log_2 M + p \log_2 (p/(M-1)) + (1-p) \log_2 (1-p)]$$

де $1/\tau_c$ – швидкість передачі символів за одиницю часу;

p – імовірність помилок символу.

Пропускна здатність двійкового симетричного каналу – $C_{\text{дск}}$, дв.од./с

$$C_{\text{дск}} = (1/\tau_c) [1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)]$$

2. Математична модель неперервного каналу

$$z(t) = \mu s(t - \tau) + n(t)$$

Середня кількість інформації, що передана неперервним каналом, дв.од./відлік визначається:

$$\begin{aligned} I(S, Z) &= h(S) - h(S/Z) = \\ &= h(Z) - h(Z/S) \end{aligned}$$

Ненадійність неперервного каналу – дв.од./відлік визначається:

$$h(S/Z) = M(-\log_2 p(s/z))$$

Ентропія шуму в неперервнім каналі дв.од./відлік визначається:

$$h(Z/ S) = M (-\log_2 p(z/ s))$$

Швидкість передачі інформації неперервним каналом – $R_{\text{нк}}$, дв.од./с визначається:

$$R_{\text{нк}}, = f_{\text{д}} I(S, Z)$$

Пропускна здатність каналу – $C_{\text{к}}$ визначається:

$$C_{\text{к}} = \max R_{\text{к}}$$

Пропускна здатність неперервного каналу з АБГШ – $C_{\text{АБГШ}}$ (дв.од./с) визначається:

$$C_{\text{АБГШ}} = F_{\text{к}} \log_2 (1 + P_s / P_n)$$

Пропускна здатність неперервного гауссового каналу при необмеженій смузі частот – $C_{\text{АБГШ}}$ (дв. од./с) визначається:

$$C_{\text{ГК}} = 1,443 P_s / N_0$$

ПОТЕНЦІЙНІ МОЖЛИВОСТІ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ КАНАЛАМИ ЗВ'ЯЗКУ

Теорема Шеннона для каналу із завадами характеризує потенційні можливості передавання повідомлень. Формулювання теореми таке: якщо продуктивність джерела $R_{\text{дж}}$ менша за пропускну здатність каналу $C_{\text{к}}$, тобто $R_{\text{дж}} < C_{\text{к}}$, то існує спосіб кодування (перетворення повідомлення в сигнал на вході каналу) та декодування (перетворення сигналу в повідомлення на виході каналу), за яких точність відновлення (декодування) повідомлення може бути безмежно високою.

$$R_{\text{дж}} < C_{\text{к}}$$

1 Потенційні можливості передачі інформації за швидкістю каналами електрозв'язку

Задача визначення максимальної швидкості передавання інформації каналами електрозв'язку вирішується досить просто: введення К. Шенноном поняття – пропускна здатність каналу дає чітку відповідь:

Швидкість передавання інформації каналом електрозв'язку не може перевищувати його пропускну здатність, оскільки за визначенням пропускна здатність, це – максимальна швидкість передавання інформації каналами.

Потенційні можливості передачі інформації за якістю дискретними каналами електрозв'язку без завад та із завадами.

Кількісною мірою *якості передачі* інформації дискретними каналами електрозв'язку є ймовірність помилки на виході декодера каналу.

Теорема 1. Кодування джерела дискретних повідомлень.

Будь-яке джерело дискретних повідомлень без пам'яті можна закодувати двійковою послідовністю **при середній кількості двійкових символів на знак джерела як загодно близькій до ентропії джерела $H(A)$** і неможливо домогтися середньої довжини коду, меншої за ентропію.

Прикладний сенс цієї теореми – вона надає можливість більш швидкого передавання повідомлень за рахунок усунення надмірності джерела нерівномірним кодуванням (кодами Шеннона-Фано та Хаффмана).

Теорема 2. Кодування дискретного каналу зв'язку без завад.

Існує такий спосіб **кодування і декодування в каналі без завад**, за якого для довжини n послідовності двійкових символів, якою закодовано знак джерела буде виконуватись співвідношення

$$n \geq H(A) + \varepsilon$$

при чому ймовірність помилки p не буде перевищувати будь-якого малого значення $\delta > 0$.

Теорема 3. Кодування дискретного каналу з в'язку із завадами.

Якщо продуктивність джерела повідомлень $R_{\text{дж}}$ менша за пропускну здатність каналу $C_{\text{к}}$, тобто

$$R_{\text{дж}} \leq C_{\text{к}} - \varepsilon,$$

де ε – як завгодно мала величина, то **існує спосіб кодування** (перетворення повідомлення в цифровий сигнал на вході) і **декодування** (перетворення цифрового сигналу в повідомлення на вході каналу), за якого ймовірність помилкового декодування (ненадійність каналу) може бути як завгодно

Цю теорему часто називають – **основна теорема кодування Шеннона**.

Основна теорема кодування Шеннона доводить цікавий факт – завади в каналі та набуті через них помилки обмежують тільки швидкість передачі інформації, **якість передачі** може бути як завгодно високою, тобто – помилки можна знайти і виправити коректувальним кодом.

При доказі теореми знайдено:

- по-перше, оптимальний код має бути випадковим та кодові комбінації повинні мати велику довжину;
- по-друге, отримана формула для ймовірності помилки декодування оптимальним випадковим кодом:

$$P_{\text{п.д}} = 2^{-T_{\text{к.к}} (C_{\text{к}} - R_{\text{дж}})}.$$

$R_{\text{дж}}$ – продуктивність джерела інформації A ;

$P_{\text{п.д}}$ – ймовірність помилкового декодування;

$T_{\text{к.к}}$ – тривалість кодової комбінації знака джерела.

3. Потенційні можливості передачі інформації за якістю неперервним каналом електрозв'язку із завадами

Кількісною мірою *якості передачі* інформації неперервним каналами електрозв'язку є середньоквадратична похибка $\overline{\varepsilon_0^2}$ між переданим та прийнятим аналоговим сигналами.

Теорема 4. Кодування неперервного каналу зв'язку із завадами.

Якщо при заданій похибці оцінки повідомлень джерела ε_0^2 його продуктивність $R_{\text{дж}}$ менша за пропускну здатність каналу C_K , тобто

$$R_{\text{дж}} \leq C_K,$$

то існує спосіб кодування (перетворення повідомлення в сигнал на вході) і декодування (перетворення сигналу в повідомлення на вході каналу), який дозволяє передавати всі неперервні повідомлення джерела з похибкою у відтворенні на виході каналу, що як завгодно мало відрізняється від

Як впливає з формулювання теорем 3 та 4 їх сутність майже однакові, (за однієї і тієї ж умови можна досягти високої якості передачі повідомлень, різниця в тому:

- кількісна міра ***якості передачі*** і дискретним і неперервним каналами різна;
- під кодуванням неперервного джерела розуміють не тільки аналогово-цифрове перетворення, а також методи модуляції та демодуляції;
- продуктивність неперервного джерела $R_{\text{дж}}$ обчислюється за епсилон-ентропією.

За смугою пропускання неперервні канали поділяються на *низькосмугові* та *смугові*. Зрозуміло, низькосмугові канали здатні пропускати низькосмугові сигнали, а смугові канали – смугові сигнали (радіосигнали). Взагалі низькосмуговими каналами називають такі, смуга пропускання яких примикає до нульової частоти. Смуга пропускання смугових каналів навпаки значно віддалена від нульової частоти і знаходиться у високочастотній області.

Смуговими каналами завжди є радіоканали і оптичні канали. Проводові канали, в залежності від устаткування, можуть бути як низькосмуговими, так і смуговими.

За типом спотворень сигналу неперервні канали електрозв'язку поділяються на:

- канали з лінійними або нелінійними спотвореннями;
- канали з загальними або частотно-селективними завадами;
- канали з адитивними або мультиплікативними завадами;
- канали з адитивними білими або кольоровими завадами.

Лінійні спотворення виникають в результаті нерівномірності АЧХ та ФЧХ каналу. У результаті лінійних спотворень нових спектральних складових у спектрі сигналу на виході каналу не виникає. У аналогових системах зв'язку лінійні спотворення призводять до різних наслідків, наприклад, погіршення розбірливості мови у разі "завалу" середніх частот або погіршення різкості телевізійної картини у разі "завалу" високих частот. У цифрових системах зв'язку лінійні спотворення призводять до появи міжсимвольної інтерференції, яку можна усунути шляхом корекції АЧХ та ФЧХ каналу так званими еквайзерами, амплітудними та фазовими коректорами.

Нелінійні спотворення з'являються у трактах перетворення частоти і підсилення. Нелінійність характеристик цих трактів призводить до появи нових спектральних складових, частина з яких може попасти смугу переданого/прийнятого сигналу. Найбільш "небезпечними" є продукти нелінійності третього та п'ятого порядків. Якщо продукти нелінійності попали в смугу частот сигналу, то усунути їх неможливо. Тому при розробці систем зв'язку намагаються зменшити кількість продуктів нелінійності, в першу чергу за рахунок використання пристроїв у лінійних режимах роботи або за рахунок використання сигналів з постійною обвідною, які не зазнають впливу нелінійності.

Ослаблення (підсилення) сигналу в каналі зв'язку за деякими причинами може змінюватися. Такі змінення ослаблення (підсилення) сигналу називають *завмираннями*. Головними причинами змінення ослаблення (підсилення) є:

- ✓ змінення погодних умов;
- ✓ багатопроменеве розповсюдження у сукупності з рухом передавача або приймача; багатопроменеве розповсюдження сигналів виявляється в тому, що випромінений сигнал відбивається від різноманітних об'єктів і в точку приймання поступає декілька копій сигналу; багатопроменеве поширення характерно для радіосистем, в яких використовуються ненаправлені антени;
- ✓ відлуння, яке виникає у провідних системах зв'язку у точках переходу від двохпроводової лінії до чотирьохпроводової та навпаки; дія відлуння подібна дії багатопроменевого поширення, тобто у точці приймання спостерігається декілька копій сигналу.

Завмирання за рахунок змінення погодних умов називаються абсорбційними, а за рахунок багатопроменевого розповсюдження та відлуння – інтерференційними.

Якщо характер завмирань такий, що АЧХ каналу залишається рівномірною, то завмирання називаються *загальними*. Загальні завмирання можна компенсувати системою автоматичного регулювання підсилення. Однак, коли ослаблення сигналу в каналі прагне до нескінченності, то система автоматичного регулювання підсилення не здатна компенсувати такі глибокі завмирання. У такому випадку можна використовувати рознесене у просторі приймання сигналу на дві та більше антени. У каналах з загальними завмираннями дуже ефективним є використання завадостійких кодів.

Якщо завмирання призводять до нерівномірності АЧХ каналу, то відповідні завмирання називаються *частотно-селективними*. Такі завмирання призводять до лінійних спотворень, які були розглянуті вище.

У будь-яких каналах електрозв'язку присутні завади, які можуть з сигналом перемножуватися або додаватися. У першому випадку завади називаються *мультиплікативними*, а другому – *адитивними*. Прикладом мультиплікативної завади є загальні завмирання, а адитивними завадами є теплові шуми.

Теплові шуми володіють рівномірним енергетичним спектром і тому називаються *білими* шумами, за аналогією зі спектром білого кольору. Якщо спектр шуму є нерівномірним, то такий шум називають *кольоровим*.