

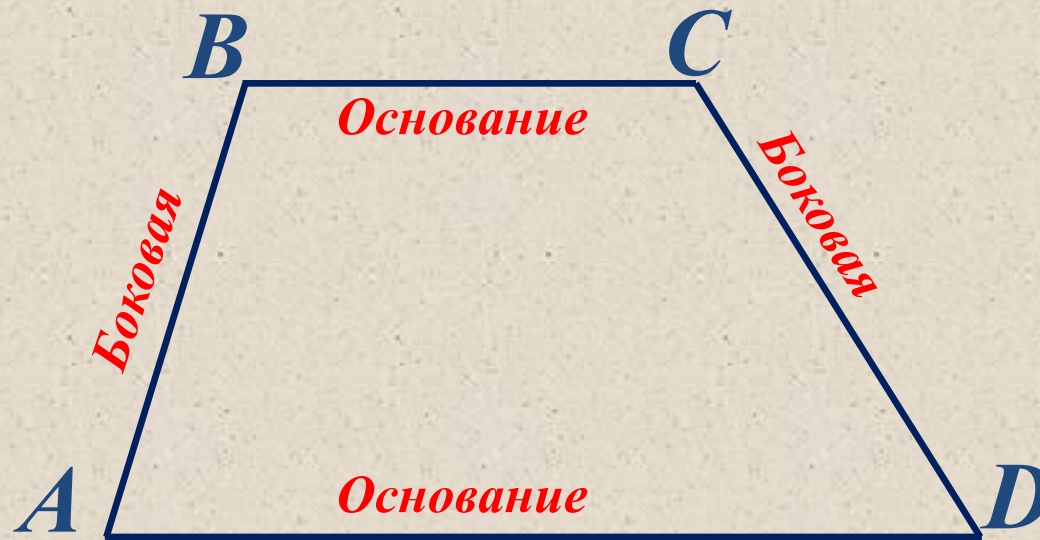


8 класс *Геометрия*

Четырехугольники

Трапеция





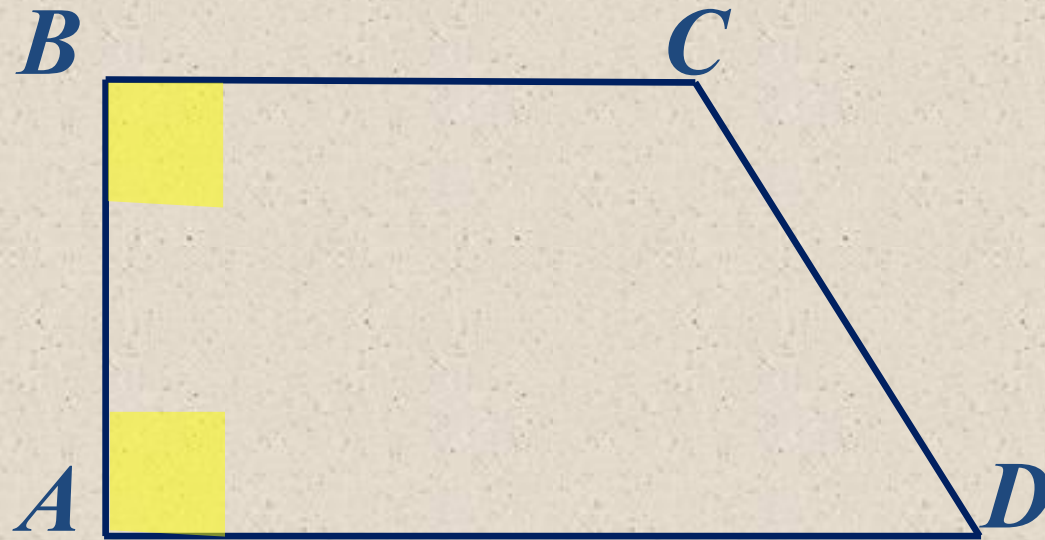
Трапецией называется
четырехугольник, у которого две стороны
параллельны, а две другие не параллельны.

$ABCD$ – трапеция, если
 $BC \parallel AD$,
 AB и CD – боковые стороны,
 BC и AD – основания.



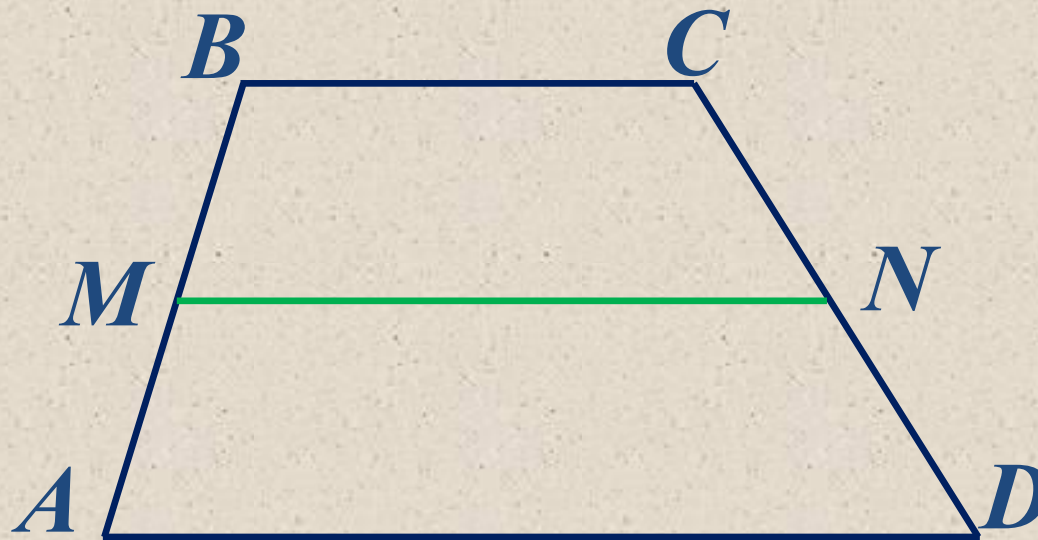
*Трапеция называется **равнобедренной**,
если ее боковые стороны равны.*

*$ABCD$ – **равнобедренная** трапеция, если $BC \parallel AD$,
 $AB = CD$ – боковые стороны.*



*Трапеция называется **прямоугольной**,
если один из углов прямой.*

*$ABCD$ – **прямоугольная** трапеция, если
 $BC \parallel AD$,
 $\angle A = 90^\circ$ или $\angle B = 90^\circ$.*



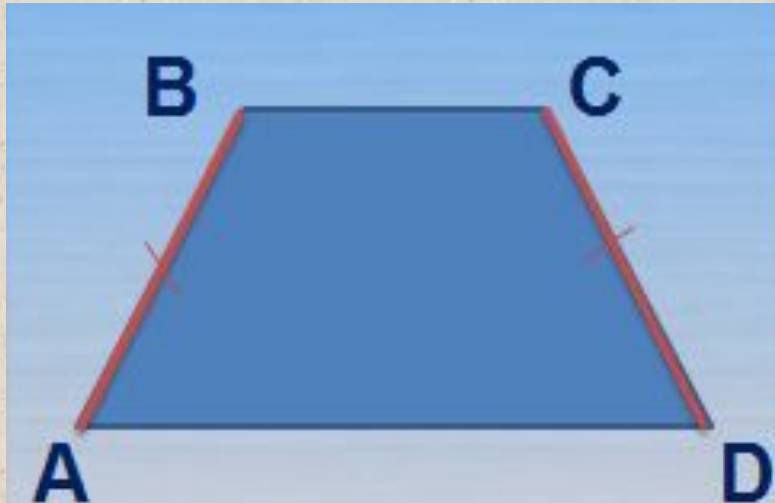
M – середина AB

N – середина CD

MN – средняя линия трапеции

$$MN = \frac{BC + AD}{2}$$

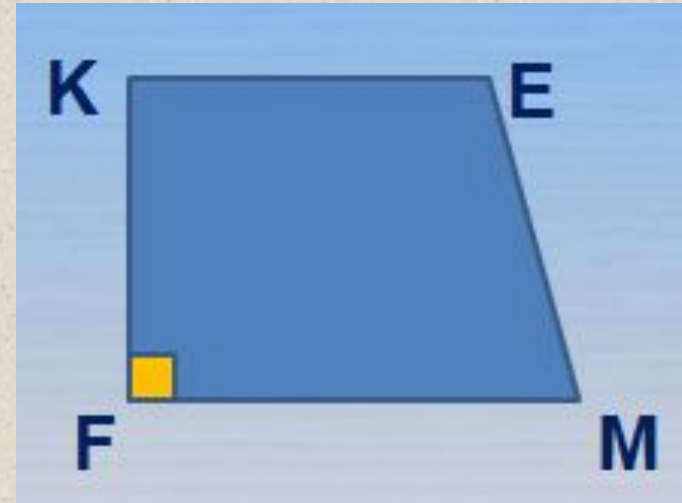
Виды трапеции



Равнобокая трапеция

– трапеция
с равными боковыми
сторонами.

$$AB = CD$$



Прямоугольная трапеция

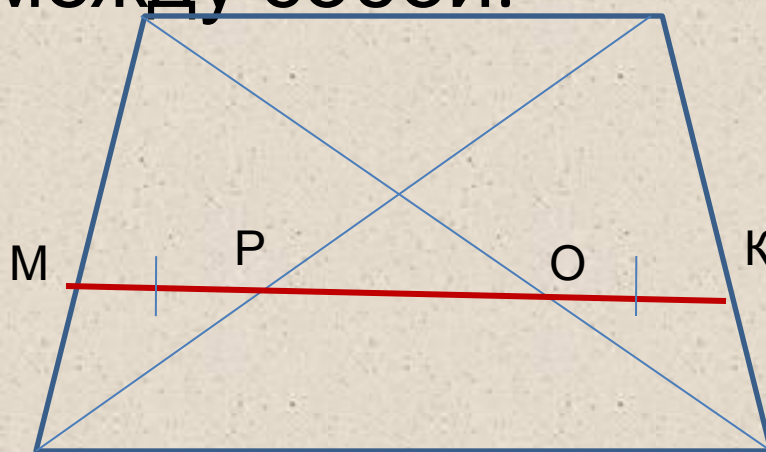
– трапеция,
один из углов которой
прямой.

$$\angle F = 90^\circ$$

Свойства трапеции:

- Отрезок прямой, параллельный основаниям трапеции, заключенный внутри трапеции, разбивается ее диагоналями на три части. Тогда отрезки, прилегающие к боковым сторонам, равны между собой.

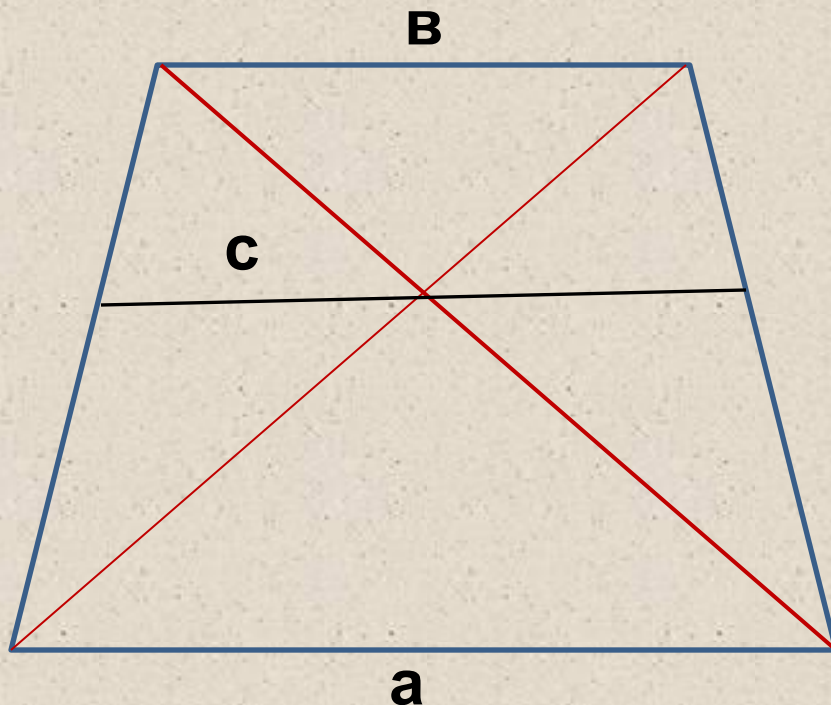
$$MP=OK$$



Свойство отрезка, проходящего через точку пересечения диагоналей трапеции.

- Отрезок, параллельный основаниям, проходящий через точку пересечения диагоналей равен:

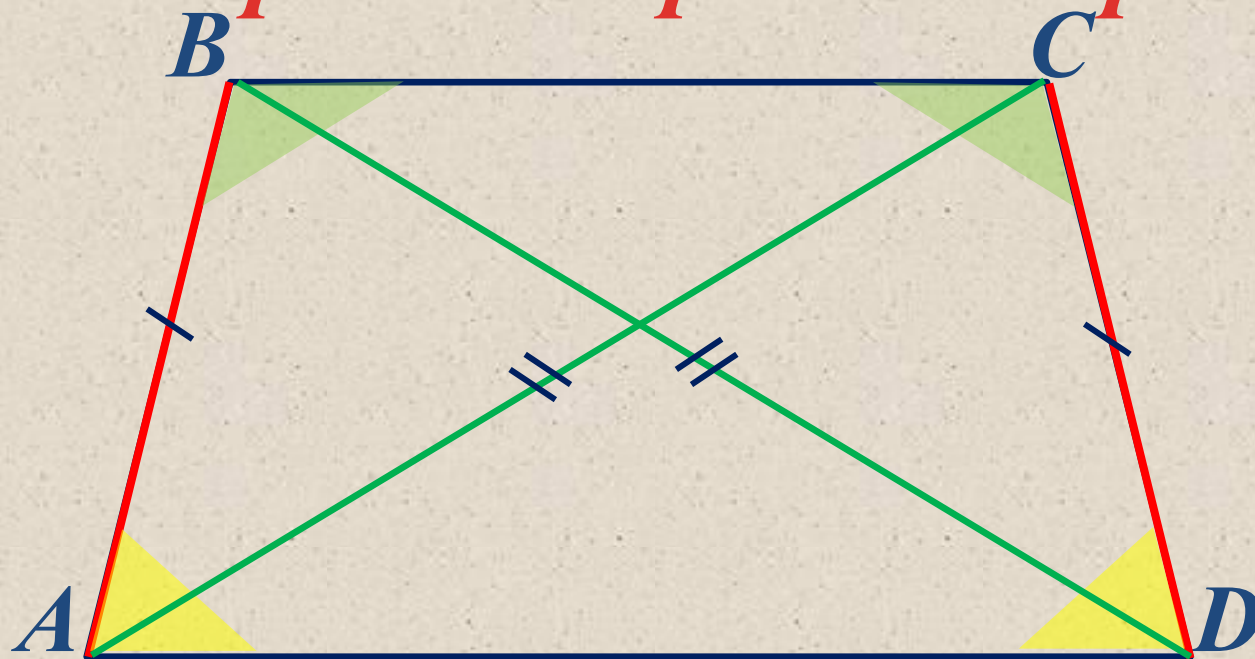
$$c = \frac{2av}{a + v}$$



СВОЙСТВА БИССЕКТРИСС УГЛОВ ТРАПЕЦИИ

- Биссектрисы углов при боковой стороне трапеции пересекаются под углом 90° .
- Точка пересечения биссектрис трапеции, прилежащих к боковой стороне, лежит на средней линии трапеции.
- Если биссектрисы острых углов трапеции пересекаются в точке, принадлежащей меньшему основанию, то меньшее основание равно сумме боковых сторон трапеции.
- Если биссектрисы тупых углов трапеции пересекаются в точке, принадлежащей большему основанию, то большее основание равно сумме боковых сторон трапеции.

Свойства равнобедренной трапеции



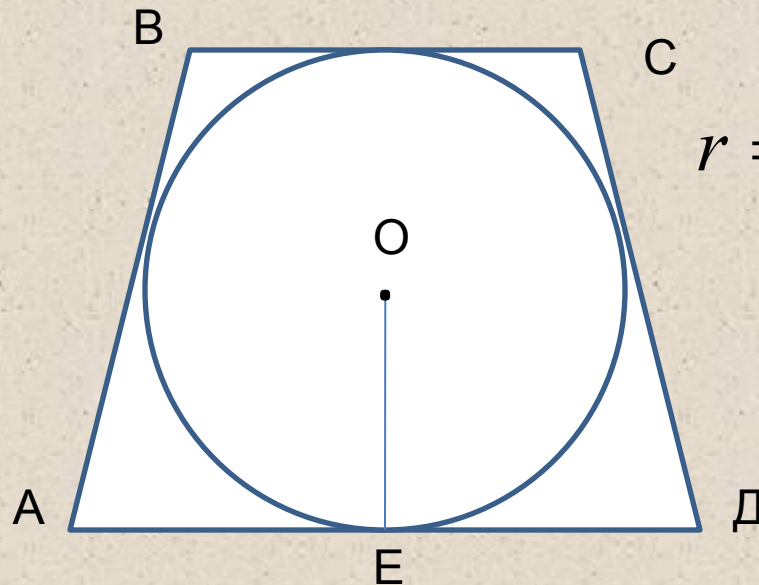
1. В равнобедренной трапеции диагонали равны.
2. В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.

$BD = AC$ – диагонали трапеции

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$ – углы при основаниях

Свойства равнобедренной трапеции:

- Если в трапецию можно вписать окружность, то радиус окружности есть среднее пропорциональное отрезков, на которые точка касания делит боковую сторону.

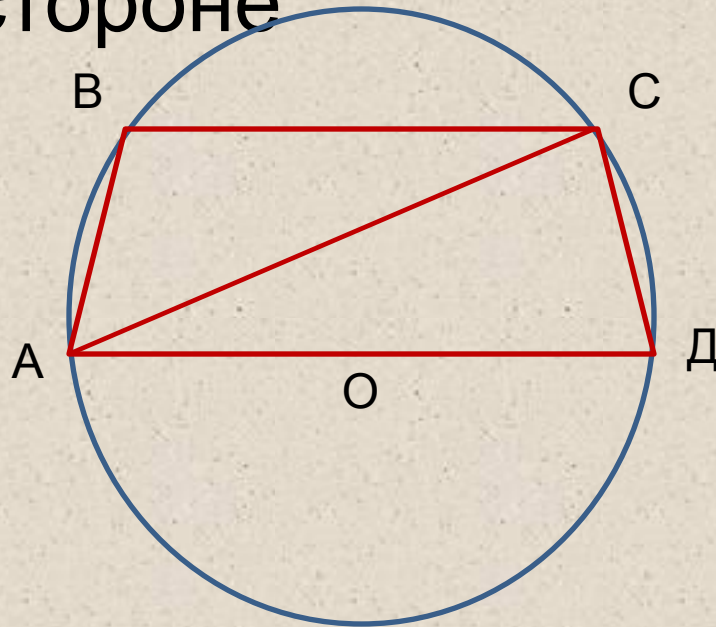


$$r = OE = \sqrt{AE \cdot ED}$$

Свойства равнобедренной трапеции:

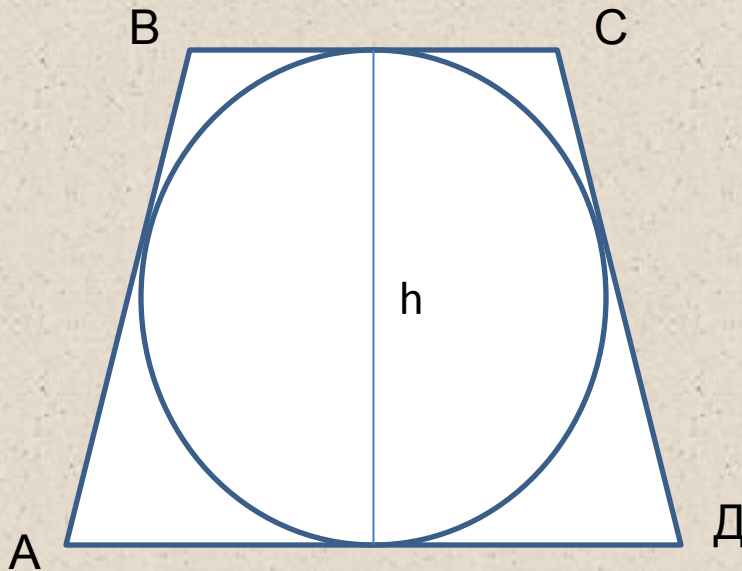
- Если центр описанной окружности лежит на основании трапеции, то её диагональ перпендикулярна боковой стороне

$$AC \perp CD$$



Свойства равнобедренной трапеции:

- В равнобедренную трапецию можно вписать окружность, если боковая сторона равна её средней линии.

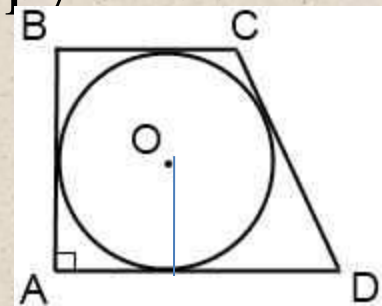


$$AB = \frac{BC + AD}{2} ; h = 2r$$

1) Если в условии задачи сказано, что в прямоугольную трапецию вписана окружность, можно использовать следующие свойства:

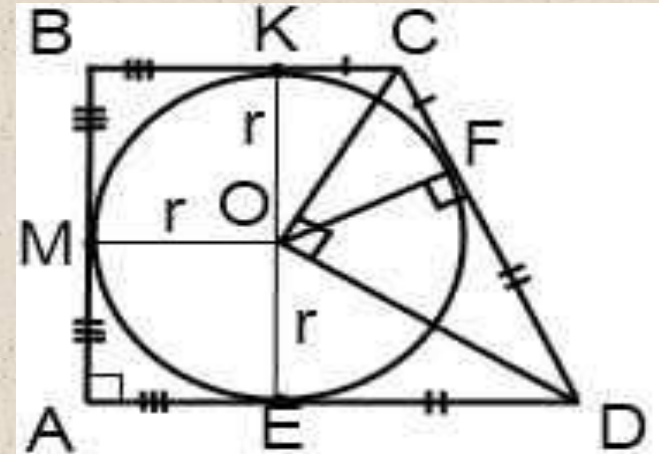
- 1. Сумма оснований трапеции равна сумме боковых сторон.
- 2. Расстояния от вершины трапеции до точек касания вписанной окружности равны.
- 3. Высота прямоугольной трапеции равна ее меньшей боковой стороне и равна диаметру вписанной окружности.
- 4. Центр вписанной окружности является точкой пересечения биссектрис углов трапеции.
- 5. Если точка касания делит боковую сторону на отрезки m и n , то радиус вписанной окружности равен

$$r = \sqrt{mn}$$



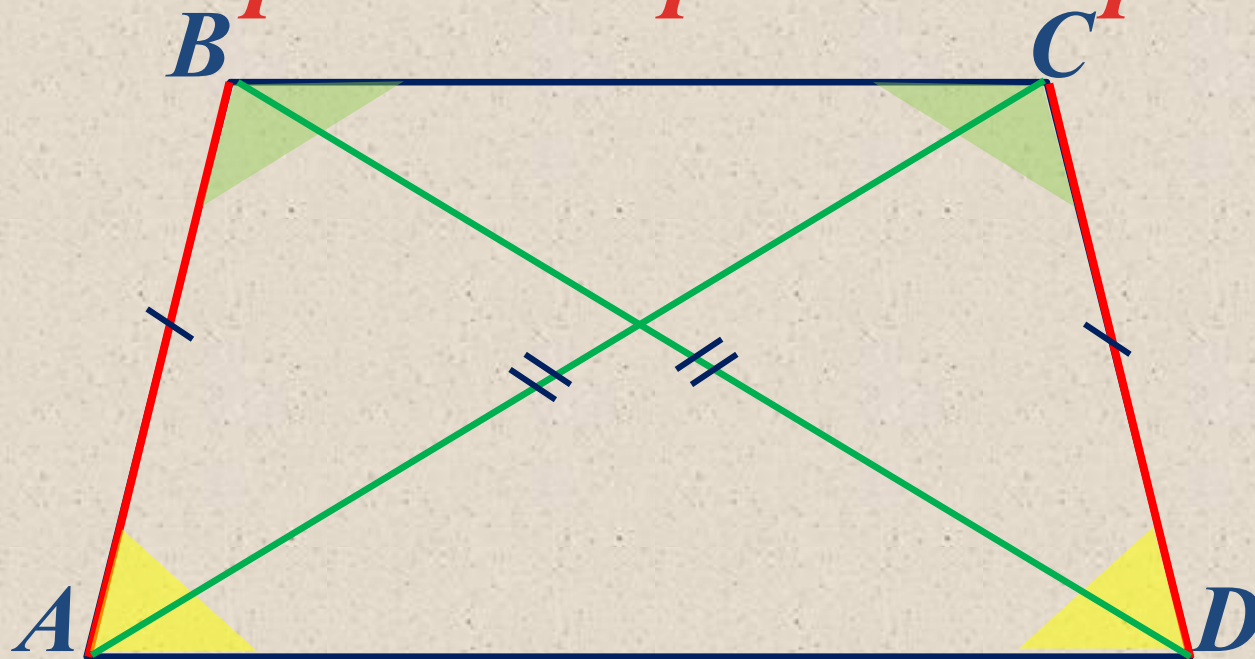
Свойства прямоугольной трапеции, в которую вписана окружность:

- 1) Четырехугольник, образованный центром вписанной окружности, точками касания и вершиной трапеции — квадрат, сторона которого равна радиусу. (АМОЕ и ВКОМ — квадраты со стороной r).



- 2) Если в прямоугольную трапецию вписана окружность, то площадь трапеции равна произведению ее оснований: $S = AD \cdot BC$

Признаки равнобедренной трапеции



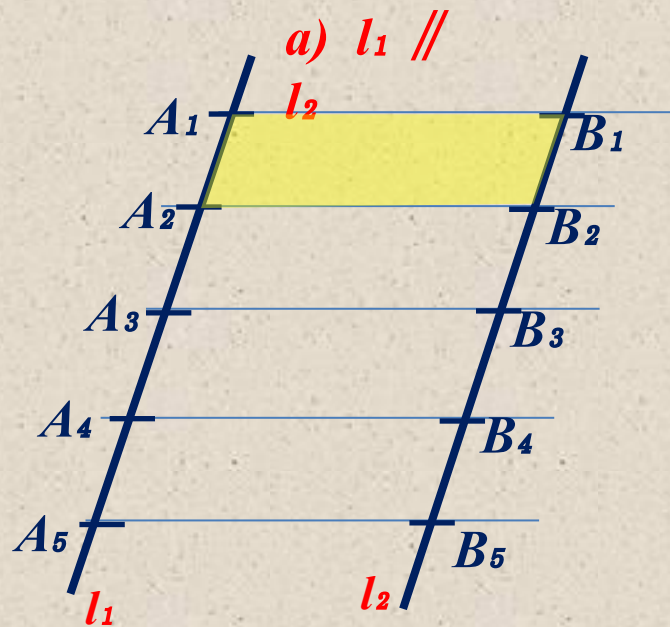
1. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.
2. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.

$BD = AC$ – диагонали трапеции

$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$ – углы при основаниях

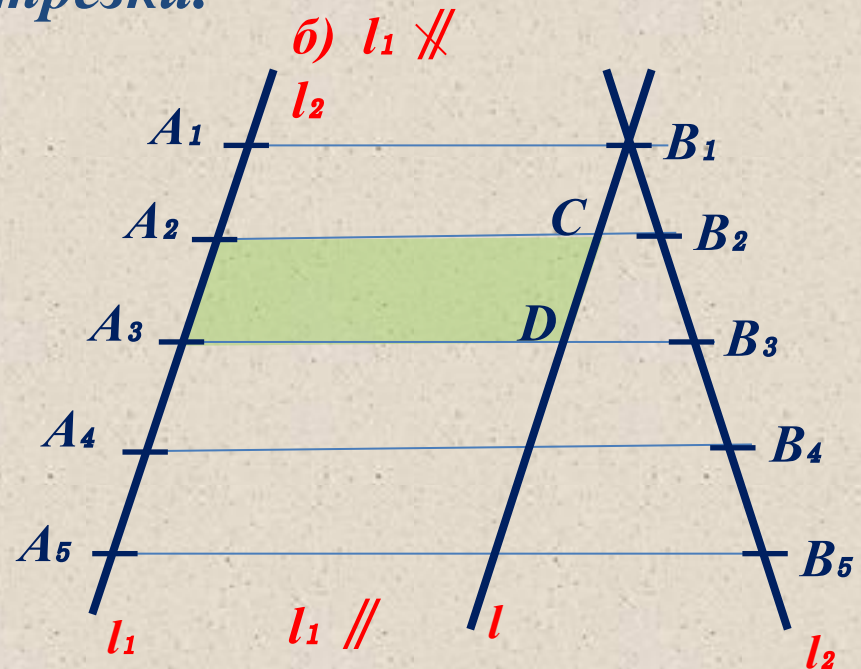
Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно равных несколько отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



$A_1A_2 B_2 B_1$ - параллелограмм

$$A_1A_2 = B_1B_2$$

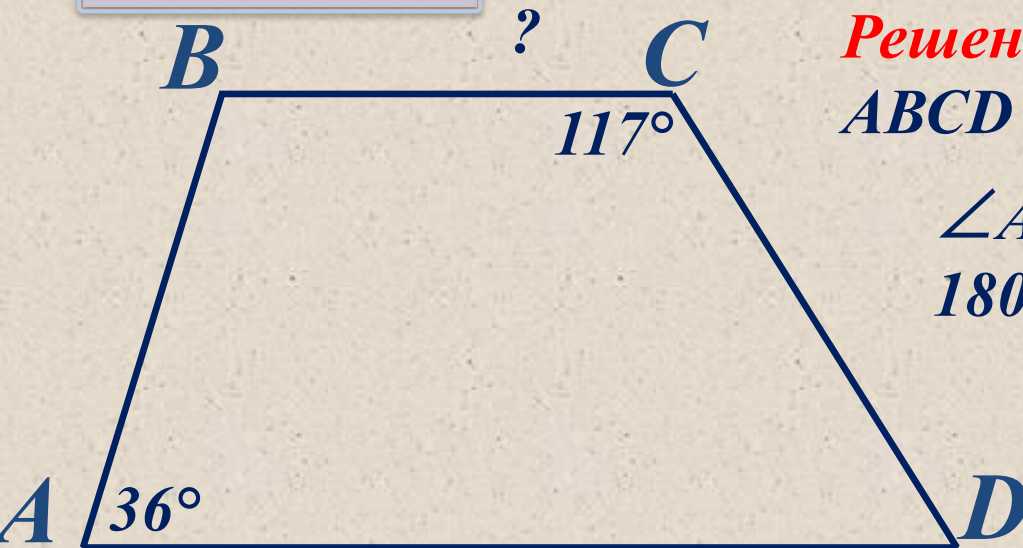


$A_2A_3 DC$ - параллелограмм

$$A_2A_3 = CD$$

$$A_2A_3 = B_2B_3$$

2

Задача**Дано:** $ABCD$ – трапеция, $\angle A = 36^\circ$, $\angle C = 117^\circ$ **Найти:** $\angle B = ?$, $\angle D = ?$ **Решение** $ABCD$ – трапеция, то $BC \parallel AD$.

$$\angle A + \angle B =$$

$$180^\circ$$

$$36^\circ + \angle B =$$

$$180^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 36^\circ$$

$$\angle B =$$

$$144^\circ$$

$$\angle C + \angle D =$$

$$180^\circ$$

$$\angle 117^\circ + \angle D =$$

$$180^\circ$$

$$\angle D =$$

$$63^\circ$$

$$\angle D =$$

$$63^\circ$$

$$\angle D = 180^\circ -$$

$$\angle 117^\circ$$

Ответ:

$$\angle B =$$

$$144^\circ,$$

$$\angle D =$$

$$63^\circ$$

3

Задача**Дано:** $ABCD$ – равнобокая трапеция, $\angle A = 68^\circ$,**Найти:** $\angle B = ?$, $\angle C = ?$, $\angle D = ?$ **Решение**

Если $ABCD$ – равнобокая трапеция,
то $\angle A = \angle D = 68^\circ$,

$$\begin{aligned} \angle 68^\circ + \angle B &= \\ 180^\circ \\ \angle B &= 180^\circ - \angle \\ 68^\circ \\ \angle B &= \\ 112^\circ &= \angle C = \\ 112^\circ, \end{aligned}$$

Ответ:

$$\begin{aligned} \angle D &= & \angle B &= & \angle C &= \\ 68^\circ, & & 112^\circ, & & 112^\circ. \end{aligned}$$

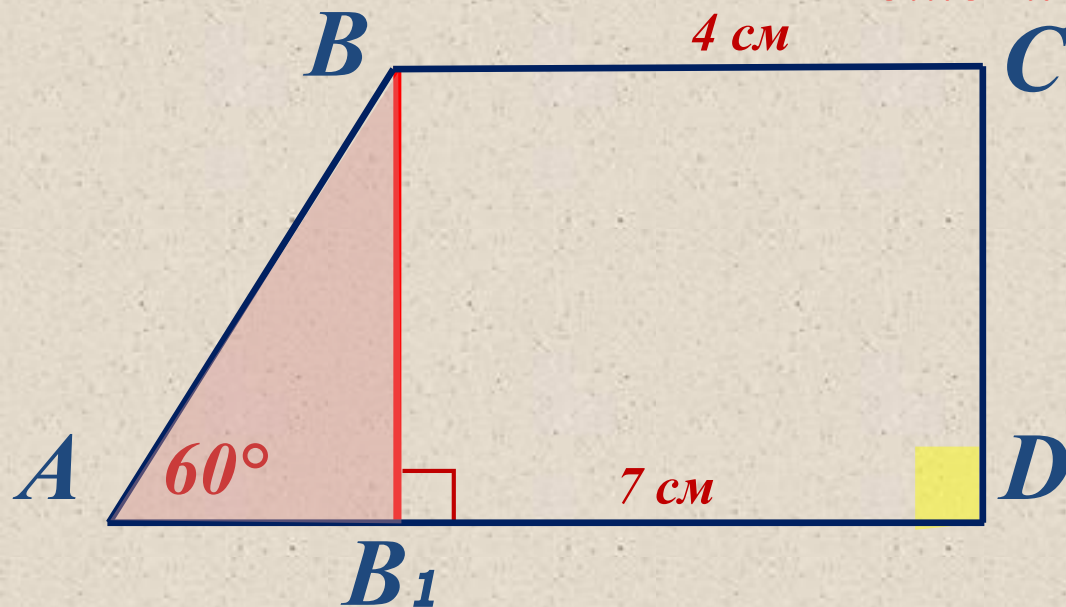
4

Задача

Дано:

$ABCD$ – прямоугольная трапеция,
 $\angle D = 90^\circ$, $BC = 4$ см, $AD = 7$ см, $\angle A = 60^\circ$
 Найти: AB - ?

Решение

Проведем $BB_1 \perp AD$

$$AB_1 = AD - B_1D$$

$$AB_1 = 7 - 4 = 3 \text{ (см)}$$

Рассмотрим $\triangle ABB_1$: $\angle A = 60^\circ$ - по условию, $\angle B_1 = 90^\circ$ так как $BB_1 \perp AD$, то $\angle B =$ 30° , $AB_1 = \frac{1}{2}AB$ – по свойству прямоугольного треугольника,

$$AB = 3 \cdot 2 = 6 \text{ (см)}.$$

Ответ: 6 (см).