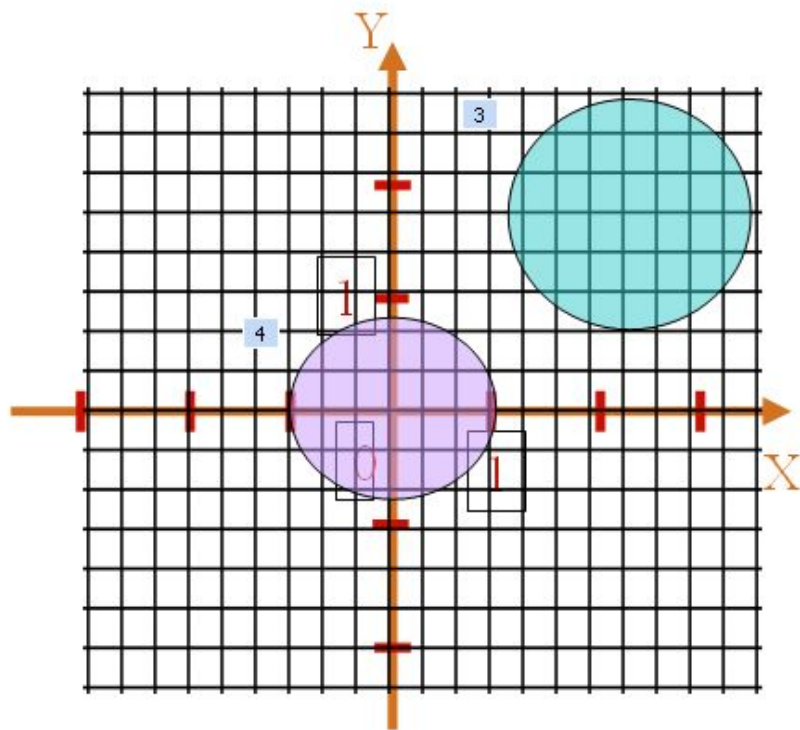


Метод координат



Выполнила: **Дивеева**
Елена
Степановна

учитель МОУ Шатковская
СОШ № 1

Нижегородская область
п.г.т. Шатки



Методы решения задач в геометрии

```
graph TD; A[Методы решения задач в геометрии] --> B[Синтетический (чисто геометрический) метод]; A --> C[Метод координат]; A --> D[Векторный метод]; A --> E[Метод преобразований]; A --> F[Метод вспомогательных фигур];
```

Синтетический
(чисто
геометрический)
метод

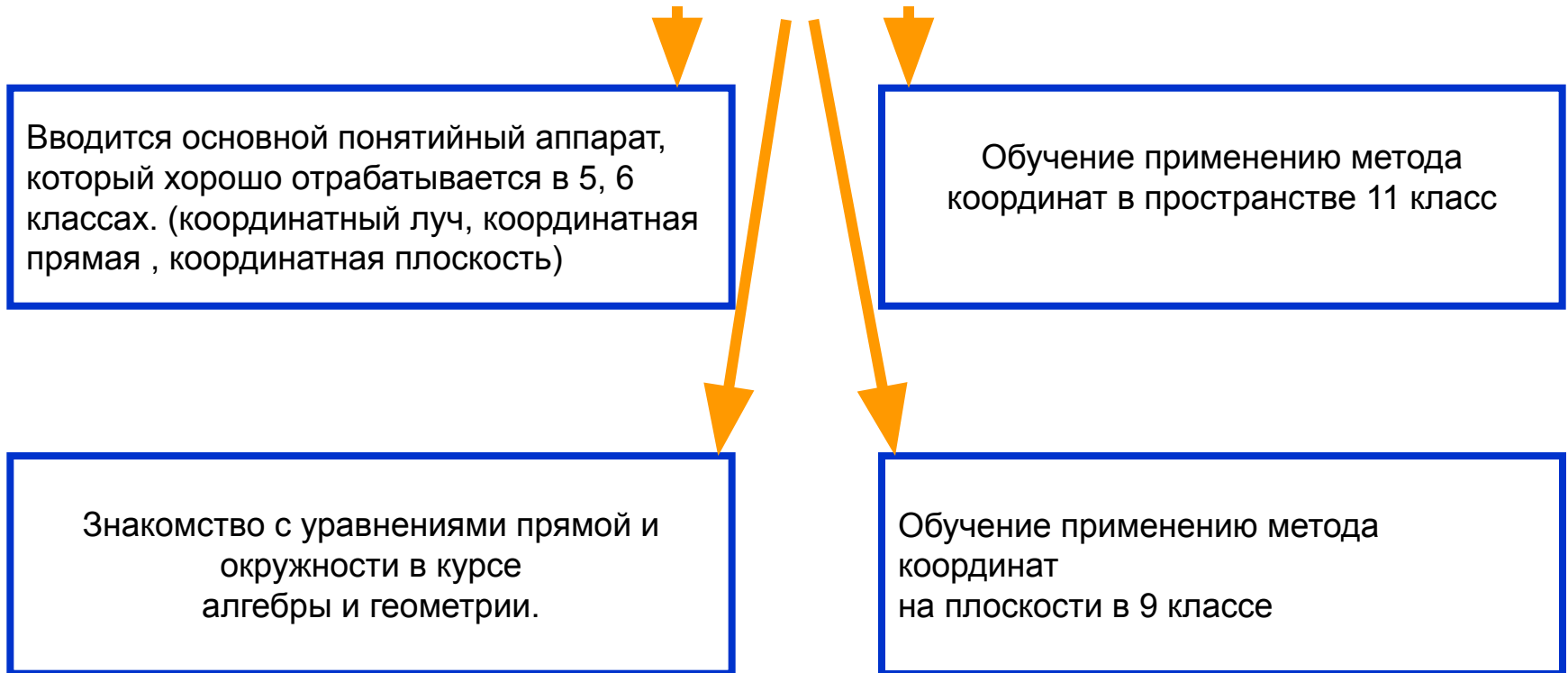
Метод координат

Векторный
метод

Метод
преобразований

Метод
вспомогательных
фигур

Этапы изучения метода координат в школе



GENERAL INFORMATION
NAME: [REDACTED]
ADDRESS: [REDACTED]
CITY: [REDACTED]
STATE: [REDACTED]
ZIP: [REDACTED]
TELEPHONE: [REDACTED]
DATE: [REDACTED]
BY: [REDACTED]

Основная цель изучения раздела:

Расширить и углубить представления учащихся о методе координат, развить умения применять алгебраический аппарат при решении геометрических задач.

В ходе изучения главы учащиеся должны научиться:

- Выполнять действия над векторами, заданных своими координатами.
- Находить координаты, абсолютную величину вектора.
- Вычислять координаты середины отрезка и расстояние между двумя любыми точками на плоскости.
- Уметь использовать уравнения окружности и прямой при решении задач.

Этапы применений метода координат.

Для того чтобы применять координатный метод в конкретных ситуациях (решение задач, доказательство теорем) учащиеся должны уметь:

- ✓ Переводить алгебраические и геометрические задачи на координатный язык и наоборот.
- ✓ Строить точку по заданным координатам.
- ✓ Находить координаты заданных точек.
- ✓ Вычислять расстояние между точками, заданными координатами.
- ✓ Оптимально выбирать систему координат.
- ✓ Составлять уравнения заданных фигур.
- ✓ Видеть за уравнением конкретный геометрический образ.
- ✓ Выполнять преобразования алгебраических соотношений.

Развивающая задача раздела.

Развитие таких качеств личности, как ясность и точность мысли, логическое мышление, алгоритмическая культура, интуиция, критичность и самокритичность, вычислительная и графическая культура.

Воспитательная задача раздела.

Важной воспитательной задачей уроков является формирование у учащихся представлений об универсальности метода, его прикладном характере, который находит широкое применение в различных областях практической деятельности.

Задачи,
формирующие
координатный
метод

```
graph LR; A[Задачи, формирующие координатный метод] --> B[Задачи на построение точки по ее координатам]; A --> C[Задачи на нахождение координат заданных точек]; A --> D[Задачи на вычисление расстояния между точками]; A --> E[Задачи на оптимальный выбор системы координат]; A --> F[Задачи на составление уравнения фигуры по ее характеристическому свойству]; A --> G[Задачи на определение фигуры по ее уравнению]; A --> H[Задачи на преобразование алгебраических равенств];
```

Задачи на построение точки по ее координатам

Задачи на нахождение координат заданных точек

Задачи на вычисление расстояния между точками

Задачи на оптимальный выбор системы координат

Задачи на составление уравнения фигуры
по ее характеристическому свойству

Задачи на определение фигуры по ее уравнению

Задачи на преобразование
алгебраических равенств

Поурочное планирование по разделу

1. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам.
2. Координаты вектора.
3. Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца.
4. Простейшие задачи в координатах.
5. Решение задач методом координат.
6. Уравнение окружности.
7. Уравнение прямой.
8. Уравнение окружности и прямой. Решение задач.
9. Обобщение и систематизация по теме.
10. Контрольная работа.

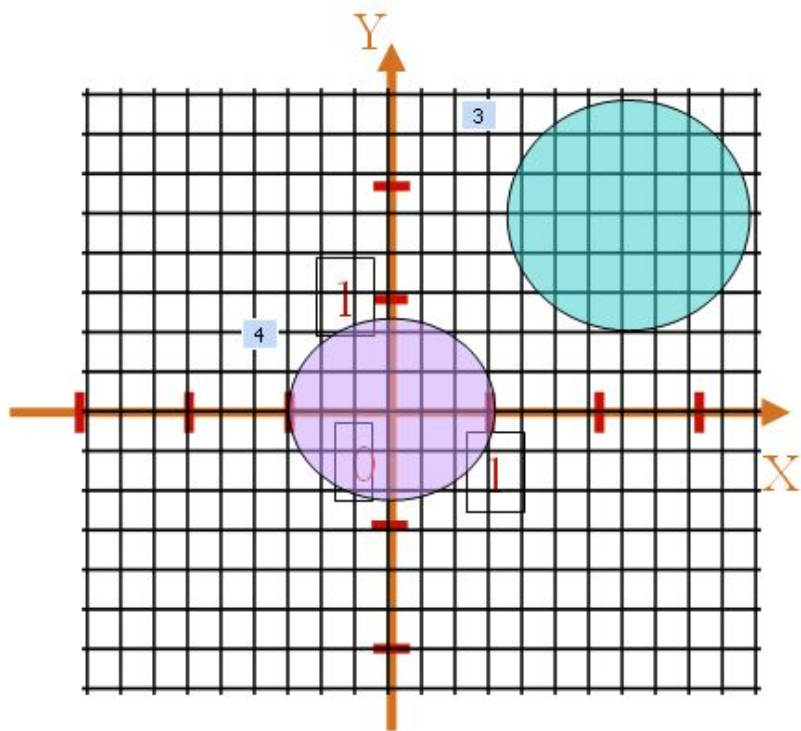
Решение задач методом координат

- **Тип урока:** урок по закреплению изученного.
- **Цель урока:**
научить решать задачи методом координат, опираясь на его основные этапы;
- **Задачи урока:**
 1. Познакомить учащихся с видами задач, формирующими координатный метод;
Показать, как «простейшие задачи» используются при решении более сложных задач;
 2. Развивать умения сравнивать, выявлять закономерности, обобщать;
 3. Воспитывать ответственное отношение к учебному труду, учить собранности, умению ценить учебное время;

Презентация к уроку "Решение задач методом координат"

Выполнила: Учитель МОУ
Шатковская СОШ № 1

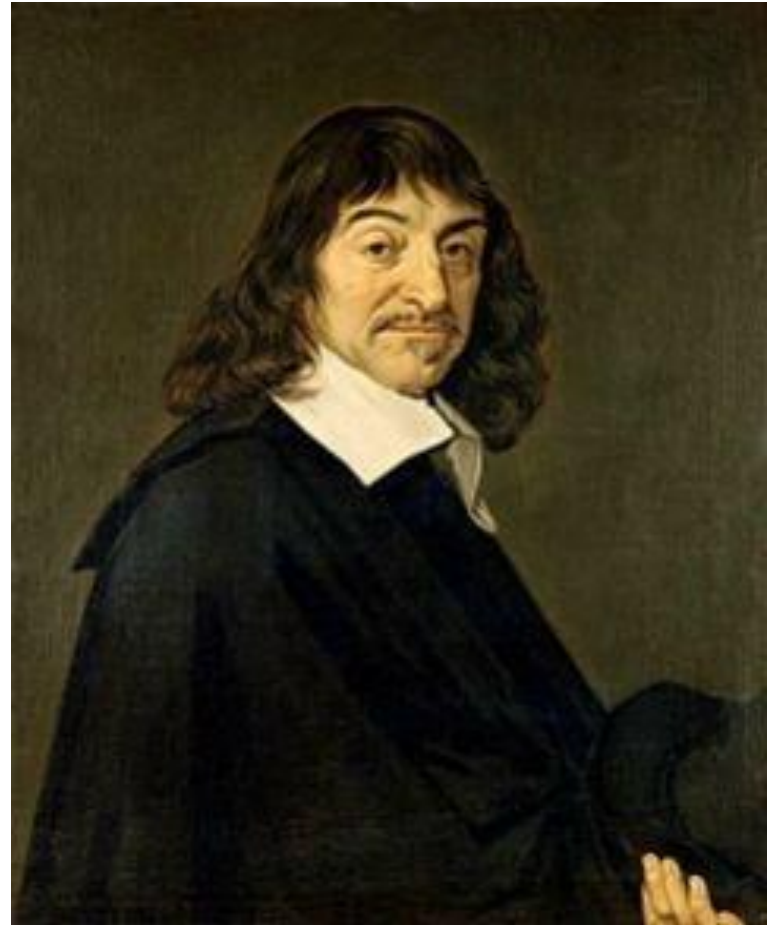
**Дивеева
Елена
Степановна**



Рене Декарт (1596-1650)

Французский математик, физик, философ. Пользуясь прямоугольными координатами, он построил аналитическую геометрию на плоскости, связав этим геометрию с алгеброй. В честь него прямоугольную систему координат называют декартовой.

По образованию юрист, но юридической практикой никогда не занимался.



Общие теоретические сведения. Основные формулы метода координат

- ❖ Как только на плоскости введена система координат ОХУ, каждой точке плоскости ставится в соответствие пара чисел $(x; y)$.
- ❖ Середина отрезка между точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ имеет координаты $(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2})$.
- ❖ Расстояние между двумя точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ равно

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- ❖ Длина вектора $\vec{a}\{x; y\}$ равна $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Этапы применений метода координат.

Для того чтобы применять координатный метод в конкретных ситуациях (решение задач, доказательство теорем) учащиеся должны уметь:

- ✓ Переводить алгебраические и геометрические задачи на координатный язык и наоборот.
- ✓ Строить точку по заданным координатам.
- ✓ Находить координаты заданных точек.
- ✓ Вычислять расстояние между точками, заданными координатами.
- ✓ Оптимально выбирать систему координат.
- ✓ Составлять уравнения заданных фигур.
- ✓ Видеть за уравнением конкретный геометрический образ.
- ✓ Выполнять преобразования алгебраических соотношений.

Задачи
формирующие
координатный
метод

```
graph LR; A[Задачи формирующие координатный метод] --> B[Задачи на построение точки по ее координатам]; A --> C[Задачи на нахождение координат заданных точек]; A --> D[Задачи на вычисление расстояния между точками]; A --> E[Задачи на оптимальный выбор системы координат]; A --> F[Задачи на составление уравнения фигуры по ее характеристическому свойству]; A --> G[Задачи на определение фигуры по ее уравнению]; A --> H[Задачи на преобразование алгебраических равенств];
```

Задачи на построение точки по ее координатам

Задачи на нахождение координат заданных точек

Задачи на вычисление расстояния между точками

Задачи на оптимальный выбор системы координат

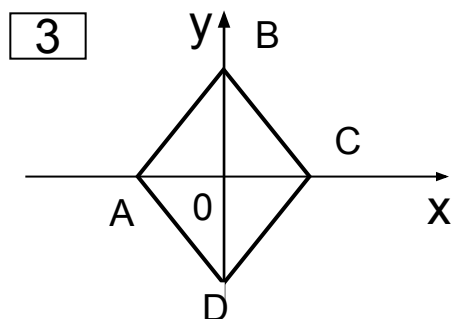
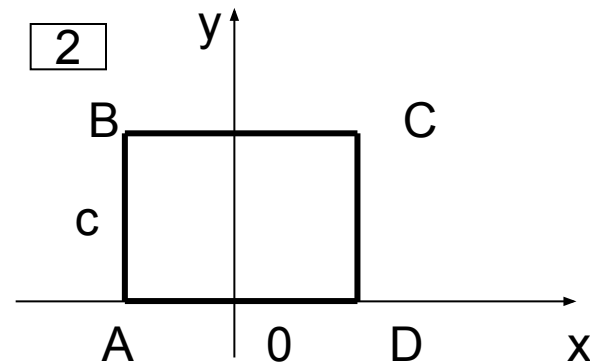
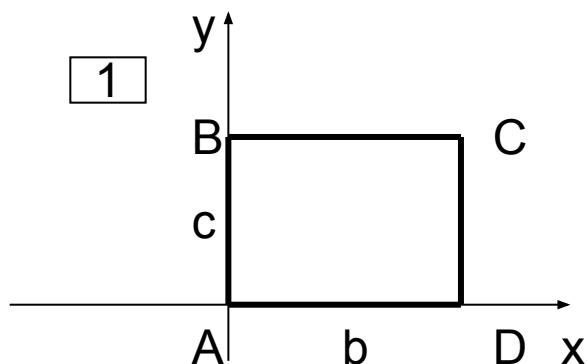
Задачи на составление уравнения фигуры
по ее характеристическому свойству

Задачи на определение фигуры по ее уравнению

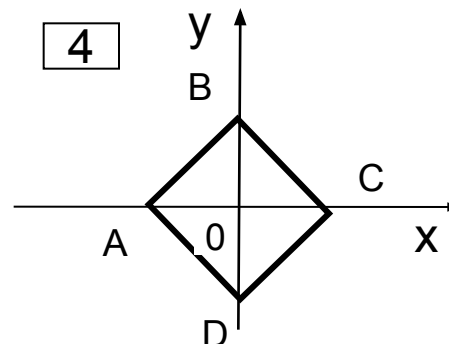
Задачи на преобразование
алгебраических равенств

Задачи на нахождения координат заданных точек

ABCD – прямоугольник стороны которого равны b и c . Запишите координаты вершин этого прямоугольника.



ABCD – ромб, $AC = 12$ см, $CD = 18$ см.



ABCD – квадрат, $AC = 12$ см.

Запишите координаты вершин четырехугольника.

Задачи на оптимальный выбор системы координат

Задания по группам:

I.

Длина отрезка АВ равна 5 см. а) Выберите систему координат, в которой можно было бы наиболее просто определить координаты концов отрезка.

б) Выберите систему координат так, чтобы координаты концов отрезка были бы $A(-2,5; 0)$, $B(2,5; 0)$.

II.

Треугольник ABC равносторонний. Длина стороны равна 6 см. Выберите систему координат так, чтобы можно проще было бы определить координаты его вершин.

III.

Дан прямоугольник ABCD. $AB = 2\text{ см}$, $BC = 4\text{ см}$. Как выбрать систему координат, чтобы его вершины имели координаты $A(-1; 2)$, $B(-1; -2)$, $C(1; -2)$, $D(1; 2)$.

Задание для «сильных» учеников.

Карточка № 1

Выбрать систему координат для решения задачи:
«Доказать, что середина гипотенузы прямоугольного
треугольника равноудалена от его вершин».

Карточка № 2

Выбрать систему координат для решения задачи:
«В треугольнике ABC: AC = b, AB = c, BC = a, BD – медиана.

Докажите, что $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$ ».

Решение задач на выбор системы координат

Карточка № 1. «Докажите, что середина гипотенузы прямоугольного треугольника равноудалена от его вершин.»

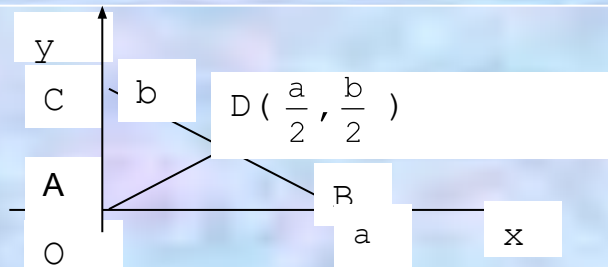


Рис. 1

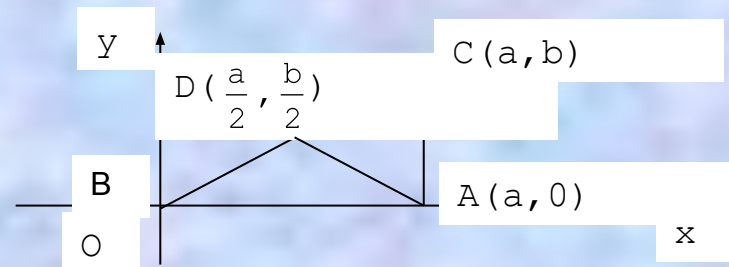


Рис. 2

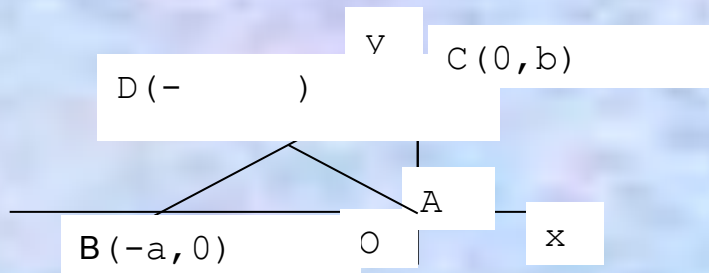


Рис. 3

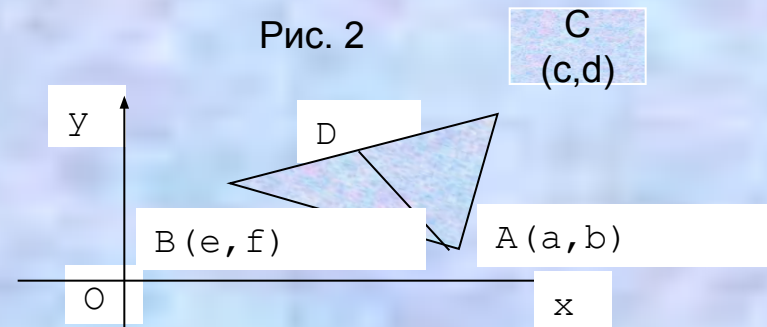


Рис. 4

Задачи на определение расстояния между точками

№ 950 (а) – Решает у доски 1 ученик,
остальные в рабочих тетрадях.

Для «слабых» учеников отдельное
задание на карточках

Карточка № 1 - № 941

Карточка № 2 - № 942

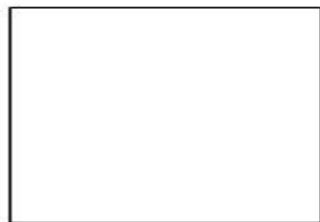
Заполнить пропущенные места

Карточка № 2

Заполните пропущенные места.

№ 942

Рисунок



Дано:



Найти:



Решение.

Так как AM - медиана $\triangle ABC$, то M - BC .

Тогда

$$x_M = \frac{\text{input} + \text{input}}{\text{input}} = \frac{\text{input} + 5}{2} = \text{input}$$

|

$$y_M = \frac{\text{input} \quad \text{input} - 4 + \text{input}}{\text{input}} = \frac{\text{input}}{\text{input}} = -1,$$

поэтому $M(\underline{x_M}; \text{input})$

$$AM = \sqrt{(\underline{x_M} - \text{input})^2 + (\text{input} - y_A)^2} = \sqrt{(\text{input} - 0)^2 + (-1 - \text{input})^2} =$$
$$= \sqrt{\text{input} + \text{input}} = \text{input}$$

Ответ:



Задача, обучающая координатному методу.

В треугольнике ABC: AC=b, AB=c, BC=a, BD - медиана. Докажите, что. $BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$

Выберем систему координат так, чтобы точка A служила началом координат, а осью Oх - прямая AC (рис.). (умение оптимально выбирать систему координат, т. е. так, чтобы наиболее просто находить координаты данных точек).

В выбранной системе координат точки A, C и D имеют следующие координаты:

A(0;0), D(b/2;0) и C(b;0)

(умение вычислять координаты заданных точек). Обозначим координаты точки B через x и y. Тогда используя формулу для нахождения расстояний между двумя точками, заданными своими координатами, получаем:

$$x^2 + y^2 = c^2, \quad (x - b/2)^2 + y^2 = a^2 \quad (1)$$

(умение находить расстояние между двумя точками, заданными координатами)

По той же формуле $BD^2 = (x - \frac{b}{2})^2 + y^2 \quad (2)$

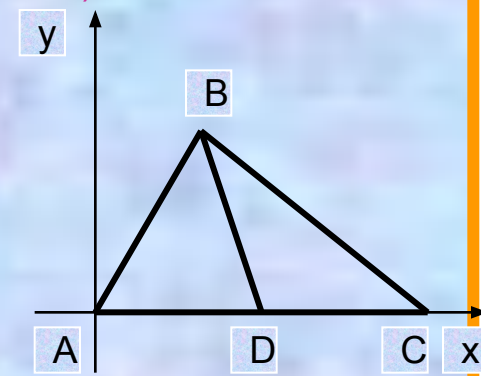
Используя формулу (1) находим x и y.

Они равны: $x = \frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b}$ $y = \sqrt{c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2}}$

Далее, подставляя x и y в формулу (2), находим .

$$BD^2 = (\frac{c^2 - a^2 + b^2}{2b} - \frac{b}{2})^2 + c^2 - \frac{(c^2 - a^2 + b^2)^2}{4b^2} \quad BD^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$$

(умение выполнять преобразования алгебраических выражений)

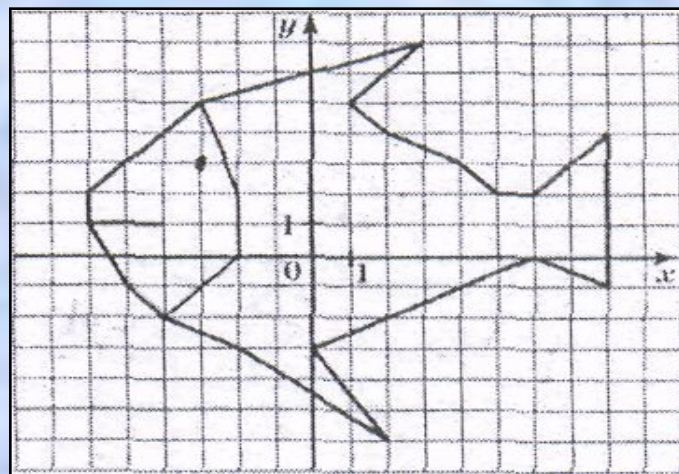


Для поддержания интереса к теме помогут задания следующего вида

Постройте фигуру по координатам точек и наоборот, найдите координаты выделенных на рисунке точек.

Камбала

$(3,7), (1,5), (2,4), (4,3),$
 $(5,2), (6,2), (8,4), (8,-1),$
 $(6,0), (0,-3), (2,-6), (-2,-3),$
 $(-4,-2), (-5,-1), (-6,1), (-4,1);$
 $(-6,1), (-6,2), (-3,5), (3,7);$
 $(-4,-2), (-2,0), (-2,2), (-3,5); (-3,3).$



Обучающая самостоятельная работа.

1



Правила	Примеры
1. $a \{x; y\}$ $b \{x; y\}$ $a+b \{x+x; y+y\}$	а) $a \{1; -1\}$ $b \{3; 0\}$ $a+b \{1+3; -1+0\}$ $a+b \{4; -1\}$ б) $a \{-1/5; 4\}$ $b \{0; -2\}$ $a+b \{-1/5; 2\}$
2. $a \{x; y\}$ $b \{x; y\}$ $a-b \{x-x; y-y\}$	а) $a \{8; 5\}$ $b \{10; -6\}$ $a-b \{8-10; 5-(-6)\}$ $a-b \{-2; 11\}$ б) $a \{0, 2; 0, 1\}$ $b \{-1; 12\}$ $a-b \{0, 2-(-1); 0, 1-12\}$ $a-b \{1, 2; -11, 9\}$
3. $a \{x; y\}$ $ka \{kx; ky\}$	а) $a \{-2; -3\}$ $-4a \{-4*(-2); -4*(-3)\}$ $-4a \{8; 12\}$ б) $3a \{-6; -9\}$

Дифференцированная обучающая самостоятельная работа

I уровень № 959 (в), № 966 (а)
(№ 959 (д), № 966 (в))

II уровень № 963 (а), 964 (б)
(№ 964 (а), № 963 (б))

Устная работа по готовым чертежам

Решение задач по готовым чертежам (устно).



Рис. 1

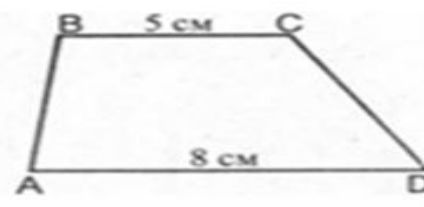


рис. 2

1. Рис. 1 $ABCD$ - параллелограмм. *Выразите:*

а) $\vec{AO}$ через $\vec{AC}$;

б) $\vec{MN}$ через $\vec{AC}$; $\vec{OC}$;

в) $\vec{MK}$ через $\vec{DB}$; $\vec{OD}$;

г) $\vec{MN}$ через $\vec{AB}$; $\vec{AD}$.

2. Рис. 2. Выразите, если возможно:

а) $\vec{BC}$ через $\vec{AD}$; $\vec{DA}$;

б) $\vec{AB}$ через $\vec{CD}$; $\vec{AD}$;

в) $\vec{AC}$ через $\vec{AB}$ и $\vec{AD}$.

Дифференцированная проверочная самостоятельная работа

I уровень

I вариант

1. Даны векторы $a\{2; 4\}$ и $b\{-3; 2\}$. Найдите координаты векторов:

а) $m = 3a$; б) $n = -b$;

в) $k = \frac{1}{2}a + 2b$; г) $i = 3a + 4b$.

2. Среди векторов $a\{-1; 3\}$, $b\{2; 6\}$,

$c\{-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\}$, $d\{0,4;-1\}$ укажите пары коллинеарных.

II уровень

I вариант

1. Даны векторы $a\{1; -2\}$; $b\{-3; 2\}$ и $c\{-2; -3\}$.

а) Найдите координаты вектора $x = 2a - 3b + c$;

б) Запишите разложение вектора x по координатным векторам i и j ;

в) Найдите координаты вектора y , противоположного вектору x .

2. Среди векторов $a\{-5;0\}$, $b\{0;10\}$, $c\{2;0\}$, $d\{0,-5\}$, $e\{2,-5\}$ найдите пары неколлинеарных векторов.

III уровень

I вариант

В параллелограмме ABCD $AB\{2; 5\}$, $AD\{3; -4\}$; точки M и N лежат на сторонах BC и CD соответственно так, что $BM = MC$, $CN:ND = 3:1$.

а) Найдите координаты вектора MN.

б) Запишите разложение вектора MN по координатным векторам i и j .

в) Найдите длину вектора AC

Самостоятельное изучение нового материала учащимися с помощью учебника

Общий прием работы с учебником математики:

- 1) найти задание по оглавлению;
- 2) обдумать заголовок (т.е. ответить на вопросы: О чем пойдет речь? Что мне предстоит узнать? Что я уже знаю об этом?);
- 3) прочитать содержание пункта (параграфа);
- 4) выделить все непонятные слова и выражения и выяснить их значение (в учебнике, справочнике, у учителя, родителей, товарищей);
- 5) задать по ходу чтения вопросы и ответить на них (О чем здесь говорится? Что мне уже известно об этом? Что именно об этом сообщается? Чем это можно объяснить? Как это соотносится с тем, что я уже знаю? С чем это нужно не перепутать? Что из этого должно получиться? Для чего это делается? К чему это можно применить? Когда и как применять?);
- 6) выделить (выписать, подчеркнуть) основные понятия;
- 7) выделить основные теоремы или правила;
- 8) изучить определения понятий;
- 9) изучить теоремы (правила);
- 10) разобрать иллюстрации (чертеж, схему, рисунок);
- 11) разобрать примеры в тексте и придумать свои;
- 12) провести самостоятельно доказательство теоремы;
- 13) составить схемы, рисунки, таблицы, чертежи, используя свои обозначения;
- 14) запомнить материал, используя приемы запоминания (пересказ по плану, чертежу или схеме, мнемонические приемы, повторение трудных мест и т. п.);
- 15) ответить на конкретные вопросы в тексте;
- 16) придумать и задать себе такие вопросы.

Математический диктант с последующей самопроверкой

I вариант

1. Найдите расстояние между точками A (-5; 1) и B (-2; -3).
2. Найдите координаты центра окружности с диаметром CD, если C (4; -7), D (2; -3).
3. Принадлежит ли точка E (3; 7) линии, заданной уравнением $x^2 - 4x + y = 4$?
4. Функция задана уравнением $y = 4x - 5$. Какая линия служит графиком этой функции?
5. Проходит ли прямая, заданная уравнением $y = -2x - 4$, через первую координатную четверть?
6. Лежит ли точка P (2; -6) внутри круга, ограниченного окружностью $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 16$?
7. Определите вид треугольника, заданного координатами своих вершин: A (0; 2), B (2; 6), C (6; -1).

Дидактические игры на уроках.

Игра «Геометрический лабиринт»

I уровень

I вариант

Окружность с центром в точке А (- 5; 3) проходит через точку В (2; - 1). Напишите уравнение этой окружности. (код: нет общих точек)

Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку В (- 2; 4). (код: $(x+5)^2 + (y-3)^2 = 65$)

Выясните взаимное расположение прямой $x = -5$ и окружности $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 81$. (код: $2x + y = 0$)

II вариант

Окружность с центром в точке М (2; - 4) проходит через точку N(- 3; 1). Напишите уравнение этой окружности. (код: нет общих точек)

Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку С (- 6; - 3). (код: $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 50$)

Выясните взаимное расположение прямой $y = 25$ и окружности $(x-5)^2 + (y-7)^2 = 100$. (код: $x - 2y = 0$)

Тестовые задания

Повторение теории метода координат.

I вариант

1. Если векторы AB и CD коллинеарные, то:

а) $AB = CD$; б) $AB = k CD$; в) $\begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ D \end{pmatrix}$

2. Если $3 = 5j - 3i$, то:

а) $a\{5; -3\}$; б) $a\{5; 3\}$; в) $a\{-3; 5\}$.

3. Если A (2; - 5), B (- 4; - 2), то:

а) $AB\{-6; 3\}$; б) $AB\{6; -3\}$; в) $AB\{-2; -7\}$.

4. Если $x\{3; -6\}$, $y\{-2; 4\}$, $c = -x + y$, то:

а) $c\{2; -4\}$; б) $c\{1; 1\}$; в) $c\{-2; 4\}$.

5. Если $x\{2; -5\}$, $y\{1; 2,5\}$, $z\{-; 1\}$, то коллинеарные векторы:

а) x и y; б) x и z; в) y и z.

6. Если AM - медиана треугольника ABC. B (2; 5), C (-6; 3), то:

а) $M(-2; -1)$; б) $M(4; -4)$ в) $M(-4; 4)$.

7. Если $3 = -3i + 4j$, то:

а) $|a| = 1$ б) $|a| = 5$; в) $|a| = \sqrt{7}$.

8. В треугольнике ABC A (-2; 2), B (2; 6), C (4; -2). Если BM -медиана, то:

а) $BM = \sqrt{37}$ б) $BM = \sqrt{45}$ в) $BM = \sqrt{35}$

9. Если точки C (-2; 1) и D (6; 5) -концы диаметра окружности, то уравнение данной окружности имеет вид:

а) $(x + 2)^2 + (x + 3)^2 = 20$;

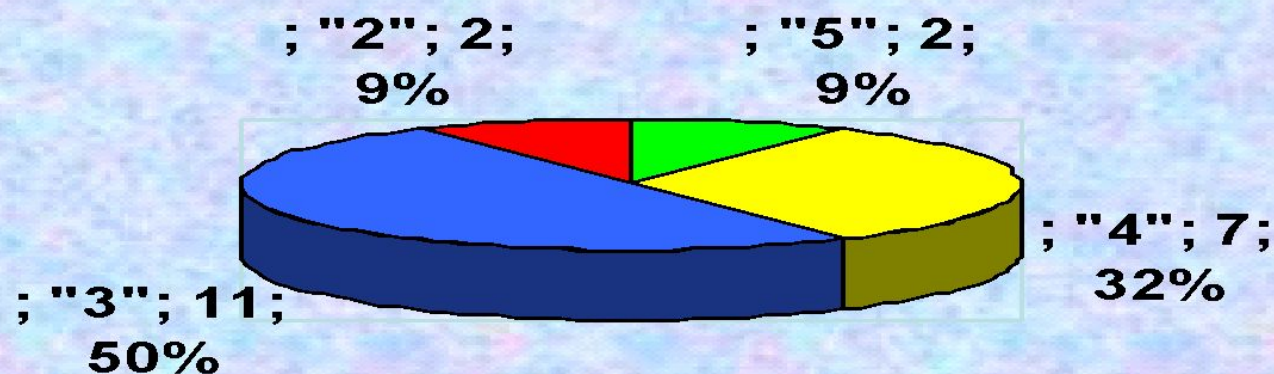
б) $(x - 4)^2 + (x - 3)^2 = 12$;

в) $(x - 2)^2 + (x - 3)^2 = 20$

10. Уравнение прямой, проходящей через точки A (-1; 1) и B (2; 7), имеет вид:

а) $x - 2y + 3 = 0$; б) $2x - y + 3 = 0$; в) $2x + y - 3 = 0$.

Диаграмма качества знаний по теме «Метод координат» 2008 год



Качество знаний 41 %