

Теория вероятностей и математическая статистика

29 октября 2018г.

ТЮРНЕВА Т.Г.
ДОЦЕНТ ИМЭИ ИГУ

Планирование

29.10 – Решение задач

5.11

12.11 – Решение задач
Презентации.

19.11 – Коллоквиум и контрольная работа по случайным величинам.

26.11 – Защита семестрового задания + д.к.р. Презентации.

Олимпиада по т.в.

3.12 – Презентации. Подведение итогов. Консультация!?

30.10 – Решение задач

6.11 – Решение задач

14.11 – Контрольная работа по случайным величинам.
Презентации.

21.11 – Коллоквиум по случайным величинам. Презентации.

28.11 – Защита семестрового задания + д.к.р. Презентации.

Олимпиада по т.в.

4.12 – Презентации. Подведение итогов. Консультация!?

Коллоквиум «Случайные величины»
Вариант №1

- 1. Понятие случайной величины и закона ее распределения. Виды случайных величин (дискретные, непрерывные).**
2. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[-2;2]$. Найти $P(|X-MX|<\sigma)$.
3. Независимые случайные величины X и Y распределены по закону Пуассона с параметрами 3 и 5. Найдите характеристическую функцию случайной величины $X + Y$.
4. Найдите начальный момент второго порядка случайной величины X , распределенной по биномиальному закону с параметрами $n = 4$ и $p = 0,4$.
5. Для случайной величины $X \sim N(-2,9)$ вычислить $M((3-X) \cdot (X+5))$.

1. Дайте определение случайной величины. Приведите пример.
 2. В сейсмоопасной местности создано 100 автоматических сейсмических станций. Каждая станция в течение года может выйти из строя с вероятностью 0,4. Какова вероятность того, что в течение года выйдет из строя 40 станций?
 3. Может ли при каком-либо значении аргумента функция плотности распределения быть больше единицы? Ответ поясните.
 4. Непрерывная случайная величина X распределена равномерно на отрезке $[a; b]$. Известно, что $MX=2$, $DX=4/3$. Найдите значения a и b .
 5. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Z = 3X+2Y-5$, если известно, что $MX=1$, $MY=2$, $DX=2$, $DY=3$, величины X и Y независимы.
 6. Случайная величина распределена по нормальному закону, $MX=2$, $DX=25$. Найти вероятность $P(1 < X < 3)$, $P(X < 10)$.
 7. В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,1. Найти наименее вероятное число заключенных договоров после 25 визитов.
 8. Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции:
 - а) не выше 15,3 ден. ед.;
 - б) не ниже 15,4 ден. ед.;
 - в) от 14,4 до 15,6 ден. ед.
- С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.
9. Завод отправил на базу 1000 изделий. Вероятность повреждения изделия в пути равна 0,001. Найти вероятности того, что в пути будет повреждено изделий: а) ровно 2; б) более двух; в) хотя бы одно.

Вопросы к экзамену по теории вероятностей и математической статистике

1. Элементы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).
2. Случайные события и их классификация.
3. Классическое определение вероятности.
4. Статистическое определение вероятности. Свойство статистической устойчивости относительной частоты. ЗБЧ в форме Я.Бернулли.
5. Геометрическая вероятность.
6. Действия над событиями. Диаграммы Венна.
7. Теорема сложения вероятностей. Вероятность противоположного события.
8. Условные вероятности. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
9. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
10. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
11. Наивероятнейшее число появлений события.
12. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Локальная предельная теорема Муавра - Лапласа.
13. Предельные теоремы в схеме Бернулли Интегральная предельная теорема Муавра – Лапласа.
14. Предельные теоремы в схеме Бернулли Редкие события. Теорема Пуассона.
15. Понятие случайной величины и закона ее распределения. Виды случайных величин (дискретные, непрерывные).
16. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
17. Понятие дискретной случайной величины и ее закона распределения. Многоугольник распределения. Примеры.
18. Функция распределения дискретной случайной величины и ее график.
19. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства.
20. Дисперсия дискретной случайной величины и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
21. Непрерывная случайная величина и функция ее распределения.
22. Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
23. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
24. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс.

25. Биномиальный закон распределения и его числовые характеристики.
26. Закон Пуассона и его числовые характеристики.
27. Гипергеометрическое распределение.
28. Геометрическое распределение.
29. Равномерный закон распределения.
30. Показательный закон распределения.
31. Нормальный закон распределения.
32. Вероятностный смысл параметров нормального распределения.
33. Кривая Гаусса. Влияние изменения параметров μ и σ^2 на форму нормальной кривой.
34. Функция Лапласа и ее свойства.
35. Вероятность попадания с.в. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ на заданный промежуток. Правило трех сигм.
36. Нормальное распределение с параметрами $\mu=0, \sigma^2=1$.
37. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
38. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
39. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
40. Зависимость и независимость двух случайных величин.
41. Условные законы распределения.
42. Ковариация двух случайных величин. Свойства ковариации.
43. Коэффициент корреляции двух случайных величин. Свойства коэффициента корреляции.
44. Двумерное нормальное распределение.
45. Регрессия.
46. **Характеристическая функция и ее свойства.**
47. **Функции случайных величин. Функция одного случайного аргумента.**
48. **Распределение суммы независимых случайных величин.**
49. **Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение χ^2 (хи-квадрат).**
50. **Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Стьюдента.**
51. **Распределение функций нормальных случайных величин. Распределение Фишера-Снедекора.**
52. Предельные теоремы теории вероятностей. Неравенство Чебышева.
53. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел в форме Чебышева.
54. Понятие о центральной предельной теореме и ее следствиях.
55. ЦПТ для независимых, одинаково распределенных случайных величин.

Биномиальное распределение с параметрами n и p

- $P(X=k) = C_n^k p^k q^{n-k};$

$$0 < p < 1, \quad q = 1 - p,$$

$$k = 0, 1, 2, \dots n.$$

- $MX = np, \quad DX = npq.$

Параметры:

n – число последовательных независимых испытаний;

p – вероятность успеха в отдельном испытании.

Случайная величина:

X – число успехов в n испытаниях.

Распределение Пуассона с параметром λ

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!};$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

$$MX = DX = \lambda.$$

ТАБЛИЦЫ

Теорема Пуассона.

Если $n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0$ так, что $np \rightarrow \lambda, 0 < \lambda < \infty$, то

$$C_n^k p^k q^{n-k} \rightarrow \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

при любом фиксированном $k = 0, 1, 2, \dots$

Область применения:

теория массового обслуживания,
страхование и т.д.

Геометрическое распределение с параметром p

- $P(X = k) = q^{k-1} p;$
 $0 < p < 1, \quad q = 1 - p,$
 $k = 1, 2, \dots$

$$MX = \frac{1}{p}; \quad DX = \frac{q}{p^2}$$

Параметр:

p – вероятность успеха в отдельном испытании.

Случайная величина:

X – число испытаний в схеме Бернулли *до первого успеха* (включая это успешное испытание).

Сдвинутое геометрическое распределение с параметром p

- $P(X = k) = q^k p;$

$$0 < p < 1, \quad q = 1 - p,$$

$$k = 0, 1, 2, \dots$$

$$MX = \frac{q}{p}; \quad DX = \frac{q}{p^2}$$

Параметр:

p – вероятность успеха в отдельном испытании.

Случайная величина:

X – число неудач в схеме Бернулли до появления первого успеха.