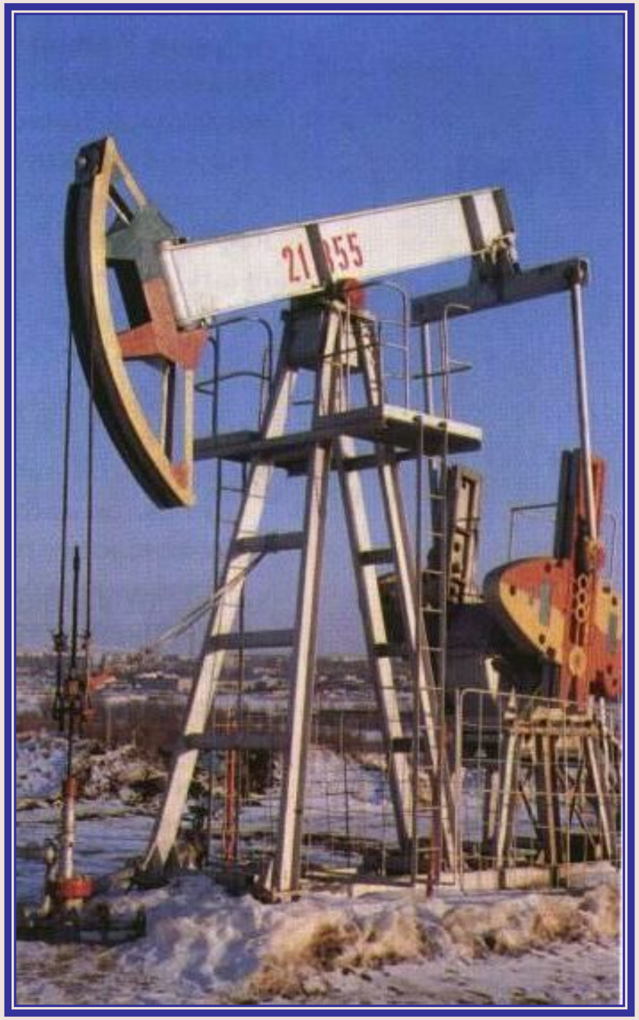


ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОДИНАМИКА

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

- **ПОДЗЕМНАЯ ГИДРОДИНАМИКА - наука, изучающая движение флюидов через горные породы, имеющие пустоты, одни из которых называют порами, другие трещинами.**

  ТЕОРИЯ ФИЛЬТРАЦИИ - наука, описывающая движение флюидов с позиций механики сплошной среды, т.е. гипотезы сплошности (неразрывности) течения

  КОЛЛЕКТОРА - горные породы, которые могут служить хранилищами флюидов и отдавать их при разработке

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОДЗЕМНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Модели

Абстрактные | Физические

Требования адекватности моделей реальным процессам:

- **полнота** - содержание достаточного числа признаков реального объекта;
- **непротиворечивость** - включенные признаки не должны противоречить друг другу;
- **реализуемость** - построенная математическая модель должна допускать аналитическое или численное решение, а физическая - реализацию в искусственных условиях;
- **компактность и экономичность** - процессы сбора информации, подготовка и реализация модели должны быть максимально просты, обозримы и экономически целесообразны.

МОДЕЛИ ФИЛЬТРАЦИИ

СПЛОШНАЯ СРЕДА

ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

ВРЕМЕННЫЕ

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ

ПО ЧИСЛУ ФАЗ

МОДЕЛИ ФЛЮИДОВ

ПО СТЕПЕНИ СЖИМАЕМОСТИ

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ

$$\tau_{xy} = \eta \, {}^{\partial . u_x} \!\!\big/\!\! {}_{\partial . y}$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЛЕКТОРОВ

- **ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ**
- ФАЗОВОЕ
- **ТЕПЛО-МЕХАНИЧЕСКОЕ**

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

ВИДЫ КОЛЛЕКТОРОВ

ПОРОВЫЕ

ТРЕЩИНОВАТЫЕ

СМЕШАННЫЕ

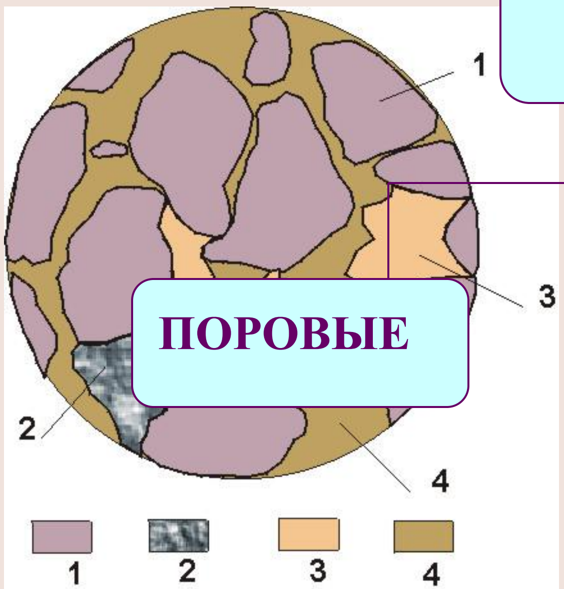


Рис.1. Шлиф пористого коллектора
1-зерна (частицы); 2-цемент (кальцит); 3-глина; 4-поровое пространство

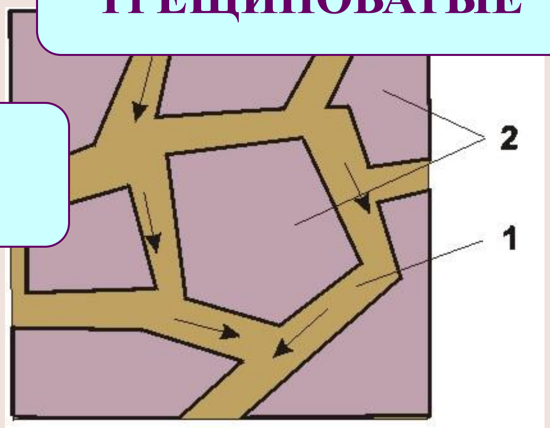


Рис. 2. Схема трещиновато-пористой среды
1 - трещины; 2 - пористые блоки

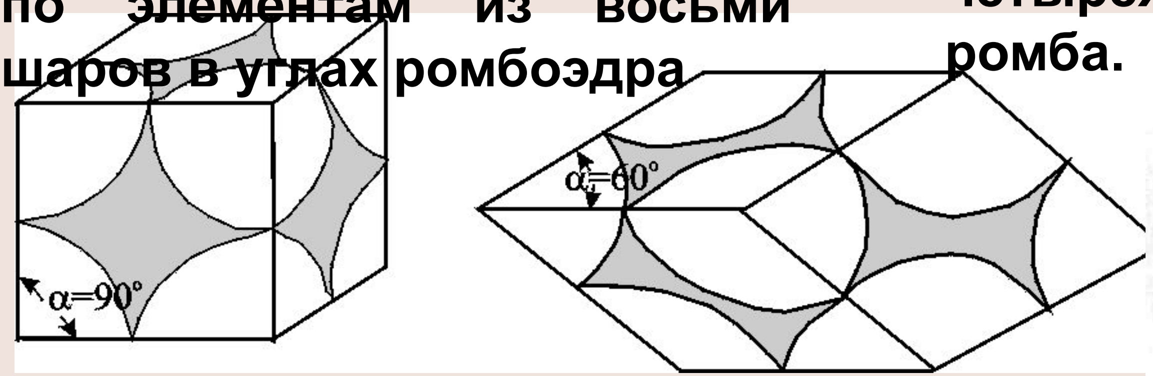
ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ПОРИСТЫХ КОЛЛЕКТОРОВ

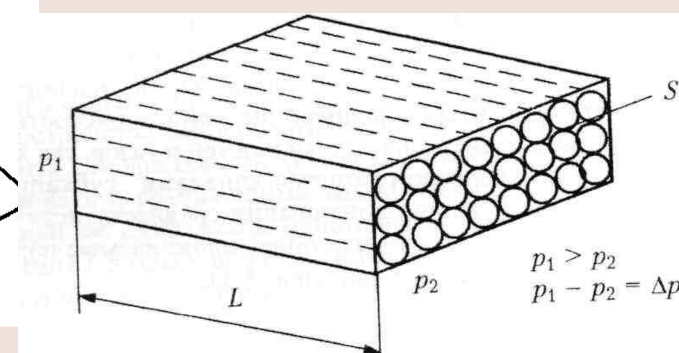
Фиктивный грунт

среда, состоящая из шариков одного размера, уложенных во всем объёме пористой среды одинаковым образом по элементам из восьми шаров в углах ромбоэдра

Идеальный грунт

среда, состоящая из трубочек одного размера, уложенных одинаковым образом по элементам из четырех трубочек в углах ромба.





ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ПОРИСТЫХ КОЛЛЕКТОРОВ

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ

ПОРИСТОСТЬ

УДЕЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

ПРОНИЦАЕМОСТЬ

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ

Гранулометрическим составом породы называют количественное (массовое) содержание в породе частиц различной крупности

Степень неоднородности d_{60}/d_{10}

Эффективный диаметр

$$d_э = \sqrt[3]{\frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i}}$$

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ

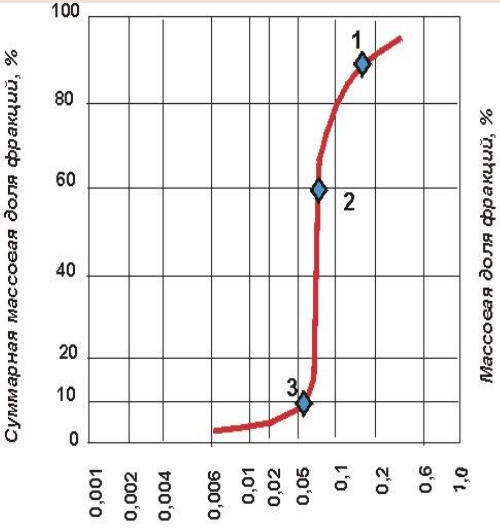


Рис. 3. Кривая суммарного гранулометрического состава
1-точка подбора размеров отверстия фильтров

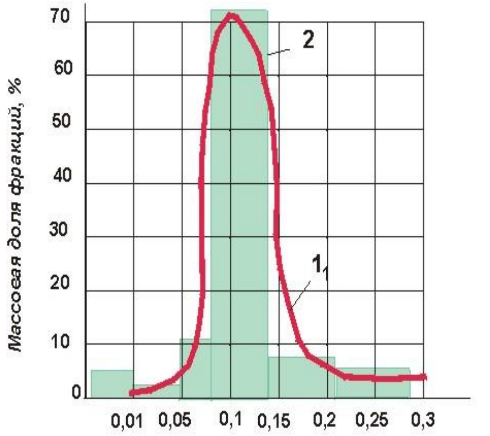


Рис.4. Кривая распределения по размерам (1) и гистограмма (2)

Эффективный диаметр **–**

такой диаметр шаров, образующих эквивалентный фиктивный грунт, при котором гидравлическое сопротивление, оказываемое фильтрующейся жидкости в реальном и эквивалентном грунте, одинаково.

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ ПОРОДЫ

Гранулометрический состав **– содержание в горной породе зерен различной крупности, выраженное в % от массы или количества зерен исследуемого образца.**

Диапазон размеров частиц в нефтесодержащих породах **0,01 – 1 мм**

Изучаемый диапазон размеров: **0,001- 5 мм**

Методы анализа гранулометрического состава горных пород

Ситовой анализ

d > 0,05 мм

Седиментационный анализ

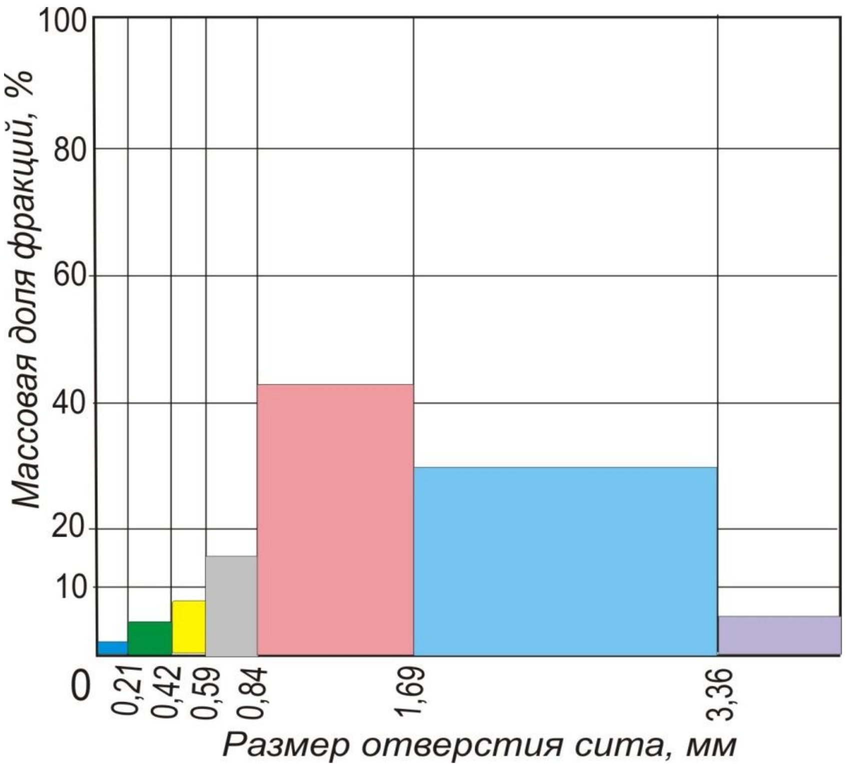
0,01< d < 0,1 мм

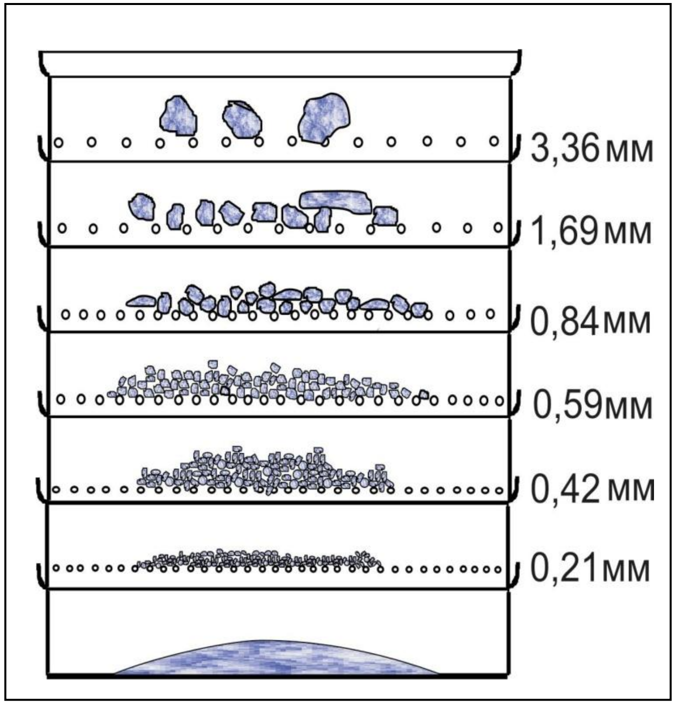
Микроскопический анализ шлифов

0,002 < d < 0,1 мм

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ ПОРОДЫ

СИТОВОЙ АНАЛИЗ

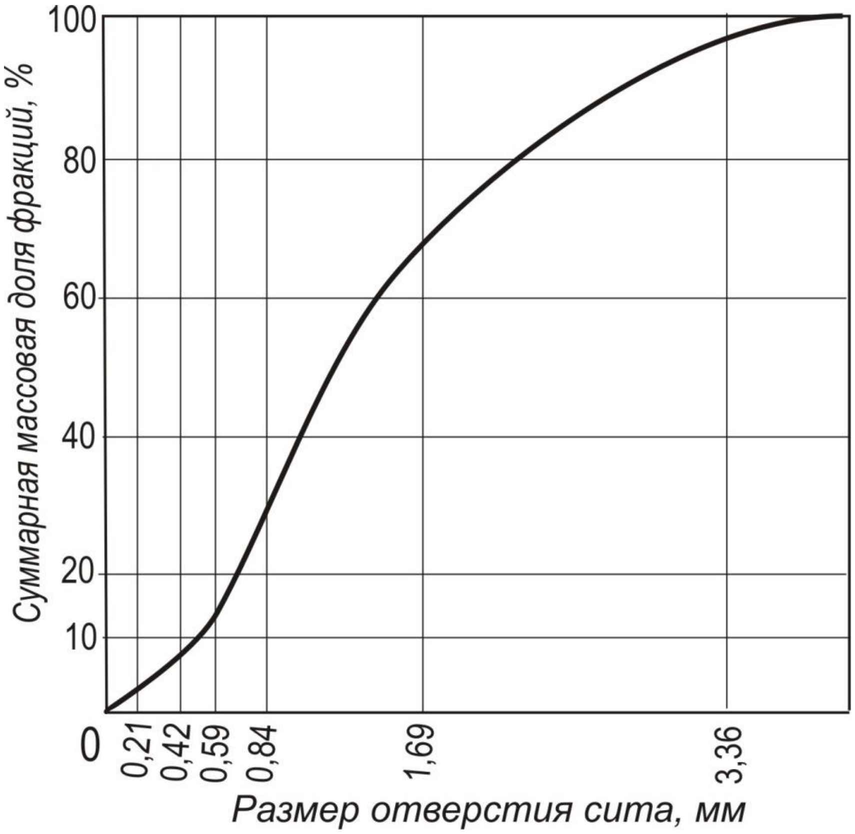


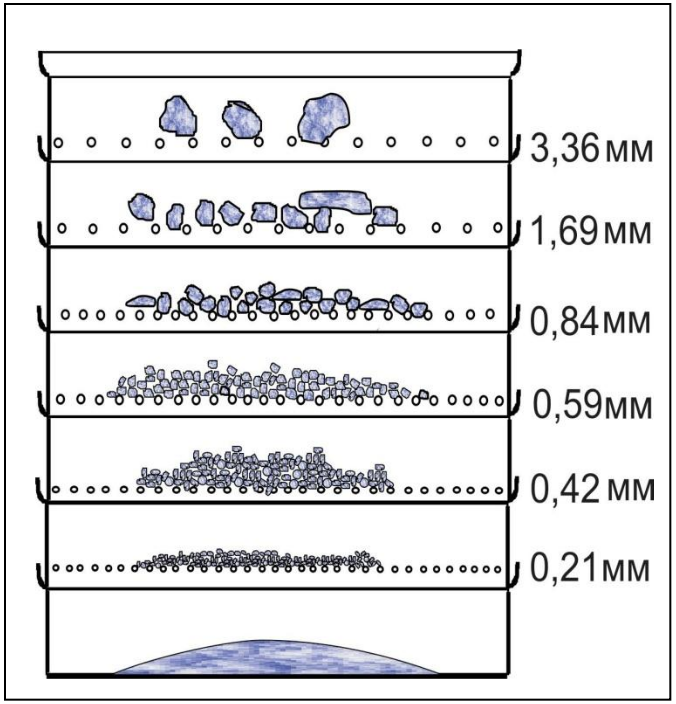


Ситовой анализ сыпучих горных пород применяют для определения содержания фракций частиц размером от 0,05 до 6 - 7 мм, а иногда и до 100 мм. В лабораторных условиях обычно пользуются набором проволочных или шелковых сит с размерами отверстий (размер стороны квадратного отверстия) 0,053; 0,074; 0,105; 0,149; 0,210; 0,227; 0,42; 0,59; 0,84; 1,69 и 3,36 мм.

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ ПОРОДЫ

СИТОВОЙ АНАЛИЗ





Интегральное распределение частиц по размерам

Седиментационный анализ

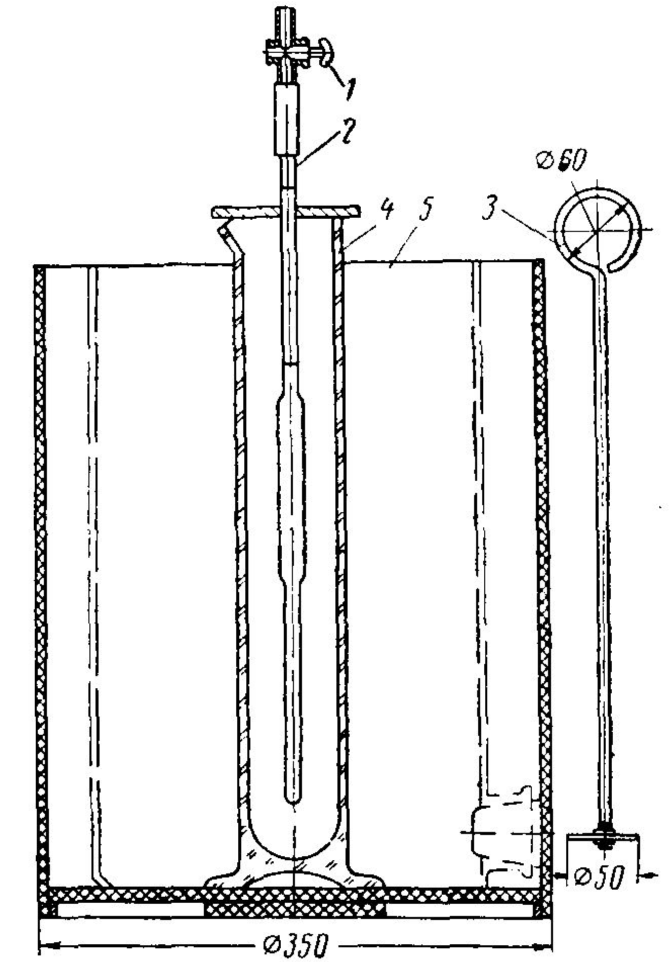


Рис. I.1. Седиментометр.

1 — стеклянный кран; *2* — пипетка; *3* — мешалка; *4* — градуированный цилиндр; *5* — стеклянный термостат.

Седиментационное разделение частиц по фракциям происходит вследствие различия скоростей оседания зерен неодинакового размера в вязкой жидкости. По формуле Стокса скорость осаждения в жидкости частиц сферической формы

$$v = \frac{gd^2}{18\nu} \cdot \left(\frac{\rho_п}{\rho_ж} - 1 \right)$$

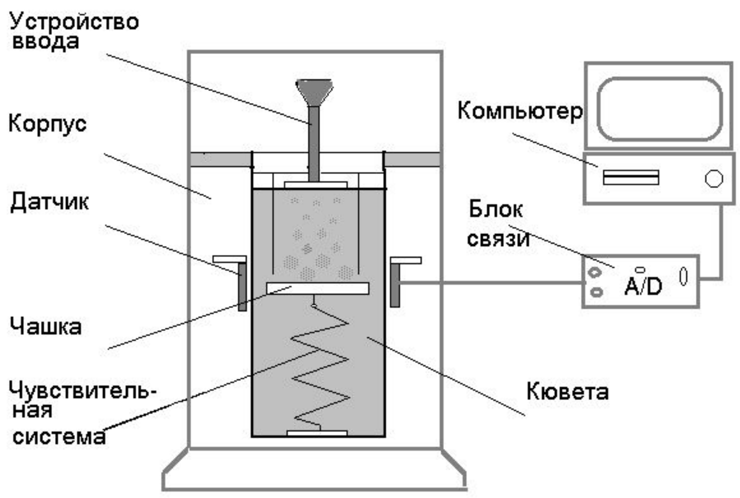
С глубины h через время tx в пипетку проникнут только те частицы, диаметр которых меньше d_1 так как к этому времени после начала их осаждения более крупные зерна расположатся ниже кончика пипетки.

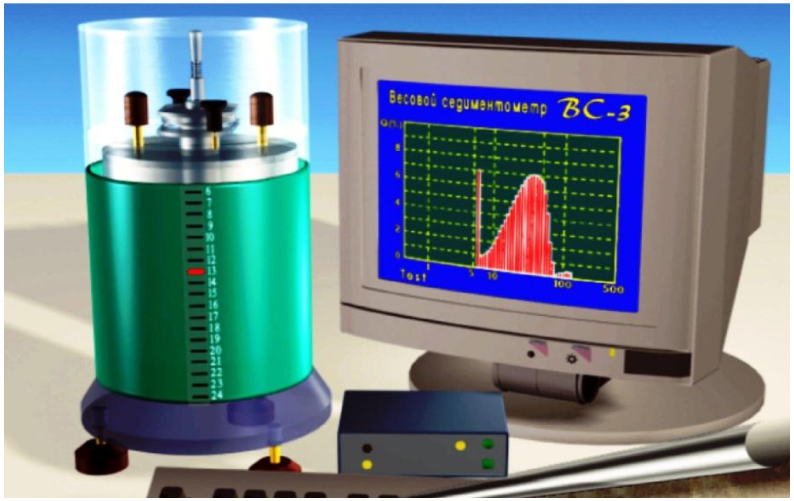
$$a = \frac{V_1 G}{V G_1}$$

ГРАНУЛОМЕТРИЧЕСКИЙ СОСТАВ ПОРОДЫ

Весовой седиментометр ВС - 3

для автоматизированного анализа гранулометрического состава порошков металлов, сплавов, органических и неорганических соединений





ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Диапазон измеряемых размеров частиц..2 – 300 мкм

Время анализа одной пробы..10 – 120 мин

Вес анализируемой пробы……20 – 40 мГ

Количество анализируемых проб …до 20 (без смены седиментационной жидкости)

Чувствительность системы измерений 0,1 мГ

Объем седиментационной жидкости…2 Л (дистиллированная вода)

Вес прибора (без компьютера)... до 6 кГ

ПОРИСТОСТЬ

ПОЛНАЯ

$m_п = V_п/V$

ОТКРЫТАЯ

$m_{от} = V_{откр}/V$

ДИНАМИЧЕСКАЯ

$m_{дин} = V_{динам}/V$

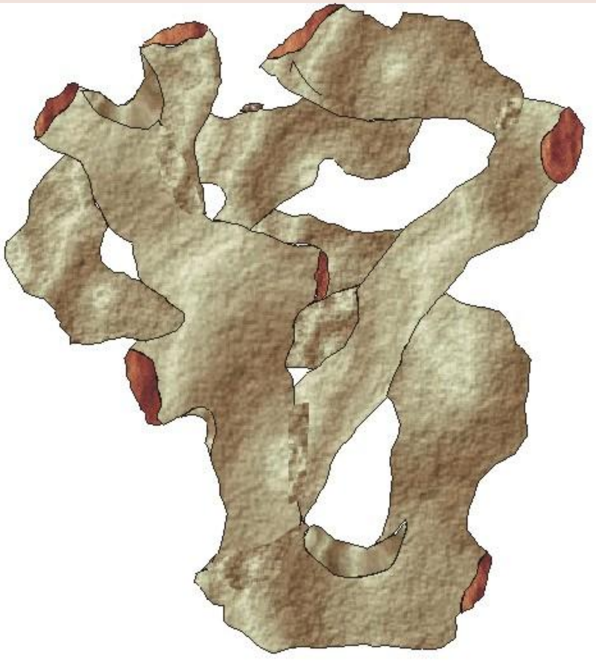


Рис.5. Слепок поровых каналов сцементированного песчаника

УДЕЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ $S_{уд}$ - суммарная площадь поверхности частиц, содержащихся в единице объёма

Среднее значение $S_{уд}$ для нефтесодержащих пород изменяется в пределах 40тыс. - 230тыс. $м^2/м^3$.

УДЕЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ГОРНЫХ ПОРОД

Удельной поверхностью пород называется суммарная поверхность частиц или поровых каналов, содержащихся в единице объема образца.

Поверхность одной песчинки равна $\Rightarrow$ $F = 4\pi r^2$ Объем $\Rightarrow$ $\omega = \frac{4}{3}\pi r^3$

Для фиктивного грунта число песчинок в единице объема породы равно $\Rightarrow$ $N = \frac{1-m}{\omega} = \frac{3}{4}\cdot\frac{1-m}{\pi r^3}$

Суммарная поверхность всех песчинок в единице объема породы равна $\Rightarrow$ $\boldsymbol{S} = \frac{3(1-\boldsymbol{m})}{\boldsymbol{r}}$

Для песчинок радиусом r = 0,1 мм, удельная поверхность будет равна (если пористость m = 0,26)

$$S = \frac{3}{r}(1-m) = \frac{3(1-0.26)}{10^{-4}} = 2.2\cdot 10^4\,\frac{м^2}{м^3}$$

В 1 м^3 песка общая поверхность частиц с радиусом 0,1 мм составит 22000 м^2.

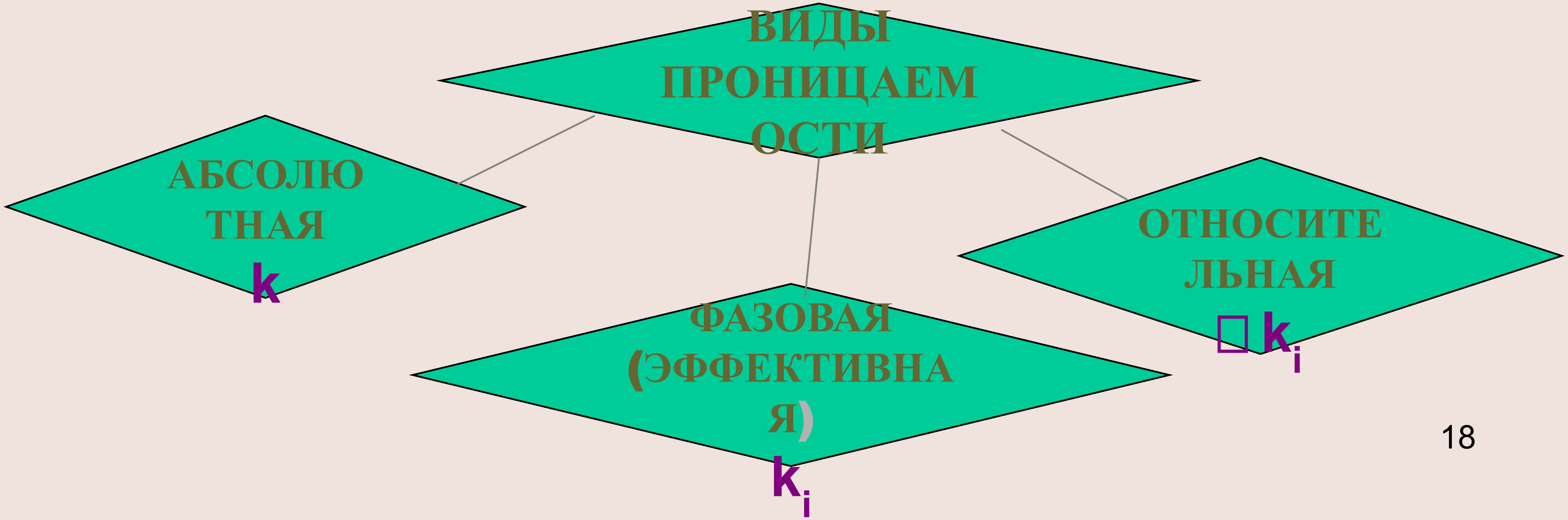
Удельная поверхность частиц с радиусом 0,05 мм составит уже 44 000 м^2/м^3

ПРОНИЦАЕМОСТЬ - параметр породы, характеризующий её способность пропускать к забоям скважины флюиды.

Проницаемость измеряется: в системе СИ - $м^2$; технической системе - дарси (д);

$1д=1,02мкм^2=1,02 \cdot 10^{-12}м^2$.

Физический смысл проницаемости **k** заключается в том, что проницаемость характеризует площадь сечения каналов пористой среды, по которым происходит фильтрация.



Проницаемость абсолютная (физическая) – проницаемость пористой среды для газа или однородной жидкости при следующих условиях:

1. Отсутствие физико-химического взаимодействия между пористой средой и этим газом или жидкостью.

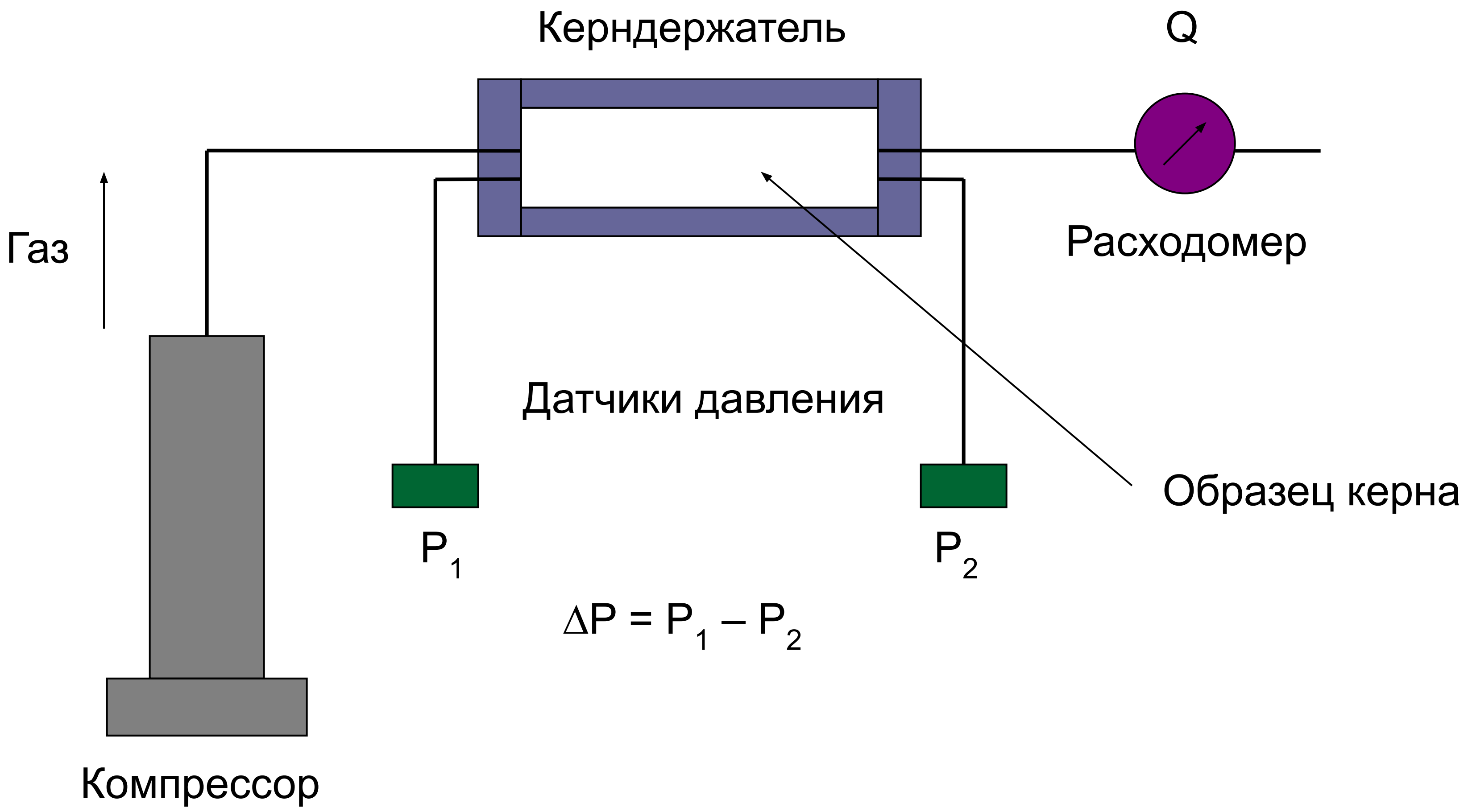
2. Полное заполнение всех пор среды этим газом или жидкостью.

Проницаемость фазовая (эффективная) – проницаемость пористой среды для данного газа или жидкости при одновременном наличии в порах другой фазы или системы.

Относительная проницаемость – отношение фазовой проницаемости к абсолютной.

$$\bar{k}_i = \frac{k_i}{k}$$

Измерение проницаемости по газу



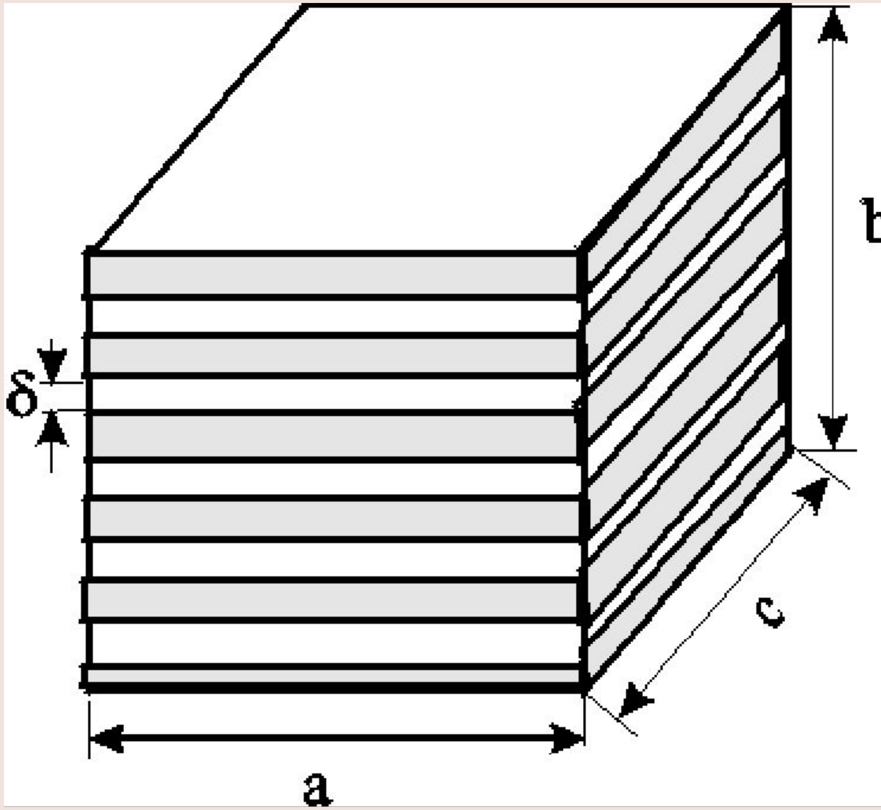
Размерность проницаемости

q – объемный расход; $[q]$ = м^3 / с
μ – вязкость жидкости; $[\mu]$ = Па·с
Δp – перепад давления; $[\Delta p]$ = Па
L – длина образца пористой среды; $[L]$ = м
A – площадь поперечного сечения образца; $[A]$ = м^2

$$k = \frac{q \cdot \mu \cdot L}{A \cdot \Delta p} \qquad [k] = \left[\frac{L^3}{T} \cdot \frac{P \cdot T}{1} \cdot \frac{L}{1} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{L^2} \right] = \left[L^2 \right]$$

В системе СИ $[k]$ = м^2.
Внесистемные единица – Дарси (1Д)
Часто используют производную единицу – мкм^2

ИДЕАЛИЗИРОВАННЫЕ МОДЕЛИ ТРЕЩИНОВАТЫХ КОЛЛЕКТОРОВ



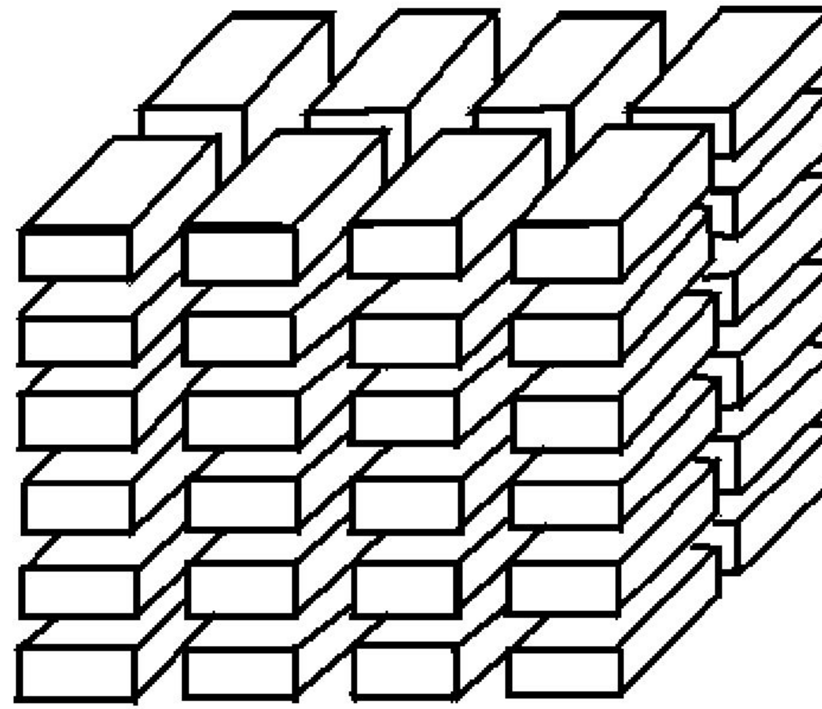


Рис.1.3. Схема одномерной модели трещиноватой среды

Рис.1.4 Схема пространственной модели трещиноватой среды

ТРЕЩИНОВАТЫЕ ПОРОДЫ

ПАРАМЕТРЫ

ТРЕЩИНОВАТОСТЬ

отношение объёма трещин $V_т$ ко всему объёму V трещинной среды.

$$m_т = V_т / V$$

ГУСТОТА

отношение полной длины $\sum l_i$ всех трещин, находящихся в данном сечении трещинной породы к удвоенной площади сечения f

$$Г_т = \frac{\sum l_i}{2f} \left[\frac{1}{м}\right].$$

РАСКРЫТОСТЬ $\delta_т$

Ширина трещины

$$m_т = \alpha Г_т \delta_т$$

$$\delta_т = \delta_{т0}\left[1 - \beta_т^*(p_0 - p)\right]$$

ТЕПЛО- МЕХАНИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ

ДЕФОРМАЦИОННЫЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

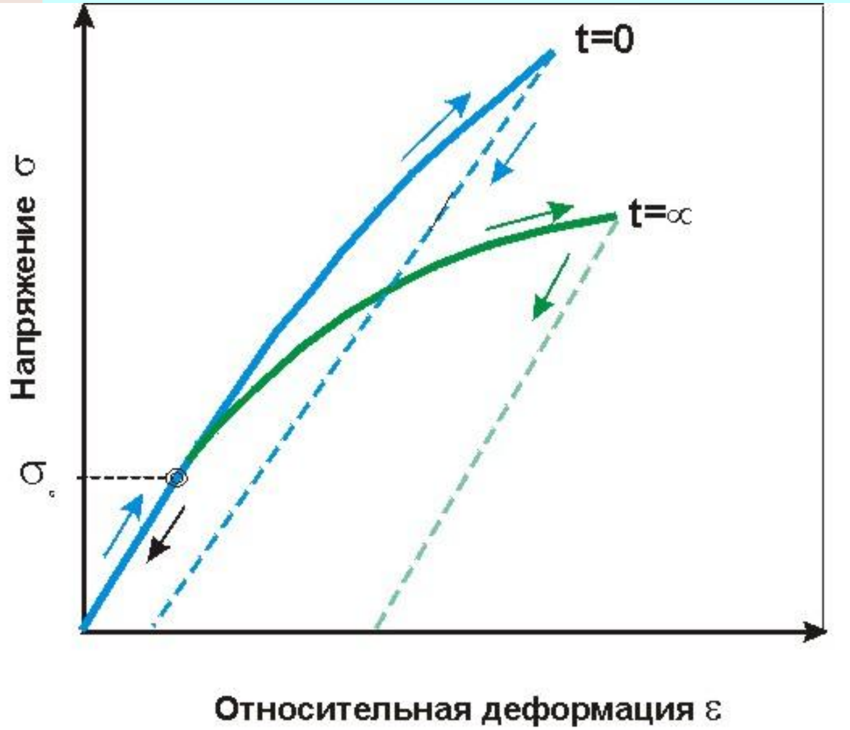


Рис.6. Схематическая зависимость деформации от напряжения для глинистого сланца

ДЕФОРМАЦИЯ:

1. **УПРУГАЯ** ($\sigma \leq \sigma_s$);

2. ПЛАСТИЧЕСКАЯ($\sigma \geq \sigma_s$);

3. КРИП (ПОЛЗУЧЕСТЬ) - постепенное нарастание деформации при постоянном напряжении.

4. ХРУПКАЯ

ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА
ГОРНЫХ ПОРОД

ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЁМКОСТЬ c

C = 0,4 - 2 кДж/(кг К).

КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ λ

$$dQ = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S dt$$

УДЕЛЬНОЕ ТЕПЛОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ∑1/λ

КОЭФФИЦИЕНТ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ a

$$a = \frac{\lambda}{c\rho}$$

ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ
ПОРИСТАЯ СРЕДА

СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ $$u = \vec{w} \cdot m$$

Физический смысл введения скорости фильтрации заключается в том, что рассматривается некоторый фиктивный поток, в котором расход через любое сечение равен реальному расходу, поля давлений фиктивного и реального потоков идентичны, а сила сопротивления фиктивного потока равна реальной.

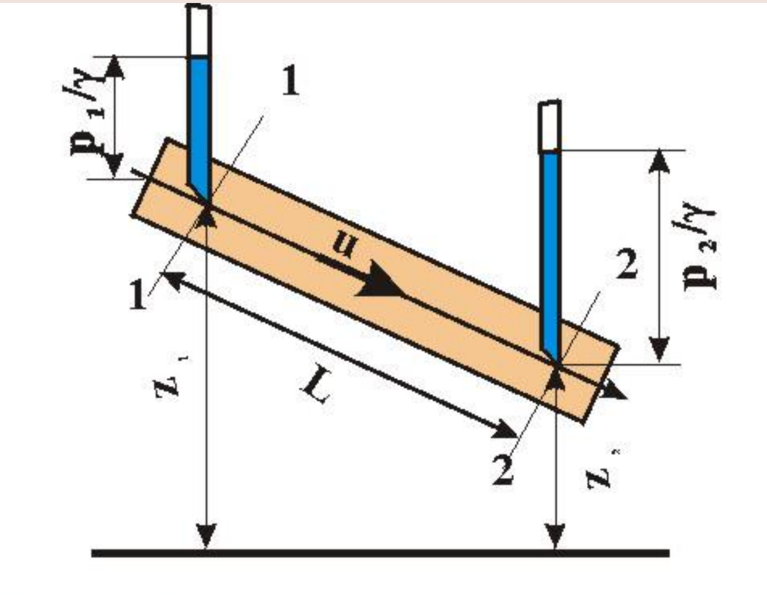


Рис.24. Схема наклонного пласта

ЗАКОН ДАРСИ (ЛИНЕЙНЫЙ ЗАКОН ФИЛЬТРАЦИИ)

$$u = -\frac{k}{\eta} \operatorname{grad} p^{*}$$

ГРАНИЦЫ ПРИМЕНИМОСТИ ЗАКОНА ДАРСИ

ВЕРХНЯЯ ГРАНИЦА

ЧИСЛО РЕЙНОЛЬДСА

$$Re = \frac{wa\rho}{\eta}$$

Формула Щелкачева

$$Re = \frac{10u\rho\sqrt{k}}{m^{2,3}\eta},$$

$$Re_{кр}=1\text{-}12$$

где $a = 10\sqrt{k}/m^{2,3}$; $w=u$.

НИЖНЯЯ ГРАНИЦА

$$-\frac{dp}{dl} = \frac{\eta}{k}u + \tau', \quad u > 0,$$

$$-\frac{dp}{dl} \le \tau_н, \quad u = 0.$$

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ

СТЕПЕННОЙ $u = C\left(-\frac{dp}{dl}\right)^{\frac{1}{n}}$, $1 \leq n \leq 2$

ДВУХЧЛЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ $-\frac{dp}{dl} = Au + Bu^2$.

$$A = \frac{\eta}{k}; \quad B = \beta\frac{\rho}{\sqrt{k}}, \ \beta = \frac{12 \cdot 10^{-5} d^2}{mk}.$$

ТРЕЩИНОВАТАЯ СРЕДА

СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ $$u = \vec{w} \cdot m_T$$

$$w = -\frac{\delta_т^2}{12\eta}\frac{dp}{dl}.$$ - Формула Буссинеска

ЗАКОН ДАРСИ $$u = -\frac{k_T}{\eta}\operatorname{grad} p^*$$ $$k_т = \frac{\alpha_т \Gamma_т \delta_т^3}{12}.$$

Для трещиновато-пористой среды общая проницаемость определяется как сумма межзерновой и трещинной проницаемостей

Зависимость проницаемости от давления

$$Re_{КР} = \frac{4u\sqrt{3k_т}}{\nu\, m_т \sqrt{m_т}}$$

$$k_T = k_{T0}\left[1 - \beta^*\left(p_0 - p\right)\right]^3.$$ $Re_{КР}=0,4.$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ

при отсутствии источников - стоков

1. Уравнение неразрывности $\dfrac{\partial \rho m}{\partial t} + \operatorname{div}\rho\vec{u} = 0$

2. Уравнение движения в форме Дарси

$$\vec{u} = -\frac{k}{\eta}\operatorname{grad}p^*$$

где $p^*=p+z\rho g$, $\rho u=dG/dt$, G - расход массы жидкости в единицу времени через поверхность равного потенциала (массовый дебит); среда изотропна.(**k=const, η=const**)

$$\operatorname{div}\vec{f} = \frac{\partial f_x}{\partial x} + \frac{\partial f_y}{\partial y} + \frac{\partial f_z}{\partial z}; \quad \operatorname{grad}\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z}\vec{k}$$

Уравнения потенциального движения

ПОТЕНЦИАЛ $$\varphi = \int \frac{k\rho}{\eta} dp + C$$

ЗАКОН ДАРСИ $$\rho \vec{u} = -\mathrm{grad}\varphi$$

УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА $$\frac{\partial \rho m}{\partial t} = \Delta\varphi$$

Несжимаемая жидкость $$\Delta\varphi = 0$$

$$\Delta\varphi = \mathrm{div}\ \mathrm{grad}\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$

Свойства уравнения Лапласа, имеющие большое практическое приложение:

- сумма частных решений является также решением уравнения Лапласа;
- произведение частного решения на константу - также решение.

Уравнения фильтрации для трещиновато-пористой среды

Характерные особенности :

1) состоит из двух сред с порами разных масштабов (среда 1 - роль поровых каналов играют трещины, а роль зёрен - пористые блоки; среда 2 - обычная пористая среда, образующая блоки);

2) между отмеченными средами при фильтрации возникает переток жидкости из пористых блоков в трещины в пределах выделенного элементарного объёма трещиновато-пористого пласта.

Для трещин $$\frac{\partial \rho_1 m_т}{\partial t} + div \rho_1 \vec{u}_1 = q_{1,2}$$

Для блоков $$\frac{\partial \rho_2 m_п}{\partial t} + div \rho_2 \vec{u}_2 = -q_{1,2}$$

Здесь $\mathbf{q_{1,2}}$ - масса жидкости, поступающей из пористых блоков в трещины за единицу времени на единицу объёма с размерностью $\mathbf{ML^{-3}T^{-1}}$, где **M** – размерность массы, **L** – расстояния и **T** – времени; $\mathbf{q_{1,2} = \Theta\ (\phi_2 - \phi_1)}$, .

Начальные и граничные условия

Начальные условия $\phi=\phi_o(x,y,z)$ при $t=0$

Если при $t=0$ пласт не возмущён, то $\phi=\phi_o=const$.

Граничные условия

Внешняя граница :

1)постоянный потенциал $\phi(\Gamma,t)=\phi_к=const$ - контур питания;

2) постоянный расход $G=F\rho u=const$ или $\frac{\partial \varphi}{\partial n}=const;$

3) переменный поток массы через границу

4) замкнутая внешняя граница

5) бесконечный пласт $\lim_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} \phi(\Gamma,t)=\phi_к=const$

Внутренняя граница

1) постоянный потенциал $\varphi(r_c\ ,\ t)=\varphi_c=const$

2) постоянный массовый дебит

$$G=\rho u f_c=2\pi r_c h\frac{\partial\varphi}{\partial r}=const \text{ или } r\frac{\partial\varphi}{\partial r}=\frac{G}{2\pi h} \quad \text{при} \quad r=r_c$$

3) переменный потенциал на забое

4) переменный массовый дебит

5) не работающая скважина

Замыкающие соотношения

Зависимость плотности от давления или уравнения состояния

а) ***Несжимаемая*** - **ρ =const**

в) ***Упругая***

$$\rho = \rho_0 e^{\beta_c (p - p_0)}$$

где **$\beta_ж$** - коэффициент объёмного расширения, , **$V_ж$** - объём жидкости; **$\beta_ж$=** (7-30)10^{-10} Па$^{-1}$- для нефти и (2,7-5)10^{-10}Па$^{-1}$ для пластовой воды.

с) ***Сжимаемая*** . **$p=\rho R T$; $p_{пл} < 9$ МПа; $\Delta p < 1$ МПа**

$p=z\rho R T$; $p_{пл} > 9$ МПа

где **R** - газовая постоянная, **T** - температура, **z** - коэффициент сверхсжимаемости.

Зависимость пористости от давления

$\sigma_{эф}+p_{пл}=p_{горн}=const$

$$m = m_0 e^{\beta_m (p-p_0)}$$

Зависимость вязкости и проницаемости от давления

$$\eta = \eta_0 e^{-a_\eta (p-p_0)}$$

$$k = k_0 e^{-a_k (p-p_0)}$$

Установившаяся потенциальная одномерная фильтрация

ВИДЫ ОДНОМЕРНЫХ ПОТОКОВ

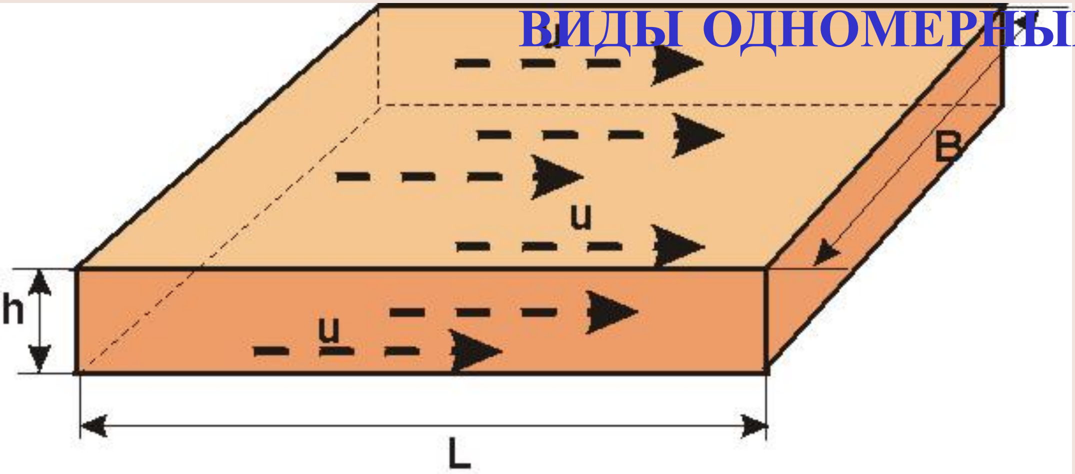


Рис.25. Схема прямолинейно-параллельного потока в пласте

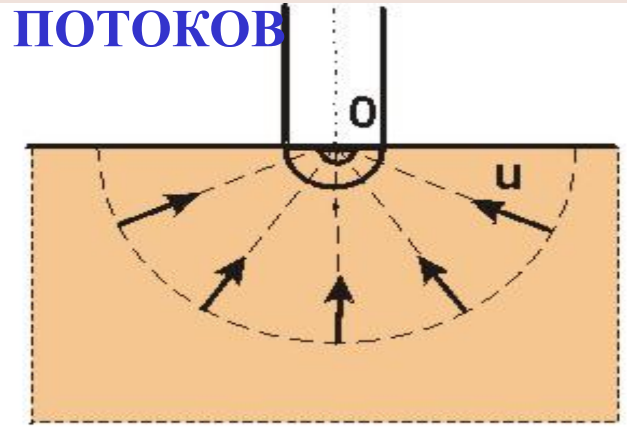


Рис. 27. Схема радиально-сферического фильтрационного потока

a) b)

Рис.26. Схема плоскорадиального потока в пласте
a) горизонтальное сечение
b) вертикальное сечение

Описание одномерных потоков

1.Прямолинейно-параллельный поток. Траектории всех частиц жидкости - параллельные прямые, а скорости фильтрации во всех точках любого поперечного (перпендикулярного к линиям тока) сечения потока равны между собой, поверхности равных потенциалов (эквипотенциальные поверхности) и поверхности равных скоростей (изотахи) являются плоскими поверхностями перпендикулярными траекториям. Законы движения вдоль всех траекторий такого фильтрационного потока идентичны, а потому достаточно изучить движение вдоль одной из траекторий, которую можно принять за ось координат - ось ***x***.

Описание одномерных потоков

2. ***Плоскорадиальный поток.*** Траектории всех частиц жидкости - прямолинейные горизонтальные прямые, радиально сходящиеся к центру скважины, а скорости фильтрации во всех точках любого поперечного (перпендикулярного к линиям тока) сечения потока параллельны и равны между собой; изотахи и эквипотенциальные поверхности перпендикулярны траекториям и образуют цилиндрические окружности с осью, совпадающей с осью скважины. Схемы линий тока в любой горизонтальной плоскости потока будут идентичными и для характеристики потока достаточно рассмотреть движение жидкости в одной горизонтальной плоскости.

Описание одномерных потоков

3. ***Радиально-сферический поток.*** Траектории всех частиц жидкости - прямолинейные горизонтальные прямые, радиально сходящиеся к центру полусферического забоя; изотахи и эквипотенциальные поверхности перпендикулярны траекториям и образуют сферические поверхности. Скорость фильтрации в любой точке потока является функцией только расстояния этой точки от центра забоя. Следовательно, этот вид фильтрационного потока также является одномерным.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

Задача исследования установившегося фильтрационного потока заключается в определении дебита (расхода), давления, градиента давления и скорости фильтрации в любой точке потока, а также в установлении закона движения частиц жидкости (или газа) вдоль их траекторий и в определении средневзвешенного по объёму порового пространства пластового давления.

Решение общего дифференциального уравнения
Показатель формы потока

Начало системы координат:

- галерея (для прямолинейно- параллельного потока);
- центр контура скважины в плоскости подошвы пласта (для плоско-радиального потока);
- центр полусферического забоя скважины (для радиально-сферическиого потока).

Для укрупнённой трубки тока $\rho u = G/F(r)$,

где $F=F(r)$ - площадь эквипотенциальной поверхности

- прямолинейно-параллельный поток - $F(r) = Bh$;
- плоскорадиальный поток - $F(r) = 2\pi hr$;
- радиально-сферический поток - $F(r) = 2\pi r^2$.

$G>0$ - эксплуатационная скважина

Уравнение Дарси через расход

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{G}{Ar^{j}}$$

- прямолинейно-параллельный поток - **A=Bh, j=0**;
- плоскорадиальный поток - **A =2πh, j=1**;
- радиально-сферический поток - **A = 2π, j=2**.

j - показатель формы потока, т.к. характеризует вид одномерного течения.

Уравнение для потенциала

(j=0;2)

$$\varphi = \frac{G}{A} \cdot \frac{r^{1-j}}{1-j} + C$$

Уравнение для потенциала

(j=1)

$$\varphi = \frac{G}{2\pi h} \ln r + C$$

Выражение для C при задании потенциала на контуре

Уравнение для потенциала

(j=0;2)

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{G}{Ar^{j}} \Rightarrow$$

$$d\varphi = \frac{G}{Ar^{j}} dr$$

$$\int d\varphi = \int \frac{G}{Ar^{j}} dr \Rightarrow$$

$$\varphi = \frac{G}{A} \int \frac{1}{r^{j}} dr$$

$$\boxed{\varphi = \frac{G}{A(1-j)} r^{1-j} + C}$$

Уравнение для потенциала

(j=1)

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{G}{Ar^j} \Rightarrow$$

$$\int d\varphi = \int \frac{G}{2\pi hr} dr$$

$$\varphi = \frac{G}{2\pi h} \int \frac{1}{r} dr$$

$$\boxed{\varphi = \frac{G}{2\pi h} \ln r + C}$$

Выражение для дебита при постоянных потенциалах на границах (j=0;2)

$$\varphi = \frac{G}{A(1-j)} r^{1-j} + C$$

$$\varphi_K = \frac{G}{A(1-j)} r_K^{\ 1-j} + C; \qquad \varphi_C = \frac{G}{A(1-j)} r_C^{\ 1-j} + C$$

$$\varphi_K - \varphi_C = \frac{G}{A(1-j)} r_K^{1-j} - \frac{G}{A(1-j)} r_C^{\ 1-j}$$

$$\varphi_K - \varphi_C = \frac{G}{A(1-j)} (r_K^{1-j} - r_C^{\ 1-j})$$

$$\boxed{G = \frac{(\varphi_K - \varphi_C) A(1-j)}{r_K^{1-j} - r_C^{1-j}}}$$

Выражение для дебита при постоянных потенциалах на границах (j=1)

$$\varphi_K = \frac{G}{2\pi h}\ln r_K + C;$$

$$\varphi_C = \frac{G}{2\pi h}\ln r_C + C$$

$$\varphi_K - \varphi_C = \frac{G}{2\pi h}\ln r_K - \frac{G}{2\pi h}\ln r_C$$

$$\varphi_K - \varphi_C = \frac{G}{2\pi h}(\ln r_K - \ln r_C)$$

$$\varphi_K - \varphi_C = \frac{G}{2\pi h}\ln\frac{r_K}{r_C}$$

$$\boxed{G = \frac{(\varphi_K - \varphi_C)2\pi h}{\ln\frac{r_K}{r_C}}}$$

Выражение для дебита при постоянных потенциалах на границах

$$G = A\frac{(1-j)(\varphi_к - \varphi_с)}{r_к^{1-j} - r_с^{1-j}}; \quad G = 2\pi h\frac{\varphi_к - \varphi_с}{\ln\frac{r_к}{r_с}},$$

(j=0;2) (j=1)

Уравнение для потенциала

(j=0;2)

$$\varphi = \varphi_к - a_\varphi\left(r_к^{1-j} - r^{1-j}\right),$$

$$\text{где } a_\varphi = \frac{\varphi_к - \varphi_с}{r_к^{1-j} - r_с^{1-j}}$$

$$\varphi = \varphi_к - a_\varphi \ln\frac{r_к}{r},$$

Уравнение для потенциала

(j=1)

$$\text{где } a_\varphi = \frac{\varphi_к - \varphi_с}{\ln\frac{r_к}{r}}$$

$$\varphi = \frac{G}{A(1-j)} r^{1-j} + C;$$

$$\varphi_K = \frac{G}{A(1-j)} r_K^{\,1-j} + C$$

$$\varphi_K - \varphi = \frac{G}{A(1-j)} (r_K^{\,1-j} - r^{1-j})$$

$$\varphi = \varphi_K - \frac{G}{A(1-j)} (r_K^{\,1-j} - r^{1-j})$$

$$G = \frac{(\varphi_K - \varphi_C) A(1-j)}{r_K^{1-j} - r_C^{1-j}}$$

$$\boxed{\varphi = \varphi_K - \frac{(\varphi_K - \varphi_C)}{r_K^{1-j} - r_C^{1-j}} (r_K^{\,1-j} - r^{1-j})}$$

$$\varphi_K = \frac{G}{2\pi h} \ln r_K + C;$$

$$\varphi = \frac{G}{2\pi h} \ln r + C$$

$$\varphi_K - \varphi = \frac{G}{2\pi h} \ln r_K - \frac{G}{2\pi h} \ln r$$

$$\varphi_K - \varphi = \frac{G}{2\pi h} (\ln r_K - \ln r) \Rightarrow$$

$$\varphi_K - \varphi = \frac{G}{2\pi h} \ln \frac{r_K}{r}$$

$$\varphi = \varphi_K - \frac{G}{2\pi h} \ln \frac{r_K}{r};$$

$$G = \frac{(\varphi_K - \varphi_C) 2\pi h}{\ln \frac{r_K}{r_C}}$$

$$\boxed{\varphi = \varphi_K - \frac{(\varphi_K - \varphi_C)}{\ln \frac{r_K}{r_C}} \ln \frac{r_K}{r}}$$

ПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ФУНКЦИИ

$$\varphi = \int \frac{k\rho}{\eta} dp + C$$

Несжимаемая жидкость пористый пласт (k=const, ρ=const)

$$\varphi = \frac{k\rho}{\eta} p + C$$

Несжимаемая жидкость трещиноватый пласт (ρ=const)

$$\varphi = \frac{k_m^0 \rho}{4\eta\beta^*} \left[1 - \beta^* (p_0 - p)\right]^4 + C$$

$$k = k_m^0 \left[1 - \beta^* (p_0 - p)\right]^3$$

$$\beta^* \sim 10^{-6} \longleftrightarrow 10^{-7} м^2/н$$

$$\varphi = \int \frac{k\rho}{\eta} dp + C$$

Упругая жидкость пористый пласт (k=const)

$$\varphi = \frac{k}{\eta \beta_ж} \rho + C \qquad \rho = \rho_0 e^{\beta_ж (p - p_0)}$$

Совершенный газ, пористый пласт (k=const, $\rho = \rho_{ст}\, p / p_{ст}$.)

$$\varphi = \frac{k\, \rho_{ст}}{2 \eta\, p_{ст}} p^2 + C$$

$$\varphi = \int \frac{k\rho}{\eta} dp + C$$

Реальный газ, пористый пласт (k=const)

$$\rho = \rho_{ст} \frac{p}{p_{ст}} \frac{z(p_{ст})}{z(p)}$$

$$\varphi = \frac{k\, \rho_{ст}}{p_{ст}} f(p) + C$$

$$f(p) = \int \left[\eta(p) z(p)\right]^{-1} p dp$$

$$f = \frac{p^2}{2\eta\, z} + C$$

АНАЛИЗ ПРИТОКА НЕФТИ К СКВАЖИНЕ ПО ЗАКОНУ ДАРСИ
ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ИЗМЕНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

$$\varphi = \varphi_к - \frac{\Delta\varphi_к}{\ln \bar{r}_к} \ln \frac{r_к}{r}, \quad \Delta\varphi_к = \varphi_к - \varphi_c; \; \bar{r}_к = r_к / r_c$$

ПРИТОКА

$$G = 2\pi h \frac{\Delta\varphi_к}{\ln \bar{r}_к};$$

ИЗМЕНЕНИЕ ГРАДИЕНТА ПОТЕНЦИАЛА

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{1}{r} \frac{\Delta\varphi_к}{\ln \bar{r}_к}$$

ПОРИСТЫЙ ПЛАСТ

ПОТЕНЦИАЛ $\varphi = \frac{k\rho}{\eta} p + C$

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ $p = p_к - a1 \cdot \ln \frac{r_к}{r}$, где $a1 = \frac{\Delta p_к}{\ln \bar{r}_к}$;

ОБЪЁМНЫЙ ДЕБИТ (ФОРМУЛА ДЮПЮИ) $Q = \frac{2\pi hk}{\eta} a1 = \frac{2\pi hk}{\eta} \frac{\Delta p_к}{\ln \bar{r}_к}$

ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ $\frac{dp}{dr} = \frac{a1}{r}$;

СКОРОСТЬ ФИЛЬТРАЦИИ

$$u = Q / 2\pi hr = \frac{k}{\eta} a1 \frac{1}{r};$$

ЗАКОН ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ФЛЮИДА

Уравнение движения

$$\frac{dr}{dt} = \frac{Q}{2\pi mhr}$$

ВРЕМЯ ДВИЖЕНИЯ

$$t = \frac{\pi mh\left(R_0^2 - r^2\right)}{Q}$$

Время отбора всей жидкости из кругового пласта

$$T = \frac{\pi mh\left(r_к^2 - r_с^2\right)}{Q}$$

Средневзвешенное давление

$$\tilde{p} = \frac{1}{V_{пор}} \int p\, dV_{пор}$$

$$V_{пор} = \pi\left(r_к^2 - r_с^2\right) \cdot h \cdot m;$$

$$dV_{пор} = 2\pi h \cdot m \cdot r \cdot dr$$

$$\tilde{p} = p_к - a1$$

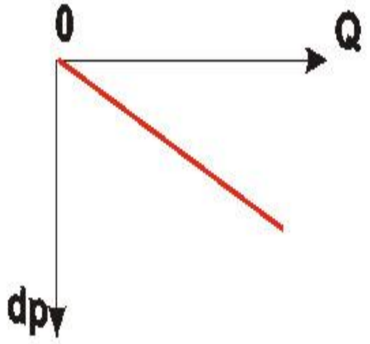


Рис.28. Индикаторная диаграмма плоскорадиального потока несжимаемой жидкости по закону Дарси

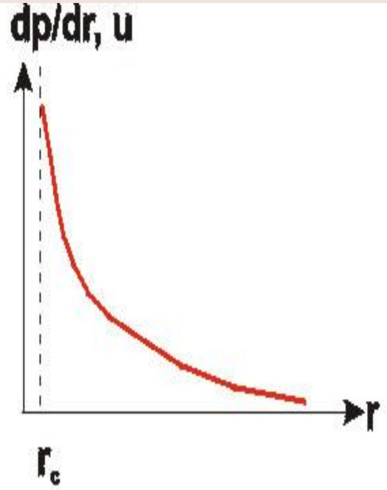


Рис.29. График зависимости градиента давления и скорости фильтрации от расстояния до центра скважины

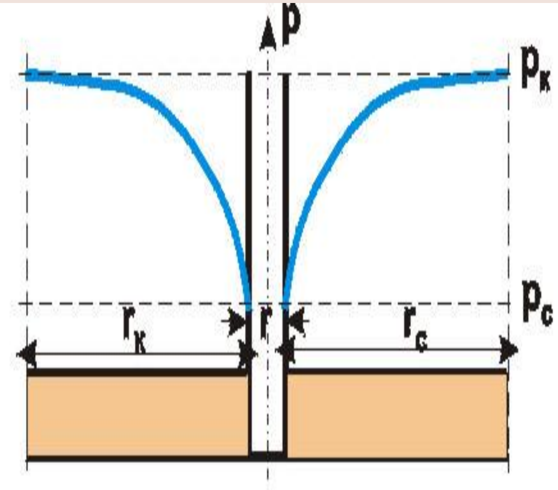


Рис.30. График распределения давления в плоскорадиальном фильтрационном потоке

Коэффициент продуктивности скважины

$$K = \frac{Q}{\Delta p_к} \left[\frac{м^3/с}{Па} \right]$$

Анализ:

1. Дебит не зависит от **r**, а только от депрессии $\Delta p_к$. График зависимости **Q** от $\Delta p_к$ называется **индикаторной диаграммой**, а сама зависимость - индикаторной.

2. Градиент давления и, следовательно, скорость фильтрации **u** обратно пропорциональны расстоянию **r** и образуют гиперболу с резким возрастанием значений при приближении к забою.

3. Графиком зависимости **p=p(r)** является логарифмическая кривая, вращением которой вокруг оси скважины образуется поверхность, называемая воронкой депрессии.

4. Изобары - концентрические, цилиндрические поверхности, ортогональные траекториям.

5. Дебит слабо зависит от величины радиуса контура $r_к$ для достаточно больших значений $r_к / r_с$, т.к. $r_к / r_с$ входят в формулу под знаком логарифма.

ТРЕЩИНОВАТЫЙ ПЛАСТ

ПОТЕНЦИАЛ

$$\varphi = \frac{k_т^0 \rho}{4 \eta \beta^*}\left[1-\beta^*(p_к - p)\right]^4 + C$$

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

$$p = p_к - \frac{1-\sqrt[4]{\Lambda}}{\beta},$$

$$где\ \Lambda = 1 - \frac{a2}{\ln \bar{r}_к}\ln\frac{r_к}{r},$$

$$. \qquad a2 = \left[1-\left(1-\beta^*\Delta p_к\right)^4\right]$$

ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ

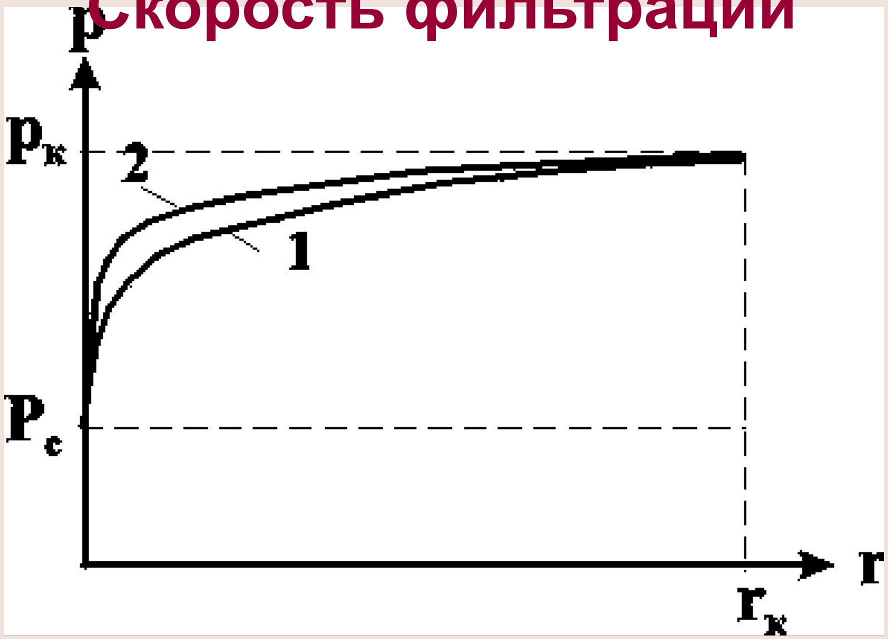
$$\frac{dp}{dr} = \frac{a2}{4r}\cdot\frac{1}{\ln \bar{r}_к\left[1-\beta^*(p_к - p)\right]^3};$$

Объёмный дебит

$$Q = \pm \frac{\pi h k_т^0}{2\eta\beta^* \ln r_к} a2$$

Скорость фильтрации

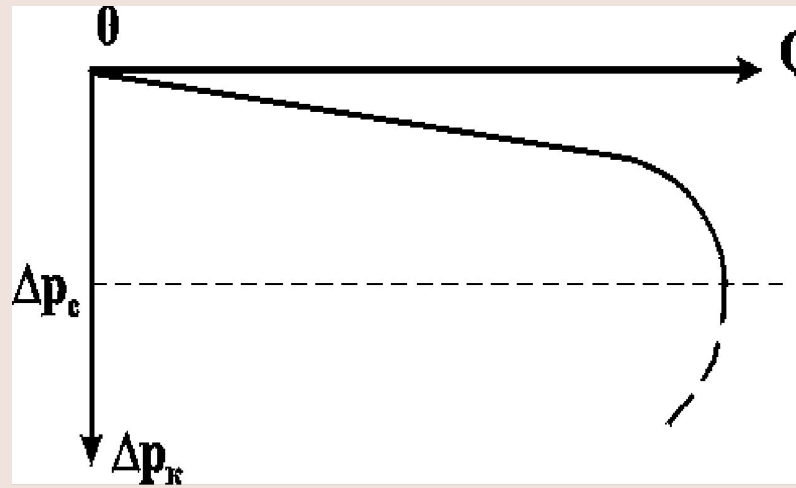
$$u = Q \Big/ 2\pi h r = \frac{k}{4\eta\beta^*} a2 \frac{1}{r};$$



Кривые распределения давления

1- недеформируемый пласт

2 - трещиноватый пласт



Вид индикаторной кривой при фильтрации несжимаемой жидкости в трещиноватом пласте

1. Воронка депрессии для трещиноватого пласта более крутая, чем для пористого. Более резко снижается давление в пласте с большим β^*.

2. Индикаторная кривая - парабола четвёртого порядка с координатами вершины

$$Q = \frac{\pi h k_т^0}{2\eta\beta^* \ln r_к}; \quad \Delta p_c = \frac{1}{\beta}$$

3. Комплексный параметр $\boldsymbol{\beta^*}$ можно определить взяв по индикаторной кривой два известных значениях дебита $\mathbf{Q_1}$ и $\mathbf{Q_2}$ при двух значениях депрессии $\boldsymbol{\Delta p_{c1}}$, $\boldsymbol{\Delta p_{c2}}$, т.е. из соотношения

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1-\left(1-\beta^*\Delta p_{c1}\right)^4}{1-\left(1-\beta^*\Delta p_{c2}\right)^4}$$

Потенциальное движение упругой жидкости через недеформируемый пласт

$$\varphi = \frac{k}{\eta \beta_ж} \rho + C$$

Для упругой жидкости зависимость между ρ и координатой r выражается точно теми же формулами, какими выражается зависимость между p и r для несжимаемой жидкости

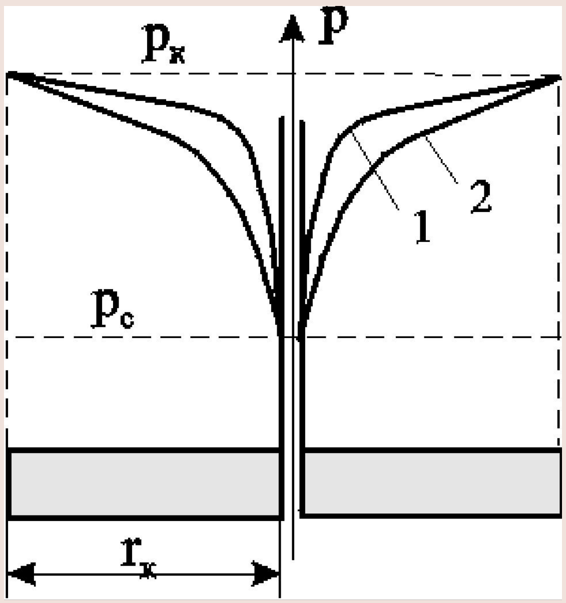
Для малых перепадов давления $\rho \sim p$, а не e^p

Индикаторная зависимость

$$G = \frac{2\pi h}{\eta \beta_ж} \frac{\Delta \rho_к}{\ln r_к};$$

Течение совершенного газа через недеформируемый пласт

$$\varphi = \frac{k\,\rho_{ст}}{2\eta\, p_{ст}} p^2 + C$$



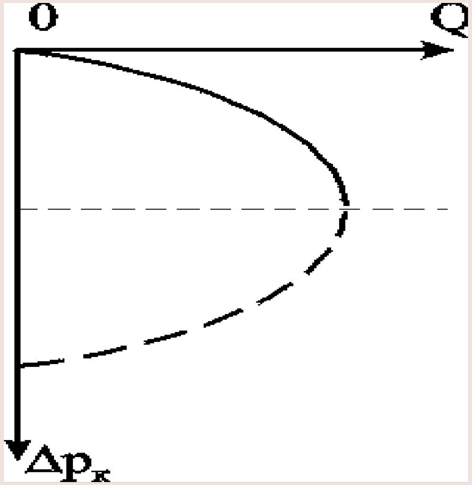
$$p^2 = p_к^2 - \frac{\Delta p_к^2}{\ln r_к} \ln\frac{r_к}{r},$$

$$\text{где } \Delta p_к^2 = p_к^2 - p_c^2 .$$

Распределение давления в недеформируемом пласте

1 - газ; 2 - несжимаемая жидкость

Пьезометрическая кривая для газа имеет более пологий характер на большем своём протяжении, чем кривая несжимаемой жидкости; однако у неё более резкое изменение у стенки скважины, чем для несжимаемой жидкости.

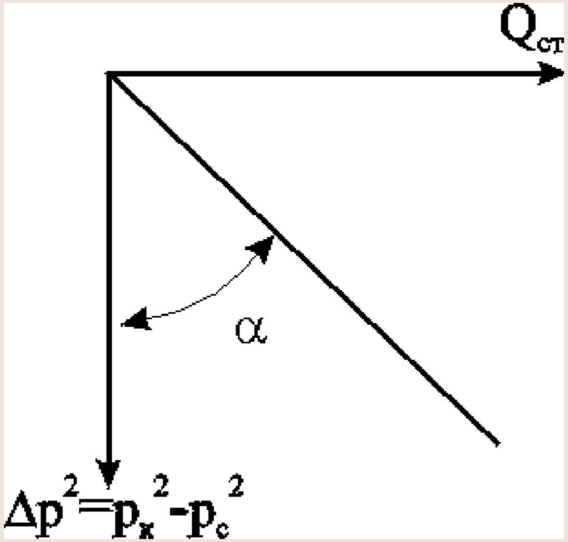


Уравнение притока

$$G = \frac{\pi h k \rho_{ст}}{\eta\, p_{ст}} \frac{\Delta p_к^2}{\ln r_к}.$$

или

$$Q_{ст} = \frac{\pi h k}{\eta\, p_{ст}} \frac{\Delta p_к^2}{\ln r_к}.$$



Индикаторная зависимость при фильтрации газа по закону Дарси

$$Q_{ст} = \alpha\left[2p_к\,\Delta p_к - (\Delta p_к)^2\right]$$

т.к. $p_к^2 - p_c^2 = 2p_к\Delta p_c - (\Delta p_c)^2$

(где $\Delta p_c = p_к - p_c$)

Индикаторная зависимость для газа -- параболическая зависимость дебита $Q_{ст}$ от депрессии $\Delta p_к$ и линейная зависимость дебита от разницы квадратов пластового и забойного давлений.

Распределение градиента давления

$$\frac{dp}{dr} = \frac{1}{rp}\frac{\Delta p_к^2}{2\ln \bar{r}_к}$$

Градиент давления вблизи забоя резко возрастает как за счёт уменьшения **r**, так и за счёт падения давления **p**, вызванного сжимаемостью газа.

Изменение скорости фильтрации

$$u = \frac{1}{rp}\frac{k\Delta p_к^2}{2\eta \ln \bar{r}_к}$$

Скорость фильтрации слабо меняется вдали от скважины и резко возрастает в призабойной зоне

Течение реального газа через недеформируемый пласт

$p_{пл}$>10МПа;
$p_с/p_к$<0.9.

Потенциальная функция
$$\varphi = \frac{k\,\rho_{ст}}{p_{ст}} \frac{p^2}{2\eta z} + C$$

Уравнение притока
$$Q_{ст} = \frac{\pi h k}{\eta z p_{ст}} \frac{\Delta p_к^2}{\ln r_к},$$
где $Q_{ст}=G/\rho_{cm}$

Дебиты реального газа ниже дебитов совершенного при тех же условиях.

Для тяжелых углеводородов дебит природного газа может составлять всего лишь 72% дебита совершенного.

Анализ одномерных потоков при нелинейных законах фильтрации

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\eta}{k} u + bu^2$$

где $b = \beta\rho / \sqrt{k}$

Течение несжимаемая жидкости в недеформируемом пласте

Уравнение фильтрации

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\eta}{k}\frac{Q}{2\pi rh} + b\frac{Q^2}{(2\pi rh)^2}$$

при $u = Q / (2\pi\ rh)$

Распределение давления в пласте

$$p = p_к - \frac{Q\eta}{2\pi kh}\ln\frac{R_к}{r} - \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_к}\right)$$

Уравнение притока

$$p_к - p_c = \frac{Q\eta}{2\pi kh}\ln\frac{R_к}{r_c} - \frac{Q^2 b}{(2\pi h)^2}\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_к}\right)$$

Дебит - положительный корень квадратного уравнения.

Индикаторная линия - парабола.

Кривая распределения давления - гипербола и воронка депрессии - гипербола вращения.

Крутизна воронки депрессии у стенки скважины больше, чем у чисто логарифмической кривой при течении по закону Дарси.

Идеальный газ в недеформируемом пласте

Уравнение фильтрации

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\eta\, p_{ст}}{2\pi k h p r} Q_{ст} + \frac{\rho_{ст} p_{ст} \beta}{4\pi^2 h^2 \sqrt{k}\, p r^2} Q_{ст}^2$$

т.к

$$u = \frac{G}{\rho f} = \frac{\rho_{ст} Q_{ст}}{\rho_{ст} \dfrac{p}{p_{ст}} 2\pi r h} = \frac{Q_{ст} p_{ст}}{2\pi r h p}$$

Распределение давления

$$p^2 = p_c^2 + \frac{\eta\, p_{ст}}{\pi k h} Q_{ст} \ln\frac{r}{r_c} + \frac{\rho_{ст} p_{ст} \beta}{2\pi^2 h^2 \sqrt{k}} Q_{ст}^2 \left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r}\right)$$

Распределение давления отличается от распределения давления по закону Дарси наличием последнего члена, что диктует более резкое изменение давления в призабойной зоне.

Уравнение притока

$$p_к^2 - p_с^2 = \frac{\eta\, p_{ст}}{\pi k h} Q_{ст} \ln\frac{R_к}{r_с} + \frac{\rho_{ст} p_{ст} \beta}{2\pi^2 h^2 r_с \sqrt{k}} Q_{ст}^2$$

$$p_к^2 - p_с^2 = A Q_{ст} + B Q_{ст}^2$$

. Коэффициенты A и B определяют по данным исследования газовых скважин при установившихся режимах.

Однородная несжимаемая жидкость в деформируемом (трещиноватом) пласте

Закон фильтрации

$$\frac{\Delta p}{\Delta l} = a\eta u + b\rho u^2,$$ где $$a = 1/k_т;$$

$$b = \frac{1{,}69 l_{бл}}{120(1-m_т)k_т}$$

Закон фильтрации в дифференциальной форме через потенциал

$$\frac{d\varphi_т}{dr} = \frac{G}{2\pi hr} + \frac{1{,}69 l_{бл}}{120\eta(1-m_т)} \frac{G^2}{(2\pi hr)^2},$$

где $$\varphi_т = \int \frac{k_т \rho}{\eta} dp + C$$

Уравнение притока через потенциал

$$\varphi_{\text{тк}} - \varphi_{\text{тс}} = \frac{G}{2\pi h}\ln\frac{r_к}{r_с} + \frac{1{,}69 l_{бл}}{120\eta\left(1 - m_т\right)}\frac{G^2}{(2\pi h)^2}\left(\frac{1}{r_с} - \frac{1}{r_к}\right)$$

Уравнение притока через давление и объемный дебит

$$\left[1 - \left(1 - \beta\,\Delta p_к\right)^4\right] = \frac{2\eta\beta G}{\pi h k_m^0}\ln\frac{r_к}{r_с} + \frac{1{,}69\beta\ l_{бл}\rho}{120\eta\, k_т^0\left(1 - m_т\right)}\frac{G^2}{(\pi h)^2}\left(\frac{1}{r_с} - \frac{1}{r_к}\right)$$

Индикаторная кривая - результат сложения двух парабол: параболы четвёртого порядка, симметричной относительно оси, параллельной оси дебитов, и параболы второго порядка (относительно дебита Q) симметричной относительно оси, параллельной оси депрессий (Δp_c) и отстоящей от последней.

Идеальный газ в деформируемом (трещиноватом) пласте

Закон фильтрации в дифференциальной форме через потенциал

$$\frac{d\varphi_т}{dr} = \frac{G}{2\pi hr} + \frac{1{,}69 l_{бл}}{120\eta\left(1 - m_т\right)} \frac{G^2}{\left(2\pi hr\right)^2}$$

Уравнение притока через давление и объемный дебит

$$\frac{k_т^0}{p_{ст}}\left\{\left(\frac{p_к}{4\beta} - \frac{1}{20\beta^2}\right)\left[1 - \left(1 - \beta\,\Delta p_к\right)^4\right] + \frac{\Delta p_к}{5\beta}\left(1 - \beta\,\Delta p_к\right)^4\right\} =$$

$$\frac{\eta Q}{2\pi h}\ln\frac{r_к}{r_c} + \frac{1{,}69 l_{бл}\rho}{120\left(1 - m_т\right)} \frac{Q^2}{\left(\pi h\right)^2}\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_к}\right)$$

ФИЛЬТРАЦИЯ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Пласт называется макронеоднородным, если его фильтрационные характеристики (проницаемость, пористость) значительно, скачкообразно отличаются в разных областях.

Виды макронеднородности

- Слоистая
- Зональная
- Общая

СЛОИСТАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ

Многослойный пласт - неоднородность по толщине пласта.

Пропластки - гидравлически изолированы, либо гидравлически сообщающиеся.

В пределах каждого пропластка фильтрационные параметры постоянны, а на границе соседних они претерпевают скачок.

Если течение потенциально, то полный дебит пласта определяется как сумма дебитов всех пропластков.

Квазиоднородное приближение: $k_{cp} = \sum_i \frac{k_i h_i}{h}$

ЗОНАЛЬНАЯ НЕОДНОРОДНОСТЬ

Пласт по площади состоит из нескольких зон различных фильтрационных параметрах, на границах которых данные параметры меняются скачкообразно.

Массовый дебит постоянен и равен:

a)при прямолинейно -параллельном потоке

$$G = Bh\frac{\varphi_к - \varphi_c}{\sum_i l_i / k_i}$$

b) при плоскорадиальном потоке

$$G = 2\pi h\frac{\varphi_к - \varphi_c}{\sum_i \frac{1}{k_i}\ln\frac{r_i}{r_{i-1}}}$$

Квазиоднородное приближение:

$$k_{ср} = \frac{L}{\sum_i l_i / k_i}$$

$$k_{ср} = \frac{\ln R_к / r_c}{\sum_i \frac{1}{k_i}\ln\frac{r_i}{r_{i-1}}}$$

ДВУХЗОНАЛЬНЫЙ ПЛАСТ

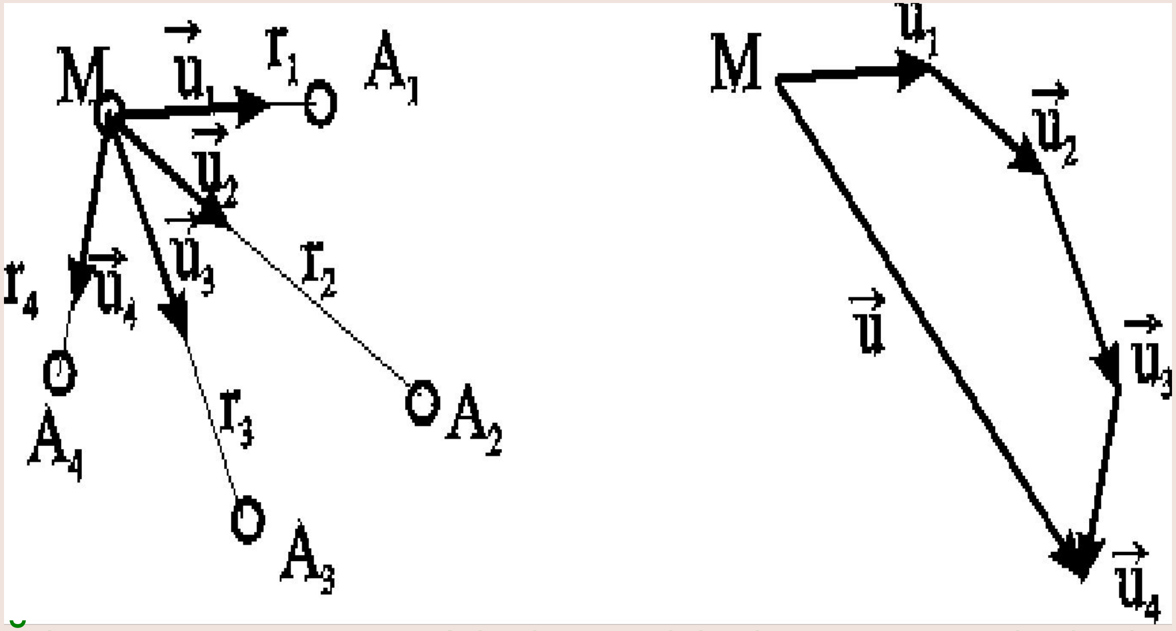
1) Ухудшение проницаемости призабойной зоны сильнее влияет на дебит, чем увеличение проницаемости в этой зоне.

2) В случае фильтрации по закону Дарси увеличивать проницаемость призабойной зоны более чем в 20 раз не имеет смысла, т. к. дальнейшее увеличение проницаемости практически не ведёт к росту дебита.

3) Нарушение в пластовых условиях закона Дарси усиливает положительное влияние увеличенной проницаемости призабойной зоны на производительность скважины.

ПЛОСКИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ ОБ УСТАНОВИВШЕМСЯ ПРИТОКЕ К СКВАЖИНЕ

ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ



При совместном действии в пласте нескольких стоков (эксплуатационных скважин) или источников (нагнетательных скважин) потенциальная функция, определяемая каждым стоком (источником), вычисляется по формуле для единственного стока (источника).

Потенциальная функция, обусловленная всеми стоками (источниками), вычисляется путём алгебраического сложения этих независимых друг от друга значений потенциальной функции.

Суммарная скорость фильтрации определяется как векторная сумма скоростей фильтрации, вызванная работой каждой скважины

Потенциал скважины при плоскорадиальном потоке

$$\varphi_i = \frac{G_i}{2\pi h} \ln r_i + C_i$$

Потенциал группы скважин по принципу суперпозиции

$$\varphi = \sum \varphi_i = \frac{1}{2\pi h} \sum G_i \ln r_i + C$$

Уравнение эквипотенциальных поверхностей

$$\prod_i r_i^{G_i} = C_1$$

Уравнение эквипотенциальных поверхностей при равенстве дебитов

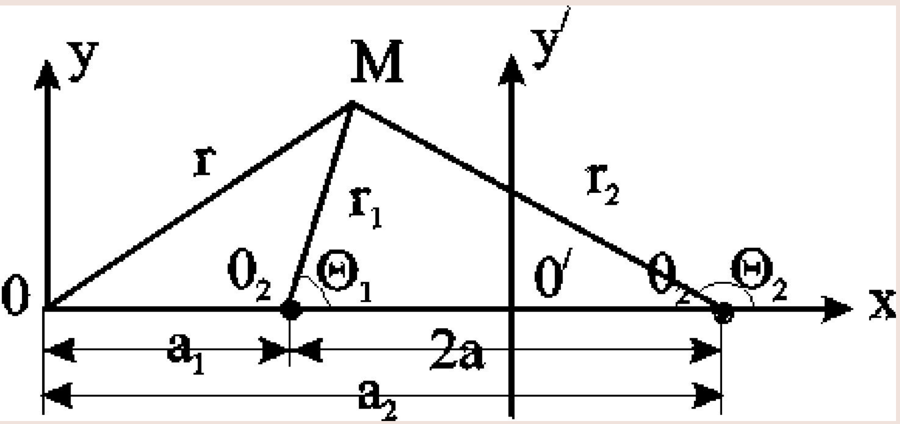
$$\prod_i r_i^{\operatorname{sign}(G_i)} = C_1$$

Линии тока образуют семейство кривых, ортогональ-ных изобарам

МЕТОД ОТОБРАЖЕНИЯ ИСТОЧНИКОВ (СТОКОВ) - для выполнения тех или иных условий на границах вводятся фиктивные стоки или источники за пределами пласта

Приток к совершенной скважине

Фильтрационный поток от нагнетательной скважины к эксплуатационной



Исходная формула

$$\varphi = \frac{1}{2\pi h}\sum G_i \ln r_i + C$$

Для данной постановки

Схема расположения источника **0_1** и стока **0_2**

знаки дебитов: источник **$G_1 = -G$**, а сток **$G_2 = +G$**.

$$\varphi = \frac{G}{2\pi h}\ln r_1 - \frac{G}{2\pi h}\ln r_2 + C = \frac{G}{2\pi h}\ln\frac{r_1}{r_2} + C$$

Уравнение изобар $$\frac{r_1}{r_2} = C_1$$

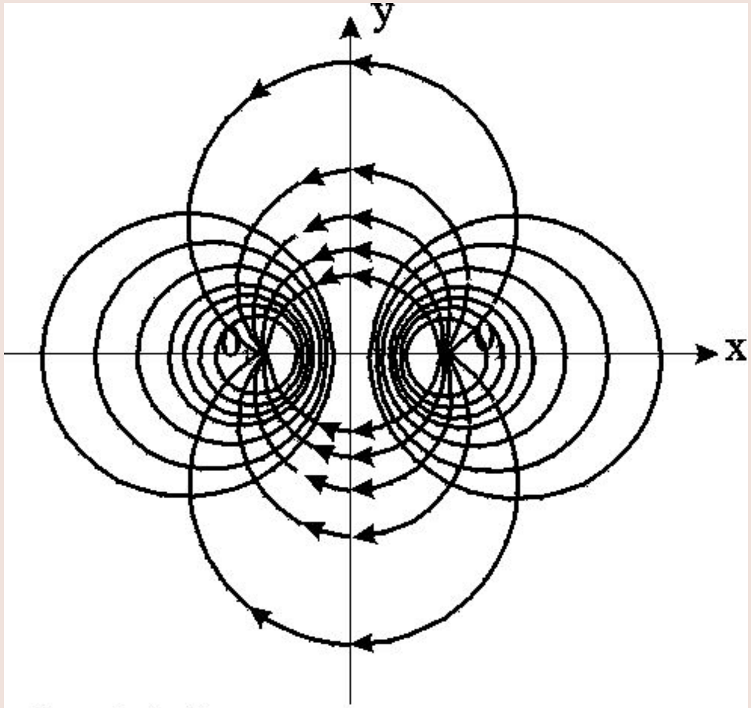


Рис.4.4. Фильтрационное поле источника и стока

Линии изобар - окружности центры которых расположены на прямой, проходящей через центры скважин

Семейство линий тока ортогонально изобарам и тоже окружности. Все линии тока проходят через сток и источник. Центры всех окружностей линий тока расположены на прямой, делящей расстояние между стоком и источником пополам

$$G = \frac{\pi h(\varphi_н - \varphi_э)}{\ln \frac{2a}{r_c}},$$ т.к. на контуре эксплуатационной скважины

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_c}{2a},$$

а на контуре нагнетательной скважины

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{2a}{r_c}$$

Массовая скорость фильтрации в любой точке пласта М находится по правилу суперпозиции сложения векторов скорости от действия источника и стока

$$|\rho \vec{u}| = \frac{Ga}{\pi h r_1 r_2}$$

Время движения частицы от некоторой точки x_0 до точки x

$$t = \frac{\pi h m}{Qa}\left(\frac{x^3 - x_0^3}{3} - ax^2 + ax_0^2\right)$$

Время обводнения **T (x=0; x_0=2a)**

$$T = \frac{4}{3}\frac{\pi h m a^2}{Q}$$

Площадь обводнения из равенства объёмов **TQ** и **mhω**.

$$\omega = \frac{4}{3}\pi a^2$$

Расстояние, пройденное частицей за время T от нагнетательной скважины до эксплуатационной, вдвое больше расстояния пройденного другой частицей за это же время в положительном направлении оси x.

Приток к группе скважин с удаленным контуром питания

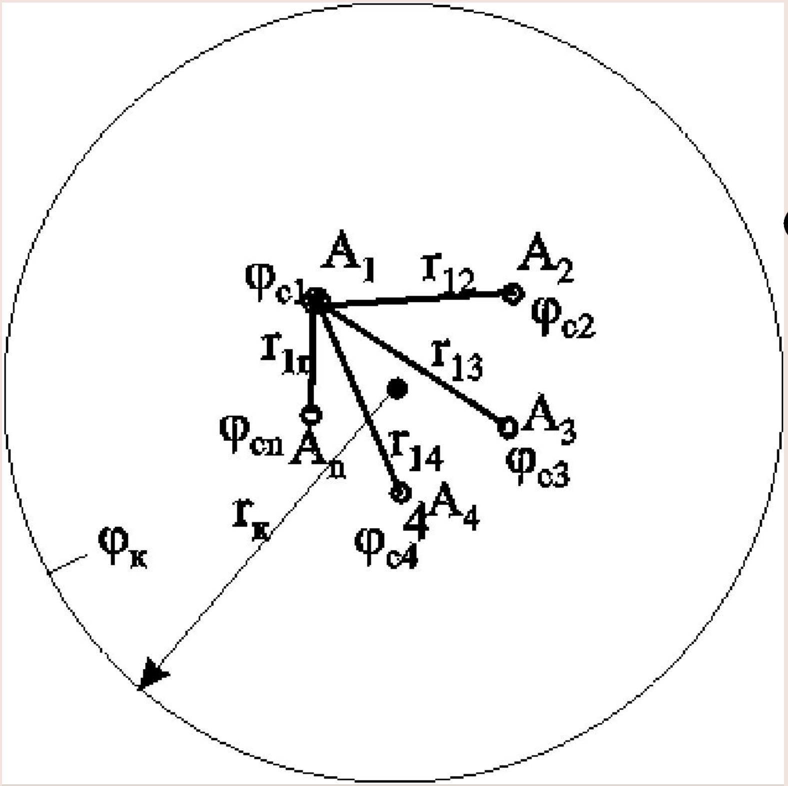


Схема группыскважин в пласте с удаленным контуром питания

Дебиты из системы уравнений

$$\varphi_{ci} = \frac{1}{2\pi h}\left[G_i \ln r_{ci} + \sum_{j=1, i\neq j}^{n} G_j \ln r_{ji}\right] + C$$

$$\varphi_к \approx \frac{1}{2\pi h}\sum_{j=1}^{n} G_j \ln r_к + C$$

Результат тем точнее, чем дальше точка отстоит от контура питания.

Приток к скважине в пласте с прямолинейным контуром питания

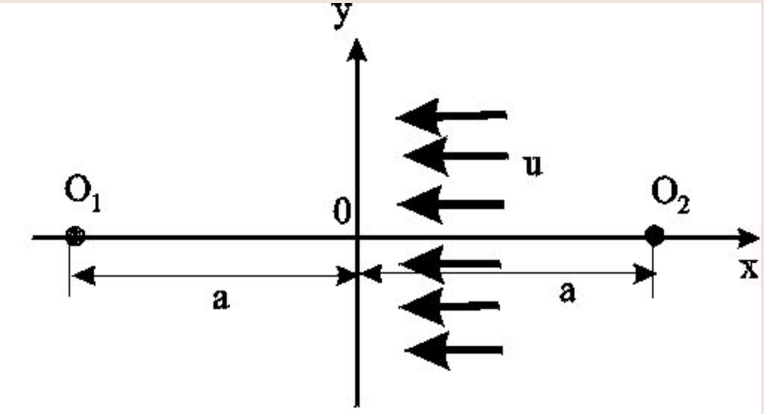


Рис.4.6. Схема расположения скважины в пласте с прямолинейным контуром питания

МЕТОД - отображения источника и стока

Исходная формула

$$\varphi = \frac{1}{2\pi h}\sum G_i \ln r_i + C$$

Граничные условия: **$\varphi = \varphi_к$ при $r_1 = r_2$, т.е. при $r_1/r_2 = 1$; $\varphi = \varphi_c$ при $r_1 = r_c$, $r_2 \approx 2a$, т.е. при $r_1/r_2 \approx r_c/2a$;**

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{2a}{r_c}}$$

Приток к скважине, расположенной вблизи непроницаемой прямолинейной границы

Данная задача может возникнуть при расположении добывающей скважины вблизи сброса или около границы выклинивания продуктивного пласта

МЕТОД - отображения источника и стока

Исходные формулы

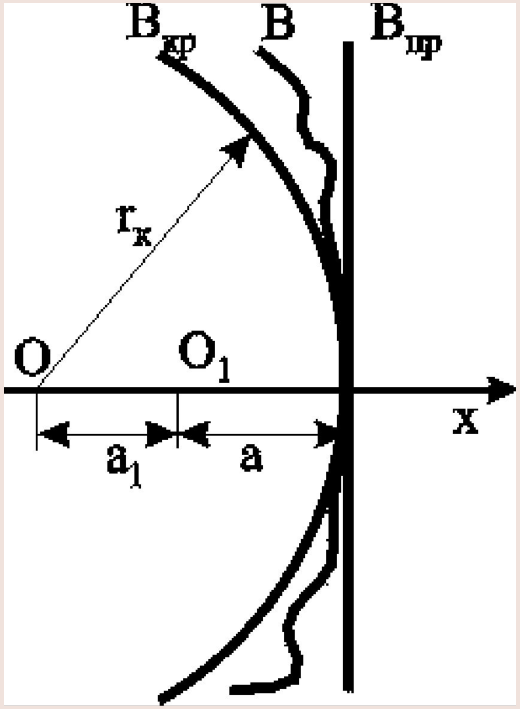
(n=2)

$$\varphi_{ci} = \frac{1}{2\pi h}\left[G_i \ln r_{ci} + \sum_{j=1, i\neq j}^{n} G_j \ln r_{ji}\right] + C$$

$$\varphi_к \approx \frac{1}{2\pi h}\sum_{j=1}^{n} G_j \ln r_к + C$$

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_н - \varphi_c)}{\ln \dfrac{r_к^2}{r_c 2a}}$$

Приток к скважине в пласте с произвольным контуром питания



. Схема видов контуров питания

1. При вычислении дебита скважины форма внешнего контура пласта не имеет сколько-нибудь существенного значения.

2. Чем дальше от внешнего контура пласта находится скважина, тем меньший дебит она имеет. Однако, так как величина расстояния входит под знаком логарифма, то даже значительное изменение этого расстояния мало влияет на величину дебита

3. В случае расположения скважины эксцентрично относительно контура поток можно считать плоско-радиальным и дебит рассчитывать по формуле Дюпюи если $r_к$.>10^3 $r_с$ и эксцентриситет a_1< $r_к$ /2.

Приток к бесконечным цепочкам и кольцевым батареям скважин

Приток к скважинам кольцевой батареи

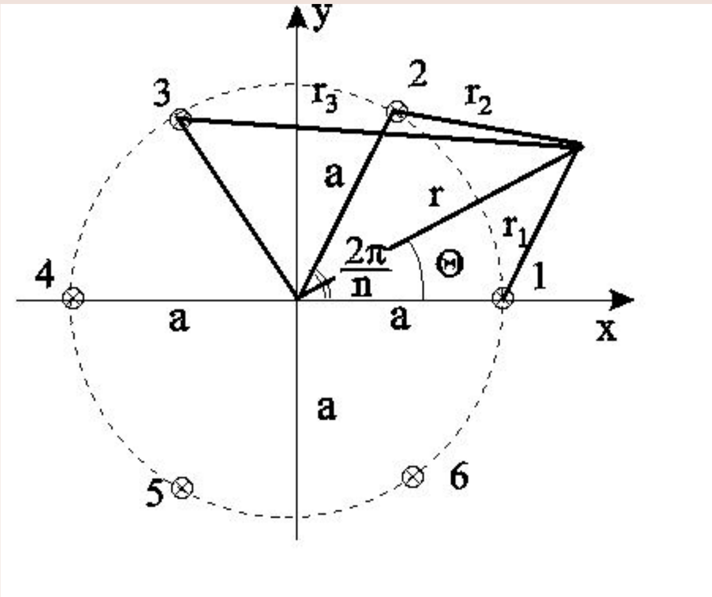


Рис. 4.8. Схема кольцевой батареи скважин

Исходные формулы

$$\varphi_{ci} = \frac{1}{2\pi h}\left[G_i \ln r_{ci} + \sum_{j=1, i\neq j}^{n} G_j \ln r_{ji}\right] + C$$

$$\varphi_{к} \approx \frac{1}{2\pi h}\sum_{j=1}^{n} G_j \ln r_{к} + C$$

Граничные условия:

на контуре питания $\varphi=\varphi_к=const$ при $r_j=r_к$;

на контуре скважины $\varphi=\varphi_c=const$ при $r_1=r_c$;

$r_j(j\neq1)=2a\sin[(n-1)\pi/n]$.

При данных гр. условиях:

$$\varphi_к = \frac{G}{2\pi h}\ln r_к^n + C$$

$$\varphi_c = \frac{G}{2\pi h}\ln\left[(2a)^{n-1} r_c \prod_{j=1}^{n-1}\sin\frac{j\pi}{n}\right] + C$$

Т.к. $\prod_{j=1}^{n-1}\sin\frac{j\pi}{n} = \frac{n}{2^{n-1}}$, то $\varphi_c = \frac{G}{2\pi h}\ln\left(n a^{n-1} r_c\right) + C$

Выражение для дебита одной скважины

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{r_к^n}{n a^{n-1} r_c}}$$

Область применения: размеры пласта во много раз больше площади внутри окружности батареи скважин (**rк≥10a**) - случай водонапорного режима.

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{r_к^{2n} - a^{2n}}{n a^{n-1} r_c r_к^n}}$$

- **$r_к$≤10a - ** случай режима растворенного газа

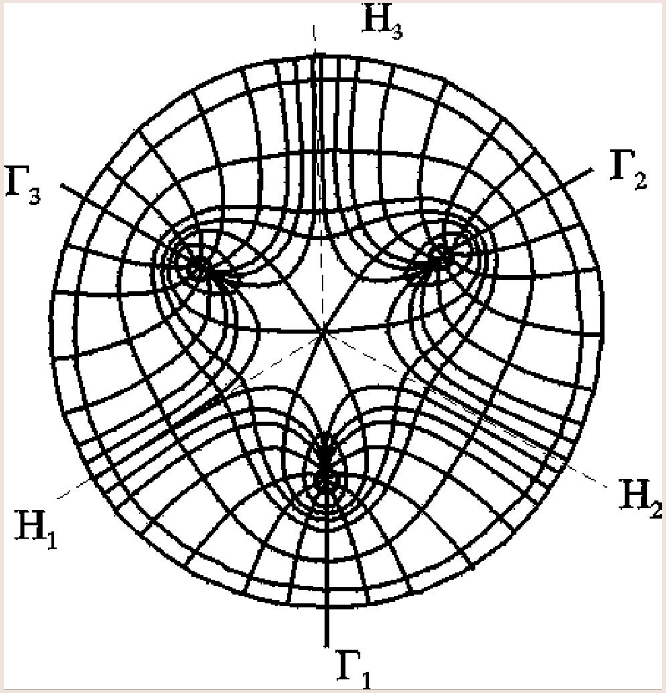
Дебит батареи

$$G_{бат} = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_с)}{\ln\left[\left(\frac{r_к}{a}\right)^n \frac{a}{nr_с}\right]} n = \frac{\varphi_к - \varphi_с}{\frac{1}{2\pi h}\ln\frac{r_к}{a} + \frac{1}{2\pi\ hn}\ln\frac{\frac{2\pi a}{n}}{2\pi r_с}}$$

Поле течения в области действия круговой батареи

Уравнение линий изобар

$$\prod_{j=1}^{n}\sqrt{a^2 + r^2 - 2ar\cos\left[\frac{2(j-1)\pi}{n} - \theta\right]} = C_1$$



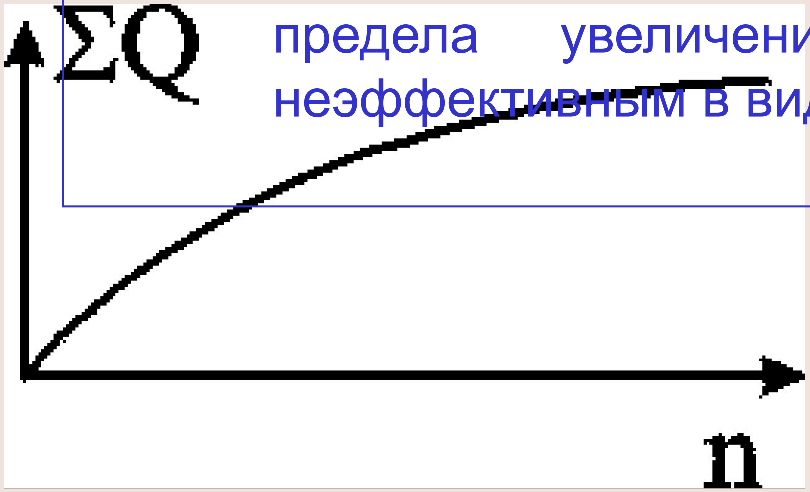
Нейтральные линии тока **Н** - сходятся в центре батареи и делят расстояние между двумя соседними скважинами пополам. Главные линии тока **Г** - проходят через центры скважин и делят сектор, ограниченный двумя нейтральными линиями, пополам.

Скорость фильтрации по главным линиям максимальна, а по нейтральным линиям - минимальна. В центре кольцевой батареи скорость фильтрации равна нулю, т.е. частица жидкости, находящаяся в точке, в которой изобара пересекает сама себя, неподвижна. Такие точки фильтрационного поля называются точками равновесия и при разработке в окрестностях таких точек образуются “застойные области”.

Семейство изобар подразделяется на два подсемейства, которые разграничиваются изобарой пересекающей себя в центре батареи столько раз, сколько скважин составляет данную батарею. Первое подсемейство изобар определяет приток к отдельным скважинам и представляет собой замкнутые, каплеобразные кривые, описанные вокруг каждой скважины. Второе семейство - определяет приток к батарее в целом и представляет собой замкнутые кривые, описанные вокруг батареи.

Оценки эффекта взаимодействия скважин круговой батареи:

- дебит изменяется непропорционально числу скважин и радиусу батареи (расстоянию между скважинами);
- с увеличением числа скважин дебит каждой скважины уменьшается при постоянном забойном давлении, т.е. растет эффект взаимодействия;
- взаимодействие скважин может практически не проявляться только при очень больших расстояниях между скважинами (в случае несжимаемой жидкости, строго говоря, влияние скважин распространяется на весь пласт);
- с увеличением числа скважин темп роста суммарного дебита батареи замедляется т.е. сверх определённого предела увеличение числа скважин оказывается неэффективным в виду прекращения прироста дебита.



Приток к прямолинейной батарее скважин

Режим: удаленный контур питания и постоянные забойные давления

Состав по числу скважин : четный и нечетный

Эффекты взаимодействия

Величина дебитов скважин:равноудаленные от середины или от концов батареи - одинаковы, а при разной удаленности - отличаются.

Для однородных пластов и жидкостей относительные изменения дебитов скважин, вызванные эффектом взаимодействия, не зависят от физико-геологических характеристик пласта и от физических параметров жидкости.

Формула Голосова П.П. для общего дебита скважин прямолинейной батареи:

$$G_{бат} = \frac{2\pi h(2n+1)(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{L}{r_c} + \sum\limits_{j=1}^{n} \ln\frac{L^2}{(j\sigma)^2}}$$

- для нечетного числа скважин **2n+1**, где **n** - любое целое число

$$G_{бат} = \frac{4\pi hn(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{L^2}{\sigma r_c} + \sum\limits_{j=2}^{n} \ln\frac{L^2}{j(j-1)\sigma^2}}$$

- для четного числа скважин

Здесь **h** - толщина пласта; **σ** - расстояние между скважинами; **L** – расстояние до контура.

Ошибка в определении дебитов по данным формулам не превышает 3-4% при **L=10км, r_c=10см,** при расстояниях между скважинами **100м≤ σ ≤500м**.

Фильтрационное поле бесконечной цепочки равностоящих скважин

Формула дебита - из формулы дебита скважин круговой батареи при $r_к = L + a$; $a = n\sigma /(2\pi)$, где **L = const** - разность между радиусом контура питания и радиусом кольцевой батареи **а**; **σ = const** - длина дуги окружности радиусом **а** между двумя соседними скважинами кольцевой батареи.

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_с)}{\ln \dfrac{r_к^n}{na^{n-1} r_с}}$$

Подставим значения $r_к$, **а**

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\left(1+\frac{2\pi l}{n\sigma}\right)^n + \ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}} = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\left[\left(1+\frac{1}{zn}\right)^{nz}\right]^{\frac{1}{z}} + \ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}}$$

Где **z=σ / (2π L),**

$$\lim_{hz\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{nz}\right)^{nz}\right) = e$$

Массовый дебит скважин линейной батареи

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\frac{2\pi L}{\sigma} + \ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}}$$

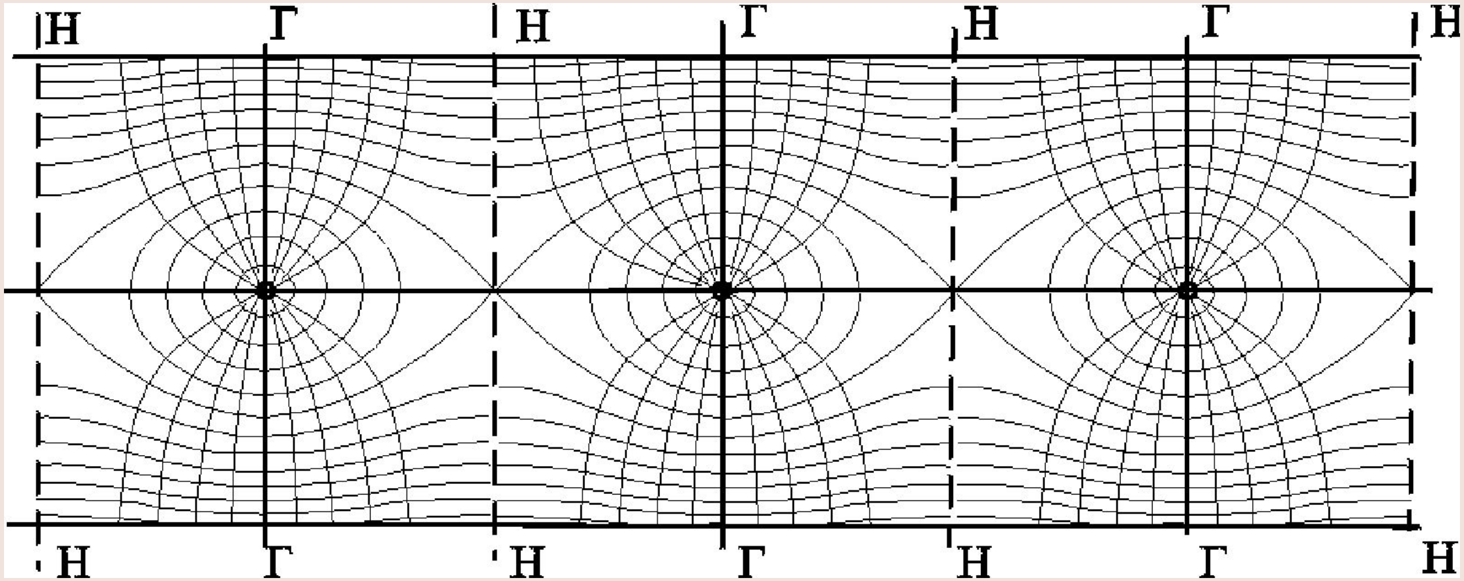
Здесь **L** - расстояние от контура питания до батареи;**σ** - расстояние между скважинами батареи; **h** - толщина пласта.

Массовый дебит батареи из n скважин

$$G = \frac{(\varphi_к - \varphi_c)}{\frac{L}{nh\sigma} + \frac{1}{2\pi hn}\ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}}$$

Для несжимаемой жидкости

$$Q = \frac{(p_к - p_c)}{\frac{\eta L}{knh\sigma} + \frac{\eta}{2\pi khn}\ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}}$$



Главные **Г** и нейтральные **Н** линии тока перпендикулярны цепочке.

- Нейтральными линиями тока вся плоскость течения делится на бесконечное число полос, каждая из которых является полосой влияния одной из скважин, находящейся в середине расстояния между двумя соседними нейтральными линиями.
- Изобара, бесчисленное множество раз пересекающая сама себя, отделяет изобары внешнего течения ко всей батареи, охватывающих всю цепочку скважин, от изобар притока к скважине, охватывающих только данную скважину.
- Точки пересечения граничной изобары являются точками равновесия.

Метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений (метод Борисова)

Метод позволяет сложный фильтрационный поток в пласте при совместной работе нескольких батарей эксплуатационных и нагнетательных скважин разложить на простейшие потоки - к одиночно работающей скважине и к одиночно работающей батареи.

закон Ома

$I = U / R$

Дебит прямолин. батареи

$$G = \frac{(\varphi_к - \varphi_c)}{\frac{L}{nh\sigma} + \frac{1}{2\pi hn}\ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}}$$

сопротивления

внешнее

внутреннее

Внешнее фильтрационное сопротивление - выражает фильтрационное сопротивление потоку от контура питания к участку прямолинейной бесконечной цепочки, занятому **n** скважинами, в предположении замены батареи галереей.

$$\rho_\varphi = \frac{L}{nh\sigma} \quad \text{или} \quad \rho_p = \frac{L\eta}{nkh\sigma}$$

Дебит равен дебиту в прямолинейно-параллельном потоке через площадь величиной **n h σ** на длине **L** .

Внутреннее сопротивление - выражает местное фильтрационное сопротивление, возникающее при подходе жидкости к скважинам за счет искривлений линий тока

$$\rho'_\varphi = \frac{1}{2\pi nh}\ln\frac{\sigma}{2\pi r_c} \quad \text{или} \quad \rho'_p = \frac{\eta}{2\pi nkh}\ln\frac{\sigma}{2\pi r_c}$$

Дебит равен суммарному дебиту **n** скважин при плоскорадиальном течении, в предположении, что каждая скважина окружена контуром питания длиной **σ** (аналог формулы Дюпюи)

Сопротивления кольцевой батареи

Внешнее

$$\rho = \frac{1}{2\pi h} \ln \frac{r_к}{a}$$

Внутреннее

$$\rho' = \frac{1}{2\pi hn} \ln \frac{\frac{2\pi a}{n}}{2\pi r_c}$$

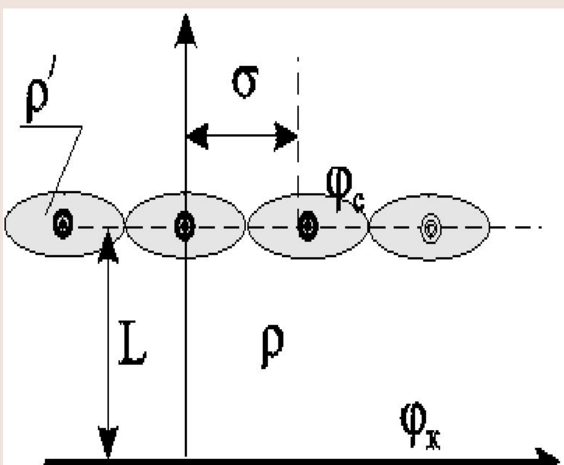
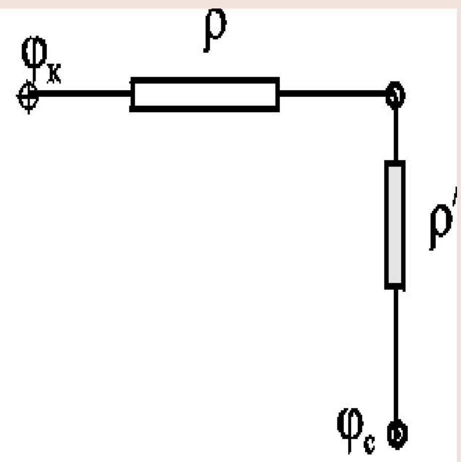


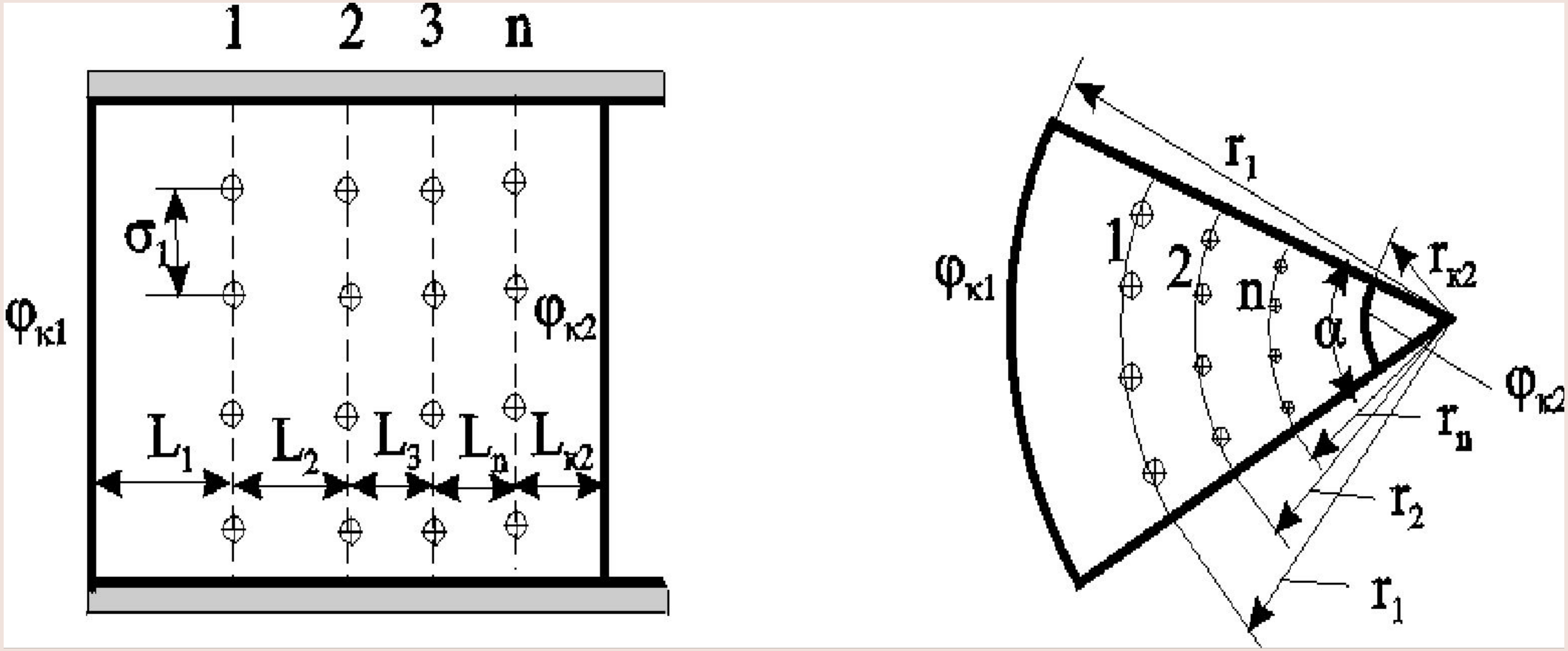
Схема одной батареи



Электрическая схема одной батареи

области внутреннего сопротивления - затемнены.

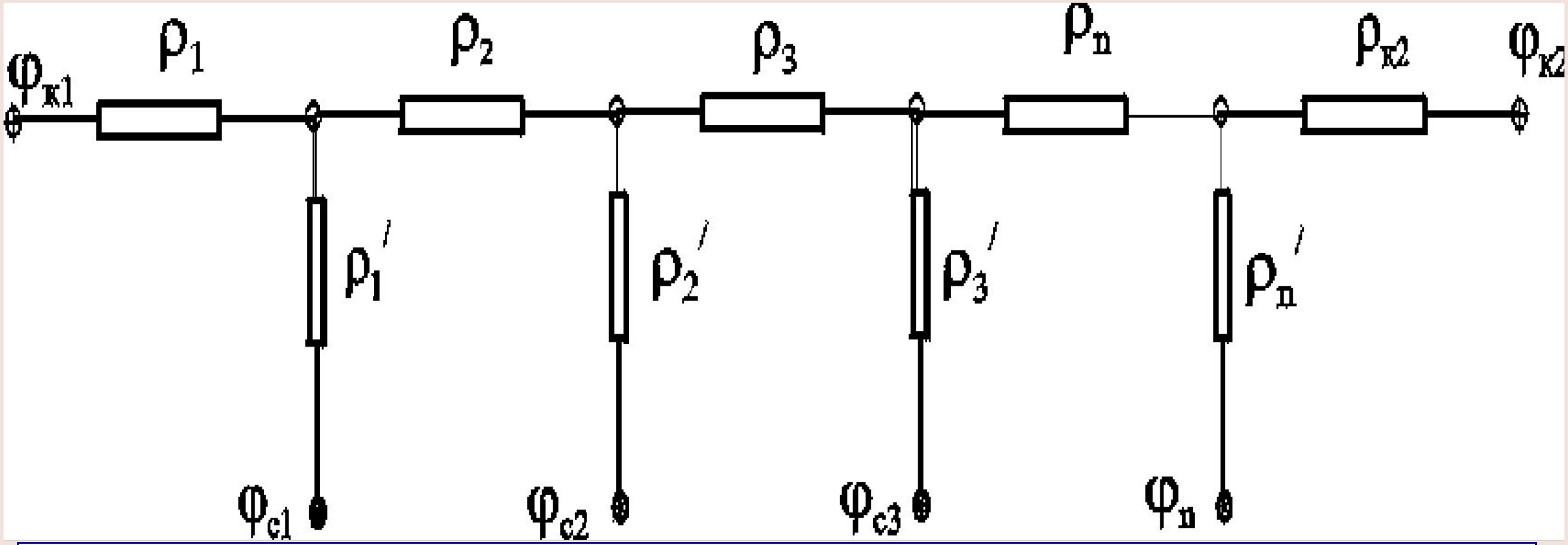
«n» нагнетательных и эксплуатационных батарей



a) b)

Схема n-батарей с двумя контурами питания

a) линейные батареи; b) кольцевые батареи



Электрическая схема n-батарей с двумя контурами питания

Сопротивления

прямолинейная батарея

$$\rho_i = \frac{L_i}{k_i h \sigma_i}; \qquad \rho_i' = \frac{1}{2\pi h}\ln\frac{\sigma_i}{2\pi r_{ci}}$$

круговая батарея

$$\rho_i = \frac{1}{2\pi h}\ln\frac{r_{i-1}}{r_i}; \quad \rho_i' = \frac{1}{2\pi h}\ln\frac{\sigma_i}{2\pi r_{ci}}$$

Законы Кирхгоффа

1. $$\sum_{i=1}^{n} G_i = 0$$

2. $$\sum G_i \rho_i + \sum G_i \rho_i' = \sum \varphi_i$$

для последовательных сопротивлений $\rho = \Sigma \rho_i$, а для параллельных - $\dfrac{1}{\rho} = \sum \dfrac{1}{\rho_i}$.

Приведенные формулы тем точнее, чем больше расстояние между батареями по сравнению с половиной расстояния между скважинами

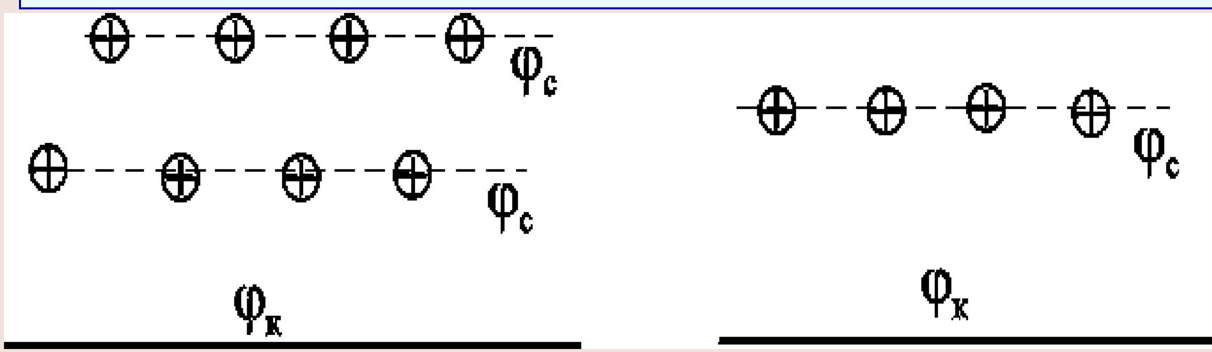


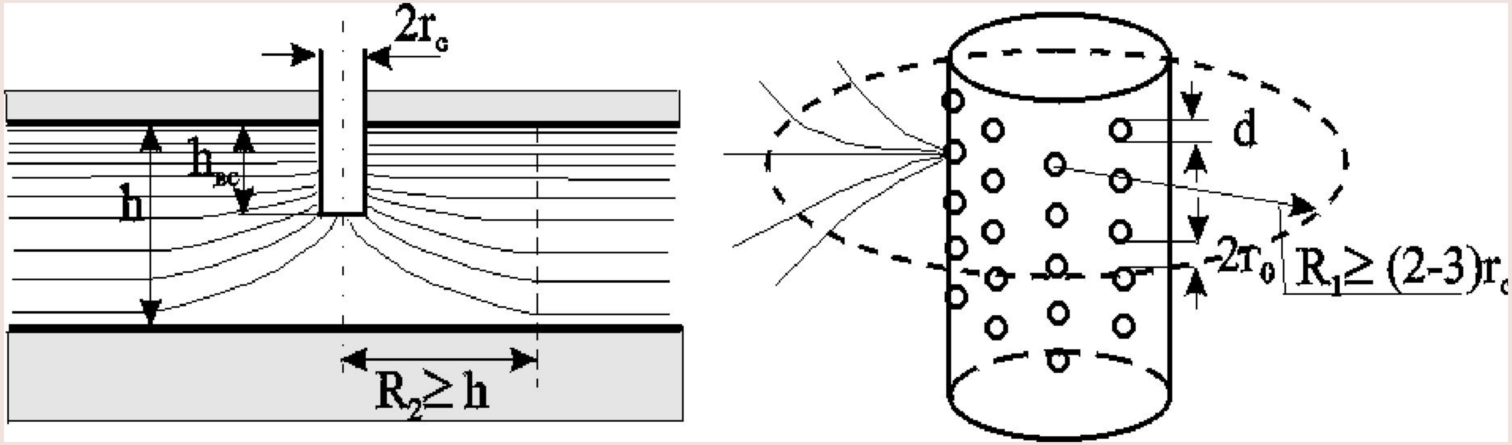
Схема замены соседних батарей скважин одной батареей

Приток к несовершенным скважинам

Виды несовершенств

По степени вскрытия

По характеру вскрытия



а) b)

Схема притока к несовершенной скважине

а - по степени вскрытия; b - по характеру вскрытия

Параметр несовершенства $\delta = \frac{G}{G_c}$

Параметр несовершенства зависит от

$$\bar{h} = \frac{h_{вс}}{h}$$

- относительного вскрытия пласта
- плотности перфорации (числа отверстий, приходящихся на 1м фильтра), размеров и формы отверстий;
- глубины прострела.

Приведенный радиус несовершенной скважины $r_{пр} = r_c e^{-C}$

Приведенный радиус - это радиус такой совершенной скважины, дебит которой равняется дебиту данной несовершенной скважины при тех же условиях эксплуатации

Влияние несовершенства скважины на приток при существовании закона фильтрации Дарси можно учесть основываясь на электрической аналогии.

Согласно данной аналогии различие в дебитах совершенной **G_c** и несовершенной **G** скважин объясняется наличием добавочного фильтрационного сопротивления несовершенной скважины величиной **$C/2\pi h$**, т.е. дебит несовершенной скважины можно представить в виде:

$$G = \frac{\varphi_к - \varphi_c}{\frac{1}{2\pi h}\left(\ln\frac{r_к}{r_c} + C\right)}.$$

Отсюда

$$\delta = \frac{\ln\frac{r_к}{r_c}}{\ln\frac{r_к}{r_c} + C} = \frac{\ln\frac{r_к}{r_c}}{\ln\frac{r_к}{r_{пр}}}$$

Экспериментальные и теоретические исследования притока жидкости к гидродинамически несовершенной скважине

Течение по закону Дарси

Несовершенство по характеру вскрытия: В.И. Щуров

C = C (**a,□h)** **(a=h/D**, **h** - мощность пласта, **D**- диаметр скважины; **□h=h$_{вс}$/h, h$_{вс}$** - толщина вскрытия) .

Несовершенство по степени вскрытия: И.М. Доуэлл, Маскет, Р. А. Ховард и М.С. Ватсон

C = C (плотности перфорации, глубины прострела**)**

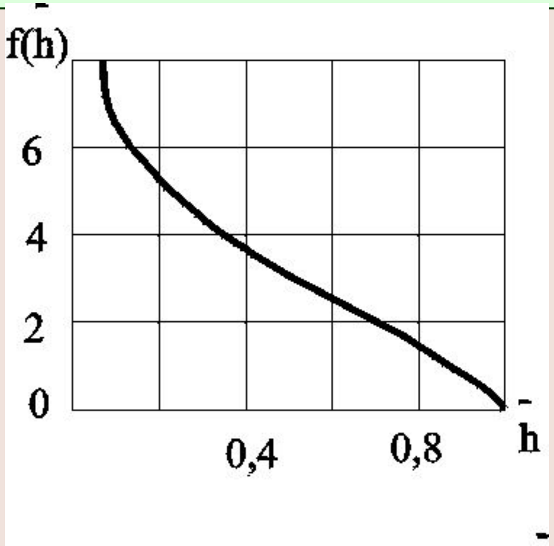
Плотность перфорации - число отверстий на 1 метр

Дебит значительно зависит от плотности перфорации только до значений 16-20 отверстий на 1 метр

Формула Маскета для дебита несовершенной по степени вскрытия скважины (основа - метод суперпозиции и отображения стоков)

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\frac{1}{2\bar{h}}\left[2\ln\frac{4h}{r_c} - f(\bar{h})\right] - \ln\frac{4h}{r_к}}$$

f - функция относительного вскрытия



Коэффициент несовершенства

$$C = \left(\frac{1}{\bar{h}} - 1\right)\ln\frac{4h}{r_c} - \frac{1}{2\bar{h}} f(\bar{h})$$

Формула Н.К.Гиринского - применяется если толщина пласта много больше радиуса скважины

$$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_c)}{\ln\frac{1.6h}{r_к}}$$

Если скважины несовершенны по характеру вскрытия, то коэффициент **C** увеличивается на величину сопротивления фильтра

$$C' = \frac{120}{Dn\bar{h}}$$

D - диаметр фильтрового отверстия в см; **n** - число отверстий на 1м перфорированной части.

Приток реального газа по двухчленному закону к несовершенной скважине

Уравнение притока реального газа по двухчленному закону фильтрации к совершенной скважине

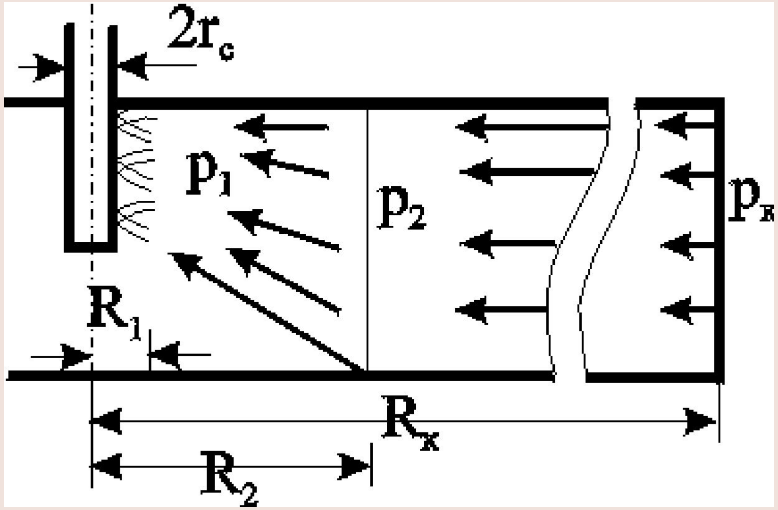
$$p_к^2 - p_с^2 = AQ_{ст} + BQ_{ст}^2 \qquad A = \frac{\tilde{\eta}\tilde{z}\,p_{ст}}{\pi kh}\ln\frac{R_к}{r_с}; \quad B = \frac{\rho_{ст}\tilde{z}p_{ст}\beta}{2\pi^2 h^2 r_с\sqrt{k}}$$

Уравнение притока реального газа по закону Дарси к совершенной скважине

$$p_к^2 - p_2^2 = AQ_{ст}$$

Приток к несовершенной скважине учитывается, введением приведён-ного радиуса скважины в формулу дебита

$$\bar{r}_с = r_с e^{-(C+C')}$$



1) $R_1 \approx (2\text{-}3)\ r_c$ - из-за больших скоростей вблизи перфорации происходит нарушение закона Дарси и проявляется в основном несовершенство по характеру вскрытия; закон фильтрации - двухчленный ;

$$A_1 = \frac{\tilde{\eta}\tilde{z}\,p_{ст}}{\pi kh}\left(\ln\frac{R_1}{r_c} + C_3\right);$$

$$p_2^2 - p_1^2 = A_1 Q_{ст} + B_1 Q_{ст}^2$$

$$B_1 = \frac{\rho_{ст}\tilde{z}p_{ст}\beta}{2\pi^2 h^2\sqrt{k}}\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{R_1} + C_4\right)$$

C_3 - по графикам Щурова, а **C_4** по формуле

$$C_4 = \frac{h^2}{3N^2R_0^2}$$

N- суммарное число отверстий; **R_0**- глубина проникновения перфорационной пули в пласт.

2) $R_2 \approx h$ - линии тока искривляются из-за несовершенства по степени вскрытия; фильтрация плоскорадиальна, но с переменной толщиной (от $h_{вск}$ до h); закон фильтрации - двухчленный .

$$p_2^2 - p_1^2 = A_1 Q_{ст} + B_1 Q_{ст}^2$$

$$A_1 = \frac{\tilde{\eta}\tilde{z}\,p_{ст}}{\pi kh}\left(\ln\frac{R_2}{R_1} + C_1\right); \quad B_1 = \frac{\rho_{ст}\tilde{z}p_{ст}\beta}{2\pi^2 h^2\sqrt{k}}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + C_2\right);$$

$$C_1 = \frac{1}{\bar{h}}\ln\bar{h} + \frac{1-\bar{h}}{\bar{h}}\ln\frac{h}{R_1}; \qquad C_2 \approx \left(\frac{1}{\bar{h}^2} - 1\right)\frac{1}{h}; \quad \bar{h} = \frac{h_{вс}}{h}.$$

3) $R_2 < r < R_к$ - действует закон Дарси и течение плоскорадиально

$$p_к^2 - p_2^2 = AQ_{ст}$$

Общее уравнение притока к несовершенной скважине

$$p_к^2 - p_с^2 = A_н Q_{ст} + B_н Q_{ст}^2$$

$$A_н = \frac{\tilde{\eta}\tilde{z}\,p_{ст}}{\pi k h}\left(\ln\frac{R_2}{R_1} + C_1 + C_3\right); \quad B_н = \frac{\rho_{ст}\tilde{z}p_{ст}\beta}{2\pi^2 h^2 r_с\sqrt{k}}\left(1 + r_с C_2 + r C_4\right).$$

Интерференция несовершенных скважин

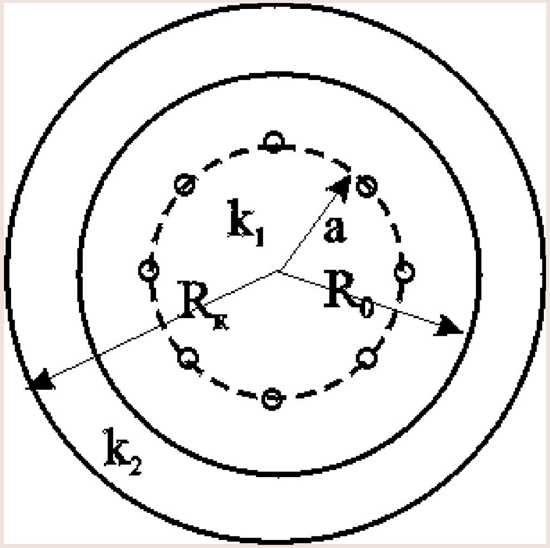
1) Определяется дебит совершенных скважин с радиусами $\mathbf{r_c}$ по формулам теории интерференции для притока к стокам и источникам на плоскости.

2) Фильтрационное сопротивление каждой скважины увеличивается на величину коэффициентов несовершенства $\mathbf{C_i}$ ($\mathbf{i}$ = 1,...,4).

3) Используется метод эквивалентных фильтрационных сопротивлений для исследования интерференции несовершенных скважин, в том числе при двухчленном законе фильтрации в виде $\Delta p = AQ + \rho'' Q$

$\rho'' = BQ = \rho''(Q)$ - нелинейное сопротивление, добавляемое к внутреннему сопротивлению $\boldsymbol{\rho}$.

Взаимодействие скважин в неоднородно проницаемом и анизотропном пластах



А) Кольцевая батарея во внутренней области

Исходные соотношения для дебитов:

1 -ая зона - $$G = \frac{2\pi h(\varphi_0 - \varphi_c)}{\ln \frac{R_0^n}{n a^{n-1} r_c}}$$

$\phi = k\Phi + C$, где

$$\leftarrow \quad \Phi = \int \frac{\rho}{\eta} dp$$

2-ая зона - $$G = \frac{2\pi h(\varphi_к - \varphi_0)}{n \ln \frac{R_к}{R_0}}$$

Исключим ϕ_0

$$G' = G_1 = G_2 = \frac{2\pi h(\Phi_к - \Phi_c)}{\frac{1}{k_1} \ln \frac{R_0^n}{n a^{n-1} r_c} + \frac{1}{k_2} \ln\left(\frac{R_к}{R_0}\right)^n}$$

Анализ формулы:

1) При $k_1/k_2 = \beta < 1$ величина коэффициента суммарного взаимодействия

$$U = \sum G_i / G$$

(отношение суммарного дебита группы совместно действующих скважин к дебиту одиночной скважины) всегда выше, чем **U** батареи, действующей при тех же условиях в однородном пласте (**β** = 1).

2) Если же **β** >1, то **U** будет меньше его значения в однородном пласте.

Б) Кольцевая батарея во внешней области ($a > R_0$).

$$G' = \frac{2\pi h\left(\Phi_к - \Phi_c\right)}{\ln \frac{R_к^n}{n a^{n-1} r_c} + \frac{k_2 - k_1}{k_2 + k_1} \ln \frac{a^{2n}}{a^{2n} - R_0^{2n}}}$$

Анизотропный пласт

Эффект взаимодействия будет значительно усиленным или ослабленным лишь при резком различии проницаемостей в двух определённых направлениях: в направлении линии расстановки скважин и в направлении перпендикулярном к этой линии.

Ослабление взаимодействия наблюдается в случае более низкой проницаемости в направлении линии расстановки скважин по сравнению с проницаемостью в перпендикулярном направлении. Усиление эффекта взаимодействия происходит в обратном случае. Таким образом, для уменьшения эффекта взаимодействия при закладывании новых скважин следует выбирать направление, в котором пласт наименее проницаем.

Влияние радиуса скважины на её производительность

Одиночная скважина

r_c - радиус 1 -ой скважины, $r_c^{/}=xr_c$ **-** радиус 2 -ой скважины;
G - дебит 1 -ой скважины, $G^{/}=yG$ **-** дебит 2 -ой скважины;

Закон фильтрации	**Тип потока**	
	плоскорадиальный	*радиально-сферический*
Дарси	$y = \dfrac{\ln \dfrac{R_к}{r_c}}{\ln \dfrac{R_к}{r_c} - \ln x}$	$y=x$
Краснопольского	$y = \sqrt{x}$	$y = \sqrt{x^3}$

Взаимодействие скважин

Сравнение дебитов скважин кольцевой батареи из **n** эксплуатационных скважин в двух случаях: 1)скважины имеют радиус $\mathbf{r_c}$ и 2)скважины имеют радиус $\mathbf{xr_c}$.

$$y = \frac{G_x}{G_1} = \frac{\ln \dfrac{R_к^n}{na^{n-1} r_c} - \ln x}{\ln \dfrac{R_к^n}{na^{n-1} r_c}}$$

В центре батареи действует нагнетательная скважина с дебитом равным дебиту батареи

$$y = \frac{\ln\left(\dfrac{a}{xr_c}\right)^{n+1} - \ln n}{\ln\left(\dfrac{a}{r_c}\right)^{n+1} - \ln n}$$

Анализ

1) с увеличением числа эксплуатационных скважин кольцевой батареи влияние их радиуса на дебит уменьшается, если отсутствует нагнетание жидкости в пласт;

2) если в центре батареи находится нагнетательная скважина, то влияние радиуса скважины на дебит будет больше, чем при отсутствии центрального нагнетания жидкости в пласт.

При этом радиус скважины влияет на производительность больше, чем при одиночной эксплуатационной скважине. Число скважин мало влияет на производительность.

Таким образом, взаимодействие эксплуатационных скважин с нагнетательными повышает влияние радиуса скважин на дебит.

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ УПРУГОЙ ЖИДКОСТИ

Упругий режим - основная форма пластовой энергии - энергия упругой деформации жидкостей и материала пласта.

Упруговодонапорный - приток жидкости поддерживается за счет напора воды, поступающей извне.

Замкнуто-упругий - залежи нефти ограничены либо зонами выклинивания, либо экранами.

Жестко-водонапорный режим - вытеснение жидкости из пласта происходит не под действием преобладающего влияния упругости пласта и жидкости (упругие свойства проявляются мало)

Особенности упругого режима:

- процессы перераспределения давления в пласте неустановившиеся ;
- упругий запас жидкости в пласте изменяется.

Неустановившиеся процессы протекают тем быстрее, чем больше коэффициент проницаемости пласта **k**, и тем медленнее, чем больше вязкость жидкости **μ** и коэффициенты объёмной упругости жидкости и пласта.

Параметры упругого режима

Важнейшие параметры упругого режима: коэффициенты объёмной упругости жидкости и пласта.

Коэффициент объёмной упругости жидкости $\boldsymbol{\beta_ж}$ характеризует податливость жидкости изменению её объёма и показывает, на какую часть первоначального объёма изменяется объём жидкости при изменении давления на единицу.

$$\beta_ж = -\frac{1}{\tau_ж}\frac{d\tau_ж}{dp} = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dp}$$

$\tau_ж$ - объём жидкости; знак минус указывает на то, что объём $\tau_ж$ увеличивается с уменьшением давления;

$\beta_ж$ нефти - $(7\text{-}30)10^{-10}$м^2/н;

$\beta_ж$ воды - $(2{,}7\text{-}5)10^{-10}$м^2/н.

Коэффициент объёмной упругости пласта

$$\beta_c = \frac{1}{\tau_п}\frac{d\tau_п}{dp} = \frac{dm}{dp}$$

$\tau_п$ - объём пласта; **m** - пористость; β_C слабо и сильно сцементированных горных пород находится в пределах (0,3-2)10^{-10}м^2/н.

Упругий запас $\Delta\tau_з$ - это количество жидкости, высвобождающейся в процессе отбора из некоторой области пласта при снижении пластового давления до заданной величины, если высвобождение происходит за счет объёмного расширения жидкости и уменьшения порового пространства пласта.

$$\Delta\tau_з = \beta_ж\tau_{0ж}\Delta p + \beta_c\tau_0\Delta p = \beta^*\tau_0\Delta p.\ ,$$

где $\tau_{0ж}$ - объём жидкости, насыщающей элемент объёма пласта τ_0 при начальном давлении p_0; Δp - изменение давления;

$\beta^* = m\beta_ж + \beta_c$ - коэффициент упругоёмкости пласта, показывающий долю объема жидкости от выделенного элемента объема пласта, высвобождающейся из элемента пласта при снижении давления на единицу

Коэффициент пьезопроводности пласта - характеризует скорость распространения изменения пластового давления

$$\kappa = \frac{k}{\mu\beta^*}\left[L^2T^{-1}\right]$$

В коллекторах – 1000см^2/с ≤ **к** ≤ 50000см^2/с или

0.1м^2/с ≤**к** ≤5м^2/с.

Параметр Фурье - определяет степень нестационарности процесса

$$fo = \frac{\kappa t}{r_c^2} \qquad Fo = \frac{\kappa t}{r_к^2}$$

Дифференциальное уравнение неустановившейся фильтрации упругой жидкости (уравнение пьезопроводности)

Допущения: 1) течение по закону Дарси; 2) зависимость плотности и пористости от давления линейны

$$\rho = \rho_0\left[1+\beta_{ж}(p-p_0)\right] \qquad m = m_0\left[1+\beta_c(p-p_0)\right]$$

$$\beta_c = \frac{1}{\tau_п}\frac{d\tau_п}{dp} = \frac{dm}{dp}$$

$$\frac{\partial m\rho}{\partial t} = \rho_0\beta^*\frac{\partial p}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \rho m}{\partial t} = \Delta\varphi \quad \rightarrow \quad \varphi = \int\frac{k}{\mu}\rho dp + C$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa\Delta p$$

- уравнение пьезопроводности, позволяет определить поле давления при нестационарных процессах в пласте с упругим режимом.

Приток к скважине в пласте неограниченных размеров

Вывод основного уравнения упругого режима

Пласт - упругий, горизонтальный и большой протяженности и в нём имеется одна скважина, тогда движение жидкости в пласте можно считать плоскорадиальным.

Уравнение пьезопроводности в цилиндрических координатах

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{\kappa}\frac{\partial p}{\partial t}$$

возмущение вызвано мгновенным стоком, существовавшим в момент $t = t'$

Решение

$$p(r,t) = C - \frac{A}{t-t'} e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-t')}}$$

$C = p_{к.}$ - при $t = t'$ /правило Лопиталя/

$A = \frac{\mu\tau_2}{4\pi hk}$ - из $d\tau_з = \beta^* \Delta p d\tau_0$

Изменение давления во времени для скважины, введенной в неограниченный пласт в некоторый (начальный) момент времени и действующей мгновенно

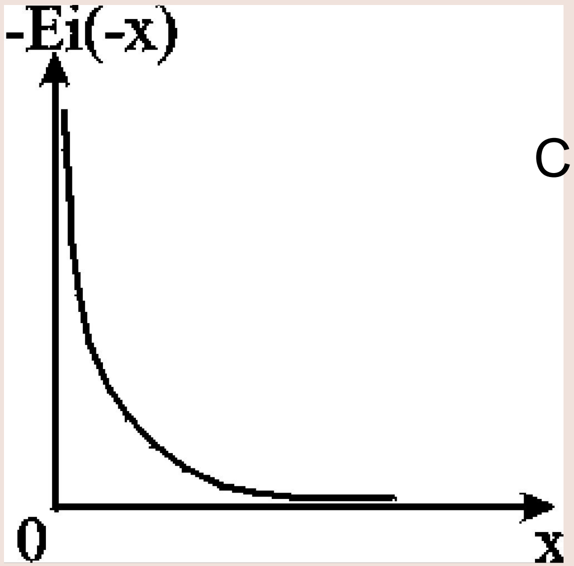
$$p(r,t) = p_к - \frac{\mu\tau_2}{4\pi hk(t-t')} e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-t')}}$$

Изменение давления во времени для скважины, действовающей непрерывно с постоянным дебитом **$Q = Q_0$** в течение времени **dt'**

$$p(r,t) = p_к - \frac{\mu Q_0}{4\pi hk} \int_0^\infty e^{-\frac{r^2}{4\kappa(t-t')}} \frac{dt'}{(t-t')}$$

Интегрально-показательная функция $$-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)=\int\limits_{\frac{r^2}{4\kappa t}}^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du$$

Основная формула упругого режима $$p(r,t)=p_к-\frac{\mu Q_0}{4\pi hk}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)\right]$$



Свойства интегрально-показательной функции:

- **-Ei(-u)** изменяется от 0 до ∞ при изменении аргумента от 0 до ∞;
- функция **-Ei(-u)** представляется в виде сходящегося ряда

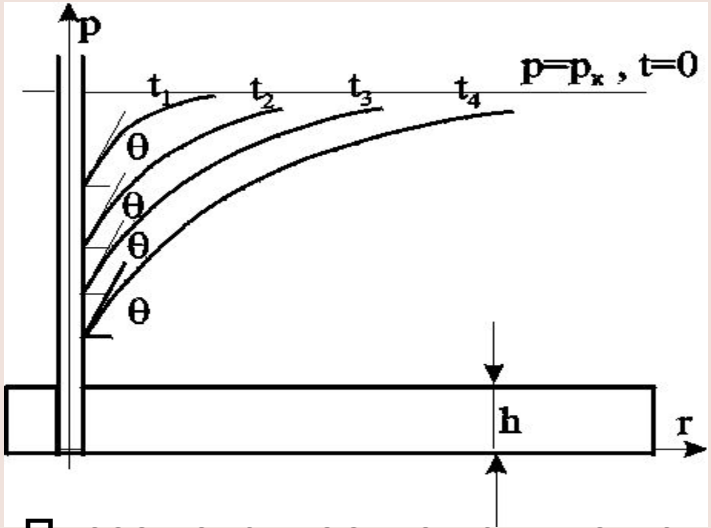
$$-Ei(-u)=\ln\frac{1}{u}-0{,}5772+u-\frac{u^2}{4}+\frac{u^3}{18}-.....$$

Для малых **u** $$-Ei(-u)=\ln\frac{1}{u}-0{,}5772$$

Кривая КВД: $$p(r,t) = p_к - \frac{\mu Q_0}{4\pi hk}\left(\ln\frac{4\kappa t}{r^2} - 0{,}5772\right) \quad (1)$$

$$fo = \frac{\kappa t}{r_c^2} \geq 100$$ погрешность не превышает 0,6% для бесконечного пласта.

для конечного пласта погрешность расчета давления не превышает 1%, если $\mathbf{r_к} > 1000\mathbf{r_c}$ и **fo** < $3{,}5 \cdot 10^5$ или **Fo** < 0,35.



Пьезометрические кривые при пуске скважины в бесконечном пласте с постоянным дебитом

Из (1) $$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{Q_0\mu}{2\pi kh} \cdot \frac{1}{r}$$

Выводы: пьезометрические кривые представляют собой логарифмические линии.

Углы наклона касательных на забое скважины одинаковы для всех кривых.

Анализ основной формулы теории упругого режима

1. Основная формула строго справедлива лишь для точечного стока, т.е. при $\mathbf{r_c}$=0. Практические расчеты показывают, что ей можно пользоваться даже для укрупнённых скважин ($\mathbf{r_c}$~1км) и нельзя использовать только в первые доли секунды после пуска скважины.

2. Вскоре после пуска скважины вокруг неё начинает непрерывно увеличиваться область пласта, в которой для каждого момента времени давление распределяется так, как и при установившемся движении, т.е. давление оказывается квазиустановившимся и пьезометрические кривые будут кривыми логарифмического типа.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{Q_0 \mu}{2\pi h k}\frac{1}{r} e^{-\frac{r^2}{4\kappa t}}; \quad u = \frac{Q_0}{2\pi h}\frac{1}{r} e^{-\frac{r^2}{4\kappa t}}.$$

Стационарная скорость достигается очень быстро на небольших расстояниях от скважины.

Приток к скважине в пласте конечных размеров в условиях упруго-водонапорного и замкнуто-упругого режима

Приток к скважине в пласте конечных размеров с открытой внешней границей

Исходные уравнения

Уравнение упругого режима

$$p(r,t) = p_к - \frac{\mu Q_0}{4\pi hk}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)\right]$$

Формула Дюпюи

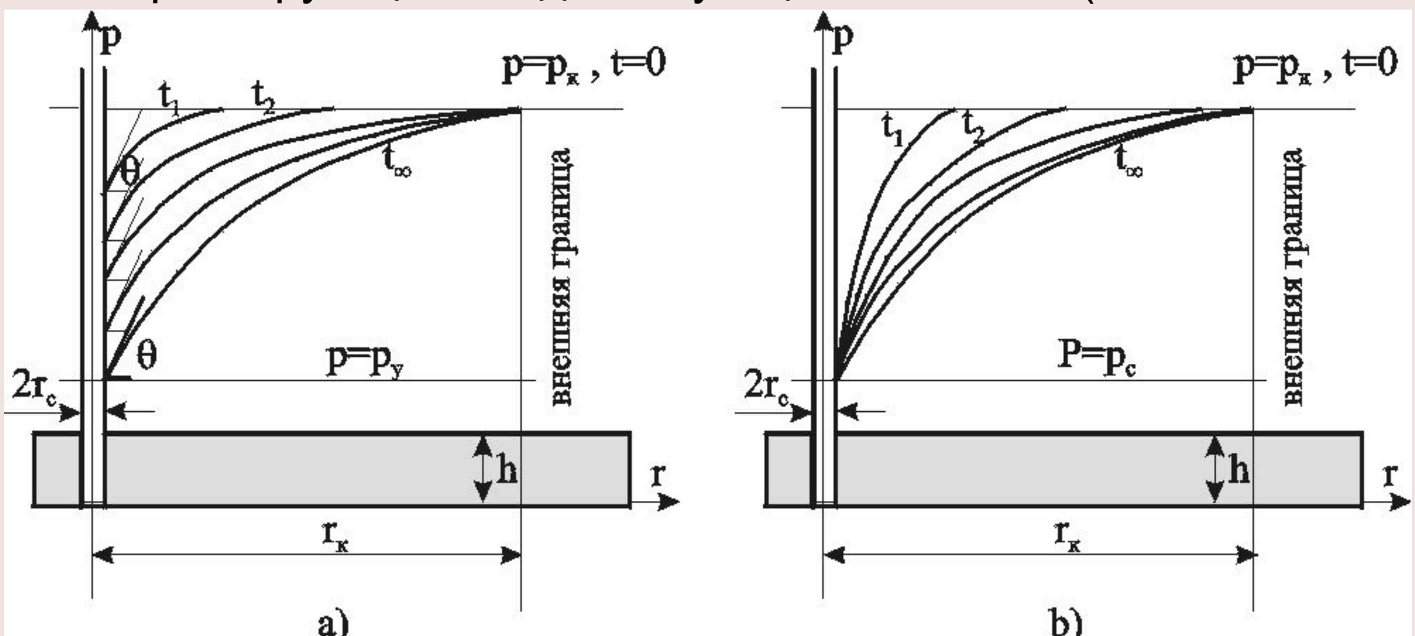
$$p(r,t) = p_к - \frac{\mu Q_0}{4\pi hk}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa t}\right)\right]$$

Решаем совместно

Уравнение для давления

$$\alpha = \frac{p_к - p}{p_к - p_у} = \frac{\Delta p}{\Delta p_у} = -\frac{1}{2\ln\frac{r_к}{r}} Ei\left[-\left(\frac{r}{r_к}\right)^2 \frac{1}{4Fo}\right]$$

$p_у$ - установившееся давление в любой точке пласта или в реагирующей бездействующей скважине (**t** = ∞ или **Fo** = ∞).



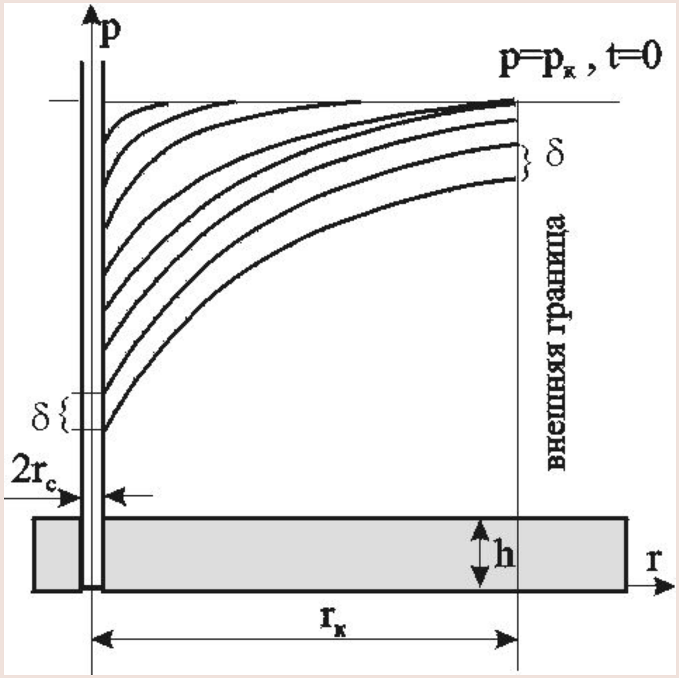
Пьезометрические кривые при пуске скважины в конечном пласте с открытой внешней границей

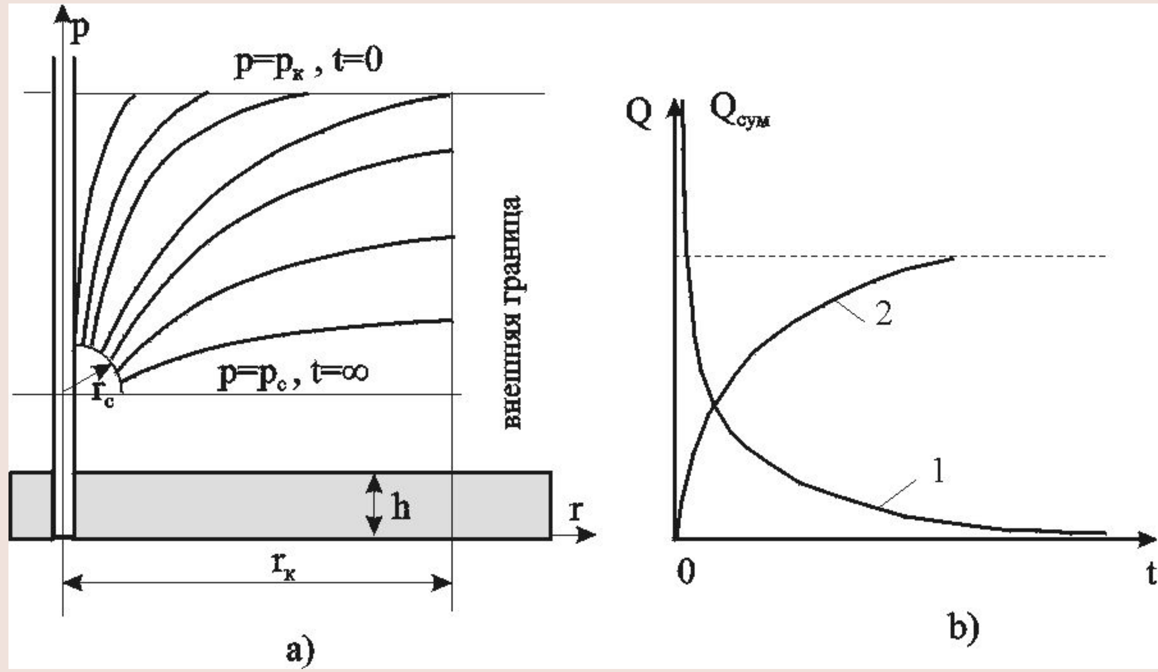
а - с постоянным дебитом;

b - с постоянным забойным давлением p_c

Изменение дебита скважины с течением времени при постоянном забойном давлении p_c

Круглый горизонтальный пласт с закрытой внешней границей





Пьезометрические кривые при пуске скважины в конечном пласте с закрытой внешней границей при постоянном дебите

Пьезометрические кривые при пуске скважины в конечном пласте с закрытой внешней границей при постоянном забойном давлении

Изменение дебита **Q** (кр.1) скважины и суммарной добычи $\mathbf{Q_{ср}}$ (кр.2) с течением времени **t**

Взаимодействие скважин при неустановившихся процессах

По методу суперпозиции

$$\Delta p = \sum_{j=1}^{n} \Delta p_j = \frac{\mu}{4\pi hk} \sum_{j=1}^{n} Q_j \left[-Ei\left(-\frac{r_j^2}{4\kappa t} \right) \right]$$

n - число скважин**; Q**$_j$ - объемный дебит стока (+) или источника(-) за номером **j**; **Δp** -понижение давления в какой либо точке пласта; **r**$_j$- расстояние данной точки пласта от скважины за номером **j**

$$\Delta p = \sum_{j=1}^{n} \Delta p_j = \frac{\mu}{4\pi hk} \sum_{j=1}^{n} Q_j \ln \frac{2{,}246\kappa t}{r_j^2}$$

Данная зависимость используется для расчета параметров пласта путем обработки кривой восстановления давления в случае скважины, эксплуатирующейся в течение длительного времени и остановленной для исследования.

Периодически работающая скважина

Постановка задачи. В неограниченном пласте останавливается скважина, эксплуатирующаяся с постоянным дебитом **Q** в течении времени **T,** сравнимого со временем проведения исследований.

С момента остановки давление в скважине и окружающей области пласта повышается, т.е. с данного момента можно считать, что одном и том же месте пласта действуют совместно и непрерывно эксплуатационная (сток) и нагнетательная (источник) скважины. При этом источник имеет тот же дебит **Q**. Обозначим повышение давления за счет работы источника через $\mathbf{\Delta p^{//}}$.

$$\Delta p' = \frac{\mu Q}{4\pi hk}\left(\ln\frac{4\kappa(T+t)}{r^2} - 0{,}5772\right)$$

$$\Delta p'' = \frac{\mu Q}{4\pi hk}\left(\ln\frac{4\kappa t}{r^2} - 0{,}5772\right)$$

Результирующее понижение давления

$$\Delta p = \Delta p' - \Delta p'' = \frac{\mu Q}{4\pi hk}\ln\frac{T+t}{t}$$

или

$$p_c = p_к + 0{,}1832\frac{\mu Q}{hk}\ln\frac{t}{T+t} \quad (1)$$

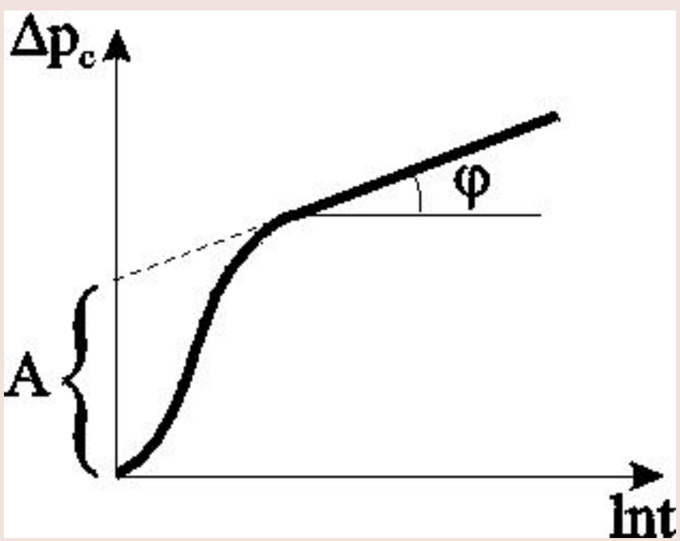
Зависимость (1) используется при гидродинамических исследованиях скважин, работающих не продолжительное время, методом построения кривой восстановления давления.

Определение коллекторских свойств пласта по данным исследования скважин нестационарными методами

Уравнение КВД

$$\Delta p_c = p_к - p_c = A + i \ln t,$$

$$\text{где } A = i \ln \frac{2{,}246\varkappa}{r_c^2}; \quad i = \frac{\mu Q_0}{4\pi h k}.$$



Неустановившееся фильтрация газа в пористой среде

Уравнение Лейбензона

Исходные соотношения $\rho = p\dfrac{\rho_{ст}}{p_{ст}}$ $\varphi = \dfrac{k\rho_{ст}}{2\mu p_{ст}}p^2 + C$

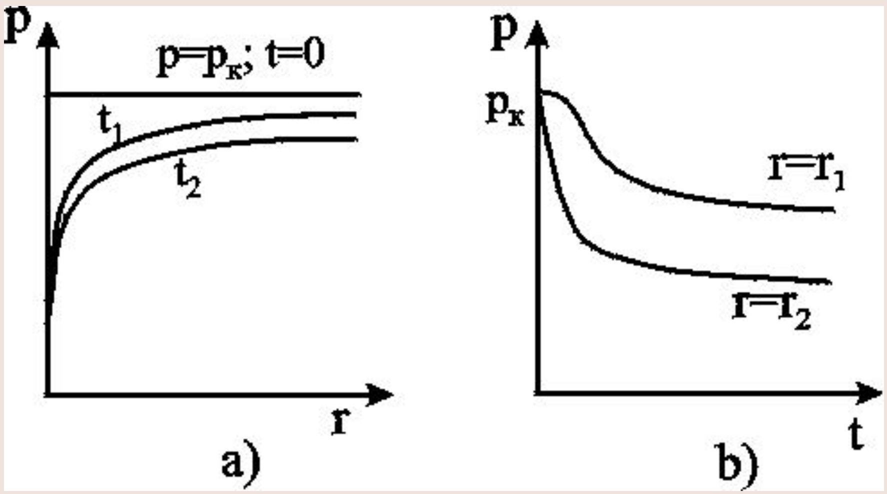
$$\frac{kp}{m\mu}\Delta P = \frac{\partial P}{\partial t}$$

$P=p^2$, к -- $к^/= \dfrac{kp_к}{m\mu}$,

$p^2=P$ $\dfrac{Q\mu}{2\pi kh}$ $\dfrac{Q_{ст}p_{ст}\mu}{\pi kh}$

$$p(r,t)=\sqrt{p_к^2-\frac{\mu Q_{ст}p_{ст}}{2\pi hk}\left[-Ei\left(-\frac{r^2}{4\kappa' t}\right)\right]}$$

$$p(r,t)=\sqrt{p_к^2-\frac{\mu Q_{ст}p_{ст}}{2\pi hk}\ln\frac{2{,}25\kappa t}{r^2}} \qquad (1)$$



Пьезометрические кривые при неустановившемся притоке газа к скважине в разные моменты времени (a) и изменение давления с течением времени в фиксированных точках пласта (b)

Уравнение (1) используется для расчета коллекторских параметров газовых пластов методом обработки КВД. Принцип расчета такой же, что и в случае нефтяных скважин, но для получения линейной зависимости по оси ординат надо откладывать не депрессию, а разность квадратов пластового и забойного давлений

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМ

Связь с проблемой нефтегазоотдачи пластов

Углеводородные системы

Гомогенные

Гетерогенные

Составляющие (компоненты) “размазаны” по пространству и взаимодействуют на молекулярном уровне. Изменение физических и химических свойств непрерывно.

Составляющие(фазы) - разделены отчетливыми геометрическими границами и взаимодействуют на поверхностях раздела. Изменение физических и химических свойств разрывно.

Характеристики многофазной среды

Насыщенность

Насыщенностью $\boldsymbol{\sigma_i}$ порового пространства **i** –й фазой называется доля объема пор $\boldsymbol{\Delta V_i}$, занятая этой фазой в элементарном объеме:

$$\sigma_i = \frac{\Delta V_i}{\Delta V_п} \qquad \sum_{i=1}^{n} \sigma_i = 1$$

Скорость фазы

вектор скорости фильтрации $\mathbf{u_i}$ фазы определяется как вектор, проекция которого на некоторое направление **L** равна отношению объемного расхода $\mathbf{Q_i}$ данной фазы к площадке $\boldsymbol{\Omega_i}$, перпендикулярной к указанному направлению:

$$(\vec{u}_i)_L = \frac{Q_i}{\Omega_i}$$

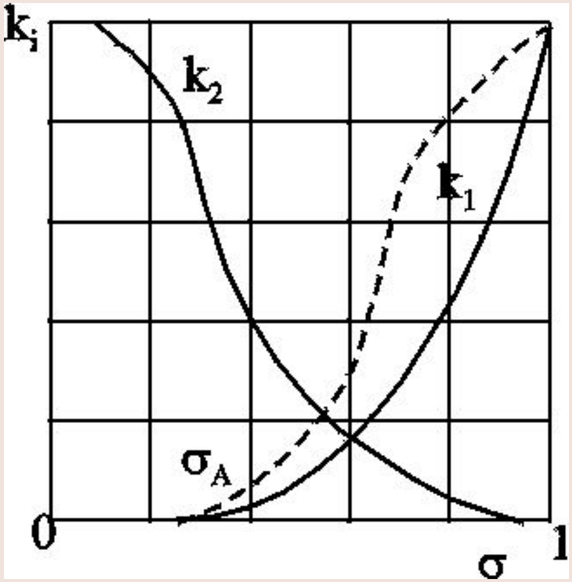
Допущение:

- каждая фаза двигается под действием своего давления

Закон фильтрации каждой из фаз:

$$\vec{u}_i = -\frac{k}{\mu_i} k_i(\sigma)\left(\operatorname{grad} p_i - \rho_i \vec{g}\right)$$

Характерная несимметричная форма кривых относительной проницаемости объясняется тем, что при одной и той же насыщенности более смачивающая фаза занимает преимущественно мелкие поры и относительная проницаемость у неё меньше.



Зависимость относительных проницаемостей $\mathbf{k_i}$ от насыщенности $\boldsymbol{\sigma}$

Сумма относительных проницаемостей для каждого фиксированного значения $\boldsymbol{\sigma}$ меньше 1.

$$k_1(\sigma) + k_2(\sigma) < 1$$

Присутствие связанной смачивающей фазы мало влияет на течение не смачивающей жидкости, тогда как присутствие остаточной не смачивающей фазы значительно "стесняет" движение смачивающей фазы.

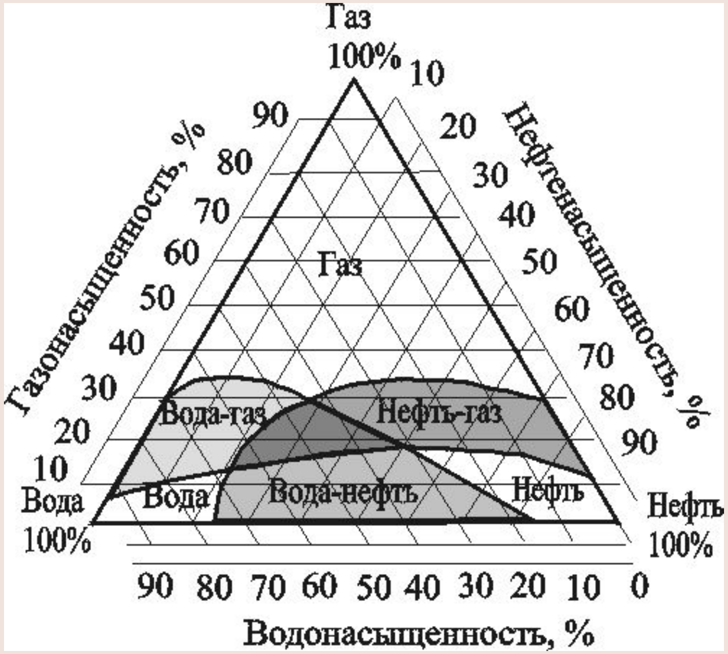


Диаграмма для определения границ преобладания потоков различных фаз при трех-фазном течении

Характер зависимостей определяется различной степенью смачивания твердых зерен породы фазами, причем оказывается, что относительная проницаемость зависит только от водонасыщенности - наиболее проницаемой фазы - воды, и почти не зависит от нефте- и газонасыщенности.

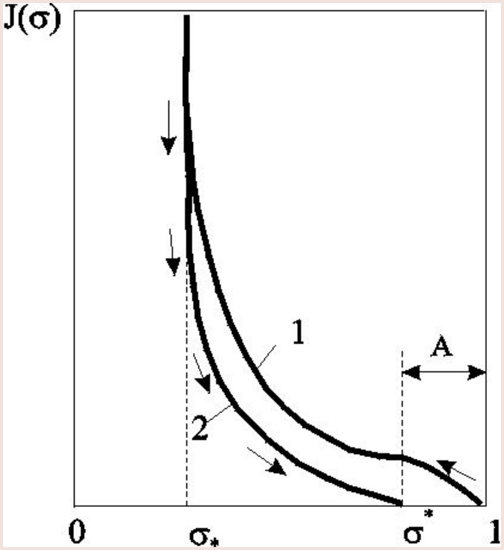
Относительная фазовая проницаемость в многофазном потоке почти не зависит от вязкости жидкости, ее плотности, внутрижидкостного натяжения, градиента давления.

Капиллярное давление - $p_к = p_2 - p_1$

Большее давление - на стороне жидкости, не смачивающей твердые зерна породы.

$$p_к = p_к(\sigma) = \alpha_п \cos\theta \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot J(\sigma)$$

$\alpha_п$ - коэффициент межфазного поверхностного натяжения; **θ** - статический краевой угол смачивания между жидкостями и породой; **m** - пористость; **J(σ)** — безразмерная функция Леверетта.



Зависимость функции Леверетта от насыщенности:

1 - кривая вытеснения; 2 - кривая пропитки; A - остаточная насыщенность вытесняемой жидкости

Процессы многофазной фильтрации зависят от:

1) от характерного времени фильтрационного процесса;
2) размеров области течения

Влияние капиллярных сил на распределение давления незначительно и их действие проявляется в локальных процессах перераспределения фаз.

Исходные уравнения многофазной фильтрации

Уравнения неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_1\sigma)+\operatorname{div}(\rho_1\vec{u}_1)=0 \qquad \frac{\partial}{\partial t}[m\rho_2(1-\sigma)]+\operatorname{div}(\rho_2\vec{u}_2)=0$$

Жидкости несжимаемы - нестационарные процессы упругого перераспределения давления заканчиваются в начале процесса вытеснения

$$m\frac{\partial\sigma}{\partial t}+\operatorname{div}\vec{u}_1=0 \qquad -m\frac{\partial\sigma}{\partial t}+\operatorname{div}\vec{u}_2=0$$

Уравнения движения для многофазной фильтрации

$$\vec{u}_i = -\frac{k}{\mu_i} k_i(\sigma)\left(\mathrm{grad}\, p_i - \rho_i \vec{g}\right)$$

Связь между давлениями

$$p_2 - p_1 = p_к(\sigma) = \alpha_п \cos\theta \sqrt{\frac{m}{k}} \cdot J(\sigma)$$

Одномерные модели вытеснения несмешивающихся жидкостей

Основные допущения:

- жидкости предполагаются несмешивающимися (взаимно нерастворимыми);
- жидкости считаются несжимаемыми, а пористая среда - недеформируемой; фазовые переходы отсутствуют; коэффициенты вязкости фаз постоянны;
- относительные фазовые проницаемости и капиллярное давление являются известными однозначными функциями насыщенности;

гистерезисные явления не учитываются (рассматриваются только однонаправленные процессы).

Полная система уравнений

$$-m\frac{\partial\sigma}{\partial t}=\frac{\partial u_1}{\partial x} \qquad m\frac{\partial\sigma}{\partial t}=\frac{\partial u_2}{\partial x}$$

$$u_1=-\frac{k}{\mu_1}k_1(\sigma)\left(\frac{\partial p_1}{\partial x}-\rho_1 g\sin\alpha\right) \qquad u_2=-\frac{k}{\mu_2}k_2(\sigma)\left(\frac{\partial p_2}{\partial x}-\rho_2 g\sin\alpha\right)$$

Характерной особенностью данной системы является то, что её можно свести к одному уравнению для насыщенности.

Знание распределения насыщенности в пласте позволяет проанализировать эффективность вытеснения нефти или газа несмешивающейся с ними жидкостью.

Данное уравнение представляет собой сложное нелинейное уравнение параболического типа второго порядка и точное решение получено лишь для некоторых сравнительно простых частных случаев.

Модель Рапопорта − Лиса - для прямолинейно-параллельного вытеснения уравнение для насыщенности без учета силы тяжести.

Дифференциальное уравнение для насыщенности в данной модели – параболического типа.

Модель Баклея − Леверетта - без учета капиллярных сил.

Уравнение насыщенности задач данного типа принадлежит к классу квазилинейных гиперболических уравнений первого порядка.

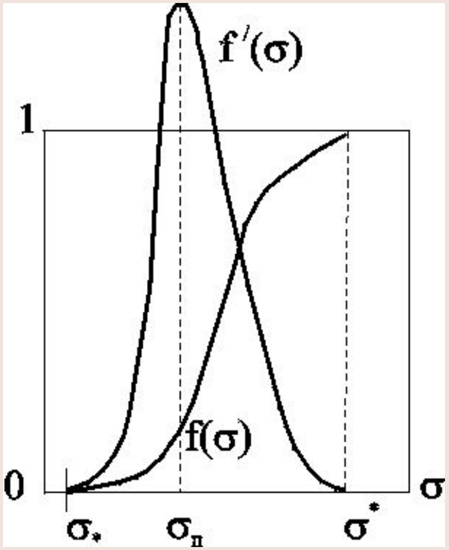
Задача Баклея − Леверетта и ее обобщения

Функция Баклея − Леверетта или

функция распределения потоков фаз f(σ) -

представляет собой отношение скорости фильтрации вытесняющей фазы к суммарной скорости, и равна объемной доле потока вытесняющей жидкости (воды) в суммарном потоке двух фаз.

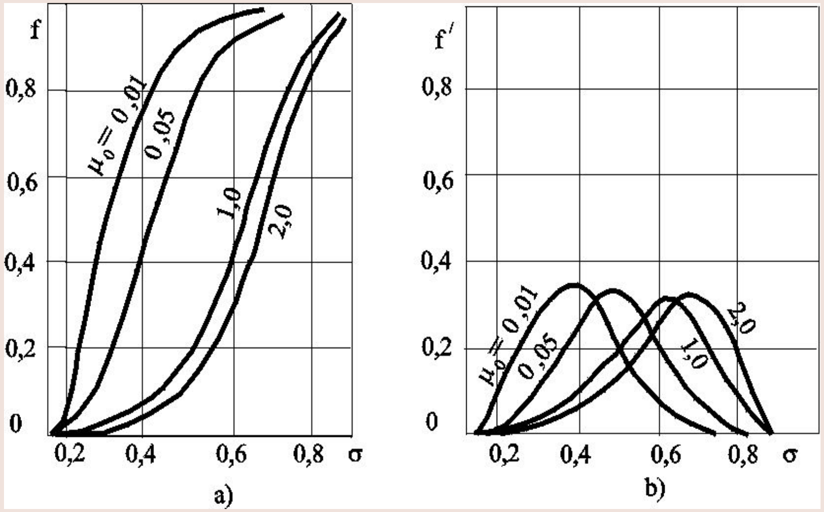
Функция Баклея − Лаверетта определяет полноту вытеснения и характер распределения газоконденсатонефтенасыщенности по пласту.



Вид функции

Баклея-Леверетта и её производной

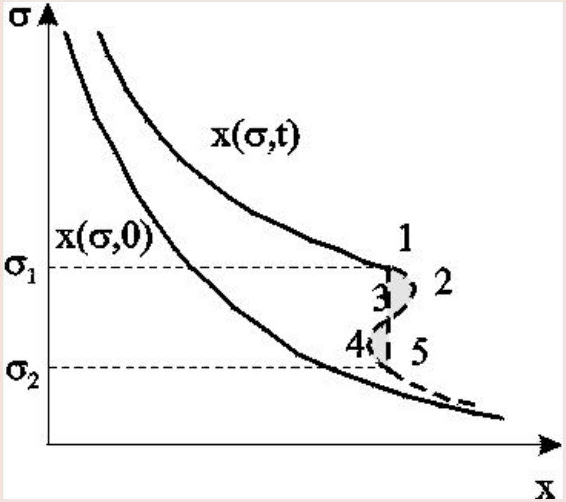
Задачи повышения нефте- и газоконденсатоотдачи в значительной степени сводятся к применению таких воздействий на пласт, которые в конечном счете изменяют вид функции **f(σ)** в направлении увеличения полноты вытеснения



Графики функции Баклея - Леверетта (a) и её производной (b) для различных отношений вязкости $\mu_0=\mu_1 / \mu_2$

С ростом отношения вязкостей кривая **f(σ)** сдвигается вправо и эффективность вытеснения возрастает.

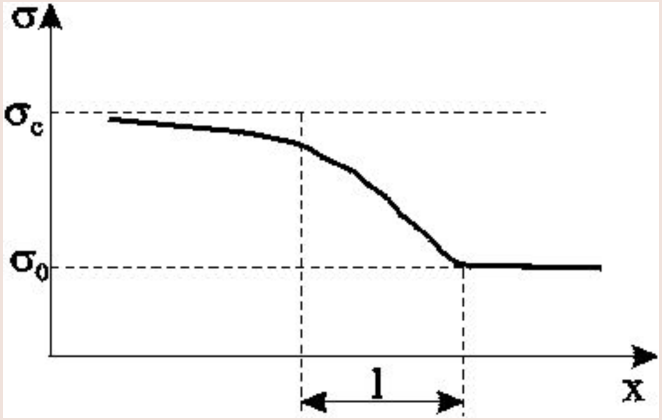
Дисперсия волн - зависимость скорости распространения того или иного значения насыщенности от величины этой насыщенности.



Устранение многозначности распределения насыщен-ности введением скачка

При $0 \le \sigma \le \sigma_п$ большие насыщенности распространяются с большими скоростями, а при $\sigma_п < \sigma \le 1$ скорость распространения постоянного значения насыщенности начинает уменьшаться.

Задача Рапопорта – Лиса



Распределение насыщенности в стабилизированной зоне **I**

Стабилизированная зона насыщенности перемещается, не изменяя своей формы, и распределение насыщенности в ней при постоянной скорости вытеснения – стационарно.

Рассматриваем нелинейные законы фильтрации, описывающие только безинерционные движения при условии, что фильтрующиеся жидкости обладают неньютоновскими свойствами.

Реологические модели фильтрующихся жидкостей

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

Ньютоновские жидкости

$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}\right)$$

Стационарно реологические жидкости

$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}, t\right)$$

Нестационарно реологические жидкости

$$\tau = f\left(\frac{du}{dy}, \frac{d\tau}{dt}\right)$$

Вязкоупругие жидкости

Вязкоупругие жидкости - среды, обладающие свойствами как твердого тела, так и жидкости, а также способные к частичному восстановлению формы после снятия напряжений.

Стационарно реологические жидкости

$$\frac{du}{dy}=\frac{1}{\mu}(\tau-\tau_0)$$ при $\tau>\tau_0$,

$$\frac{du}{dy}=0$$ при $\tau\leq\tau_0$.

Вязкопластичные жидкости

a) $n<1$ $$\tau=k\left(\frac{du}{dy}\right)^n$$ b) $n>1$

Псевдопластичные жидкости ***Дилатантные жидкости***

Связь между τ и градиентом скорости в логарифмических координатах на некотором участке линейна с угловым коэффициентом (от 0 до 1- a, . от 1 до 2 - b)

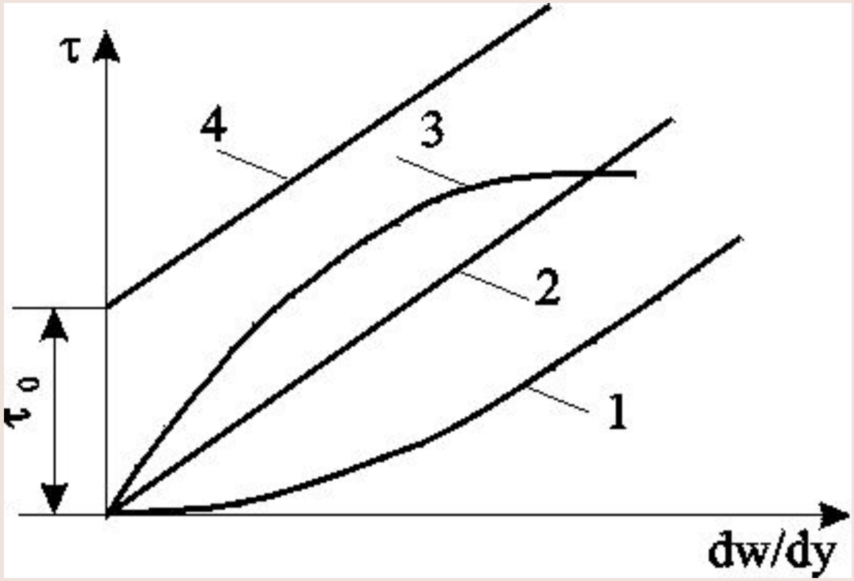
τ_0- начальное (предельное) напряжение сдвига

$$\mu_*=\tau\Big/\frac{du}{dy}$$ - кажущаяся вязкость

$$\mu_*=k\left(\frac{du}{dy}\right)^{n-1}$$

μ_* убывает с возрастанием градиента скорости.

μ_* увеличивается с возрастанием градиента скорости.



Зависимость касательного напряжения т от градиента скорости

жидкость: 1 - дилатантная; 2 - ньютоновская; 3 - псевдопластичная; 4 - вязкопластичная

Дилатантная -суспензии с большим содержанием твер-дой фазы.

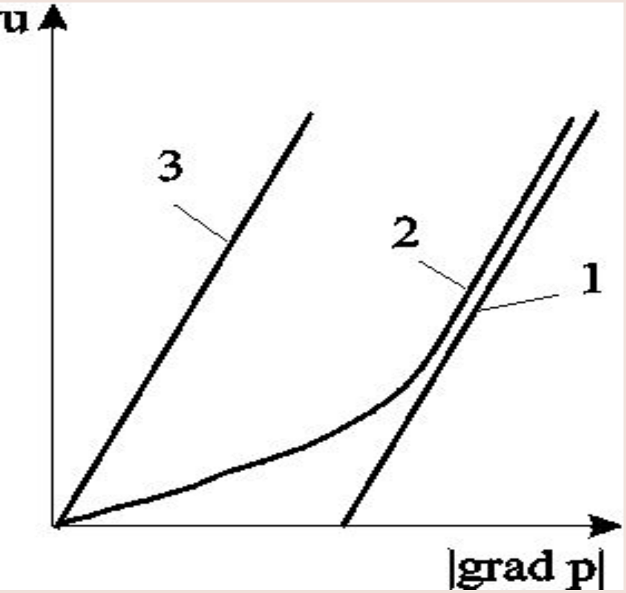
Псевдопластичная - растворы и расплавыполимеров

ЗАКОНЫ ФИЛЬТРАЦИИ

Вязкопластичная жидкость в пористой среде

$$\mathbf{gradp} = -\frac{\mu}{k}\vec{\mathbf{u}} - \gamma\frac{\vec{\mathbf{u}}}{|\mathbf{u}|}$$ - **u**>0;

$$|\mathbf{gradp}| \le \gamma,$$ **u**=0, где $\gamma \sim \tau_0 / \sqrt{k}$ предельный (начальный) градиент



Индикаторные линии:

1 - линейная аппроксимация неньютоновской жидкости; 2 - реальная неньютоновская жидкость; 3 - течение по закону Дарси

Неньютоновские эффекты проявляются при малых скоростях фильтрации и в средах с малым размером пор, т. е. с малой проницаемостью

Из-за неньютоновских свойств нефтей пропластки последовательно включаются в работу по мере превышения градиента давления предельного градиента сдвига.

Степенной закон фильтрации

$$\vec{\mathbf{u}} = -\mathbf{C}\left|\mathbf{grad}p\right|^{\mathbf{n}}\mathbf{grad}p,$$

где **C** — экспериментальная константа; **n**>0.

Степенной закон, соответствующий псевдопластичному флюиду, хорошо описывает движение растворов полимеров в пористой среде и используется при расчете “полимерного” заводнения пластов с целью повышения их нефтеотдачи.

Одномерные задачи фильтрации вязкопластичной жидкости

Установившееся течение вязкопластичной жидкости

Поток плоскорадиален и $$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k}u + \gamma \qquad (u>0);$$

$$\frac{dp}{dr} \le \gamma \qquad (u=0).$$

Отсюда формула притока $$u = \frac{Q}{2\pi rh} = \frac{k}{\mu}\left(\frac{dp}{dr} - \gamma\right),$$ если $$\frac{dp}{dr} > \gamma$$

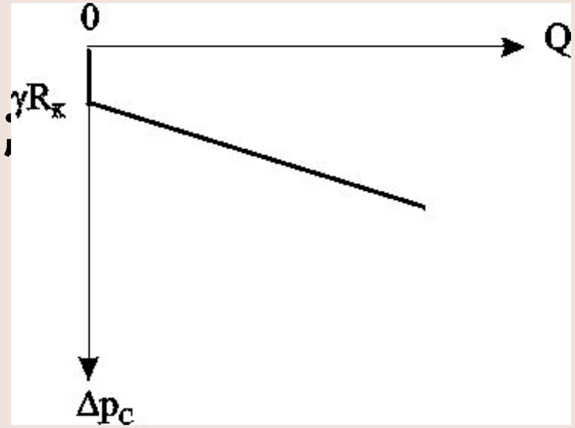
$u=0$,если $dp/dr \le \lambda$

Интегрируем формулу притока при $p(r_c)=p_c$; $p(R_к)=p_к$

$$p(r)=p_c+\gamma(r-r_c)+\frac{\mu Q}{2\pi kh}\ln\frac{r}{r_c},\qquad (r_c\le r\le R_к)$$

$$Q=\frac{2\pi kh}{\mu\ln\left(R_к/r_c\right)}(\Delta p_c-\gamma R_к)\quad \text{при } \Delta p_c>\gamma R_к;$$

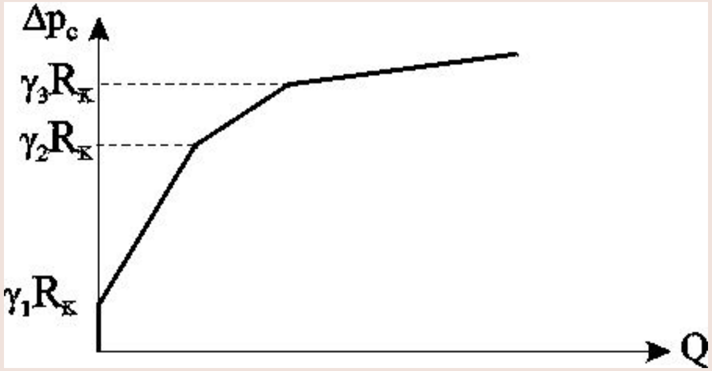
$$Q=0\quad \text{при } \Delta p_c<\gamma R_к\qquad (\Delta p_c=p_к-p_c).$$



Анализ

- Часть разности давлений в виде линейного слагаемого с угловым коэффициентом **γ** теряется на преодоление предельного градиента сдвига.
- При **Q→0**давление не постоянно (как в случае фильтрации по закону Дарси), а изменяется по линейному закону.
- При тех же условиях наличие предельного градиента давления в пласте ведет к уменьшению дебита скважины по сравнению с фильтрацией по закону Дарси (формула Дюпюи).
- Индикаторная линия скважины **$Q(\Delta p_c)$** - прямолинейная, но не проходит через начало координат, а отсекает на оси депрессий отрезок, равный **$\gamma R_к$**.

Слоистый пласт



Индикаторные линии при плоскорадиальном течении вязкопластичной жидкости через трёхслойный пласт.

Неустановившаяся фильтрация вязкопластичной жидкости

Уравнение пьезопроводности:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \kappa \operatorname{div}\left[\left(1 - \frac{\gamma}{|\operatorname{grad} p|}\right)\operatorname{grad} p\right], \quad |\operatorname{grad} p| > \gamma$$

При решении нестационарных задач на основе модели фильтрации с предельным градиентом в пласте образуется переменная область фильтрации, на границе которой (пока она не достигнет границы пласта) модуль градиента давления должен равняться предельному градиенту α а давление - начальному пластовому.

Пуск скважины с постоянным дебитом при фильтрации вязкопластичной жидкости с предельным градиентом

Из решения уравнения пьезопроводности получаем зависимость забойного давления от времени

$$p_c = p_к - \frac{Q\mu}{6\pi kh}\ln\frac{Q\mu\kappa t}{\pi kh\gamma r_c^3} - \gamma\left(\frac{3Q\mu\kappa t}{\pi kh\gamma}\right)^{1/3} + \frac{Q\mu}{2\pi kh}$$

Основная роль при малом времени, когда преобладают упругие силы.

При больших значениях времени

Образование застойных зон при вытеснении нефти водой - *эффект фильтрации с предельным градиентом давления*

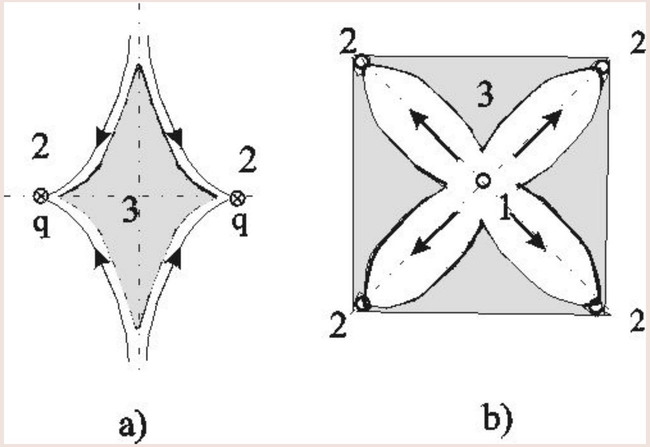


Схема образования застойных зон

a - между двумя добывающими скважинами;
b - при пятиточечной расстановке скважин
(1 - нагнетательная скважина; 2 - добывающая скважина; 3 - зона застоя)

Отношение незаштрихованных областей ко всей площади пятиточечной ячейки можно считать площадным коэффициентом охвата пласта заводнением.

Величина застойной зоны и коэффициент охвата пласта зависят от параметра

$$\lambda = \frac{Q\mu}{k\gamma L}$$

Коэффициент охвата пласта увеличивается с увеличением параметра **λ**