

Модуль 1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Лекция №1. Основные законы электродинамики

1. Введение. Основные понятия электродинамики.
2. Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах.
3. Метод комплексных амплитуд.

1 Введение. Основные понятия электродинамики

Электродинамика – наука, описывающая поведение *электромагнитного поля*, осуществляющего взаимодействие между зарядами.

Электромагнитное поле - вид материи,

- оказывающий на заряженные частицы силовое воздействие, зависящее от скорости и заряда частиц,
- определяемый во всех точках двумя векторными величинами, которые характеризуют две его стороны, называемые соответственно *электрическим* полем и *магнитным* полем.

Классическая электродинамика - *макроскопическая*. Это определяется оперированием со значениями электромагнитных величин, усредненными по времени и пространству.

Усреднение производится для интервалов времени, значительно больших периодов обращения или колебания элементарных заряженных частиц в атомах или молекулах, а также для участков поля, объемы которых во много раз превышают объемы атомов и молекул.

История развития электродинамики

Простейшие электрические и магнитные явления были известны еще в древние времена.

1600г. англичанин У.Гильберт разграничил данные явления.

17 – первая половина 18 вв. - многочисленные опыты с наэлектризованными телами.

Вторая половина 18 века - начало количественного изучения электрических явлений:

- появление измерительных приборов (электроскопы различных конструкций);
- экспериментальное установление основного закона **электростатики** (взаимодействие неподвижных точечных электрических зарядов; англичанин Г. Кавендиш и француз Ш. Кулон).

- 19 век** - экспериментальное и теоретическое исследование:
- **1820г.** - выявление связи между электрическими и магнитными явлениями (датчанин Ч.Эрстед);
 - **1826г.** — выявление количественной зависимости электрического тока от напряжения (немец Г.Ом);
 - **1830г.** — основная теорема электростатики (теорема Гаусса);
 - **1830-1840гг.** — развитие ЭД англичанином М. Фарадеем (электрические и магнитные явления рассматриваются с единой точки зрения);
 - **1861-1873гг.** — теоретические исследования и обобщения Дж. Максвеллом (Англия) - формулировка фундаментальных уравнений электродинамики;
 - **1886-1889гг.** — экспериментальное подтверждение теории Максвелла — работы Г.Герца;
 - **1896г.** — создание радио А.С. Поповым.

Основные понятия электродинамики

Одно из проявлений существования ЭМП – взаимодействие поля с силой Лоренца $\vec{F}$ на движущийся со скоростью $\vec{v}$ электрический заряд Q :

$$\vec{F}(p, t) = Q(\vec{E}(p, t) + [\vec{v}, \vec{B}(p, t)]) \quad (1.1)$$

где $\vec{E}(p, t)$ - вектор напряженности электрического поля;
 $\vec{B}(p, t)$ - вектор магнитной индукции;
 t – время.

Основные понятия электродинамики

Векторы	Электрическое поле	Магнитное поле
напряженности	$\vec{E}$ [В/м]	$\vec{H}$ [А/м]
индукции	$\vec{D}$ [Кл/м]	$\vec{B}$ [Тл]
	$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}$	$\vec{B} = \mu_a \vec{H}$

**Материальные
уравнения:**

$\epsilon_a = \epsilon_0 \cdot \epsilon$ $\mu_a = \mu_0 \cdot \mu$ - абсолютные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно;

$\epsilon_0 = 10^{-9} / (36 \cdot \pi)$ [Ф/м] – электрическая постоянная;

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ [Гн/м] – магнитная постоянная;

ϵ, μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости.

Объемная плотность электрического заряда:

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$$

Основные понятия электродинамики

Объемная плотность электрического заряда: $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V}$

Векторное поле объемной плотности тока проводимости:

$$\vec{j} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \vec{i}_0 \frac{\Delta I}{\Delta S}$$

где Δq - заряд, содержащийся в объеме ΔV ;

ΔS - площадка, ориентированная перпендикулярно движению зарядов;

$\vec{i}_0$ - орт нормали, указывающий направление движения;

ΔI - ток, проходящий через ΔS .

Предельные переходы здесь следует понимать как условные (должны содержать достаточно большое число элементарных частиц).

Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

σ - удельная проводимость вещества.

2 Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной формах

Уравнения Максвелла – теоретическая основа электродинамики. Система введена аксиоматически, является постулатами, подтверждена результатами современных исследований.

Две записи системы уравнений – интегральная и дифференциальная.

Интегральная форма записи основана на экспериментальных данных (обобщение по времени). Удобная для физической трактовки результатов.

Дифференциальная форма записи используется для вывода теоретических положений электродинамики.

В дальнейшем будем использовать дифференциальную форму.

Уравнения Максвелла в дифференциальной форме

Номер	Запись уравнения	Физическая трактовка
1	$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}^{\text{э}} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	Закон полного тока (обобщенный закон Ампера): Электрический ток любого вида (проводимости, переноса, смещения) сопровождается существованием связанного с ним магнитного поля
2	$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	Закон электромагнитной индукции: изменяющееся во времени магнитное поле сопровождается существованием связанного с ним электрического поля
3	$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$	Источник электрического поля – электрический заряд
4	$\operatorname{div} \vec{B} = 0$	Источников магнитного поля не существует

Вклад Максвелла:

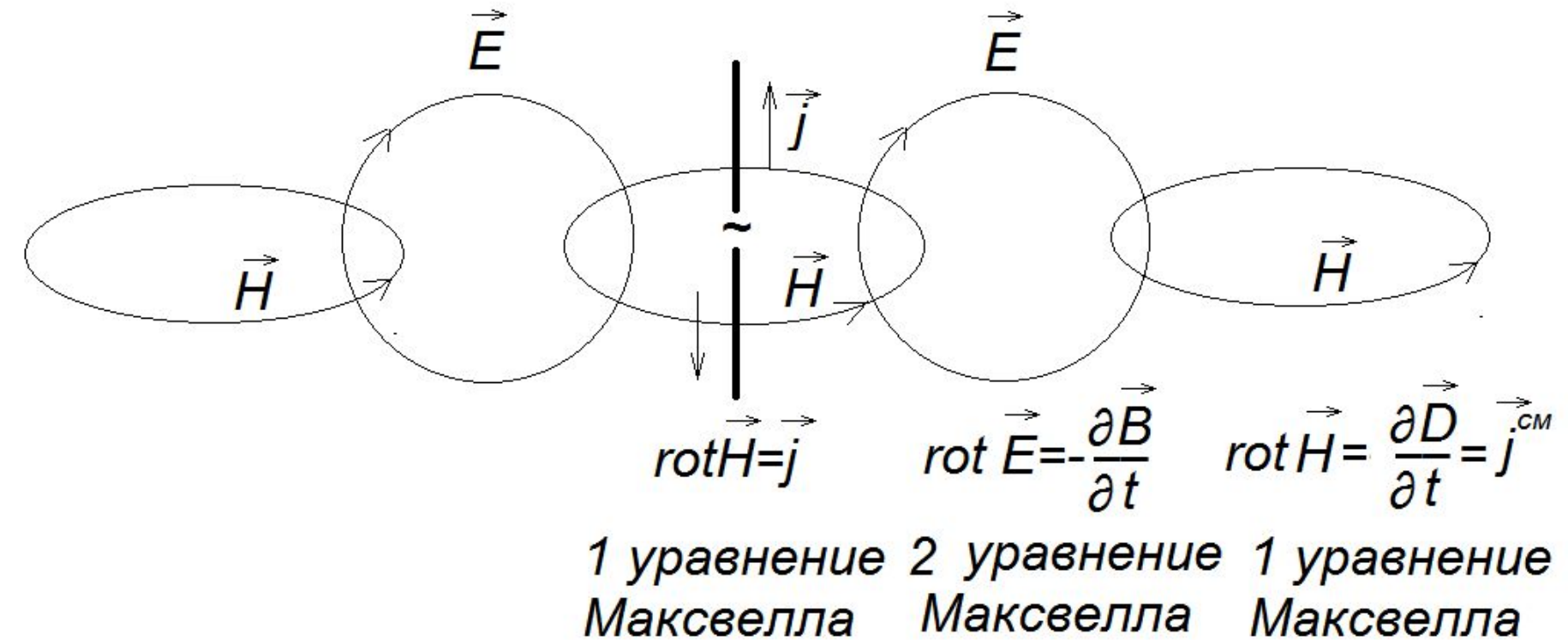
- введение тока смещения: $\vec{j}_c = d\vec{D} / dt$
- введение произвольного, в том числе и фиктивного, контура, по которому может распространяться ток (второе уравнение);
- применение к переменным полям (3 и 4 уравнения).

Свойство полей системы уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла линейны, следовательно, можно утверждать, что электромагнитные поля удовлетворяют принципу суперпозиции:

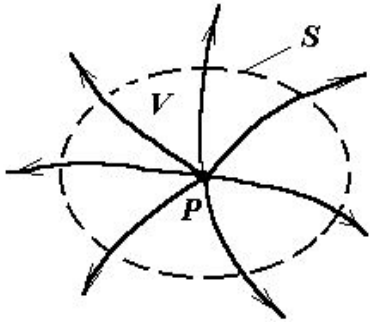
поле, созданное несколькими источниками, можно рассматривать как сумму полей, созданных каждым источником.

Физическая трактовка 1 и 2 уравнений Максвелла с помощью теории колец:



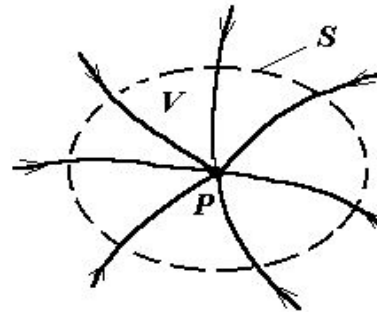
Любому пространственному изменению векторов (операция rot) электромагнитного поля соответствует изменение во времени (операция $\partial / \partial t$).

Физическая трактовка 3 и 4 уравнений Максвелла с помощью
уравнения непрерывности тока: $\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$



$$\partial \rho / \partial t < 0 \quad \operatorname{div} \vec{j} > 0$$

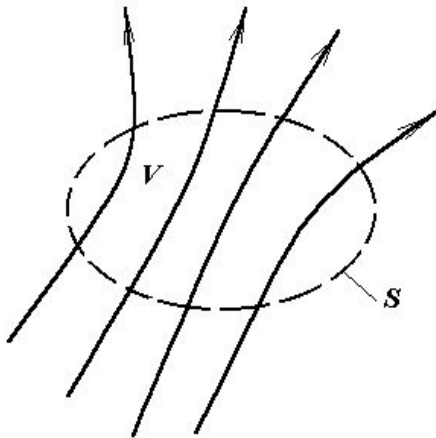
(заряд уменьшается, **исток**)



$$\partial \rho / \partial t > 0 \quad \operatorname{div} \vec{j} < 0$$

(заряд увеличивается, **сток**)

**электрическое
поле (3 уравнение)**



$$\partial \rho / \partial t = 0 \quad \operatorname{div} \vec{j} = 0 \quad (\text{заряд не изменяется, соленоидальное поле})$$

**магнитное поле
(4 уравнение)**

3 Метод комплексных амплитуд

Уравнения Максвелла составлены относительно векторных величин от четырехмерных функций (три пространственные координаты и время).

Упрощение вычислений для гармонических сигналов – *метод комплексных амплитуд* – выделение временной зависимости в отдельный множитель ($\exp(i\omega t)$):

$$\vec{U}(p, t) = \vec{U}(p) \exp[i(\omega t + \psi(p))]$$

В уравнениях Максвелла появляются множители типа:

$$\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \exp(i\omega t)) = i\omega \vec{A} \exp(i\omega t)$$

Замена протекающих процессов на квазистационарные. Уравнения Максвелла приобретают вид:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + i\omega \vec{D}, \quad \text{rot } \vec{E} = -i\omega \vec{B}, \quad \text{div } \vec{D} = \rho, \quad \text{div } \vec{H} = 0.$$

Временной множитель опускается, но описывается заранее.