

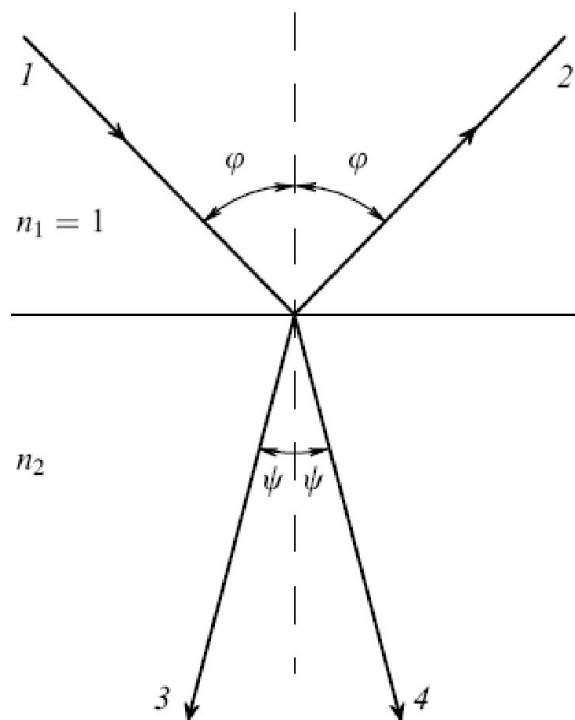
ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ЛЕКЦИЯ №8

Электромагнитные метаматериалы

Астапенко В.А., д.ф.-м.н.

Отрицательное преломление



Преломление и отражение света на границе раздела двух сред: лучи 1–4 – обычное преломление, лучи 1–3 – отрицательное преломление, лучи 1–2 – отражение

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{n_1}{n_2}$$

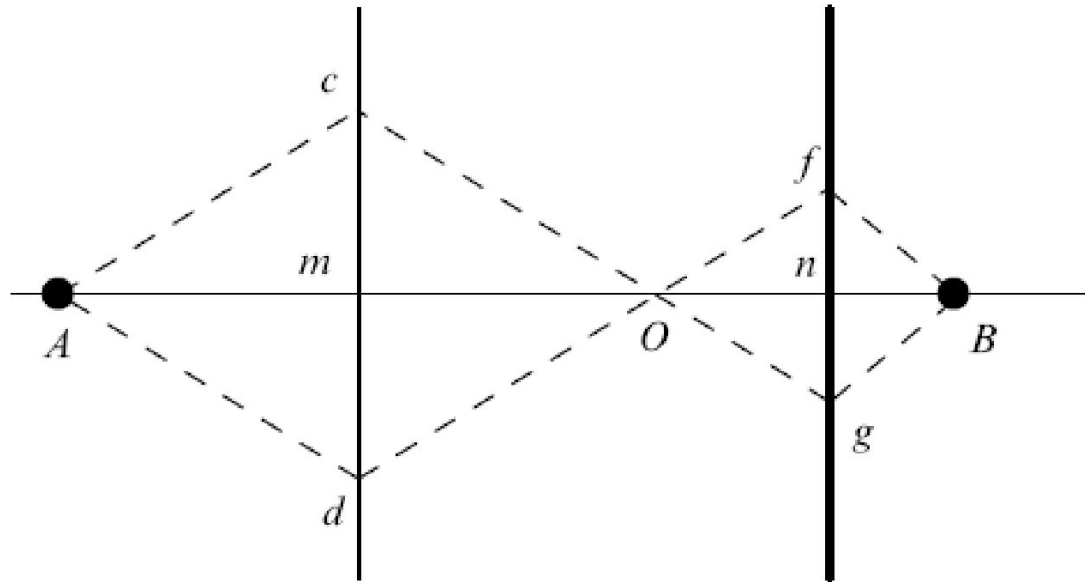
Греческая приставка *мета* означает выход за границу чего-либо.

Метаматериал – это вещество или искусственная структура, электромагнитные свойства которой выходят за рамки обычных представлений.

Примером метаматериала является изотропная среда с отрицательным показателем преломления.

Такое вещество иногда называют *средой Веселаго* по фамилии физика В.Г. Веселаго, исследовавшего электромагнитные свойства данной среды.

Линза Веселаго

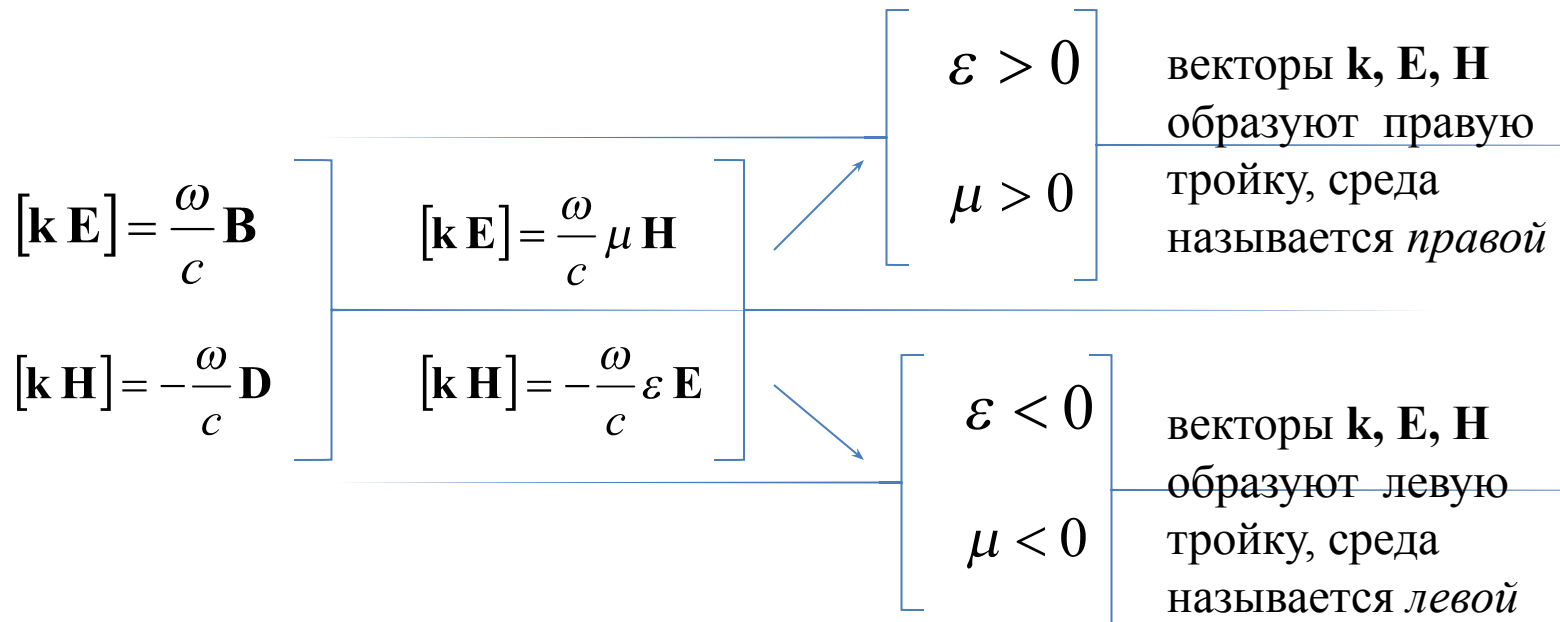


Это устройство является *плоскопараллельной* пластиной, приготовленной из материала с отрицательным преломлением $n = -1$.

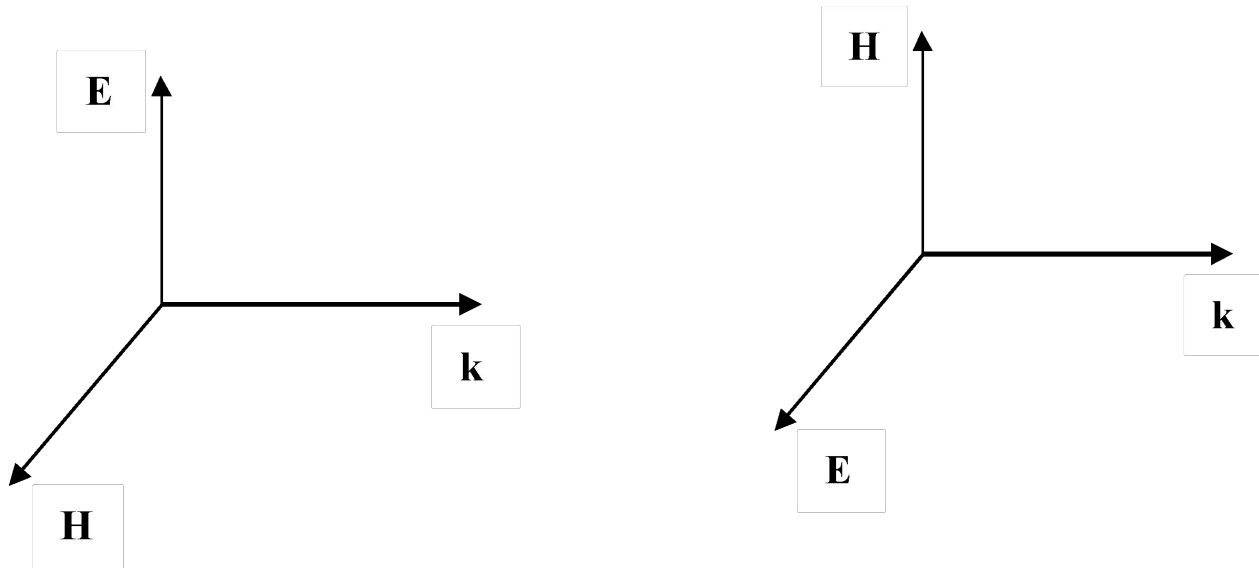
С помощью «линзы Веселаго» можно получать изображение предметов, расположенных на расстоянии, меньшем толщины линзы, но нельзя получить изображение источника на большем расстоянии.

Правые и левые среды

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad \varepsilon < 0, \mu < 0 \rightarrow n < 0$$



Взаимная ориентация векторов напряженностей электрического и магнитного полей и волнового вектора плоской электромагнитной волны в правой среде (левый рисунок) и в левой среде (правый рисунок)



Правая среда обладает положительной «правизной» ($p=1$), а левая среда обладает отрицательной «правизной» ($p=-1$).

Правизна среды равняется определителю матрицы, составленной из направляющих косинусов векторов $\mathbf{k}$, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ (в заданном порядке).

Направление распространения фазы и энергии электромагнитной волны

Волновой вектор плоской электромагнитной волны определяет пространственное изменение ее фазы.

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \mathbf{H}]$$

Отсюда следует, что векторы $\mathbf{S}$, $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ всегда образуют правую тройку.

В правой среде направление векторов $\mathbf{S}$ и $\mathbf{k}$ совпадает, а в левой среде эти векторы антипараллельны.

Таким образом, в левой среде *фаза* и *энергия* плоской электромагнитной волны распространяются в *противоположных* направлениях.

Направление распространения энергии фотона и его импульс в левой среде направлены в противоположные стороны.

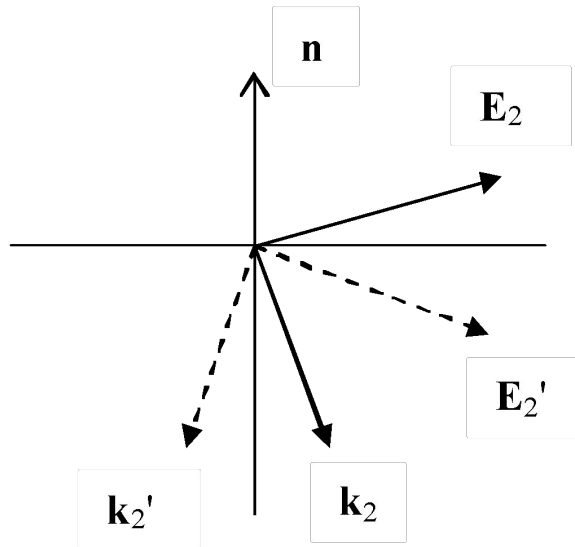
Отсюда вытекает возможность «светового притяжения» в левой среде вместо известного светового давления, имеющего место в обычных (правых) средах.

Граничные условия

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n}$$

$$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$$

при переходе электромагнитного излучения между средами с различной правизной, помимо изменения модуля, знак нормальной компоненты напряженности электрического и магнитного полей меняется на противоположный



- При преломлении света на границе раздела сред с различной правизной напряженности полей изменяются по величине и *зеркально отражаются относительно границы раздела сред*.
- Таким образом, одновременная замена знака у диэлектрической и магнитной проницаемостей вещества с плюса на минус действительно отвечает изменению знака показателя преломления с плюса на минус.

Зеркальное отражение напряженности электрического поля и волнового вектора электромагнитной волны при переходе к среде с другой правизной в случае поляризации электромагнитной волны в плоскости падения

Закон Снеллиуса

$$\frac{\sin \psi}{\sin \varphi} = \frac{p_1}{p_2} \left| \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \mu_1}{\varepsilon_2 \mu_2}} \right|$$

p - правизна среды

Из-за особенности преломления электромагнитной волны в левом веществе, нетрудно показать, что *выпуклая* линза из левого вещества в вакууме *рассеивает* свет, а *вогнутая* линза из левого вещества *собирает* излучение в вакууме.

Энергия электромагнитного поля в среде

При переходе к диспергирующей среде:

$$W = \frac{\varepsilon E^2 + \mu H^2}{8\pi} \rightarrow W = \frac{1}{8\pi} \left\{ \frac{\partial(\omega \varepsilon(\omega))}{\partial \omega} E^2 + \frac{\partial(\omega \mu(\omega))}{\partial \omega} H^2 \right\}$$

Пример:

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{A_e}{\omega^2}, \quad \mu(\omega) = 1 - \frac{A_m}{\omega^2}, \quad A_{e,m} > 0$$

$$\frac{\partial(\omega \varepsilon(\omega))}{\partial \omega} = 1 + \frac{A_e}{\omega^2} > 0, \quad \frac{\partial(\omega \mu(\omega))}{\partial \omega} = 1 + \frac{A_m}{\omega^2} > 0$$

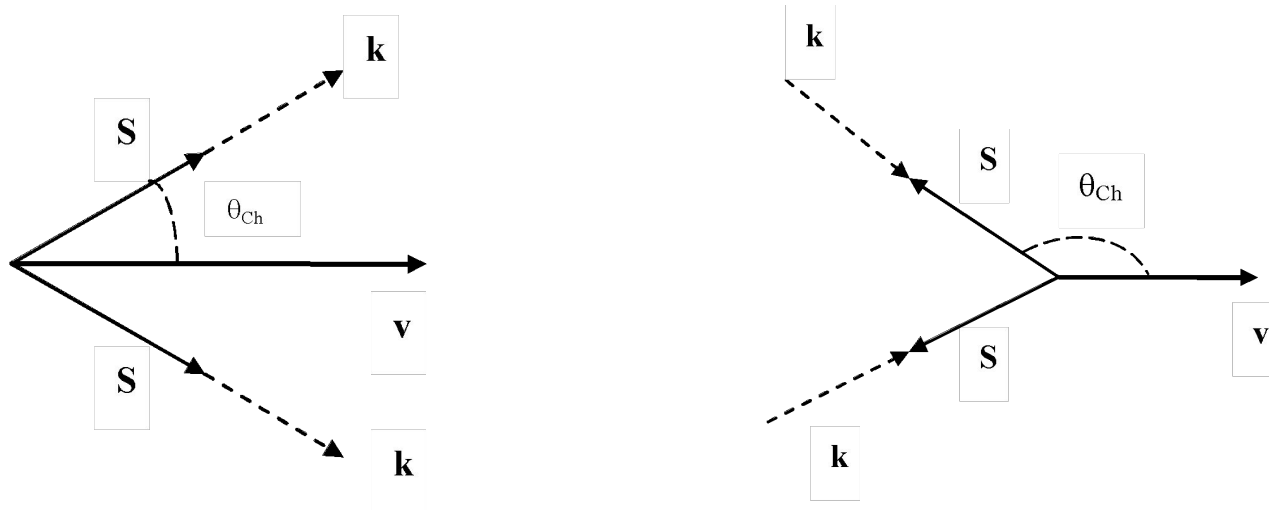
Эффект Доплера

$$\omega' = (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})\gamma = \gamma \omega \left(1 - n \frac{\mathbf{s}\mathbf{v}}{c} \right)$$

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu} \quad \mathbf{s} = c \mathbf{k} / n \omega \quad \gamma = \left(1 - (v/c)^2 \right)^{-1/2}$$

В левой среде (в отличие от правой среды) частота уменьшается при движении приемника и источника навстречу друг к другу, т.е. имеет место *обращенный* эффект Доплера.

Излучение Вавилова–Черенкова



$$n < -1: \quad \theta_{Ch} = \arccos\left(\frac{c}{n(\omega)v}\right) = \pi - \arccos\left(\frac{c}{|n(\omega)|v}\right)$$

Излучение Вавилова–Черенкова в правой среде (слева) и в левой среде (справа)

Формулы Френеля

- В общем случае для получения правильных выражений в «немагнитных» формулах Френеля нужно производить замену $n \rightarrow 1/z$, где $z = (\mu/\epsilon)^{1/2}$ – волновое сопротивление среды

$$r = \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} \quad \begin{array}{l} \text{коэффициент отражения излучения при нормальном} \\ \text{падении на границу раздела двух материалов} \end{array}$$

Важно подчеркнуть, что в отличие от *показателя преломления*, который *меняет знак* при переходе от положительных значений диэлектрической и магнитной проницаемостей к отрицательным значениям, *волновое сопротивление* среды при таком переходе знака *не изменяет*, т.е. остается положительной величиной.

Угол Брюстера

Общее выражение для угла Брюстера

$$\varphi_B = \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) \frac{\varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1 \mu_1}}$$

В немагнитном приближении ($\mu_{1,2}=1$)

$$\varphi_B = \operatorname{arctg}(n_2/n_1)$$

Разрешающая способность оптических приборов

Критерий Аббе:

$$\Delta x \geq 0.61 \frac{\lambda}{NA}$$

NA — числовая апертура

NA современных объективов

- для видимого диапазона длин волн разрешаемое расстояние составляет величину порядка 200–300 нм

Фильтрация пространственного спектра

$$\delta(x, y) = \delta(x)\delta(y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_x) dk_x \int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_y) dk_y$$

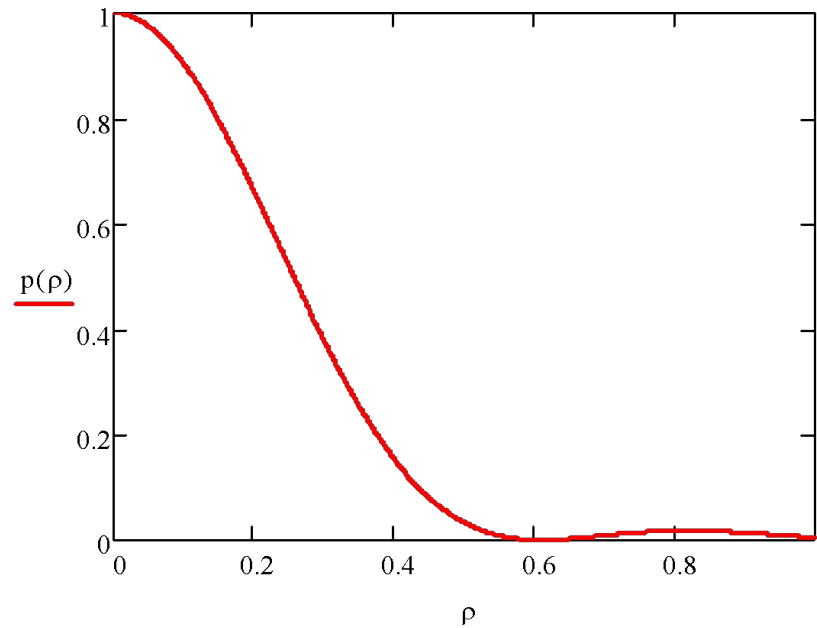
Точка в плоскости объектива

$$k_x^2 + k_y^2 < \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \text{ — поперечное ограничение}$$

Из-за фильтрации больших значений поперечной проекции волнового вектора в процессе распространения электромагнитной волны:

$$\text{Функция Эйри} \rightarrow \left[\frac{J_1\left(\frac{2\pi \text{NA}}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{\left(\frac{2\pi \text{NA}}{\lambda} \sqrt{x^2 + y^2}\right)} \right]^2 -$$

Функция размытия точки



$$\rho = \frac{NA \sqrt{c^2 + s^2}}{M \lambda}$$

$$\Delta x' = \frac{0.6098 M}{NA} \text{ — пятна Эйри (первый ноль)}$$

Суперлинза Дж. Пендрю

(Pendry J. B. Negative refraction makes a perfect lens // Phys. Rev. Lett. – 2000. V. 85. P. 3966–3969.)

- Идея Пендрю: Преодоление дифракционного предела с помощью усиления эванесцентных волн линзой Веселаго

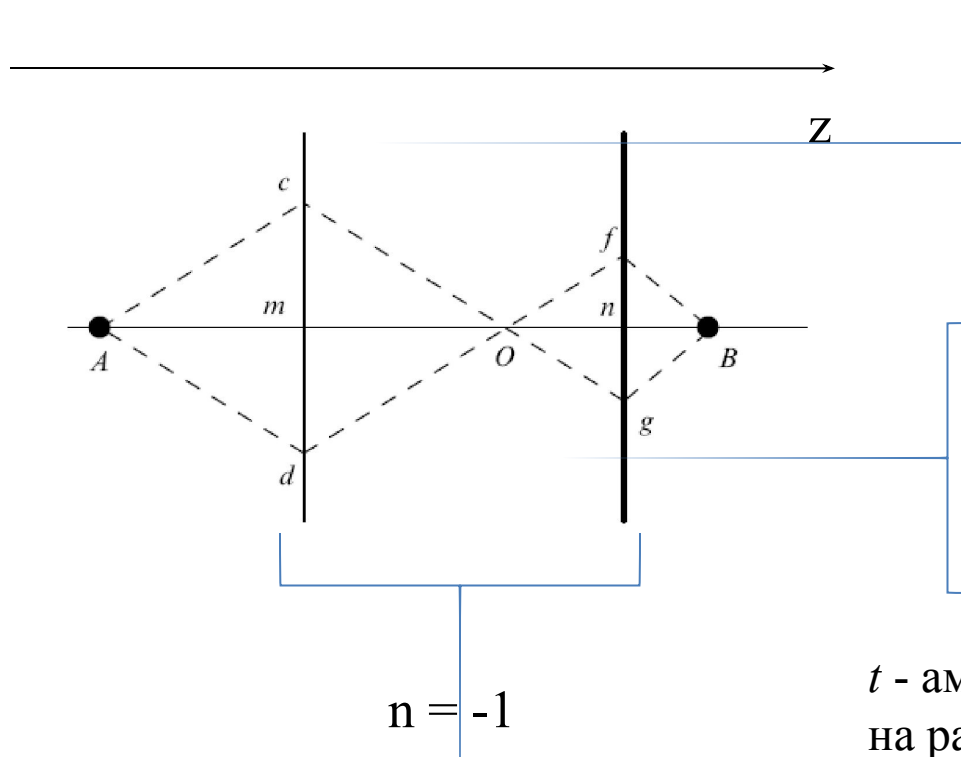


Diagram illustrating the Pendry superlens concept. The diagram shows two vertical lines representing interfaces. The left interface is at $z=0$ and the right interface is at $z=d$. A horizontal axis z points to the right. Points A and B are on the z -axis. Points c and d are on the left interface, and points f and g are on the right interface. Dashed lines connect A to c and d , and B to f and g . The distance from A to the left interface is m , and the distance from B to the right interface is n . The region between the interfaces is labeled $n = -1$.

Equations for the fields and wave vectors at the interfaces:

$$\mathbf{E}_{0S+} = \mathbf{e}_y \exp(i k_z z + i k_x x - i \omega t)$$

$$k_z = +i \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - (\omega/c)^2}$$

$$\mathbf{E}_{1S+} = t \mathbf{e}_y \exp(i k'_z z + i k_x x - i \omega t)$$

$$k'_z = +i \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \epsilon \mu (\omega/c)^2}$$

t - амплитудный коэффициент пропускания на рассматриваемой границе раздела

Коэффициенты отражения и преломления эванесцентной волны

$$\mathbf{E}_{0S-} = r \mathbf{e}_y \exp(i k_z z + i k_x x - i \omega t) -$$

отраженная от левой поверхности линзы Веселаго;

r амплитудный коэффициент отражения

Граничные условия для напряженности электрического поля
для s -поляризованной волны дают:

$$t = \frac{\mu k_z}{\mu k_z + k'_z} \text{ на левой границе раздела}$$

$$t' = \frac{\mu k'_z}{\mu k_z + k'_z} \text{ на правой границе раздела}$$

Полный коэффициент прохождения эванесцентной волны через линзу Веселаго

$$T_S = t t' \exp(ik'_x d) + t t' r'^2 \exp(3ik'_x d) + \dots = \frac{t t' \exp(ik'_x d)}{1 - r'^2 \exp(2ik'_x d)}.$$

$$\lim T_S (\varepsilon \rightarrow -1, \mu \rightarrow -1) = \exp(-ik'_z d) = \exp(-ik_z d)$$

$$k_z = +i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - (\omega/c)^2}, \quad k'_z = +i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \varepsilon\mu(\omega/c)^2}$$

Аналогичный предел для полного коэффициента отражения эванесцентной волны оказывается равным нулю. Такой же результат получается и для p -поляризованной волны.

Таким образом, первоначальное *затухание* эванесцентной волны, отвечающее условию причинности, после учета всех процессов отражения и прохождения на обеих поверхностях линзы Веселаго трансформировалось в *усиление* эванесцентной волны.

Отсюда следует принципиальная возможность использования всех типов волн: распространяющихся и эванесцентных в построении изображения объекта.

Бианизотропные среды

Материальные соотношения

$$\mathbf{D} = \hat{\epsilon} \mathbf{E} + \hat{\alpha} \mathbf{H}; \quad \mathbf{B} = \hat{\mu} \mathbf{H} + \hat{\beta} \mathbf{E}$$

Тензоры магнитоэлектрической проницаемости

Бианизотропная среда характеризуется большим числом параметров, содержащихся в четырех тензорах проницаемостей. В случае среды с определенным типом симметрии число независимых компонент тензоров проницаемости может быть меньше 9.

Бианизотропные материалы представлены электро- и магнитооптическими кристаллами, жидкокристаллическими, композиционными и оптически активными средами

Бианизотропные материалы обладают необычными электромагнитными свойствами, перспективными для создания на их основе неотражающих покрытий, фазовращателей специального типа и других типов преобразователей электромагнитного излучения.

тип среды	ε	μ	α	β
изотропная	$\varepsilon \delta_{ij}$	$\mu \delta_{ij}$	0	0
киральная	$\varepsilon \delta_{ij}$	$\mu \delta_{ij}$	$\alpha \delta_{ij}$	$-\alpha \delta_{ij}$
биизотропная	$\varepsilon \delta_{ij}$	$\mu \delta_{ij}$	$\alpha \delta_{ij}$	$\beta \delta_{ij}$
анизотропная	ε_{ij}	μ_{ij}	0	0
бианизотропная	ε_{ij}	μ_{ij}	α_{ij}	β_{ij}
гиротропная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 e_{ijk} u_k$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 e_{ijk} u_k$	0	0
бигиротропная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 e_{ijk} u_k$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 e_{ijk} u_k$	$\alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 e_{ijk} u_k$	$\beta_1 \delta_{ij} + \beta_2 e_{ijk} u_k$
одноосная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 u_i u_j$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 u_i u_j$	0	0
одноосная бианизотропная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 u_i u_j$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 u_i u_j$	$\alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 u_i u_j$	$\beta_1 \delta_{ij} + \beta_2 u_i u_j$
двухосная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 u_i u_j + \varepsilon_3 v_i v_j$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 u_i u_j + \mu_3 v_i v_j$	0	0
двухосная бианизотропная	$\varepsilon_1 \delta_{ij} + \varepsilon_2 u_i u_j +$ $+ \varepsilon_3 v_i v_j$	$\mu_1 \delta_{ij} + \mu_2 u_i u_j +$ $+ \mu_3 v_i v_j$	$\alpha_1 \delta_{ij} + \alpha_2 u_i u_j +$ $+ \alpha_3 v_i v_j$	$\beta_1 \delta_{ij} + \beta_2 u_i u_j +$ $+ \beta_3 v_i v_j$
непоглощающая	$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}^*$	$\mu_{ij} = \mu_{ji}^*$	α_{ij}	α_{ji}^*
взаимная	$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$	$\mu_{ij} = \mu_{ji}$	α_{ij}	$-\alpha_{ji}$

Омега-частица – структурный элемент бианизотропной среды



Омега-частица обеспечивает магнитоэлектрическую связь, причем электрический и магнитный моменты, наведенные в ней электромагнитным полем, перпендикулярны друг к другу.

При расположении двух омега-частиц в одной плоскости таким образом, что их прямолинейные участки взаимно перпендикулярны, получается т.н. «шляпка» – структурный элемент одноосной бианизотропной среды.