

Законы распределения времени до отказа

1. Экспоненциальное распределение (показательное)

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t} \text{ при } t \geq 0$$
$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

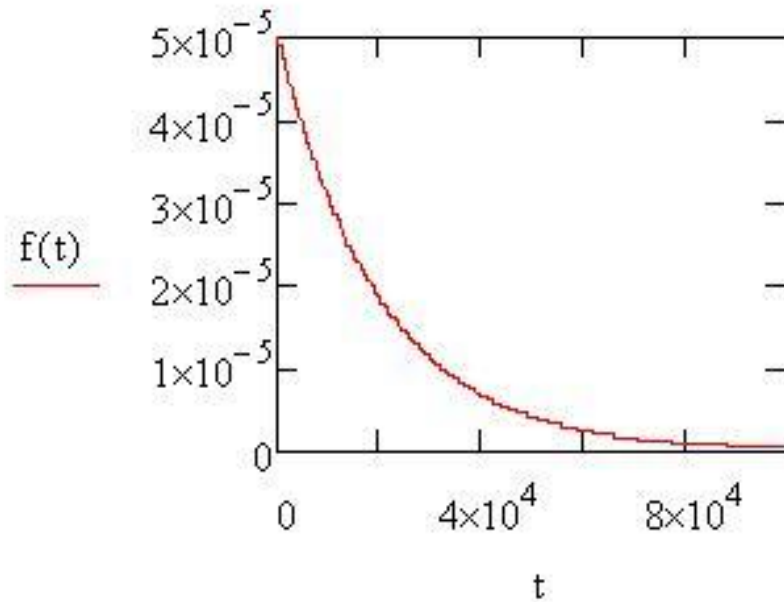
Функция распределения (закон распределения) $F(t)$ определяет соответствие между возможными значениями случайной величины и их вероятностями.

Функция плотности вероятности $f(t)$ определяет скорость изменения вероятности появления случайного события (или случайной величины)

$\lambda := 0.00005$

$T_k := 10000$

$$f(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$



$$F(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda \cdot t} & \text{if } t \geq 0 \end{cases}$$

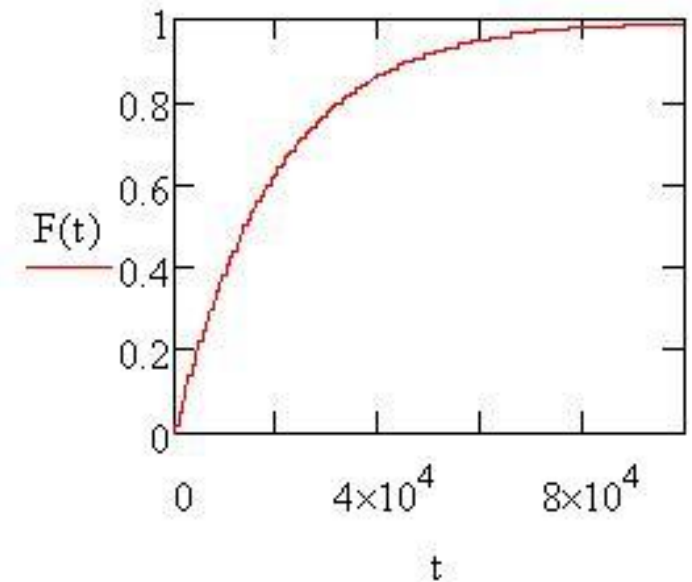


Рисунок 1.12 – Функции $F(t)$ и $f(t)$ для экспоненциального распределения

Функция надежности – вероятность безотказной работы за время t :

$$P(t) = e^{-\lambda t}$$

Средняя наработка до отказа:

$$T = \frac{1}{\lambda}$$

Особенности экспоненциального ЗР:

- аппроксимирует время безотказной работы большего кол-ва элементов;
- применим для радиоэлектронной аппаратуры и машин на периоде нормальной эксплуатации, а также в медицине — продолжительности жизни больных, системах массового обслуживания — интервалы времени между телефонными звонками и т.д.;
- характеризуется свойством «отсутствия памяти», т.е. изделие, проработавшее время t , имеет такое же распределение что и новое, только что начавшее работу.

Вывод: экспоненциальное распределение характеризует только внезапные отказы большого числа элементов радиоэлектронной аппаратуры.

2. Нормальный закон распределения

Случайная величина подчиняется **нормальному закону распределения**, если на изменение этой случайной величины оказывают влияние многие примерно равнозначные факторы согласно закону больших чисел.

При большом времени работы элемента и наличии восстановления среднее число отказов имеет асимптотически **нормальное распределение**.

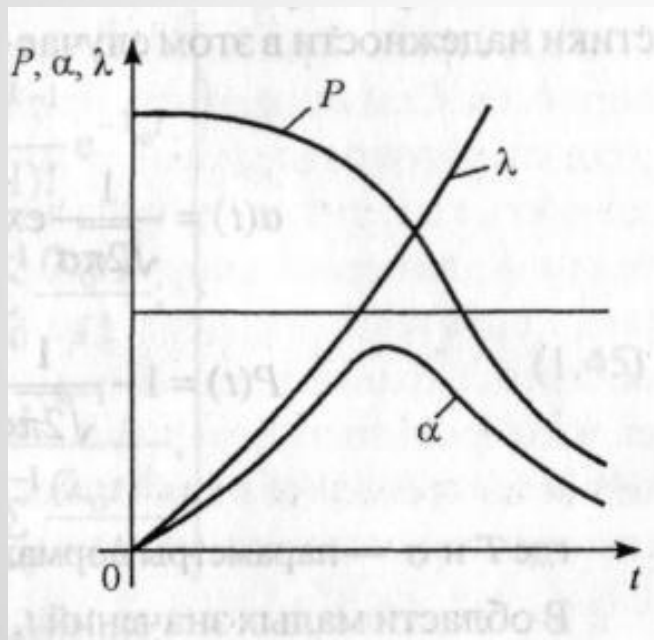


Рисунок 1.13 – Характеристики нормального закона распределения

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right] \\ P(t) &= 1 - \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^t \exp\left[-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}\right] \end{aligned} \right\}$$

Нормальный ЗР применяются, когда отказы носят постепенный характер, вследствие направленных физико-химических изменений в элементе

3. Распределение Вейбулла-Гнеденко

Является универсальным распределением, так как при определенных значениях своих параметров может быть преобразована в другие законы распределения

$$f(t) = \frac{\alpha t^{\alpha-1}}{\beta^\alpha} e^{-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha}$$

α - параметр формы распределения

β – параметр масштаба распределения

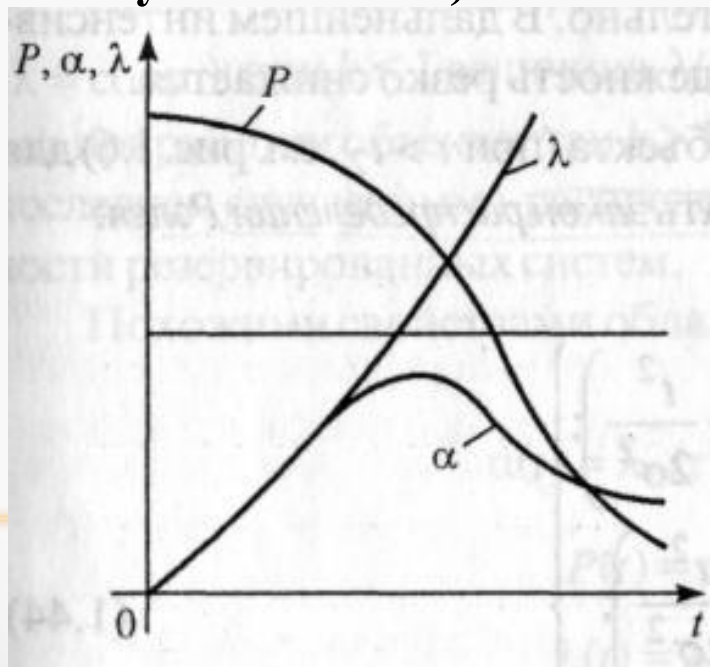
При $\alpha = 1 \rightarrow$ экспоненциальное распределение;

При $\alpha = 2 \rightarrow$ распределение Рэлея;

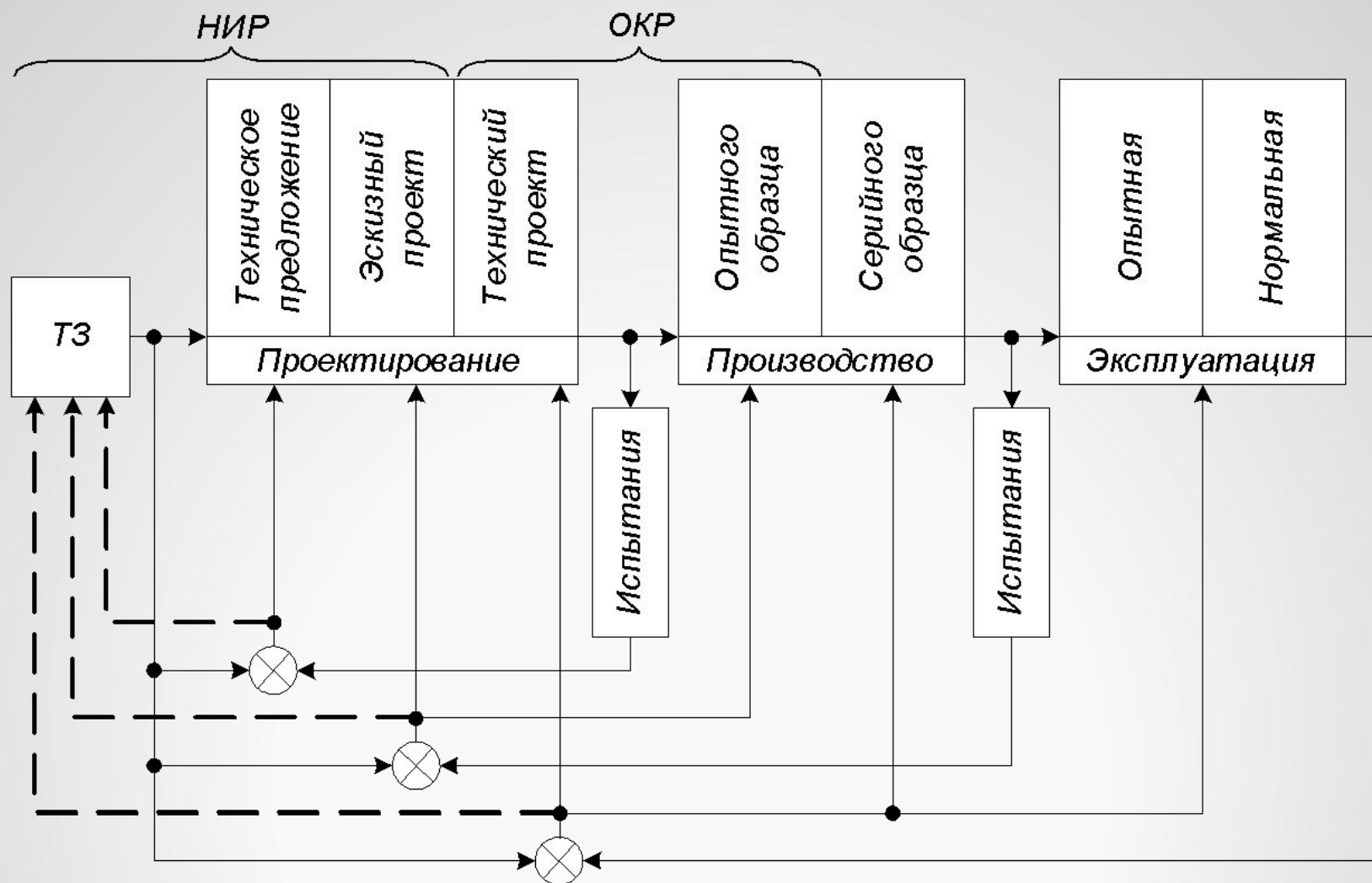
$$f(t) = \lambda \cdot 2t \cdot e^{-(\lambda t)^2}$$

При $\alpha = 3,3 \rightarrow$ нормальное распределение

Хорошо описывает отказы из-за усталостных разрушений (отказы подшипников, деталей и узлов машин)

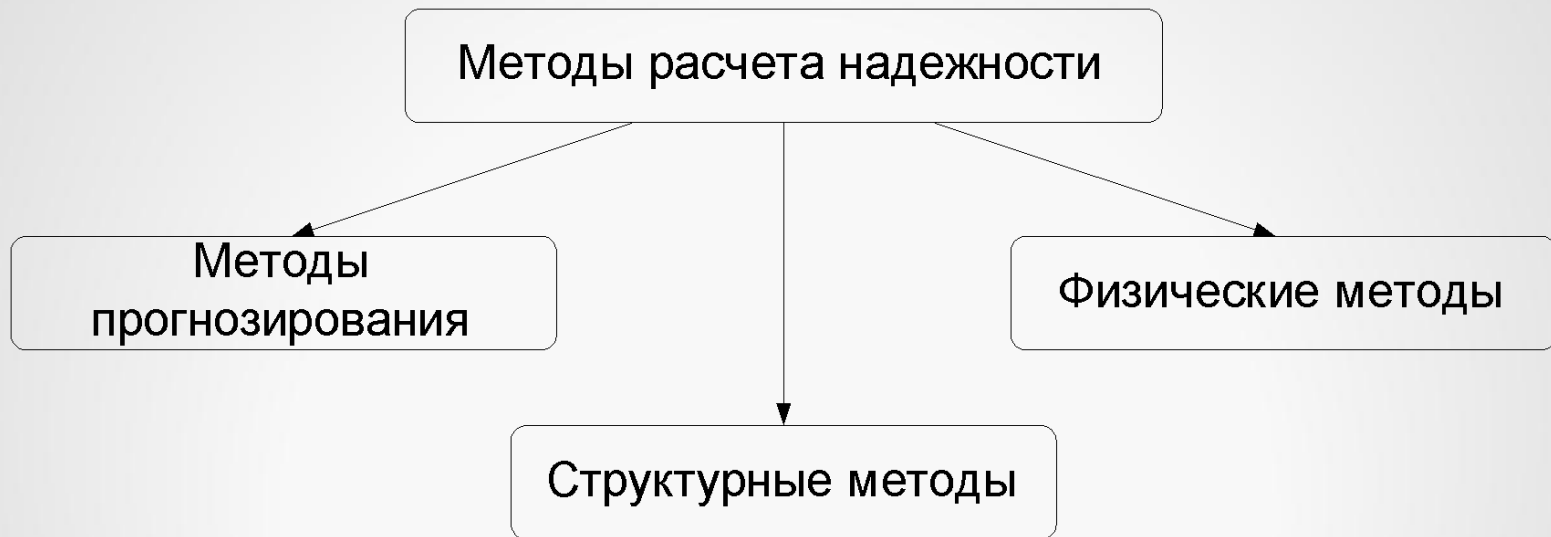


«Методы расчета надежности»



Взаимосвязь стадий жизненного цикла оборудования при обеспечении требуемого уровня надежности

Расчет надежности – это процедура определения значений показателей надежности объекта с помощью методов, основанных на использовании справочных данных о надежности элементов этого объекта.



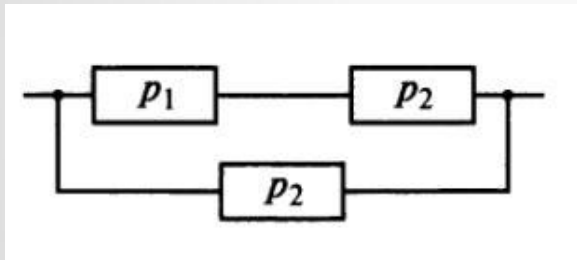
Классификация методов расчета надежности

Расчет показателей надежности **структурными методами** включает:

- представление объекта в виде структурной схемы;
- описание схемы с помощью адекватной математической модели.

Структурные схемы:

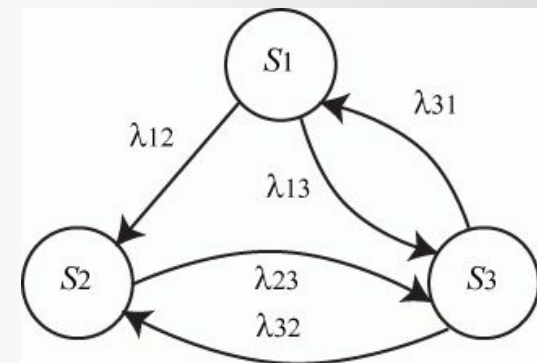
- а) блок-схемы надежности;
- б) иерархические деревья (деревья отказов);
- в) графы (диаграммы) состояний.



а



б



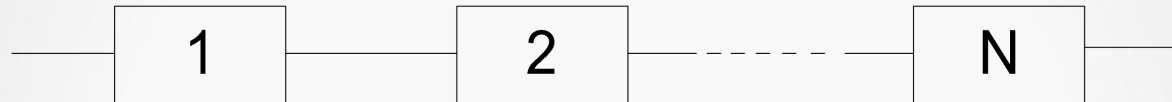
в

Примеры структурных схем надежности

Анализ структурных схем надежности в виде блок-схем

Наиболее универсальные структурные модели надежности:

1. Последовательная модель (основная модель, соединение);
2. Параллельная модель.



Последовательная модель надежности

Допущения при использовании последовательной модели:

- отказы каждого из элементов системы – это случайные события, не зависящие друг от друга;
- отказ одного элемента приводит к отказу всей системы;
- отказавшие элементы не восстанавливаются.

Отказ системы происходит при отказе элемента с минимальным временем исправной работы:

$$X_c = \min(X_1, X_1, \dots, X_n),$$

где X_c – время работы **системы** до отказа

Вероятность безотказной работы всей системы $P_c(t)$ запишется в виде:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t)$$

где $P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i -го элемента;
 N – число элементов системы.

Вероятность отказа системы $Q_c(t)$ за время t :

$$Q_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^N P_i(t)$$

Среднее время безотказной работы – математическое ожидание средней наработки системы до отказа:

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t) dt$$

Интенсивность отказов системы с основным соединением элементов равна сумме интенсивностей отказов её элементов, независимо от их законов распределения времени до отказов:

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i(t)$$

Для случая экспоненциального ЗР наработки до отказа

$$\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}, i = \overline{1, N}$$

$$P_C(t) = \prod_{i=1}^N P_i(t) = \prod_{i=1}^N e^{-\lambda_i t} = e^{-t \cdot \sum_{i=1}^N \lambda_i} = e^{-\lambda_c \cdot t}$$

$$T_C = \int_0^{\infty} P_C(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_c \cdot t} dt = \frac{1}{\lambda_c}$$

ПРИМЕР

Реле НМШ1-1800 в кол-ве 500 шт. с $\lambda = 0,11 \cdot 10^{-6}$ 1/ч

Реле НМШМ1-500 в кол-ве 300 шт. с $\lambda = 0,149 \cdot 10^{-6}$ 1/ч

Реле ОМШ2-40 в кол-ве 100 шт. с $\lambda = 0,073 \cdot 10^{-6}$ 1/ч

Реле ПМПШ2-150/150 в кол-ве 100 шт. с $\lambda = 0,531 \cdot 10^{-6}$ 1/ч

$t = 100$ ч

$$P_C(t) = ?$$

$$T_C = ?$$

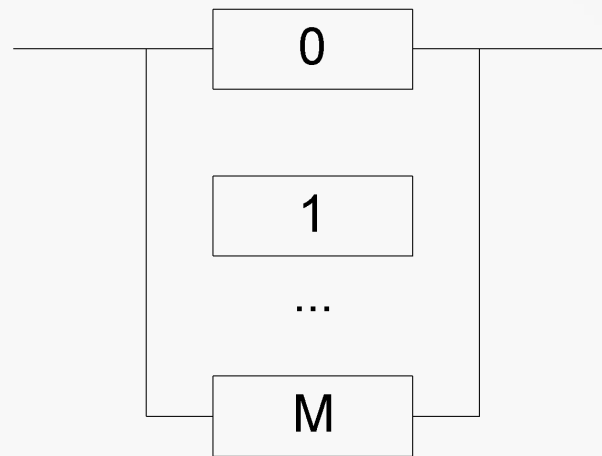
$$\lambda_c = (500 \cdot 0,11 + 300 \cdot 0,149 + 100 \cdot 0,073 + 100 \cdot 0,531) \cdot 10^{-6} = 0,1601 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$$

$$P_C(t) = e^{-0,1601 \cdot 10^{-3} \cdot 10^2} = 0,984$$

$$T_C = \frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{0,1601 \cdot 10^{-3}} = 6284 \text{ ч} \approx \frac{6284 \text{ ч}}{8760 \text{ ч}} = 0,717 \text{ г.}$$

Параллельное соединение элементов (параллельная модель надежности)

Параллельная модель надежности состоит из двух и более элементов соединенных параллельно. При таком соединении система работоспособна, если хотя бы один из элементов не отказал.



Параллельная модель надежности

Отказ системы наступает при отказе элемента с максимальным временем исправной работы:

$$X_c = \max(X_0, X_1, \dots, X_M)$$

Вероятность отказа системы при условии, что отказали все элементы:

$$Q_c(t) = \prod_{i=0}^N Q_i(t)$$

Вероятность безотказной работы параллельной системы:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^N (1 - P_i(t))$$

Если все M элементов имеют одинаковую вероятность безотказной работы (т.е. равнонадежны), то:

$$P_c(t) = 1 - (1 - P(t))^N$$

Если $\lambda = \text{const}$ (экспоненциальный ЗР), то:

$$P_c(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^N$$

При этом **интенсивность отказов** такой системы:

$$\lambda_c(t) = \frac{N \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t} \cdot (1 - e^{-\lambda \cdot t})^{N-1}}{1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^N}$$

Среднее время безотказной работы параллельной системы:

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} (1 - (1 - e^{-\lambda \cdot t})^N) dt = \dots = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^N \frac{1}{k}$$

Методы расчёта надёжности на этапах НИОКР

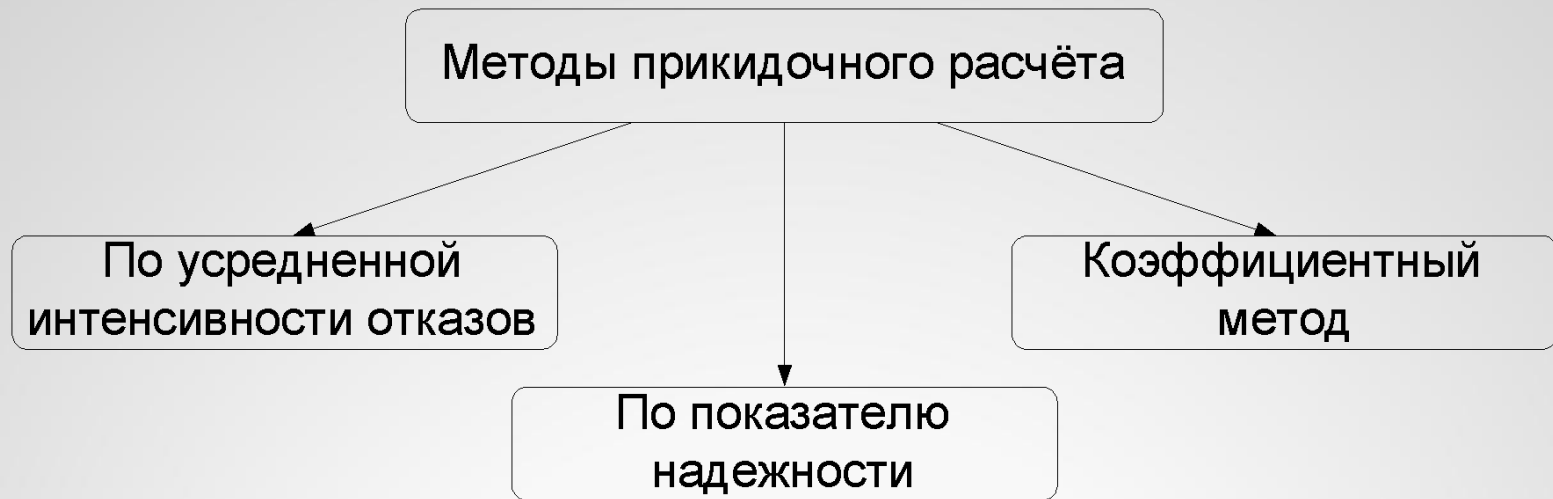
Расчет надёжности на различных этапах проектирования радиоэлектронной аппаратуры

п/п	Этап НИОКР	Вид расчета надёжности
1	Разработка ТЗ	Задание показателей надёжности
2	Техническое предложение	Прикидочный расчет
3	Эскизный проект	Ориентировочный расчет
4	Технический проект	Окончательный расчет
5	Стендовые и натурные испытания с опытным образцом	Экспериментальная оценка уровня надёжности

Прикидочный расчет надежности

Применяется:

- при проверке требований по надежности, выдвинутых заказчиком в техническом задании (ТЗ) на проектирование изделия;
- при расчете нормативных показателей надежности отдельных блоков, устройств и приборов системы (при расчете норм надежности отдельных частей системы);
- для определения минимально допустимого уровня надежности элементов проектируемого изделия;
- при сравнительной оценке надежности отдельных вариантов изделия на этапах предэскизного проектирования;



Методы, применяемые при прикидочном расчете надежности

Порядок расчета по усредненной интенсивности отказов:

по справочникам и (или) другой технической литературе определяется ориентировочное число активных элементов N_A ;

определяется среднее число пассивных элементов, приходящихся на один активный прибор N_P ;

по справочным данным определяется среднее значение интенсивностей отказов элементов;

вычисляется общее число элементов и средняя интенсивность отказов изделия

$$N = N_A + N_A \cdot N_{\Pi}$$

$$\lambda_{cp} = \bar{\lambda} \cdot N = \bar{\lambda} (N_A \cdot N_{\Pi} + N_A)$$

определяется наработка системы на отказ и вероятность ее безотказной работы:

$$T = \frac{1}{\lambda_{cp}}; P_c(t) = e^{-\lambda_{cp} \cdot t}$$

Обратная задача:

$$\lambda = \frac{1}{N \cdot t} \ln \left(\frac{1}{P_c(t)} \right)$$

Коэффициентный метод:

$$\lambda_{ср.р} = K_{\text{э}} \cdot \lambda_{ср}$$

Коэффициент, учитывающий условия эксплуатации функционального узла:

$$K_{\text{э}} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$$

где K_1 - K_3 – коэффициенты, учитывающие условия применения узла, влияние влажности и атмосферного давления.

Значения поправочного коэффициента K_1 в зависимости от условий применения

Условия применения аппаратуры	K_1	Условия применения аппаратуры	K_1
Лабораторные условия	1,0	Высокогорные РЭС	80
Наземные РЭС	16	Гражданские самолеты	150
Корабельные РЭС	28	Истребители	300
Автомобильные РЭС	36	Космические летательные аппараты	1 000
Железнодорожные РЭС	50	—	—

Значения коэффициента K_2 в зависимости от влажности и температуры

Влажность, %	Температура, °C	Коэффициент K_2
60 ... 70	20 ... 40	1,0
60 ... 80	50 ... 60	1,5
90 ... 98	20 ... 25	2,0
90 ... 98	30 ... 40	2,5

Значения коэффициента K_3 в зависимости от высоты

Высота, км	0 ... 1	1 ... 2	2 ... 3	3 ... 5	5 ... 6
K_3	1,0	1,05	1,1	1,14	1,16

Высота, км	6 ... 8	8 ... 10	10 ... 15	15 ... 20	20 ... 25
K_3	1,2	1,25	1,3	1,35	1,38

Расчет по показателю надежности позволяет решить две задачи.

Порядок решения задачи №1:

1) определяются показатели надежности элементов:

$$A_1 = \lambda_1 \cdot t_1, \dots, A_N = \lambda_N \cdot t_N$$

2) определяется показатель надежности системы:

$$A_c = \sum_{i=1}^N A_i$$

3) вычисляются вероятность безотказной работы системы и среднее время ее наработки до первого отказа:

$$P_c = e^{-A_c}; T_{cp.c} = -\frac{t}{\ln P_c(t)}$$

Порядок решения задачи №2:

1) вычисляется показатель надежности элементов:

$$A_э = -\frac{\ln P_c(t)}{N}$$

2) определяются показатели надежности блоков:

$$A_i = A_э \cdot N_i, i = \overline{1, S}$$

Методика определения норм надежности на отдельные функциональные узлы радиоэлектронной аппаратуры

При расчетах применяются следующие допущения:

- отказы изделия вызываются только внезапными отказами элементов;
- интенсивность отказов элементов есть величина постоянная: $\lambda(t) = \text{const}$;
- все элементы изделия считаются равнонадежными.

Методика расчета:

1. Определяют количество функциональных узлов S в проектируемом изделии.
2. Рассчитывают требуемую вероятность безотказной работы i -го узла в течение заданного времени t :

$$P_i(t) = \sqrt[S]{P_{\text{тп}}(t)}$$

3. Определяют допустимое значение интенсивности отказов функционального узла:

$$\Lambda \leq \frac{\ln P(t)}{t}$$

4. Ориентировочно определяют количество функциональных элементов в любом из функциональных узлов n_i

5. Рассчитывают допустимое значение интенсивности отказов функциональных элементов:

$$\lambda_i \leq \frac{\Lambda}{n_i}, i = \overline{1, S}$$

Расчетные значения λ_i сравниваются с имеющимися статистическими данными о надежности типовых элементов:

$$\frac{\lambda_{i.срав}}{\lambda_i} \leq 2$$