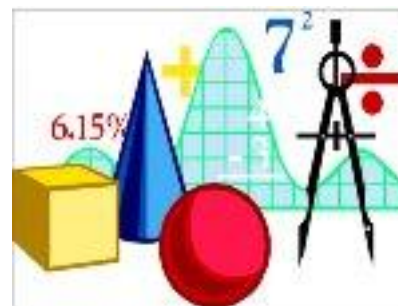


Учитель математики МБОУ «Усть-абаканская СОШ»
Водянова Л.А.

ПОНЯТИЕ ЦИЛИНДРА



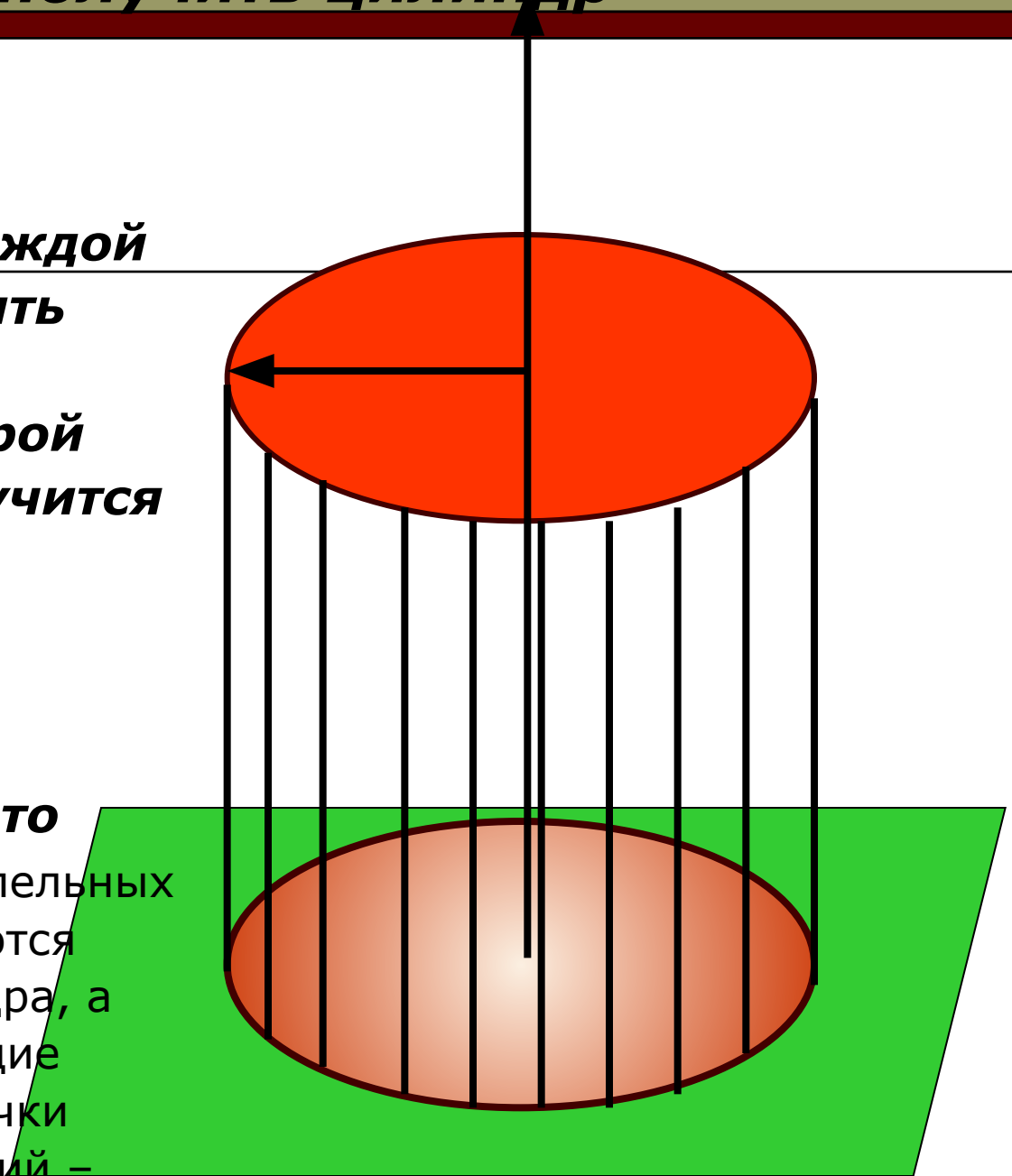
1. Как можно получить цилиндр

Если в одной из 2
параллельных
плоскостей взять
окружность, и из каждой
ее точки восстановить
перпендикуляр до
пересечения со второй
плоскостью, то получится
тело, ограниченное
двумя кругами и
поверхностью,
образованной из
перпендикуляров, это

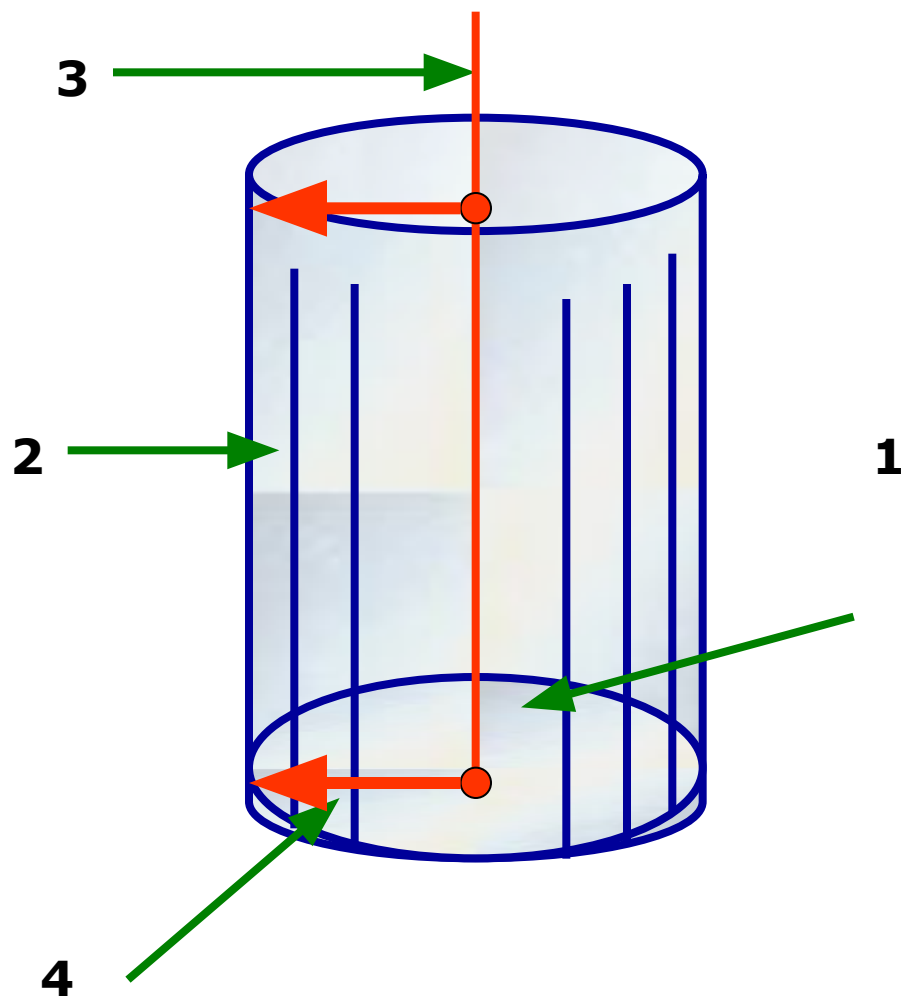
тело, называемое **цилиндром**.

Круги, образованные параллельных
плоскостях, называются
основаниями цилиндра, а
отрезки, соединяющие
соответствующие точки
окружностей оснований –

называются **образующими**



2. Понятие цилиндрической поверхности



1. Основание цилиндра

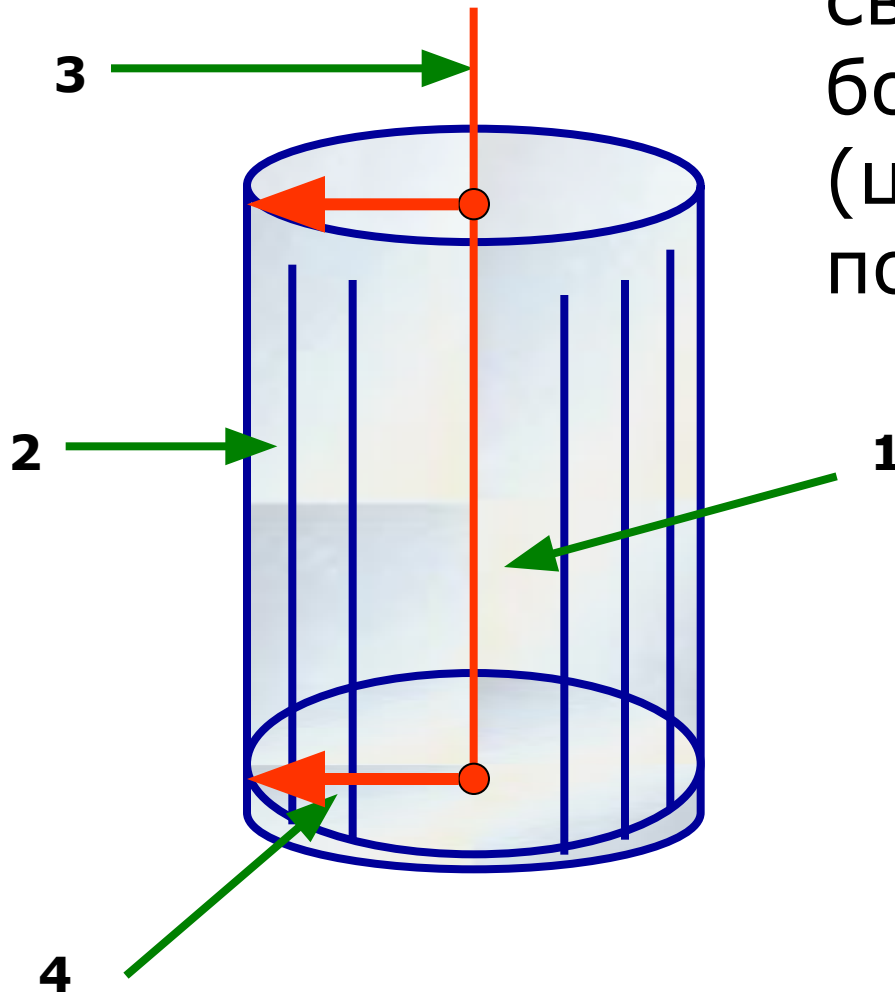
2. Образующие

3. Ось цилиндра

4. Радиус
основания

■ Радиусом цилиндра называется радиус его основания.

- Образующая цилиндра при вращении вокруг своей оси образует боковую (цилиндрическую) поверхность цилиндра.



2. Образующие

Поверхность, состоящая из образующих, называется **боковой поверхностью цилиндра.**

Основные понятия

Образующая цилиндра – это отрезок, соединяющий соответствующие точки окружностей кругов.

У цилиндра множество образующих.



Основные понятия

Радиус цилиндра – это радиус его основания.

ОБОЗНАЧАЕТСЯ: **R**



Основные понятия

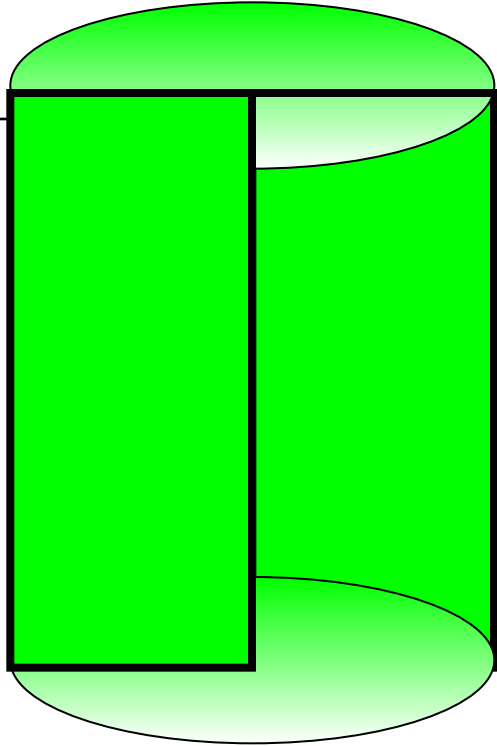
Высота цилиндра – это расстояние между плоскостями его оснований, т.е. отрезок оси между центрами его оснований.

ОБОЗНАЧАЕТСЯ: **H**

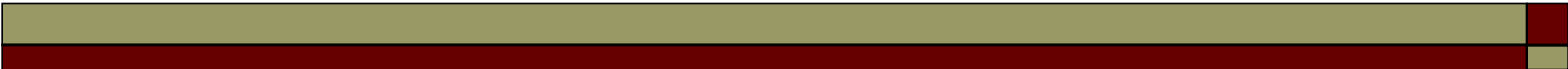
Длина высоты прямого цилиндра равна длине образующей



А можно так получить цилиндр

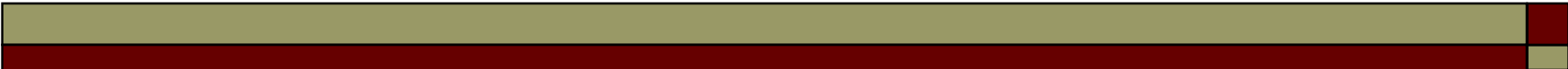


***Вращением
прямоугольника
вокруг одной из
его сторон***



Цилиндр — это тело, полученное вращением прямоугольника вокруг прямой, содержащей его сторону.

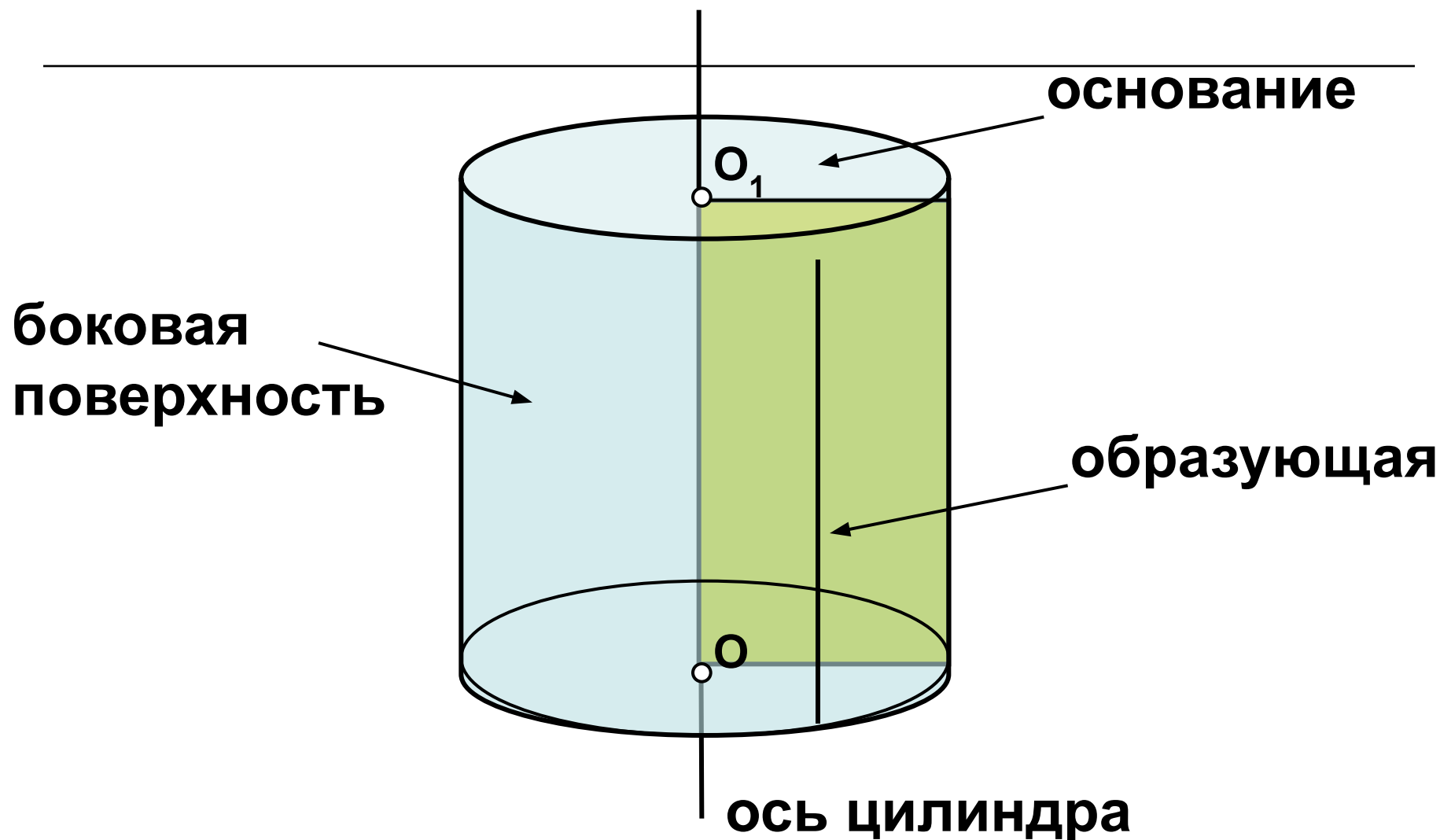




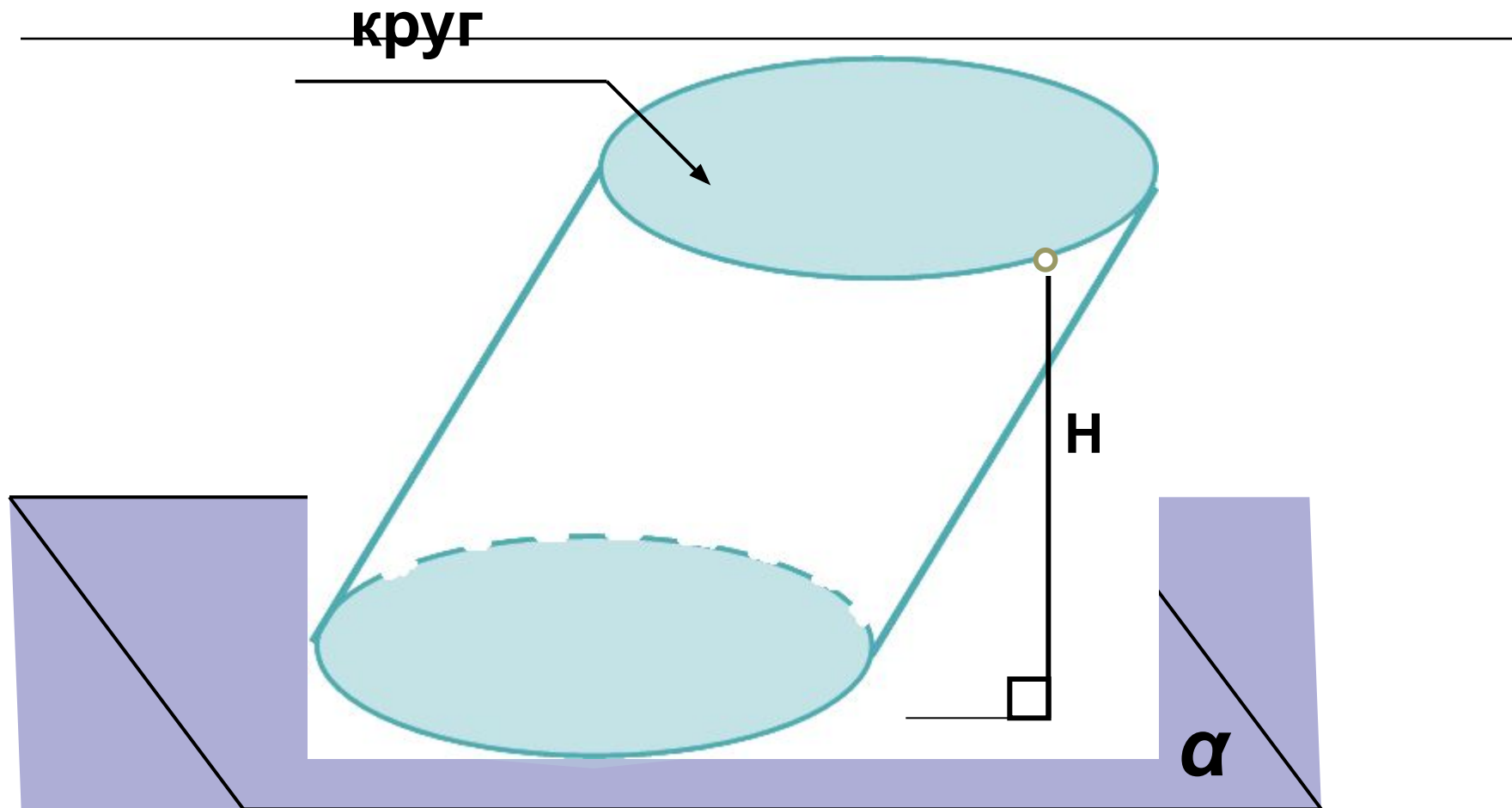
Прямая, вокруг которой вращается
прямоугольник называется **осью цилиндра**



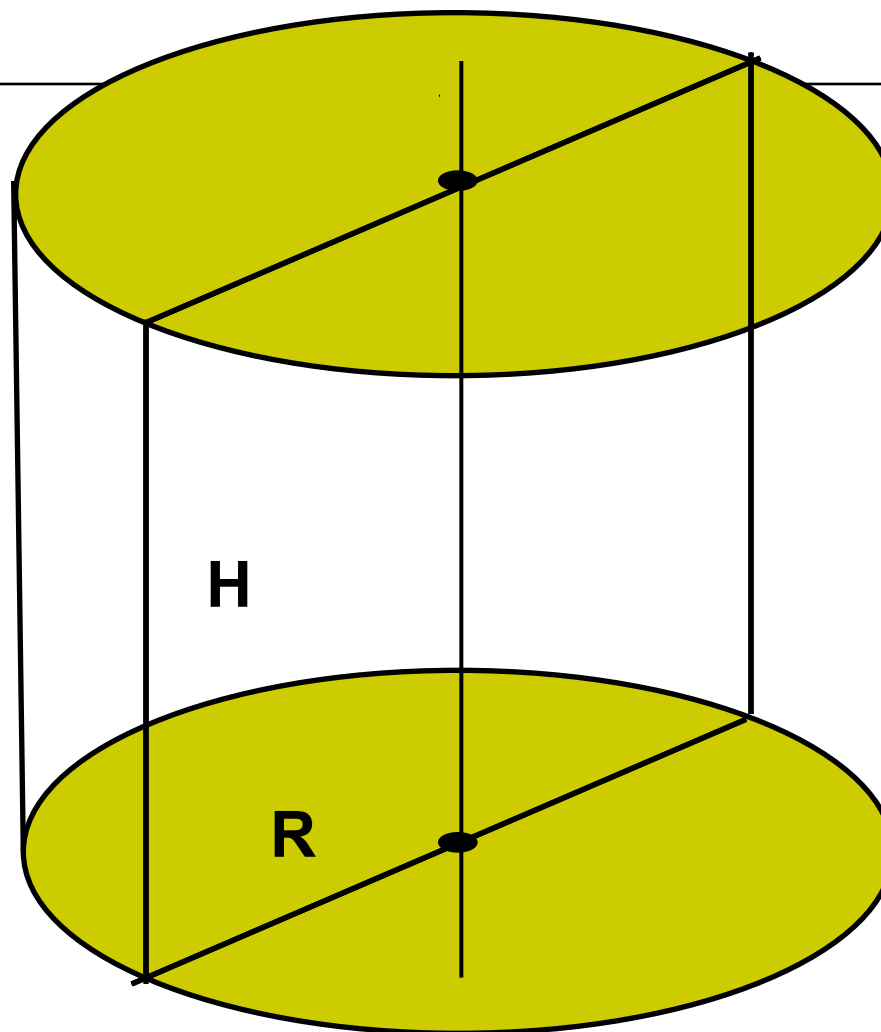
Прямой круговой цилиндр



Наклонный круговой цилиндр

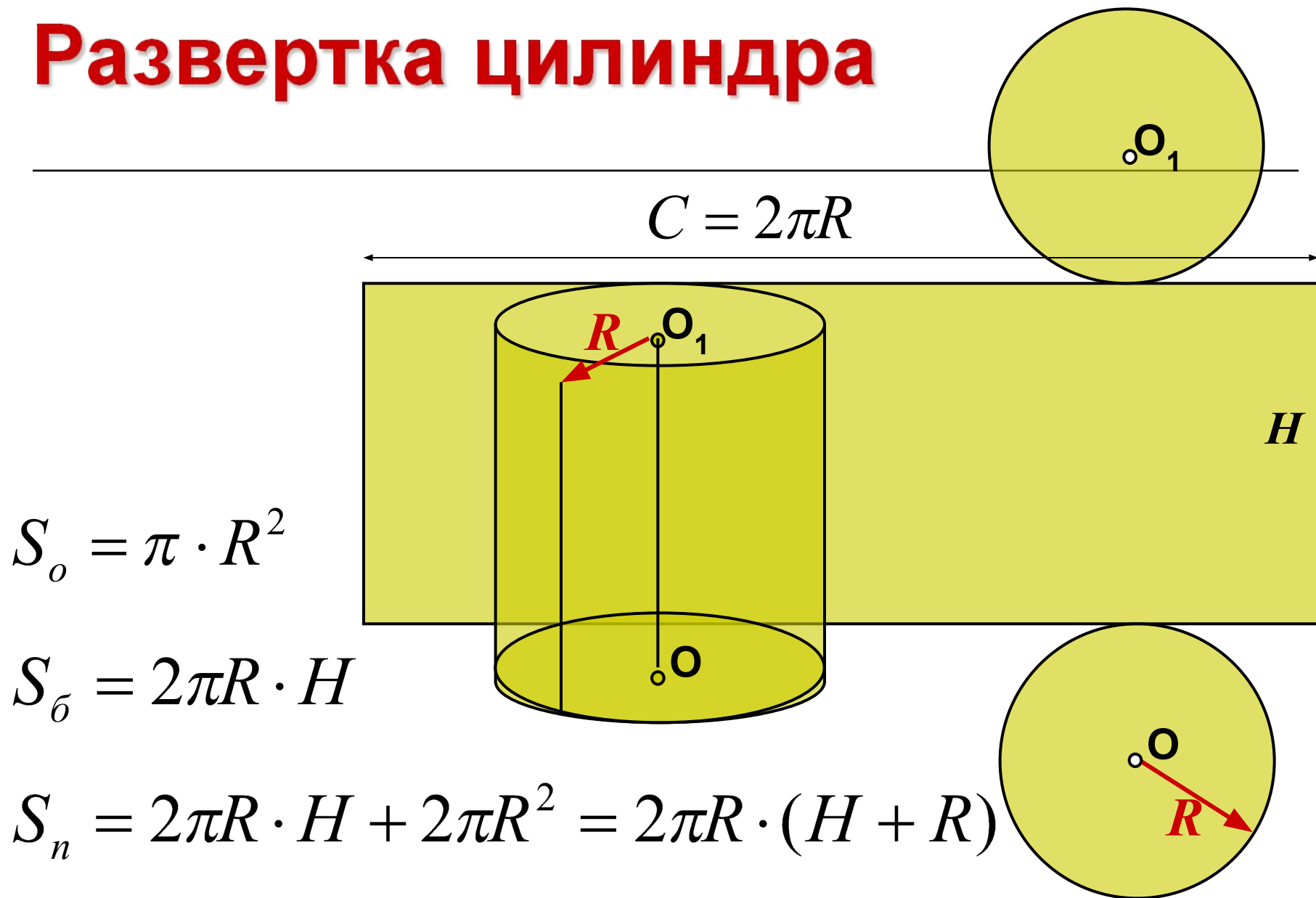


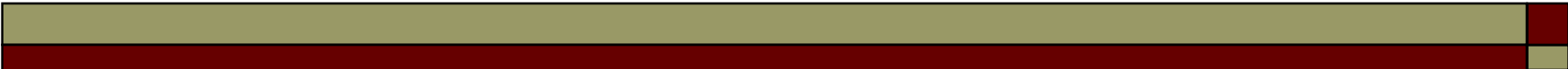
Равносторонний цилиндр



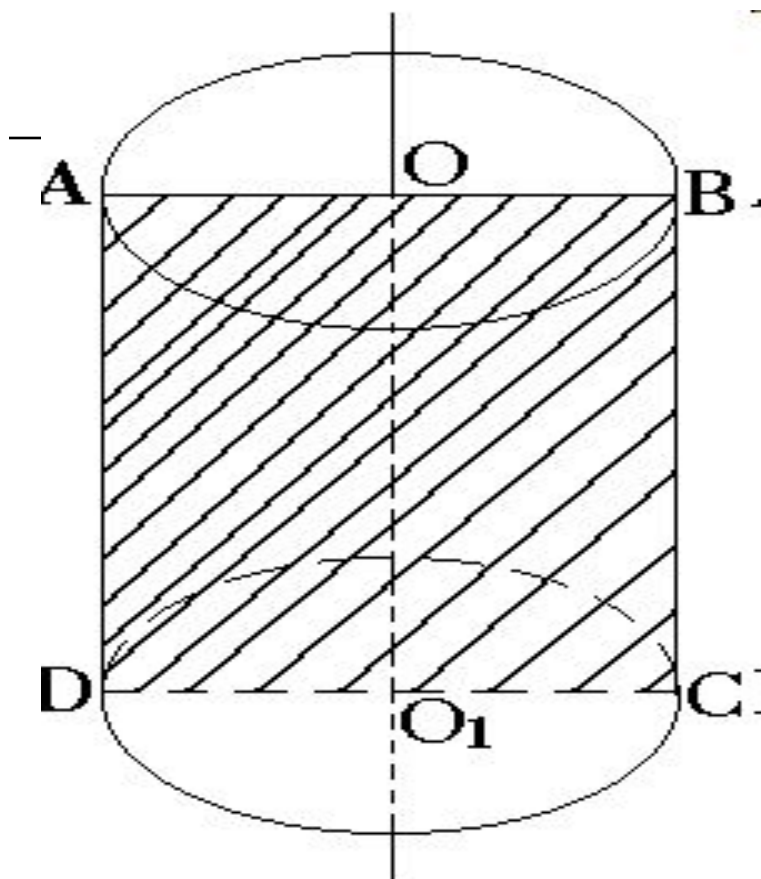
$$H = 2R$$

Развертка цилиндра





СЕЧЕНИЯ ЦИЛИНДРА

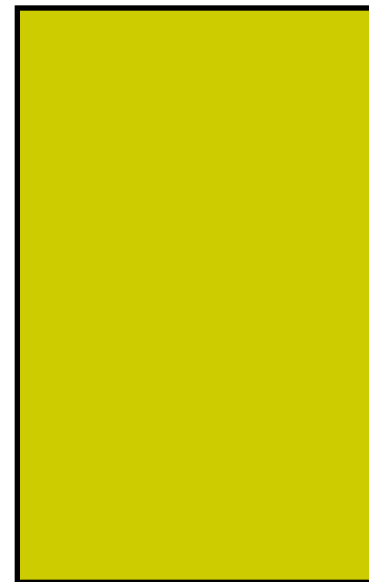
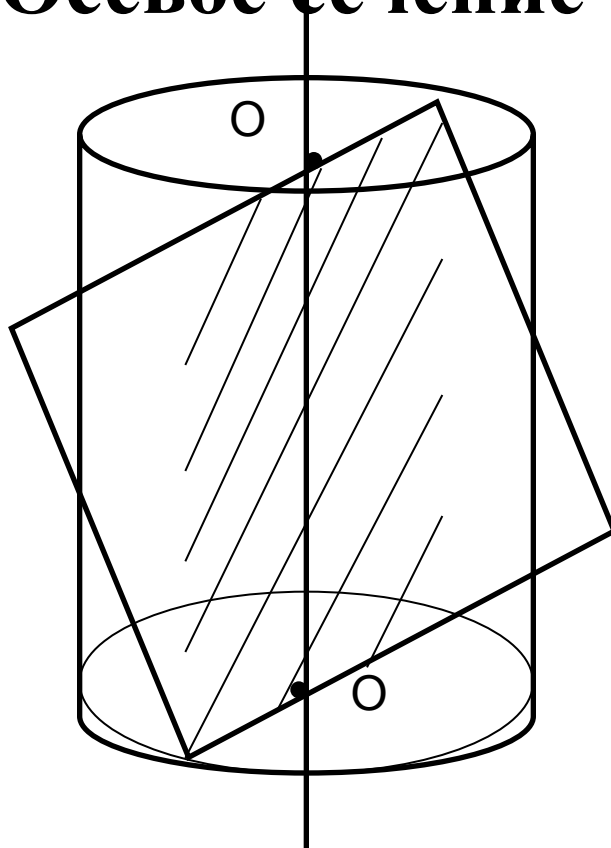


*Если секущая плоскость
проходит через ось
цилиндра, то сечение
является
прямоугольником.*

*Такое сечение носит
название осевого сечения.*

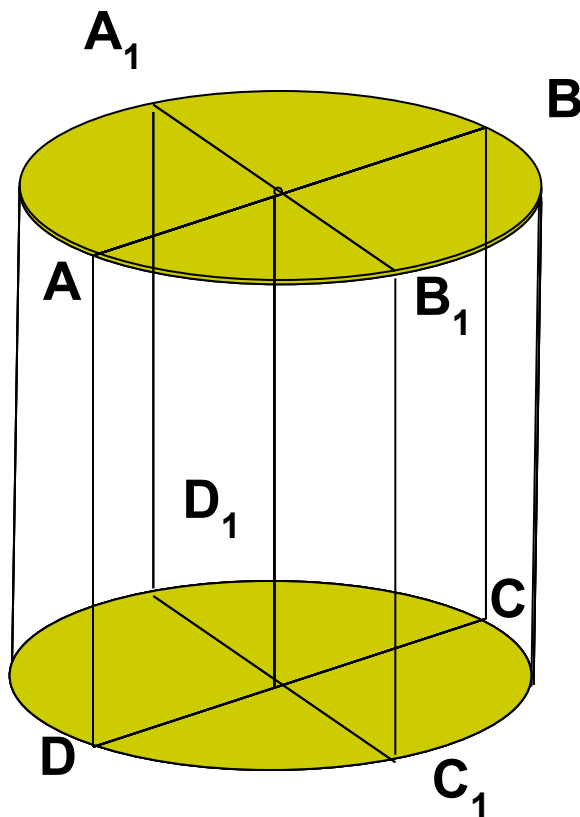
Сечения цилиндра

□ **Осевое сечение - прямоугольник**

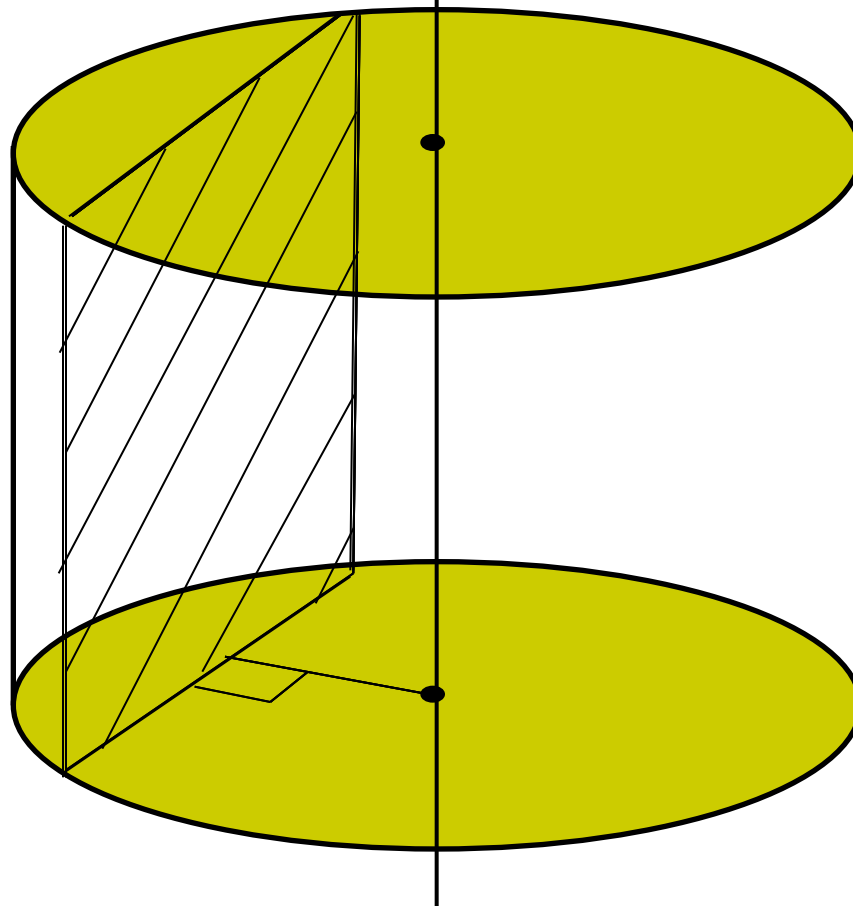


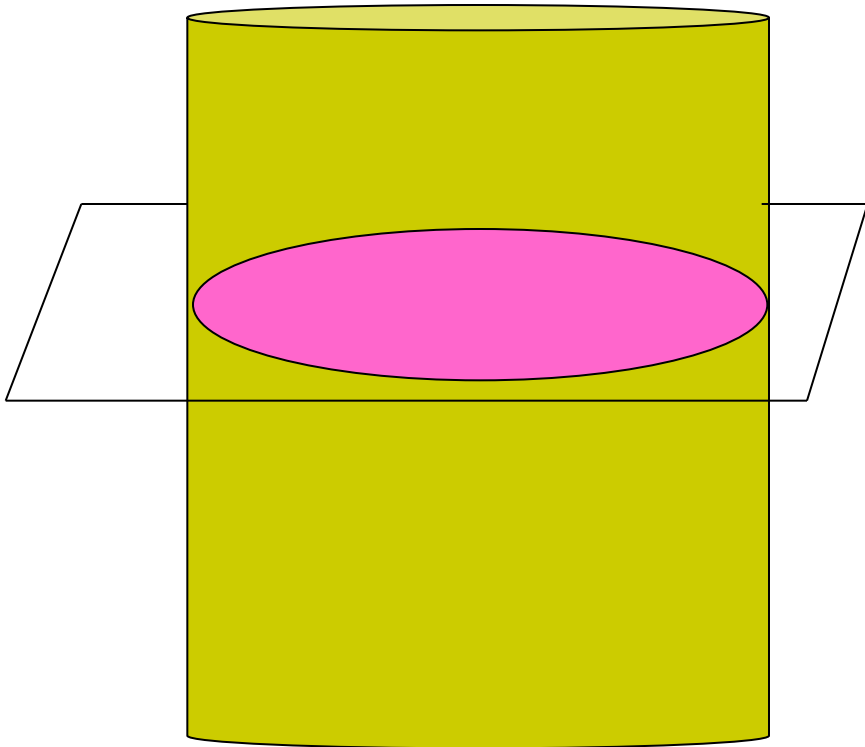
Любые два осевых сечения цилиндра равны между собой

$$S(ABCD) = S(A_1B_1C_1D_1)$$



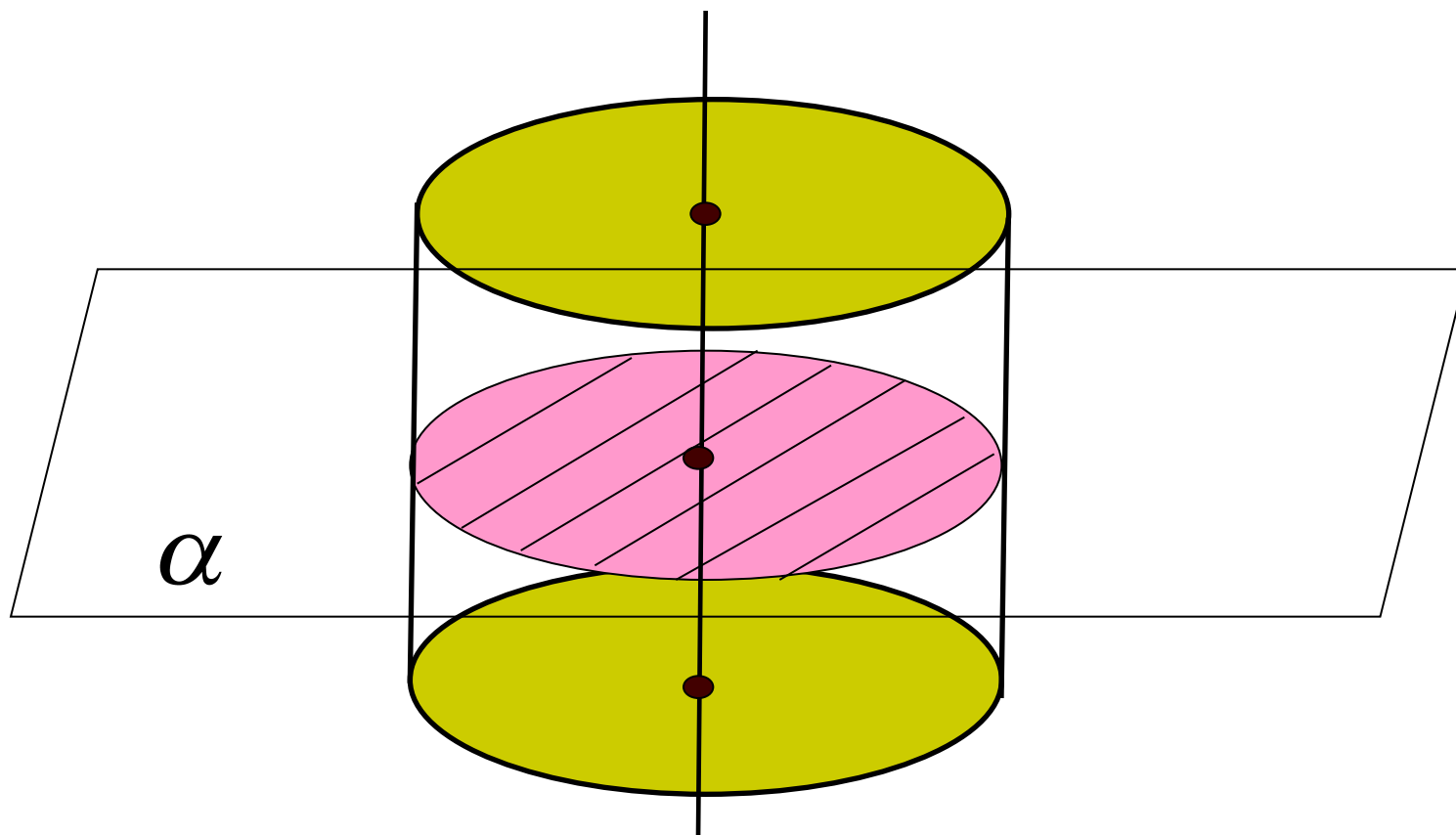
Сечения, параллельные оси цилиндра - прямоугольники



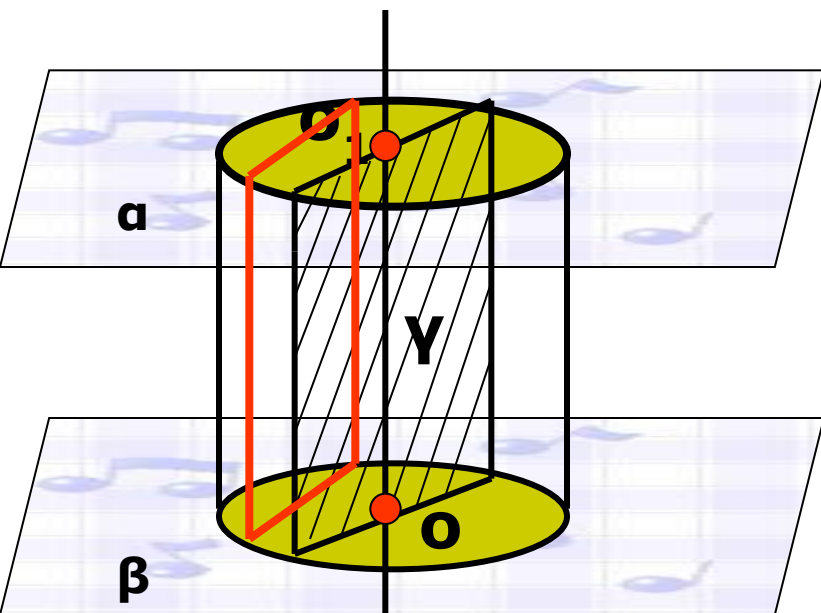


*Если секущая плоскость
перпендикулярна к оси
цилиндра, то сечение
является **кругом**.*

Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной к оси цилиндра

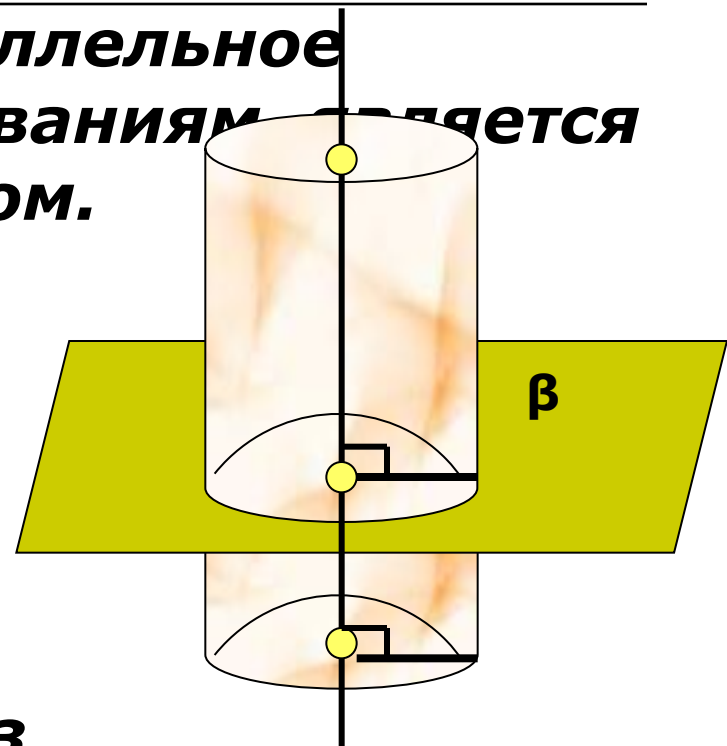


**Сечение ,
параллельное оси
цилиндра-
прямоугольник**



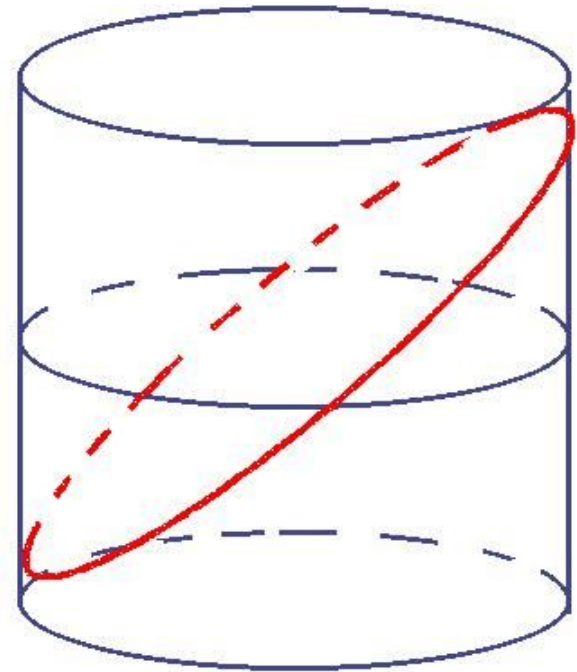
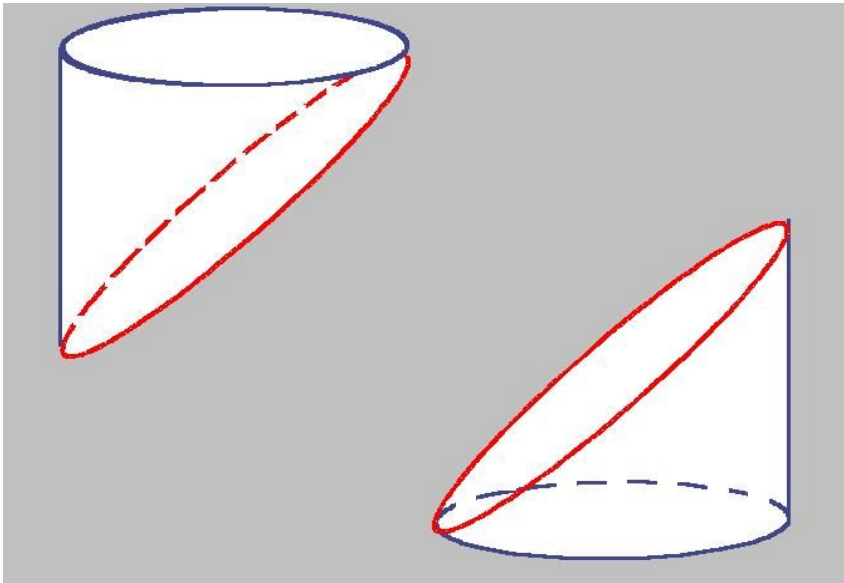
**Если сечение проходит через
ось цилиндра, то оно имеет
форму прямоугольника и
называется «осевым»**

**Сечение плоскостью,
перпендикулярной к
оси или
параллельное
основаниям является
кругом.**

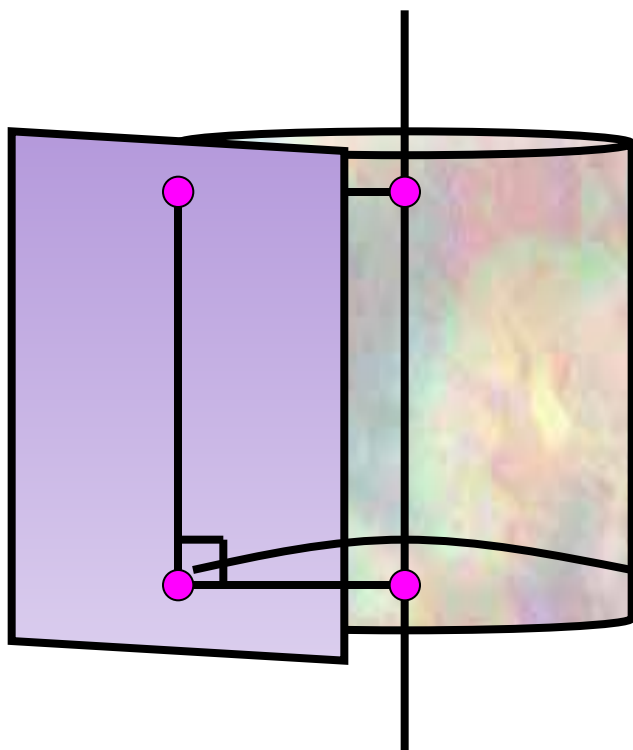


Сечение- Эллипс

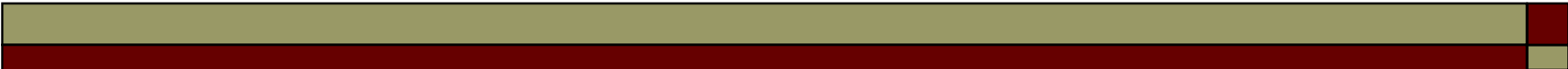
□ Бывает и так



5. Касательная плоскость цилиндра

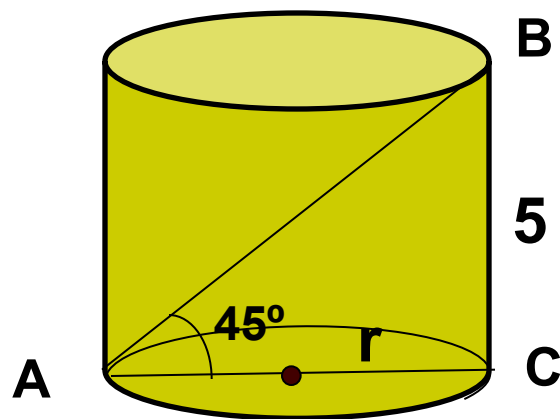


Касательной плоскостью к цилиндру называется плоскость проходящая через образующую цилиндра и перпендикулярная плоскости осевого сечения, содержащей эту образующую



Решение задач по теме «Цилиндр»

Найти площадь полной поверхности цилиндра



$\triangle ABC$ - прямоугольный

$\triangle ABC$ - равнобедренный

$$BC=AC=5$$

$$r=2,5$$

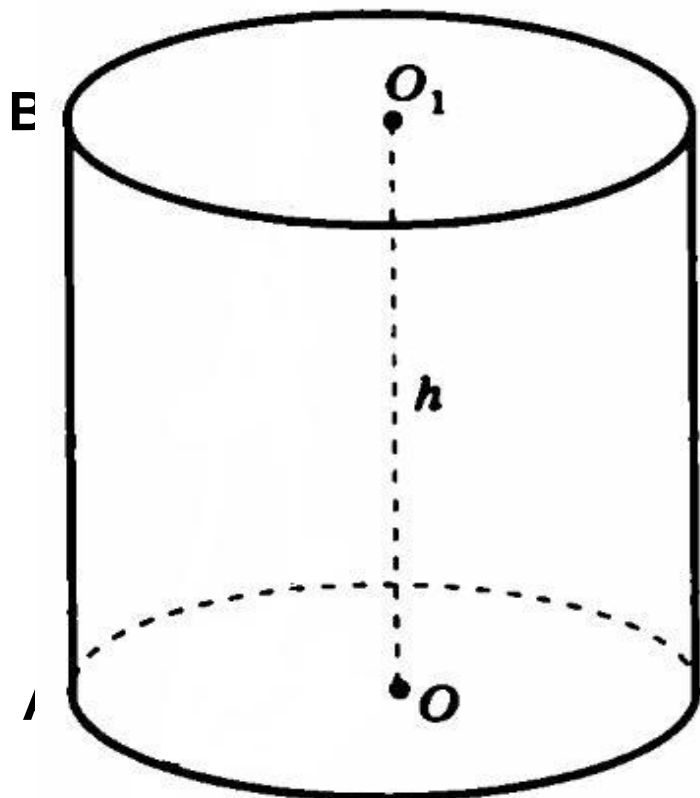
$$S=2\pi r(h+r)$$

$$S=2\pi \cdot 2,5(5 + 2,5) = 5\pi \cdot 7,5 = 37,5$$

π

№523

Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите:
а) высоту цилиндра; б) S_o цилиндра



Решение.

1. Проведем диагональ AC сечения ABCD.

2. $\triangle ADC$ – равнобедренный, прямоугольный, $AD=DC$, $h = 2r$,
 $\Rightarrow \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ$, тогда

$$h = AC \cdot \cos 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}.$$

3. Найдём радиус основания

$$r = \frac{h}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$

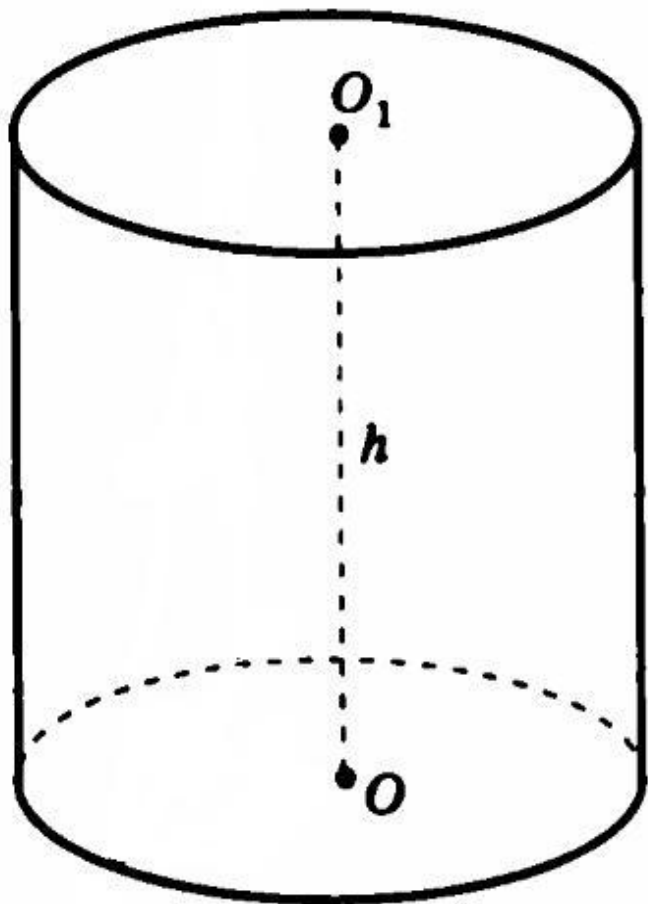
4. Найдём площадь основания

$$S_o = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = 50\pi.$$

Ответ: а) $10\sqrt{2}$; б) 50π .

№525

Площадь осевого сечения цилиндра
равна 10 м^2 , а площадь основания – 5 м^2 .
Найдите высоту цилиндра.



Решение.

1. Площадь основания – круг,

$$S_o = \pi \cdot r^2, \quad \text{тогда} \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{5}{\pi}}.$$

2. Площадь сечения – прямоугольник,

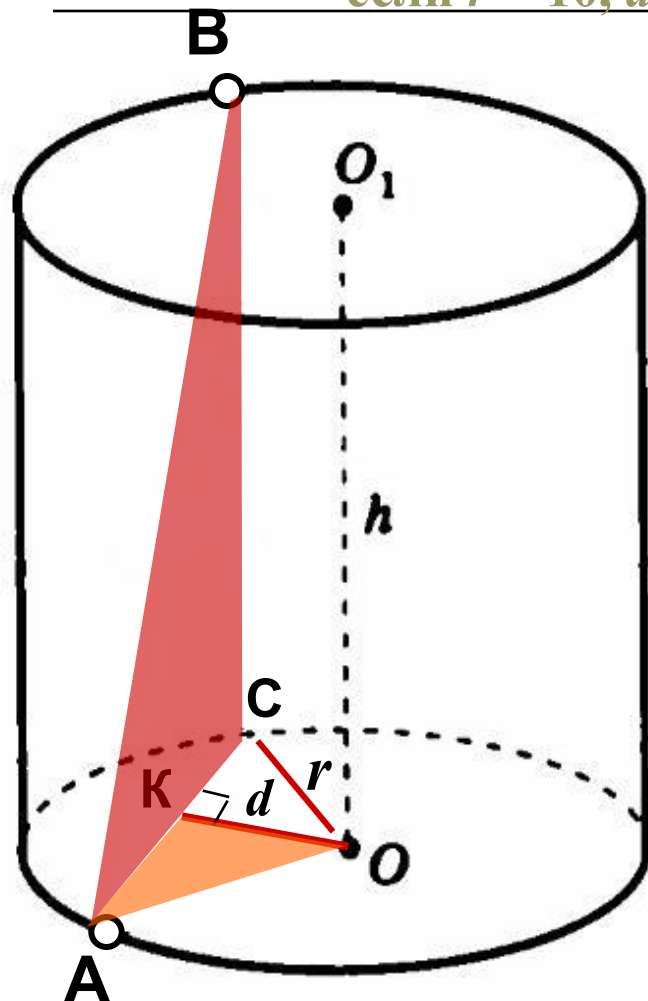
$$S_c = AB \cdot BC = h \cdot 2r, \quad \text{тогда}$$

$$h = \frac{S_c}{2r} = 10 \div 2 \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{5}} = \sqrt{5\pi}.$$

Ответ: $\sqrt{5\pi}$.

№527

Концы отрезка АВ лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r , его высота – h , расстояние между прямой АВ и осью цилиндра равно d . Найдите: а) высоту, если $r = 10$, $d = 8$, $AB = 13$.



Решение.

1. Построим отрезок АВ.
2. Проведем радиус АО.
3. Построим отрезок d . ?
4. Отрезок ОК – искомое расстояние.
5. Из прямоугольного $\triangle AOK$ находим:

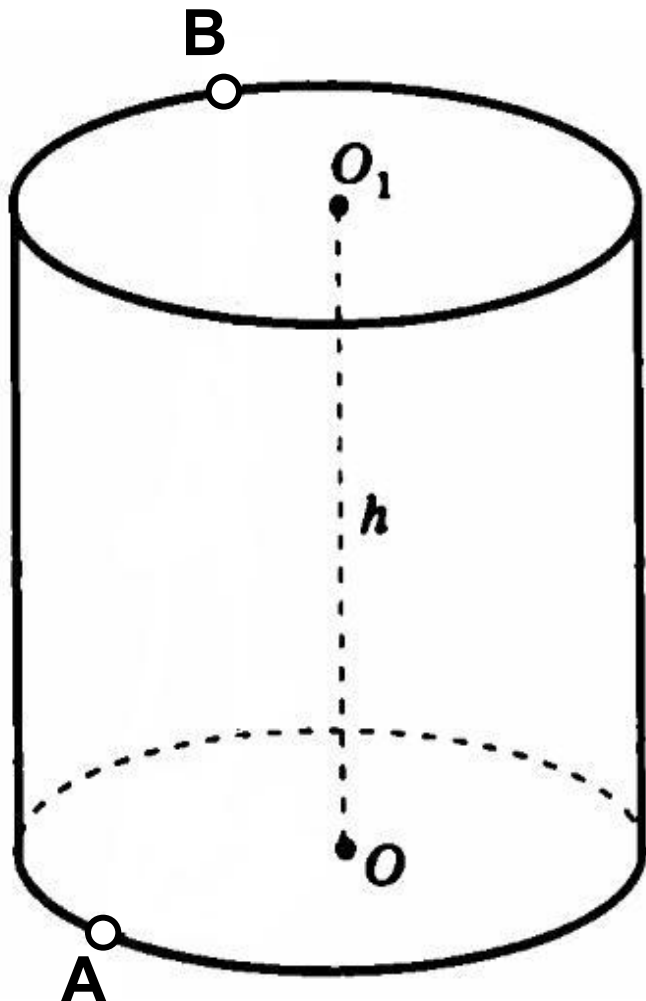
$$AK = \sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{100 - 64} = 6,$$
 значит $AC = 12$.
6. Из прямоугольного $\triangle ABC$ находим:

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{169 - 144} = 5.$$
 Итак, $h = 5$.

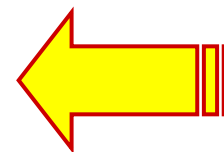
Ответ: 5.

Построим отрезок d

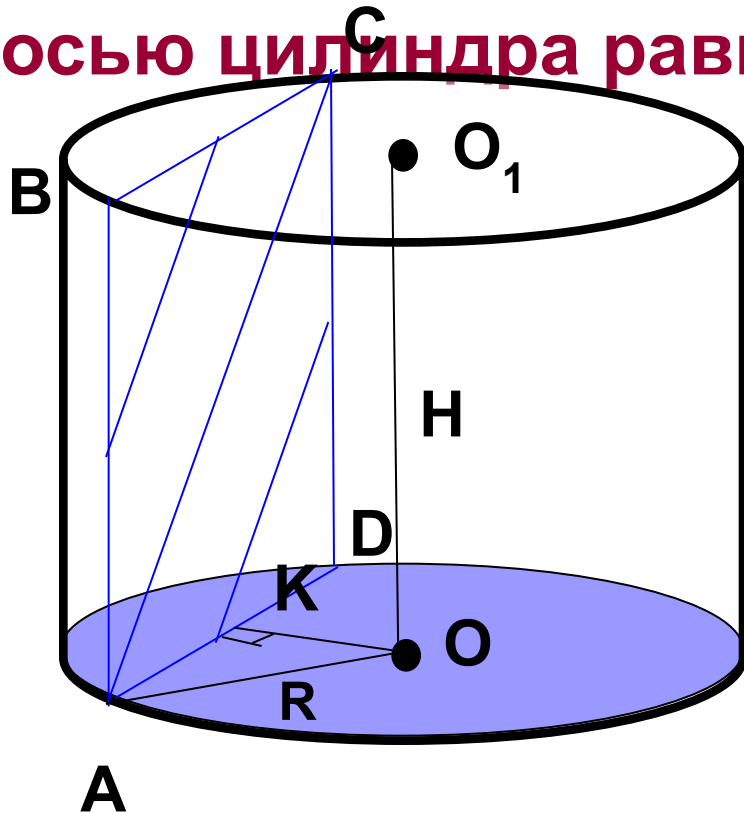
(расстояние между скрещивающимися прямыми AB и OO_1).



- 1) Построим образующие, проходящие через концы отрезка AB и плоскость, проходящую через них.
- 2) Построим радиусы AO и CO .
- 3) $\triangle AOC$ – равнобедренный, проведем высоту OK , она и будет искомым расстоянием, т.к. прямая OK перпендикулярна к двум пересекающимся прямым AC и BC плоскости ABC .



№529 Высота цилиндра равна 8 см, радиус равен 5 см. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной его оси, если расстояние между этой плоскостью и осью цилиндра равно 3 см.



ABCD- прямоугольник

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD, H = AB = 8 \text{ см.}$$

OK- расстояние от O до AD

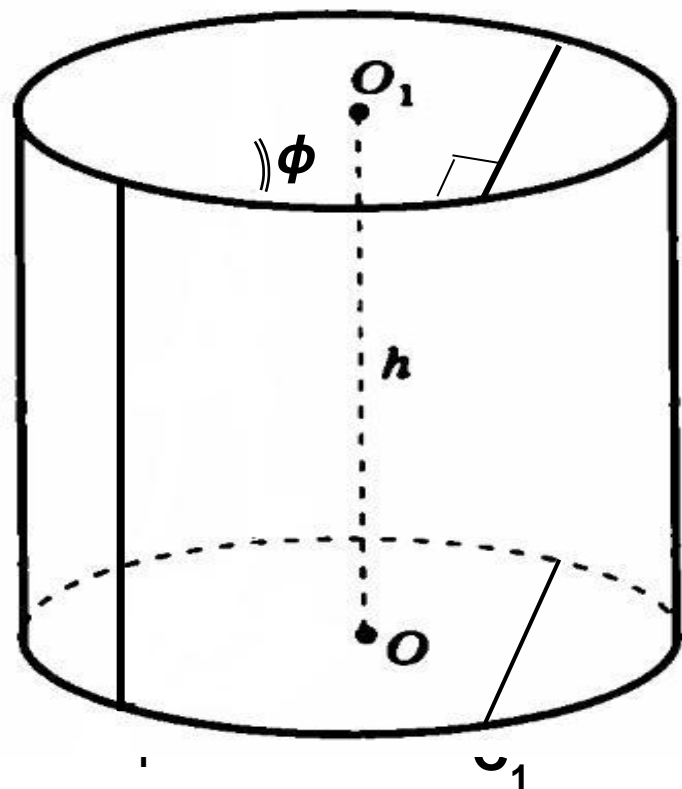
$$OK \perp AD, AK = KD, AK = 4 \text{ см}$$

$$AD = 8 \text{ см} \quad S_{ABCD} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ (см}^2\text{)}$$

№532

Через образующую AA_1 цилиндра проведены две секущие плоскости, одна из которых проходит через ось цилиндра. Найдите отношение площадей сечений цилиндра этими плоскостями, если угол между ними равен φ .

Решение.



Ответ: $\frac{1}{\cos \varphi}$.

1) Сделаем чертеж, построим плоскости AA_1B_1B и AA_1C_1C .

2) Составим отношение площадей сечений $\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AA_1 \cdot AB}{AA_1 \cdot AC} = \frac{AB}{AC}$.

3) Построим плоскость BB_1C_1C .

4) Заметим, что AB диаметр основания цилиндра, значит $\angle ACB = 90^\circ$, тогда

$$AC = AB \cdot \cos \varphi.$$

5) Итак, $\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AB \cdot \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi}$.

Реши задачу

ЗАДАЧА

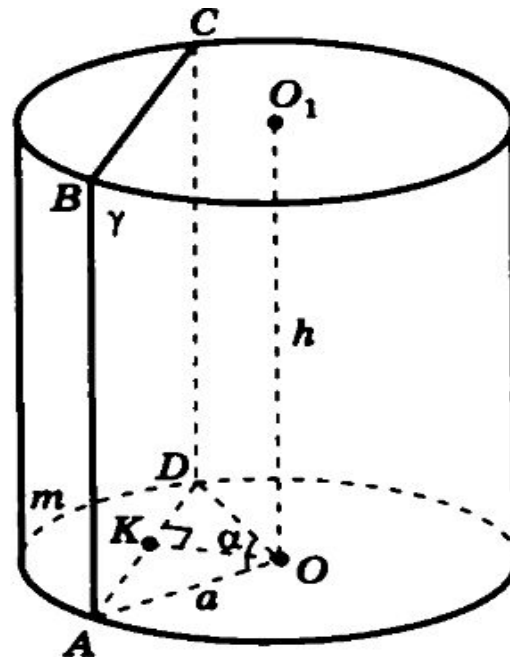
**Радиус основания цилиндра
равен 2м, высота 3м. Найдите
площадь осевого сечения.**

Ответ: 12 м.

КВ.

Самостоятельная работа

Плоскость γ , параллельная оси цилиндра, отсекает от окружности основания дугу AmD с градусной мерой α . Радиус цилиндра равен a , высота равна h , расстояние между осью цилиндра OO_1 и плоскостью γ равно d .



1) Докажите, что сечение цилиндра плоскостью γ есть прямоугольник.

2) Найдите AD , если $a = 10$ см, $\alpha = 60^\circ$.

1) Составьте план вычисления площади сечения по данным α , h , d .

2) Найдите AD , если $a = 8$ см, $\alpha = 120^\circ$.

Ответ: 10

Ответ: $8\sqrt{3}$

Домашнее задание



Повторить стр.130-132, гл. 1, п.59-60,
№530, № 537.

Спасибо, за урок!

