



Электростатика

Кузнецов Сергей Иванович
доцент кафедры
ОФ ЕНМФ ТПУ

Тема 4. ДИЭЛЕКТРИКИ В ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

- 4.1. Поляризация диэлектриков
- 4.2. Различные виды диэлектриков
- 4.3. Вектор электрического смещения $\vec{D}$
- 4.4. Поток вектора электрического смещения.
- 4.5. Теорема Остроградского-Гаусса для вектора $\vec{D}$
- 4.6. Изменение $\vec{E}$ на границе раздела $\vec{D}$ и и и двух диэлектриков

4.1. Поляризация диэлектриков

Все известные в природе вещества, в соответствии с их способностью проводить электрический ток, делятся на

три основных класса:

диэлектрики

$$\rho_{\text{д}} = 10^8 - 10^{18} \text{ Ом м}$$

полупроводники

$$\rho_{\text{д}} > \rho_{\text{п/п}} > \rho_{\text{пр}}.$$

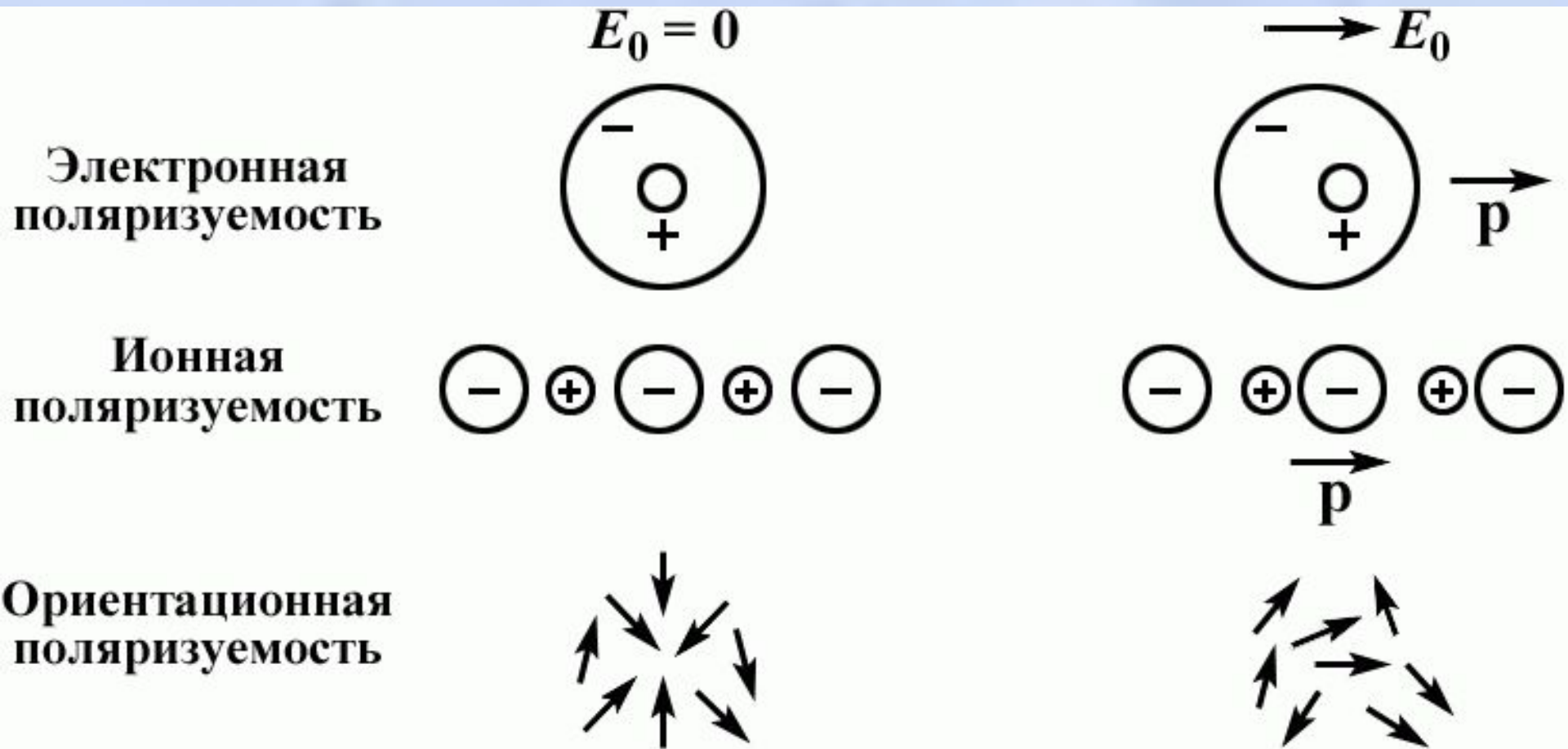
проводники

$$\rho_{\text{пр}} = 10^{-6} - 10^{-8} \text{ Ом/м}$$

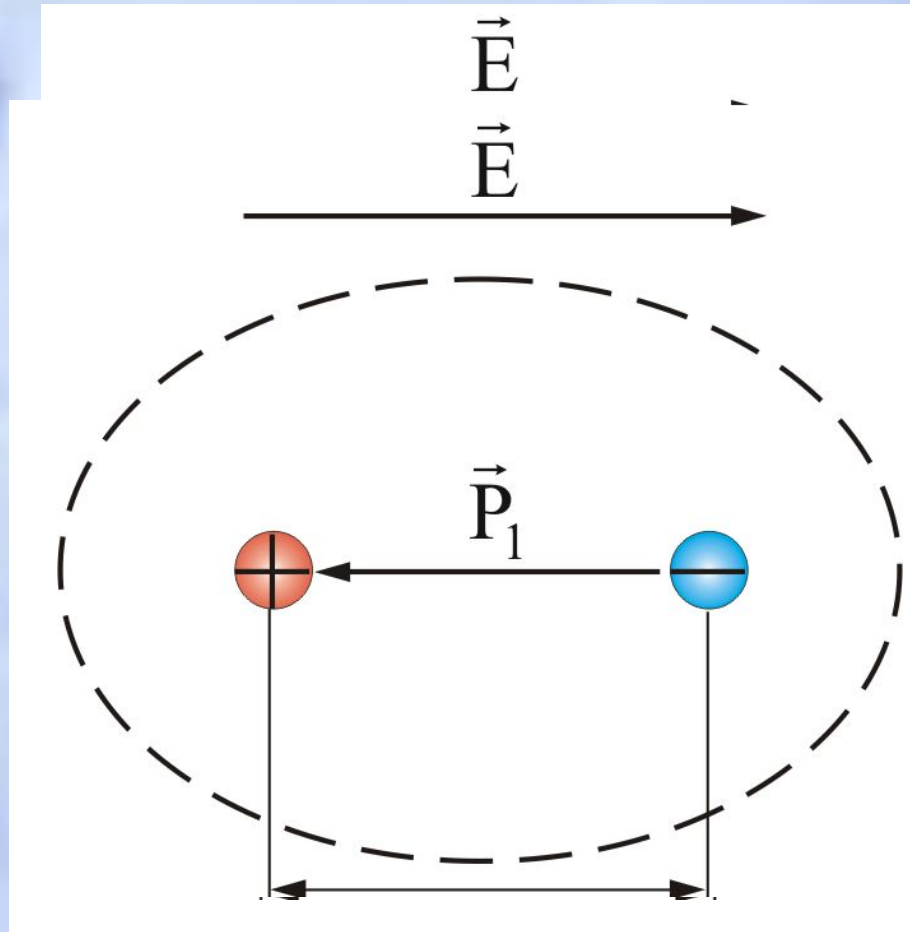
- **В идеальной диэлектрике свободных зарядов**, то есть способных перемещаться на значительные расстояния (превосходящие расстояния между атомами), **нет**.
- Но это не значит, что диэлектрик, помещенный в электростатическое поле, не реагирует на него, что в нем ничего не происходит.

- *Смещение электрических зарядов вещества под действием электрического поля называется **поляризацией**.*
- *Способность к поляризации является основным свойством диэлектриков.*

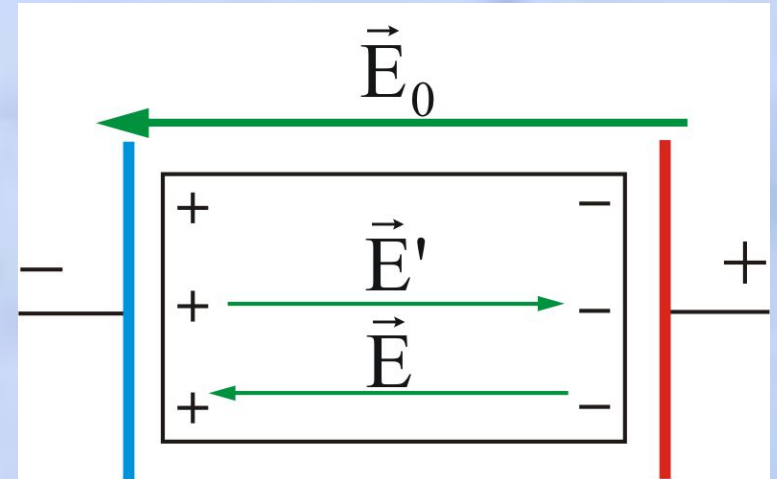
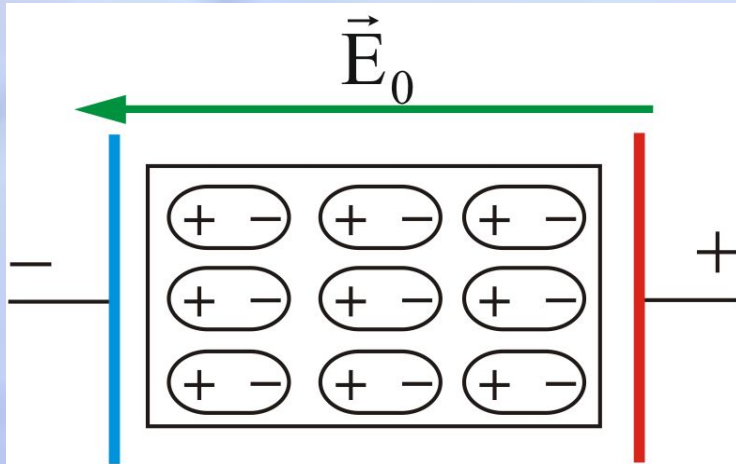
Поляризуемость диэлектрика включает составляющие – электронную, ионную и ориентационную (дипольную).



- Главное в поляризации – смещение зарядов в электростатическом поле. В результате, каждая молекула или атом образует электрический момент $\vec{P}$

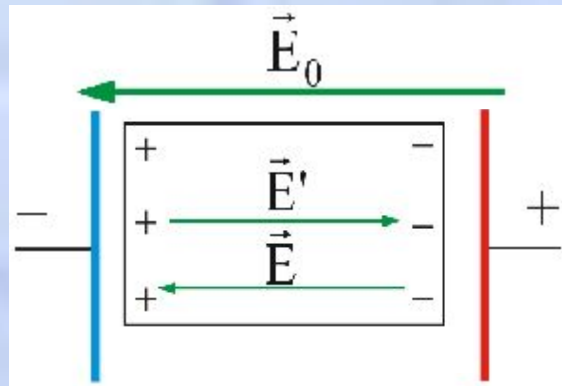


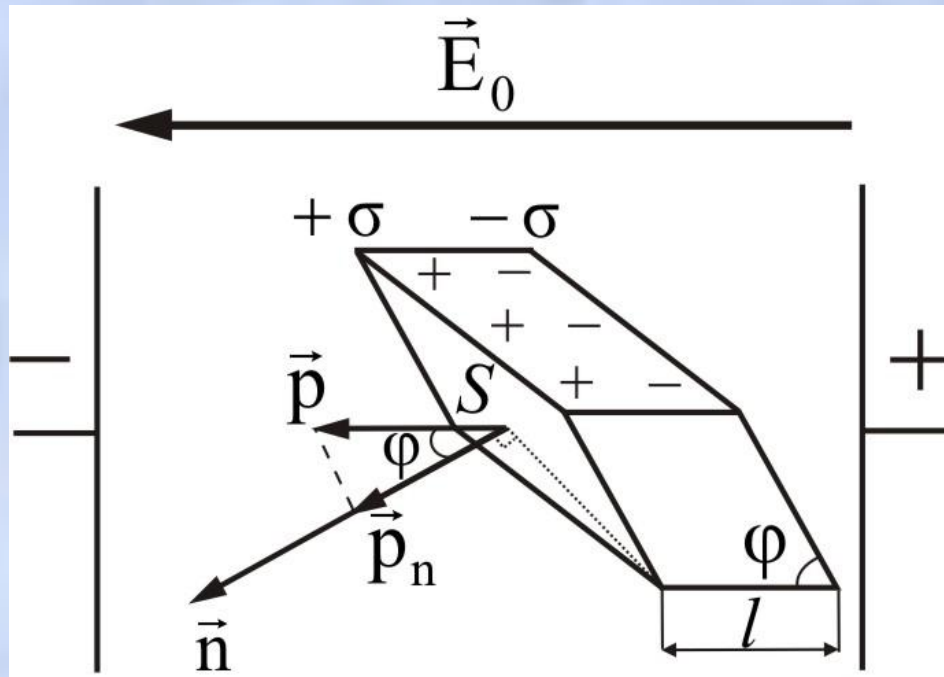
- *Внутри диэлектрика* электрические заряды диполей компенсируют друг друга. Но на внешних поверхностях диэлектрика, прилегающих к электродам, появляются заряды противоположного знака (*поверхностно связанные заряды*).



- Обозначим E' – **электростатическое поле связанных зарядов**. Оно направлено всегда против внешнего поля E_0
- Следовательно, **резльтирующее электростатическое поле внутри диэлектрика**

$$E = E_0 - E'.$$





Поместим диэлектрик в виде параллелепипеда в электростатическое поле $\vec{E}_0$

Электрический момент тела, можно найти по формуле:

$$P = ql = \sigma' Sl, \text{ или } P = \sigma' Sl \cos \varphi,$$

σ' – поверхностная плотность связанных зарядов

- Введем новое понятие – **вектор поляризации – электрический момент единичного объема.**

- $$\underline{\vec{P}} = \sum_k^n \vec{P}_{1k} = n\vec{P}_1, \quad (4.1.4)$$

- где n – концентрация молекул в единице объема,
- $\vec{P}_1$ – электрический момент одной молекулы.

- С учетом этого обстоятельства,
- $P = \underline{P}V = \underline{P}Sl \cos(\varphi) \quad (4.1.5)$
- (т.к. $V = Sl \cos \varphi$ – объем параллелепипеда).
- Приравняем (4.1.3.) и (4.1.5) и учтем, что – проекция $\underline{P}$ на направление $\underline{n}$ – вектора нормали,

$$\underline{P} \cos \varphi = P_n$$

- тогда

$$\sigma' = \underline{P}_n$$

$$\sigma' = \underline{P}_n$$

- **Поверхностная плотность** поляризационных зарядов равна нормальной составляющей **вектора поляризации** в данной точке поверхности.
- Отсюда следует, что **индуцированное в диэлектрике электростатическое поле** E' будет влиять только на нормальную составляющую вектора напряженности электростатического поля $\vec{E}$.

- Вектор поляризации можно представить так:

- $$\underline{\underline{\mathbf{P}}} = n \underline{\underline{\mathbf{P}}}_1 = n \alpha \epsilon_0 \underline{\underline{\mathbf{E}}} = \chi \epsilon_0 \underline{\underline{\mathbf{E}}}, \quad (4.1.7)$$

- где α – **поляризуемость молекул**,
- $\chi = n\alpha$ – **диэлектрическая восприимчивость** – макроскопическая безразмерная величина, характеризующая поляризацию единицы объема.

Следовательно, и у результирующего поля $\vec{E}$ изменяется, по сравнению с $\vec{E}_0$, только нормальная составляющая.

Тангенциальная составляющая поля остается без изменения.

- В векторной форме результирующее поле можно представить так:

- $$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'. \quad (4.1.8)$$

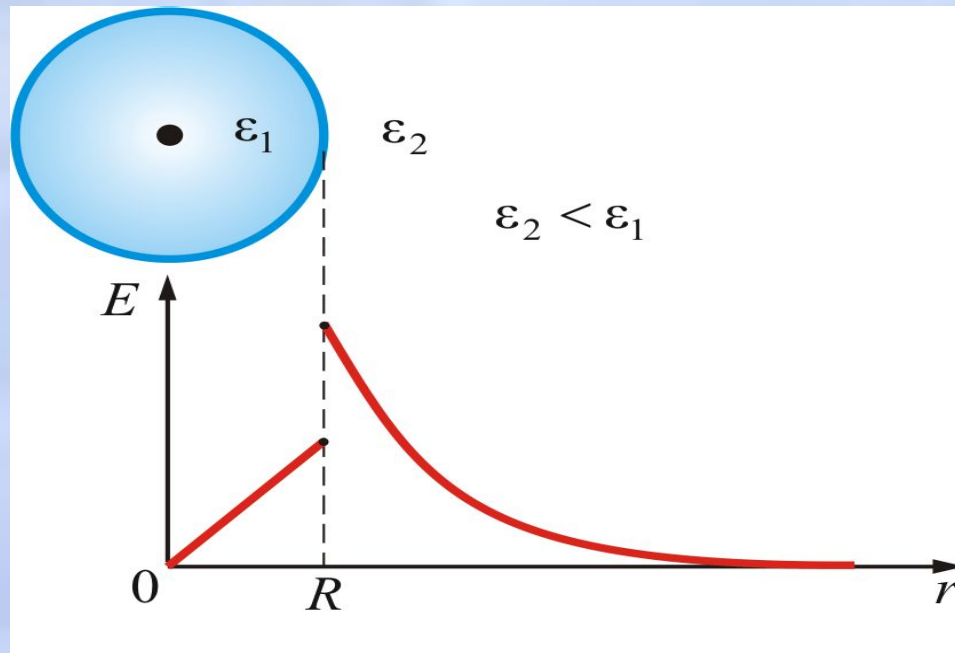
- Результирующая электростатического поля в диэлектрике равно внешнему полю, деленному на диэлектрическую проницаемость среды ϵ :

- $$E = \frac{E_0}{\epsilon} \quad (4.1.9)$$

- Величина $\varepsilon = 1 + \chi$ характеризует электрические свойства диэлектрика.
- Физический смысл диэлектрической проницаемости среды:
 ε – величина, показывающая во сколько раз электростатическое поле внутри диэлектрика меньше, чем в вакууме:

- $$\varepsilon = \frac{E_0}{E}.$$

- График зависимости напряженности электростатического поля шара от радиуса, с учетом диэлектрической проницаемости двух сред (ϵ_1 и ϵ_2), показан на рисунке
- Как видно из рисунка, напряженность поля изменяется скачком при переходе из одной среды в другую .



4.2. Различные виды диэлектриков

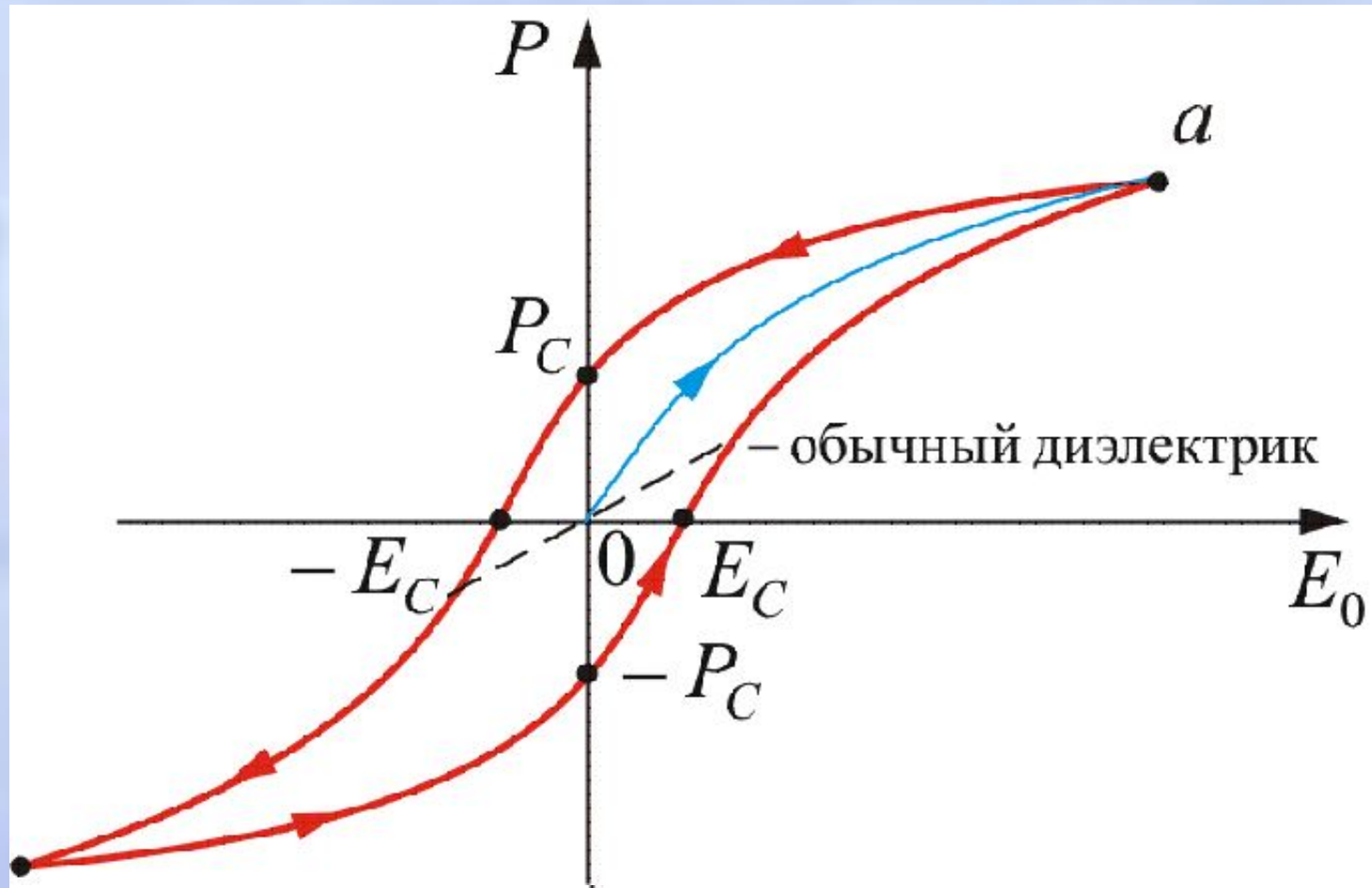
- В 1920 г. была открыта **спонтанная** (самопроизвольная) **поляризация**.
- Всю группу веществ, называли **сегнетоэлектрики** (или *ферроэлектрики*).
- Все сегнетоэлектрики обнаруживают резкую анизотропию свойств (сегнетоэлектрические свойства могут наблюдаться только вдоль одной из осей кристалла). У изотропных диэлектриков поляризация всех молекул одинакова, у анизотропных – поляризация, и следовательно, вектор поляризации в разных направлениях разные.

- **Основные свойства сегнетоэлектриков:**

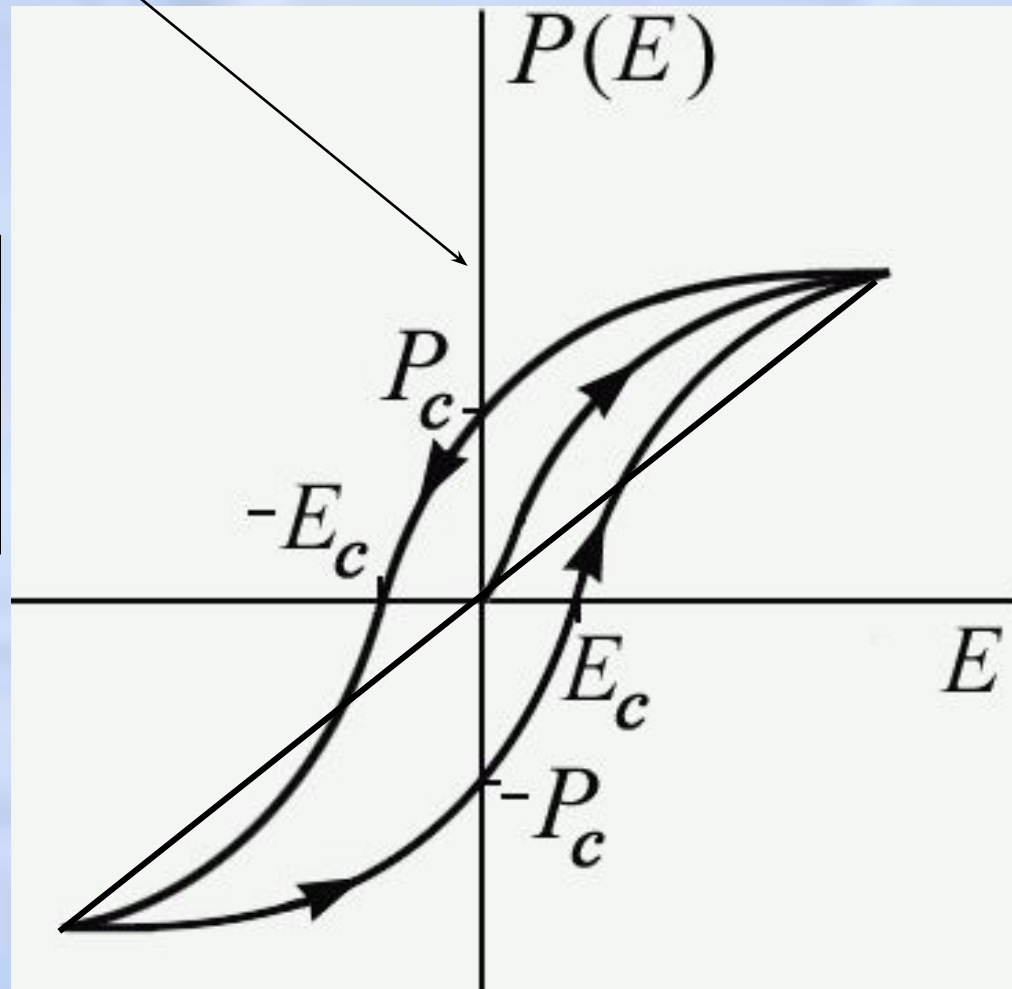
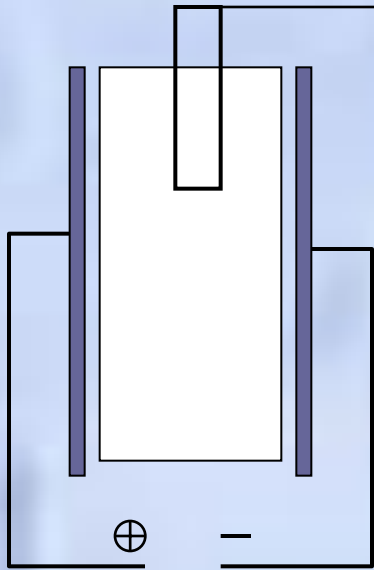
- 1. Диэлектрическая проницаемость ϵ в некотором температурном интервале велика ($\epsilon \sim 10^3 - 10^4$)
- 2. Значение ϵ зависит не только от внешнего поля E_0 , но и от предыстории образца.
- 3. Диэлектрическая проницаемость ϵ (а следовательно, и P) – нелинейно зависит от напряженности внешнего электростатического поля (*нелинейные диэлектрики*).

- 4. Наличие точки Кюри – температуры, при которой (и выше) сегнетоэлектрические свойства пропадают. При этой температуре происходит фазовый переход 2-го рода. Например,
 - титанат бария: 133°C ;
 - сегнетова соль: $-18 + 24^{\circ}\text{C}$;
 - ниобат лития 1210°C .

- Нелинейная поляризация диэлектриков называется *диэлектрическим гистерезисом*
- Здесь точка a – состояние насыщения.

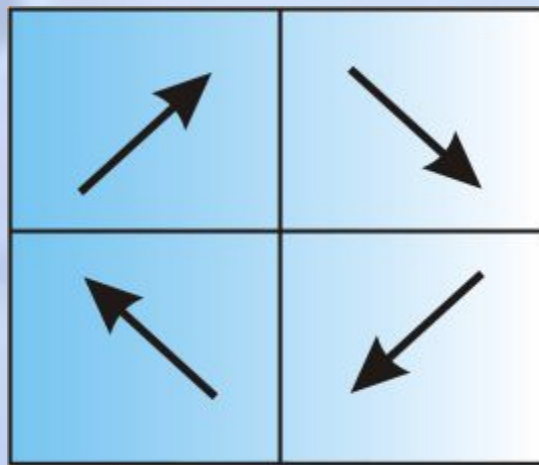


E_c – коэрцитивная сила, P_c – остаточная поляризация

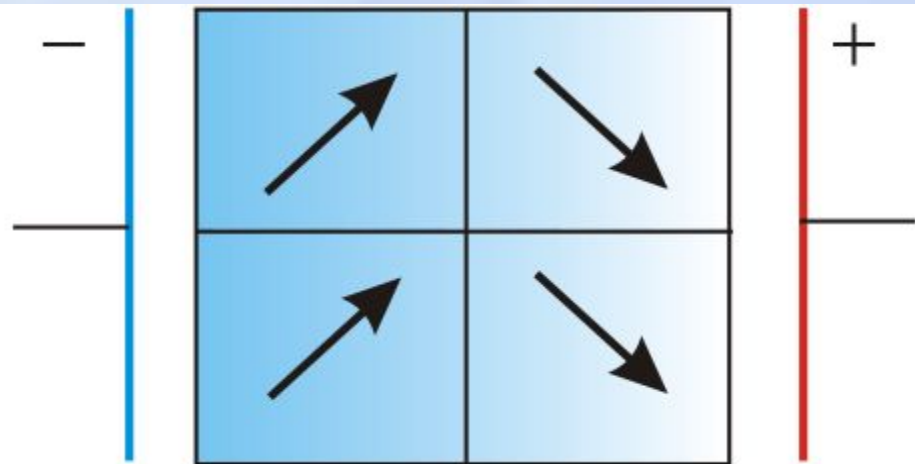


Кривая поляризации сегнетоэлектрика – петля гистерезиса. E_c – коэрцитивная сила, P_c – остаточная поляризация сегнетоэлектрика.

- Стремление к минимальной потенциальной энергии и наличие дефектов структуры приводит к тому, что сегнетоэлектрик разбит на **домены**

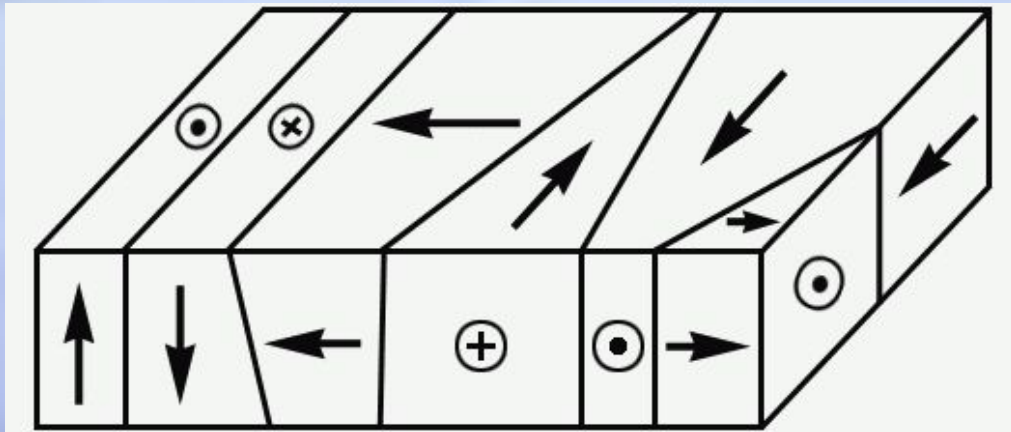


$$P = 0$$



$$P \sim E$$

Сегнетоэлектрики состоят из доменов – областей с различными направлениями поляризации. В отсутствии поля суммарный дипольный момент практически отсутствует. Под действием электрического поля E доменные границы смещаются так, что объем доменов, поляризованных по полю, увеличивается за счет доменов, поляризованных против поля.



Изображение доменов тетрагональной модификации BaTiO_3 . Стрелки указывают направление вектора поляризации

В сильном электрическом поле кристалл становится однодоменным. После выключения электрического поля образец остается поляризованным. P_c – остаточная поляризация.

Чтобы суммарные объемы доменов противоположного знака сравнялись, необходимо приложить поле противоположного направления E_c – коэрцитивное поле.

- Среди диэлектриков есть вещества, называемые **электреты** – диэлектрики, длительно сохраняющие поляризованное состояние после снятия внешнего электростатического поля (аналоги постоянных магнитов).

Пьезоэлектрики

Некоторые диэлектрики поляризуются не только под действием электрического поля, но и под действием механической деформации. Это явление называется ***пьезоэлектрическим эффектом***.

- Явление открыто братьями Пьером и Жаком Кюри в 1880 году.



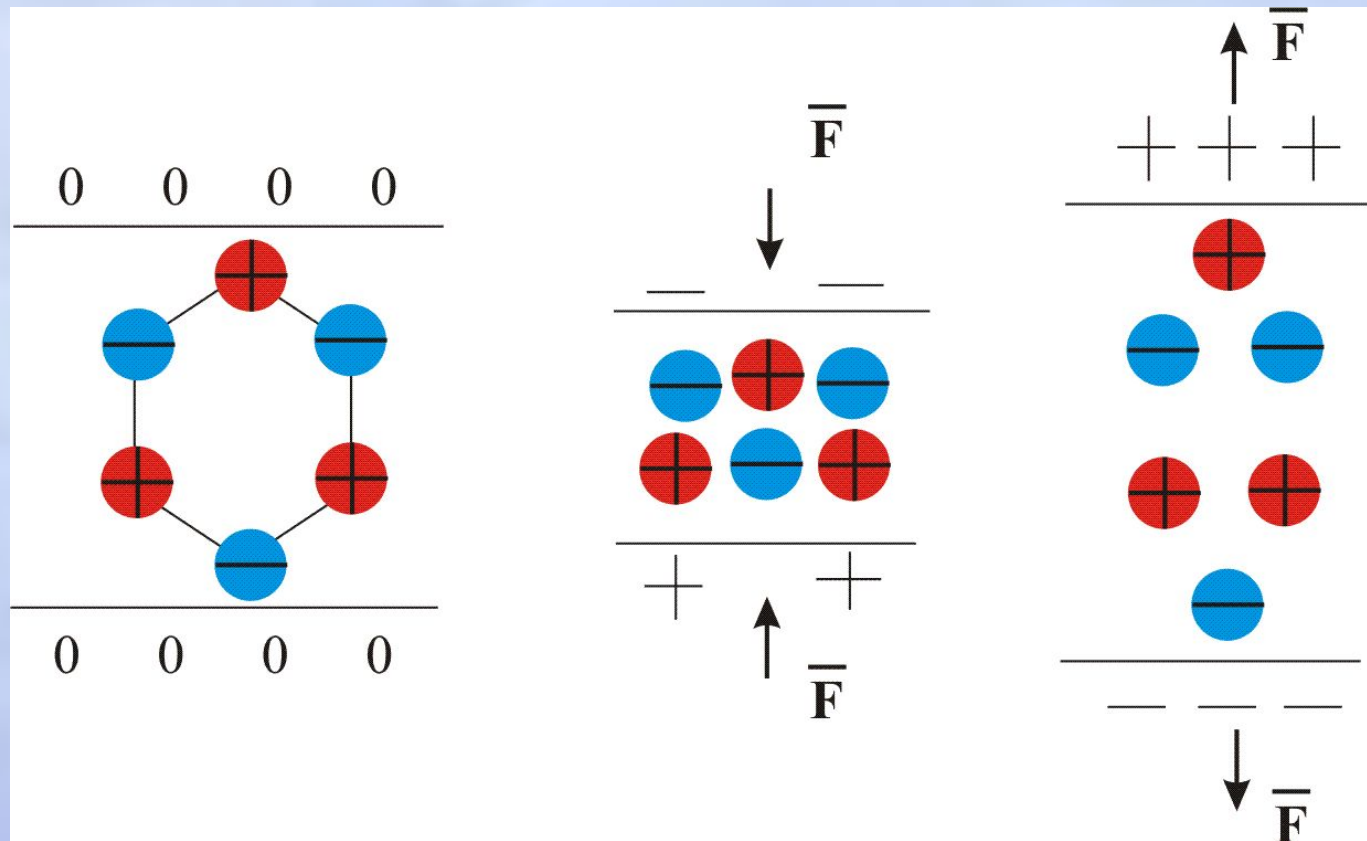
Кюри, Пьер

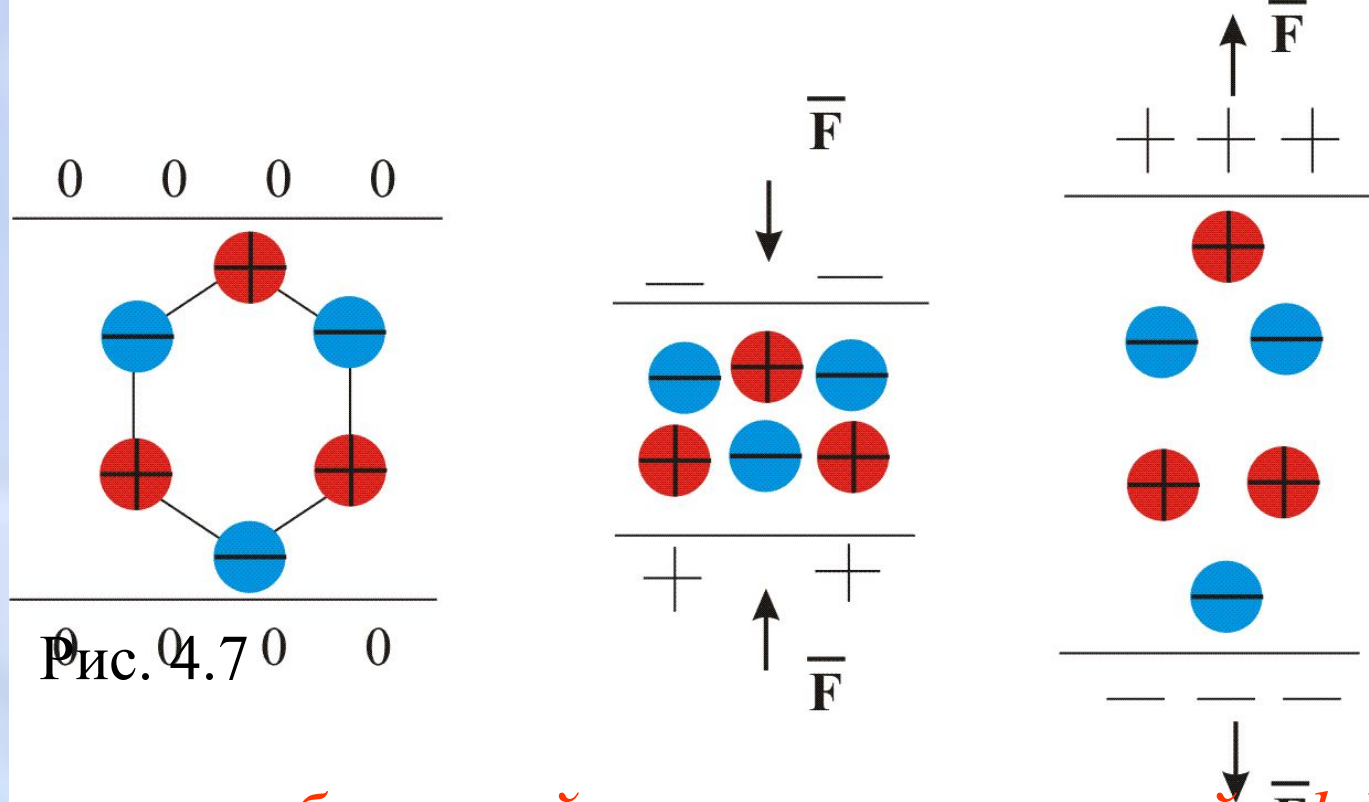
(15.V.1859 г. – 19.IV.1906)

Помимо Нобелевской премии, Кюри был удостоен еще нескольких наград и почетных званий, в том числе медали Дэви Лондонского королевского общества (1903) и золотой медали Matteucci Национальной Академии наук Италии (1904). Он был избран во Французскую академию наук (1905). В честь Пьера и Марии Кюри назван искусственный химический элемент — кюрий.

Если на грани кристалла наложить металлические электроды (обкладки) то при деформации кристалла на обкладках возникнет разность потенциалов.

Если замкнуть обкладки, то потечет ток.





Возможен и обратный пьезоэлектрический эффект:

- Возникновение поляризации сопровождается механическими деформациями.
- Если на пьезоэлектрический кристалл подать напряжение, то возникнут механические деформации кристалла, причем, деформации будут пропорциональны приложенному электрическому полю E .

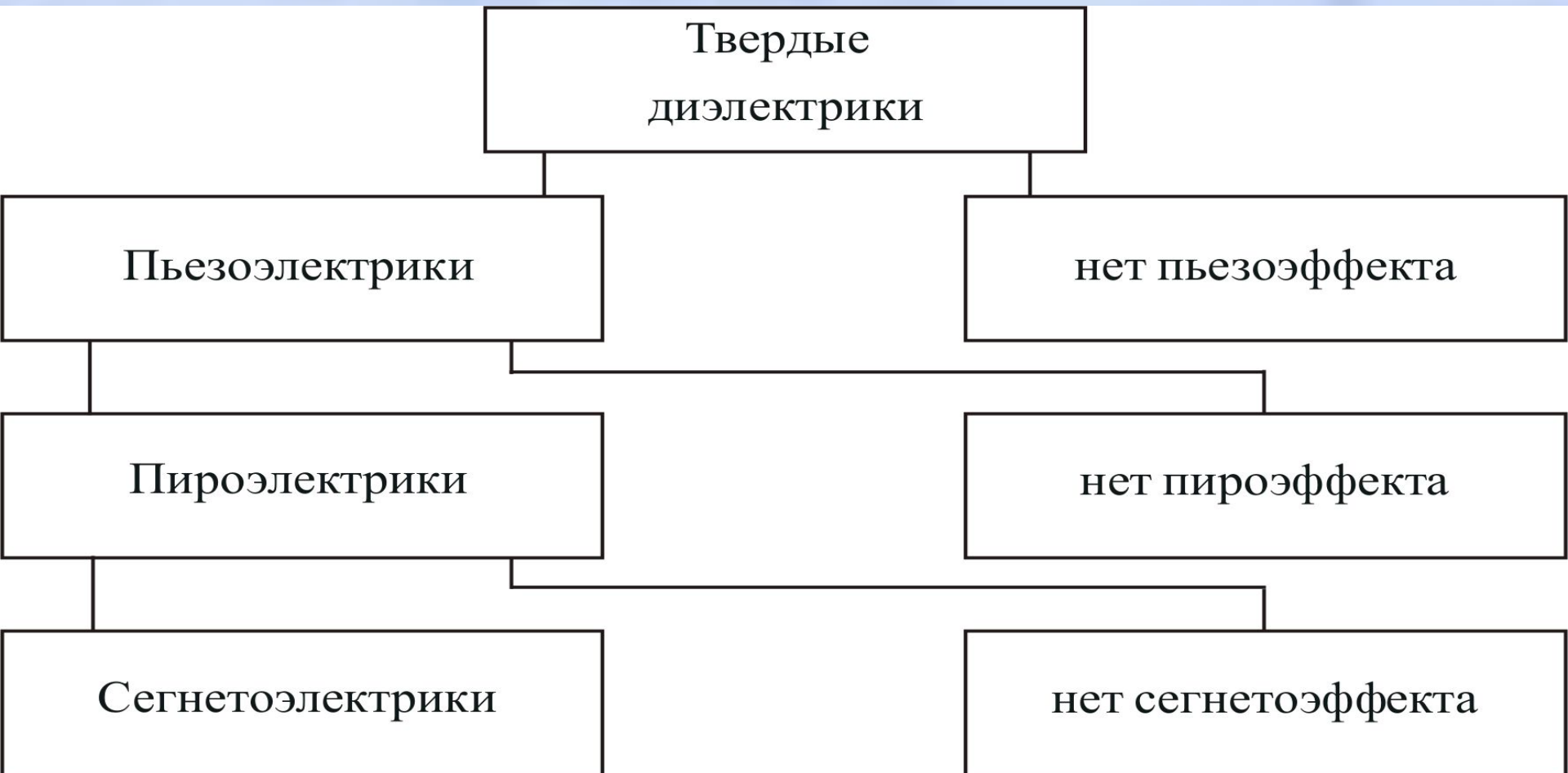
- Сейчас известно более 1800 пьезокристаллов.
- Все сегнетоэлектрики обладают пьезоэлектрическими свойствами
- Используются в пьезоэлектрических адаптерах и других устройствах).

4.2.3. Пироэлектрики

Пироэлектричество – появление электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов при их нагревании или охлаждении.

- При нагревании один конец диэлектрика заряжается положительно, а при охлаждении он же – отрицательно.
- Появление зарядов связано с изменением существующей поляризации при изменении

Все пирозэлектрики являются пьезоэлектриками, но не наоборот. Некоторые пирозэлектрики обладают сегнетоэлектрическими свойствами.



В качестве **примеров** использования различных диэлектриков можно привести: **сегнетоэлектрики** – электрические конденсаторы, ограничители предельно допустимого тока, позисторы, запоминающие устройства;

пьезоэлектрики – генераторы ВЧ и пошаговые моторы, микрофоны, наушники, датчики давления, частотные фильтры, пьезоэлектрические адаптеры;

пироэлектрики – позисторы, детекторы ИК-излучения, болометры (датчики инфракрасного излучения), электрооптические модуляторы.

Практическое применение пьезоэффекта.

Пьезоэлектрические преобразователи (например, пьезоэлектрический манометр), двигатели, пьезоэлектрические стабилизаторы и фильтры, пьезоэлектрические датчики, звукоосниматели, микрофоны, кварцевые излучатели ультразвука и пр.

В течение последних 5-7 лет сформировалась и интенсивно развивается новая отрасль медицины, основанная на использовании близкодействующих статических электрических полей для стимулирования позитивных биологических процессов в организме человека.

Попадая вместе с имплантатом в организм человека, электретьная пленка своим полем оказывает дозированное локальное воздействие на поврежденный орган, способствуя его лечению в оптимальных биофизических условиях.

В основе этого процесса лежит природный эффект, состоящий в том, что внешнее близкодействующее электрическое поле определенной величины и знака, действуя на клеточном уровне, является катализатором появления здоровых новообразований в живых тканях.



Характерные фотографии срезов костной ткани, полученные в результате серии экспериментов. Электретное покрытие существенно ускоряет процессы заживления.

К концу третьего месяца после операции вокруг имплантатов с электретным покрытием практически полностью завершается процесс формирования костной ткани, отсутствуют признаки воспалительной реакции.



Речевой ненаправленный электретный микрофон МК-Boost является фирменным продуктом компании «Гран При».

Тонкая плёнка из гомоэлектрета Тонкая плёнка из гомоэлектрета помещается в зазор конденсаторного микрофона Тонкая плёнка из гомоэлектрета помещается в зазор конденсаторного микрофона (т.е. конденсатора, у которого одна из обкладок (мембрана) имеет возможность перемещаться под действием внешнего а

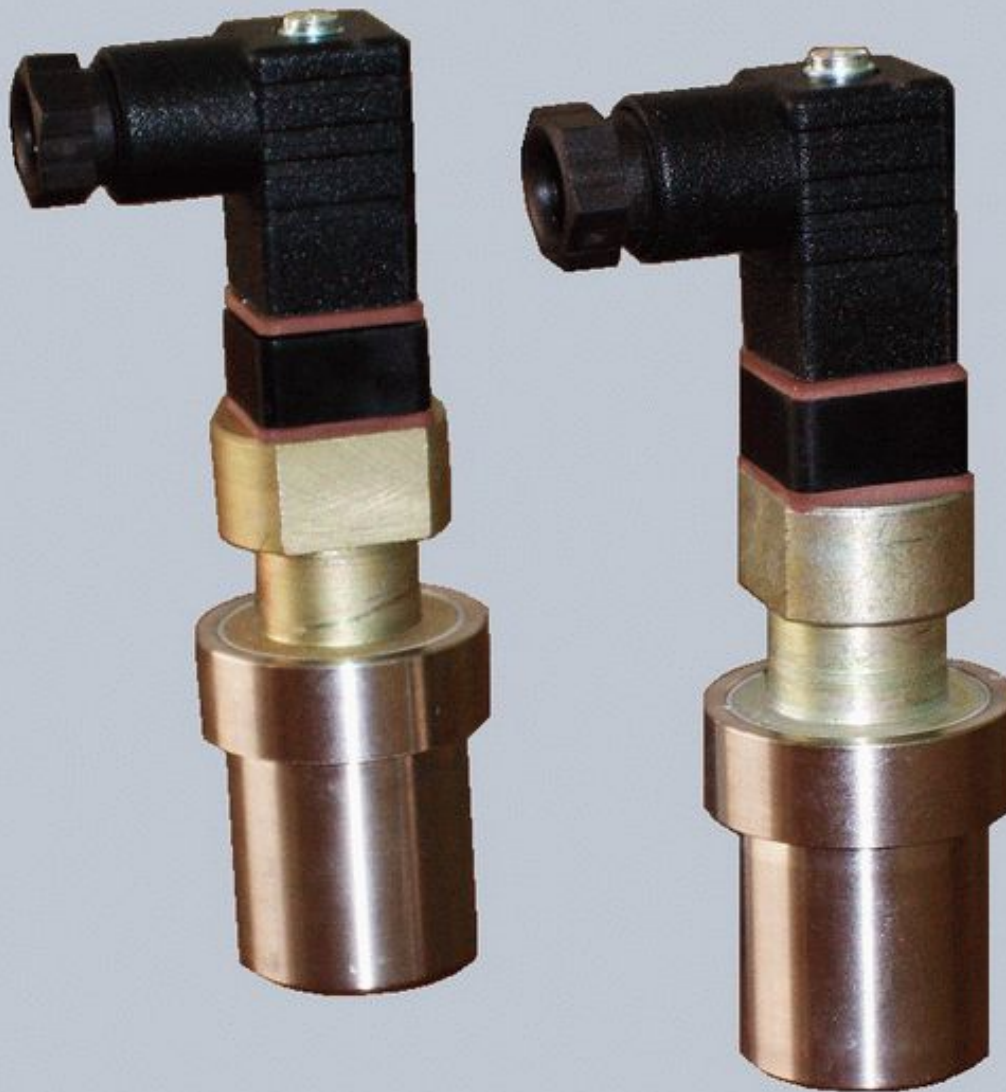
При изменении ёмкости, пр вследствие смещения мембраны, на конденсаторе проявляется за изменение напряжения, соответствующее акустическому сигналу.





Блоки пьезоэлектрических преобразователей предназначены для совместной работы с электронным блоком дефектоскопа УДС2-РДМ-2. Используются в схемах проверки нитей железнодорожного пути.

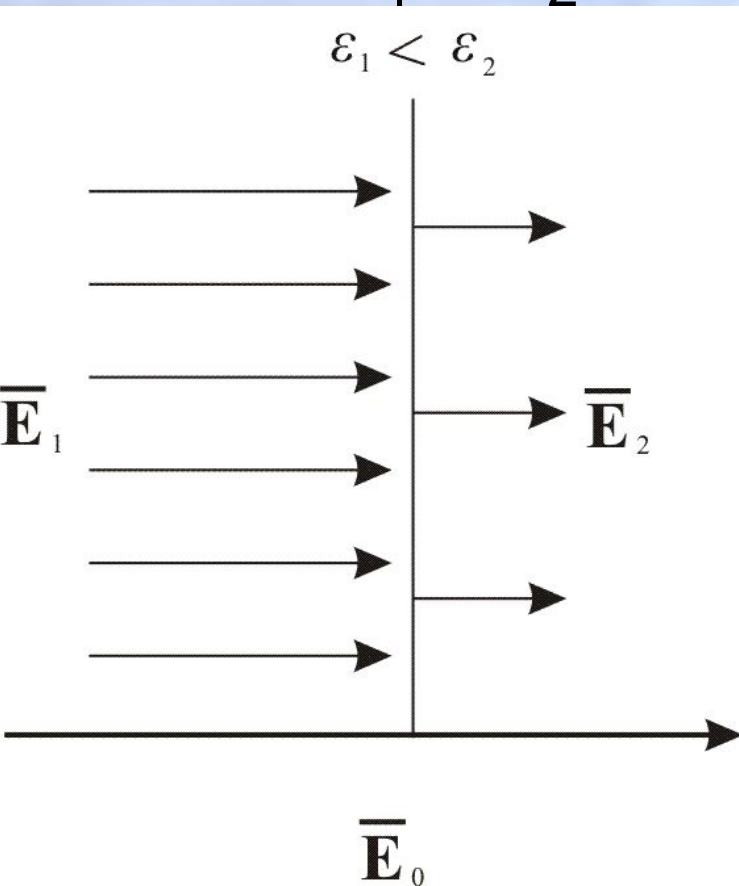
Блоки преобразователей являются составной частью системы ультразвукового контроля и конструктивно состоят из резонаторов, установленных в специальном корпусе, закрепленных на износоустойчивом основании. Блоки оснащены системой подачи контактной жидкости.



Пьезоэлектрические преобразователи ПЭП **3**
предназначены для
создания в
жидкостях
ультразвуковых
колебаний, **их**
приема с
последующим
преобразованием в
электрический
сигнал в составе
ультразвуковых
счетчиков
жидкостей и тепла.

4.3. Вектор электрического смещения $\mathbf{D}$

Имеем границу раздела двух сред с ϵ_1 и ϵ_2 , так что, $\epsilon_1 < \epsilon_2$ (рис. 4.8).



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad \text{или} \quad E_1 = E_2 \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Напряженность электрического поля E изменяется скачком при переходе из одной среды в другую.

Рис. 4.8

- Главная задача электростатики – расчет электрических полей, то есть $\vec{E}$ в различных электрических аппаратах, кабелях, конденсаторах,....
- Эти расчеты сами по себе не просты да еще наличие разного сорта диэлектриков и проводников еще более усложняют задачу.

- Для упрощения расчетов была введена новая векторная величина – **вектор электрического смещения** (электрическая индукция).

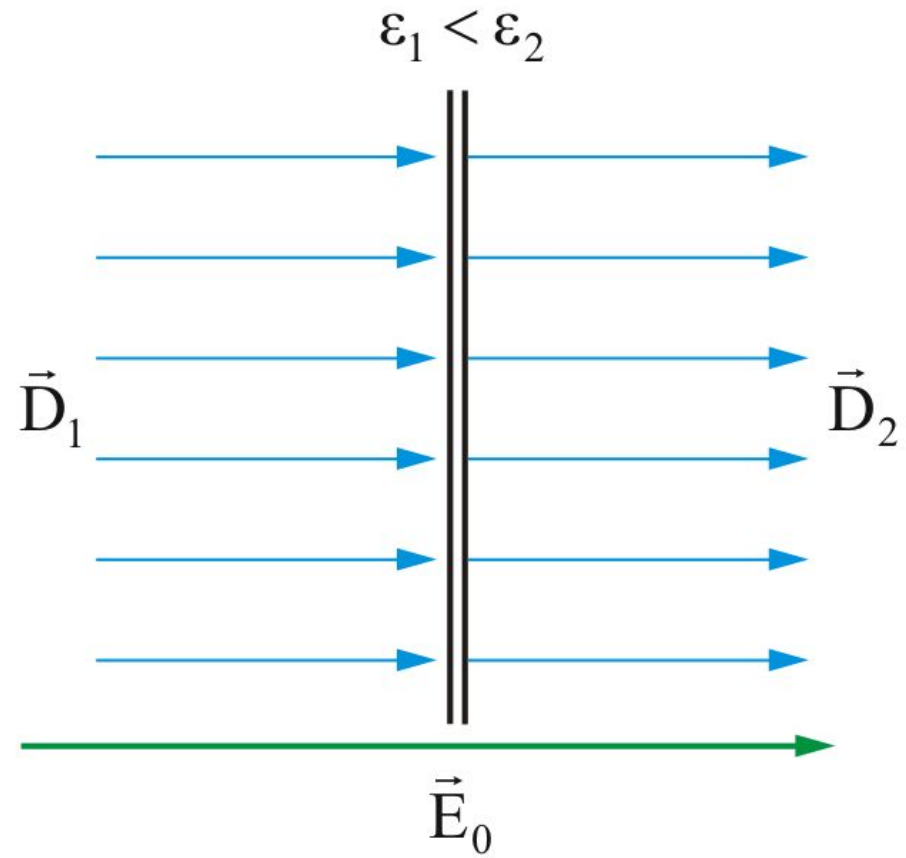
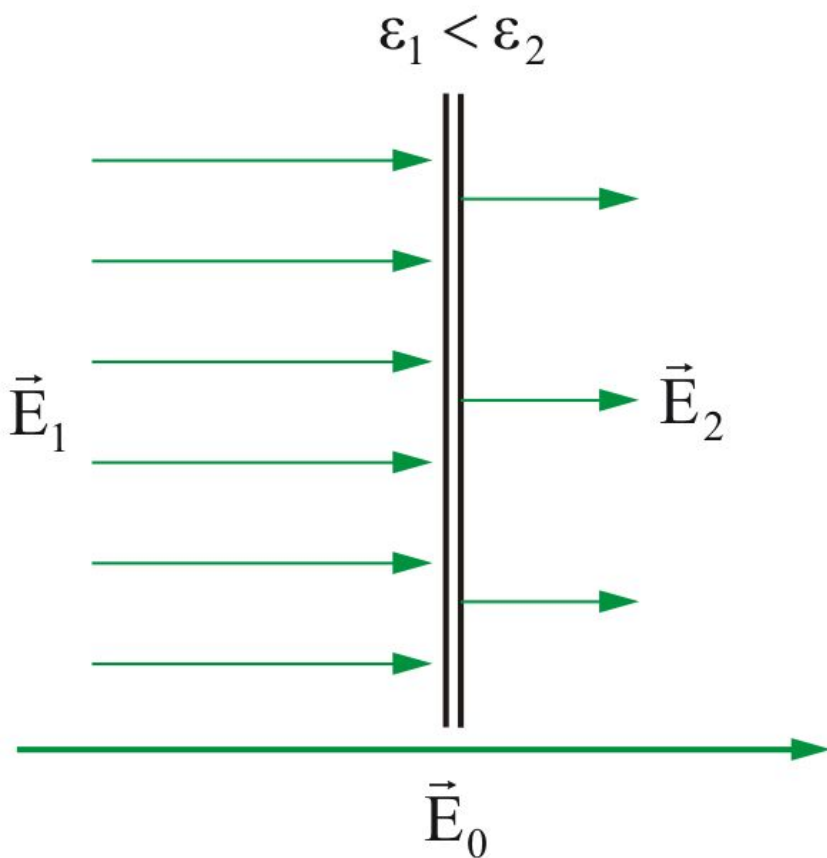
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E} \quad (4.3.1)$$

- Из предыдущих рассуждений $E_1 \varepsilon_1 = \varepsilon_2 E_2$ тогда $\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2$ отсюда и

$$D_{n1} = D_{n2}.$$

$$D_{n1} = D_{n2}.$$

Таким образом, вектор $\vec{D}$ остается неизменным при переходе из одной среды в другую и это облегчает расчет $\vec{D}$



Зная $\vec{D}$ и ϵ , легко рассчитывать

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon}.$$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = (1 + \chi) \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \chi \epsilon_0 \vec{E}$$

отсюда можно записать:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (4.3.3)$$

где $\vec{P}$ - вектор поляризации,

χ – диэлектрическая восприимчивость среды, характеризующая поляризацию единичного объема среды.

- Для точечного заряда в вакууме

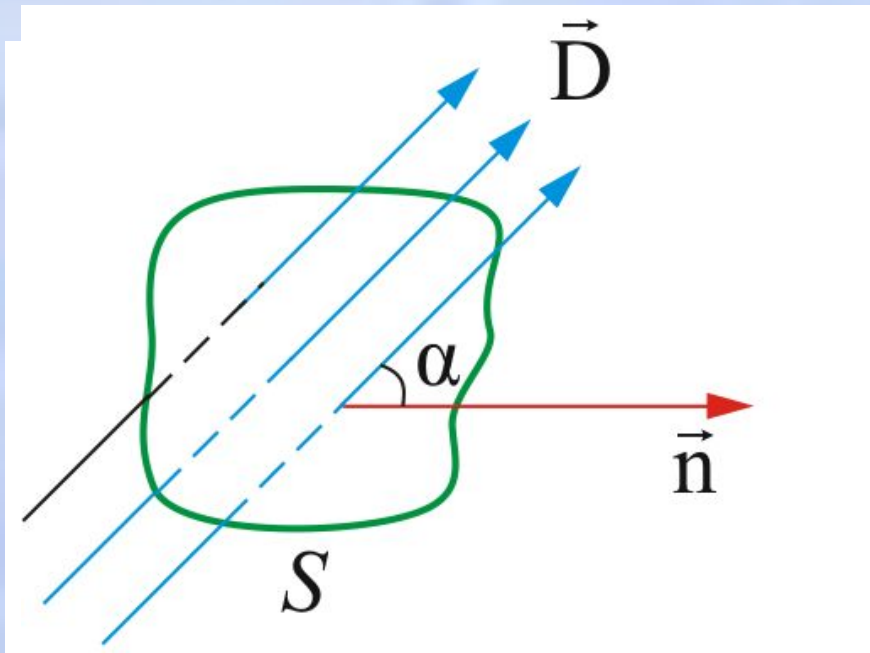
$$D = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

- Для $\vec{D}$ имеет место принцип суперпозиции, как и для $\vec{E}$, т.е.

$$\vec{D} = \sum_{k=1}^n \vec{D}_k.$$

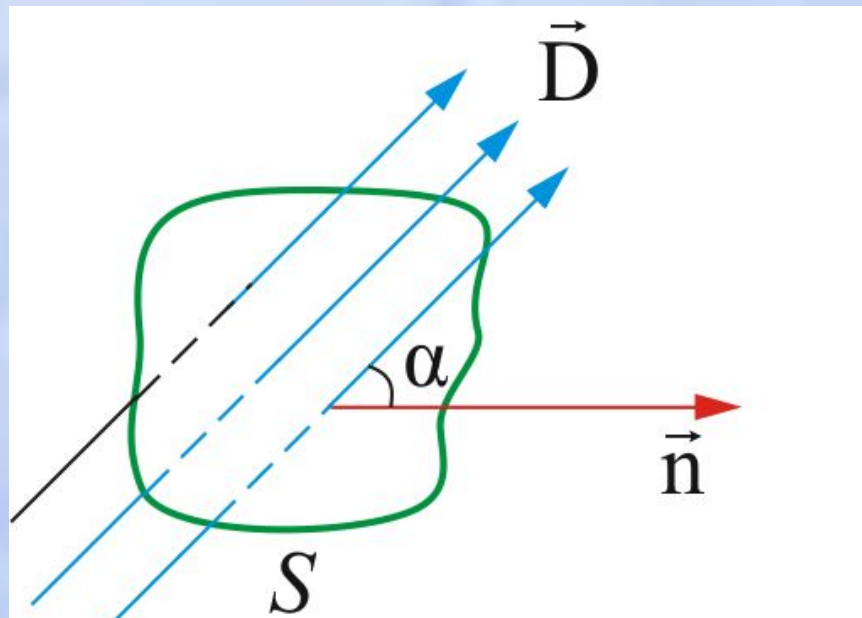
4.4. Поток вектора электрического смещения.

Пусть произвольную площадку S пересекают линии вектора электрического смещения $\vec{D}$ под углом α к нормали:



В однородном электростатическом поле
поток вектора $\vec{D}$ равен:

$$\Phi_D = DS \cos \alpha = D_n S.$$



Теорему Остроградского-Гаусса для вектора $\mathbf{D}$ получим из теоремы Остроградского-Гаусса для вектора $\mathbf{E}$:

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon} \qquad E_n = \frac{D_n}{\epsilon_0 \epsilon}$$

$$\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon} \oint_S D_n dS = \frac{\sum q_k}{\epsilon_0 \epsilon}$$

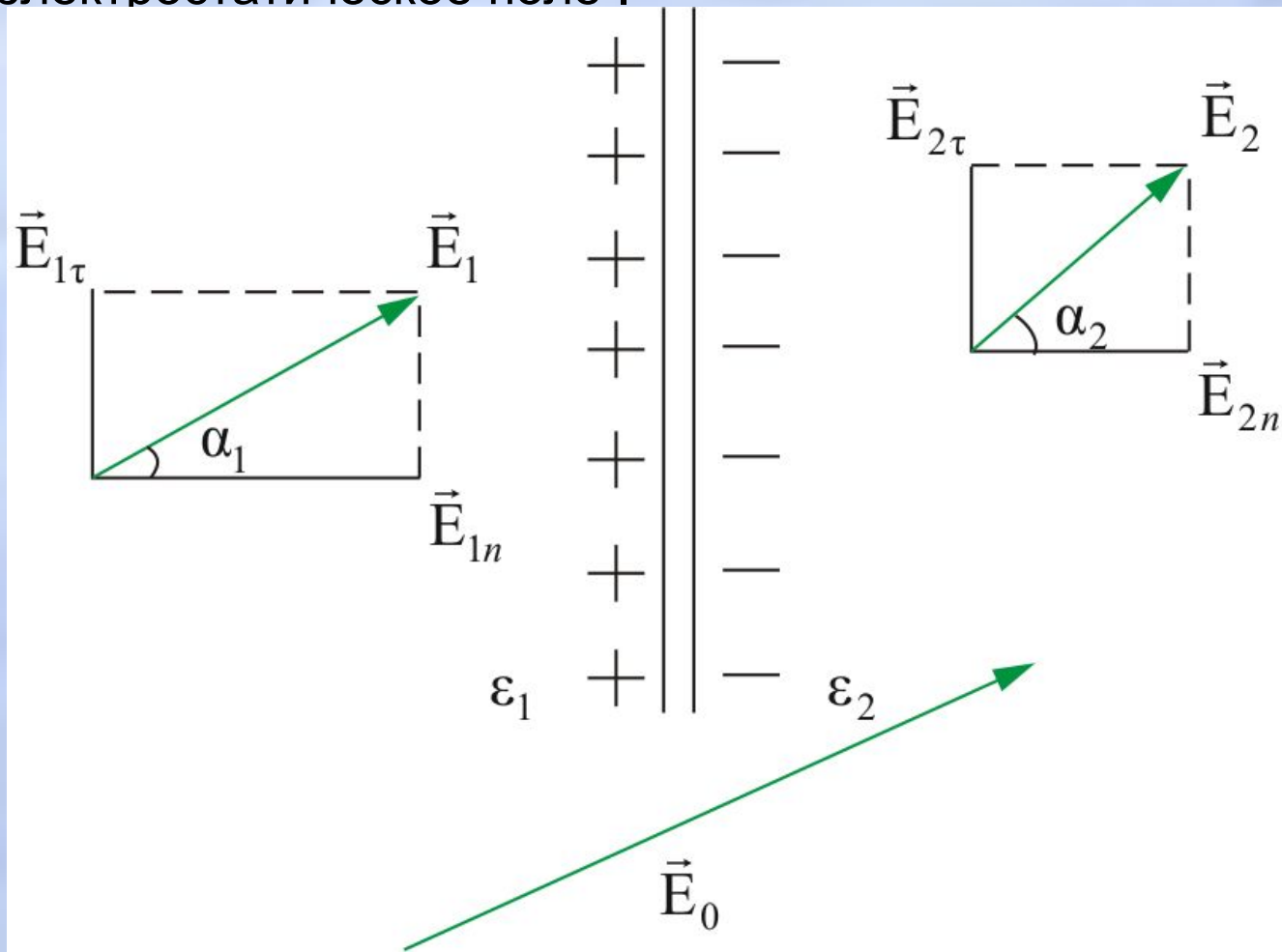
- Теорема Остроградского-Гаусса для $\vec{D}$

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum q_k \quad (4.4.1)$$

- Поток вектора $\vec{D}$ через любую замкнутую поверхность определяется **только свободными зарядами**, а не всеми зарядами внутри объема, ограниченного данной поверхностью.
- Это позволяет не рассматривать связанные (поляризованные) заряды, влияющие на $\vec{E}$ и упрощает решение многих задач.
- В этом смысл введения вектора $\vec{D}$.

4.5. Изменение $\vec{E}$ и $\vec{D}$ на границе раздела двух диэлектриков

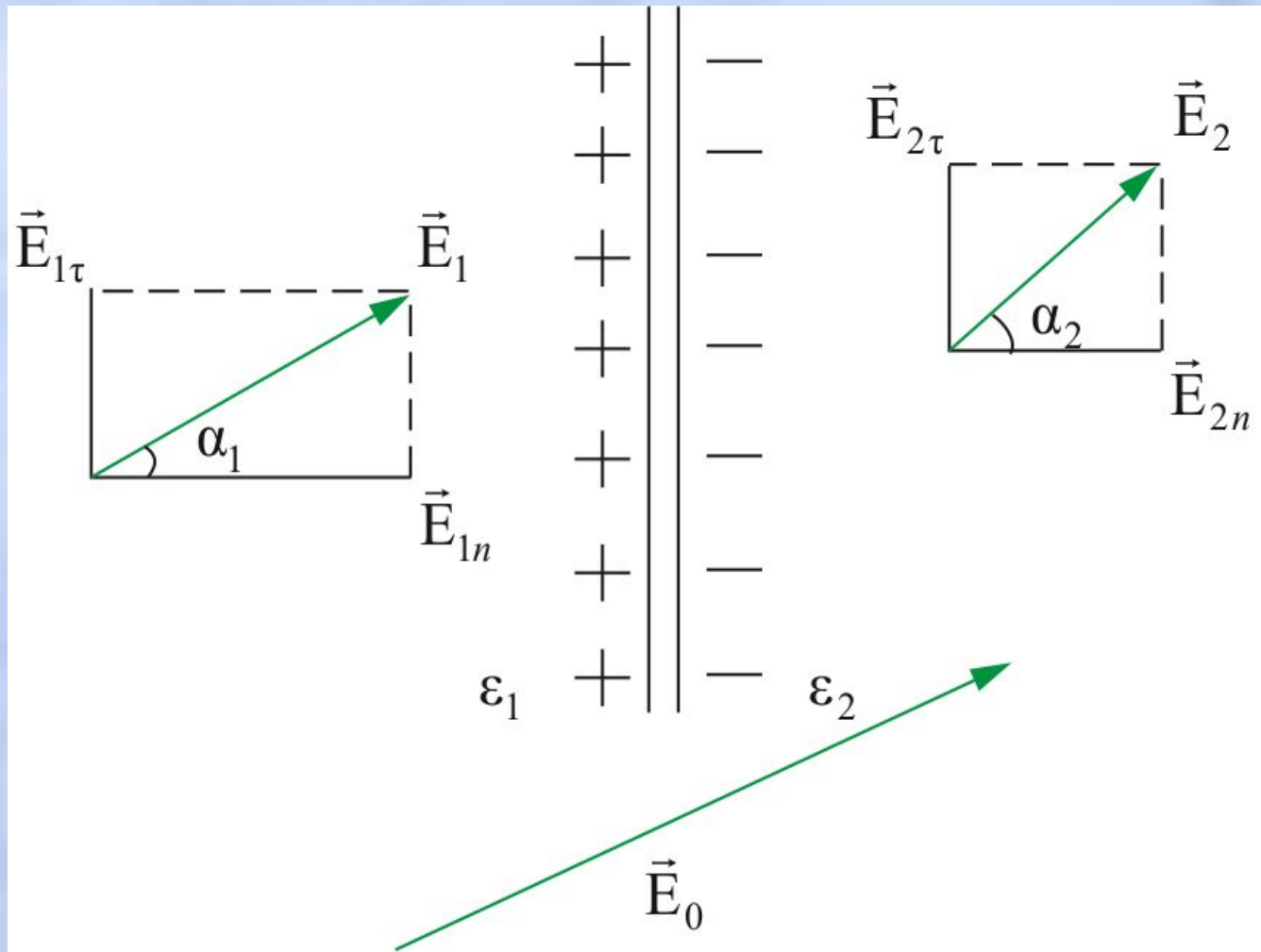
- Рассмотрим простой случай (рисунок 4.12): два бесконечно протяженных диэлектрика с ϵ_1 и ϵ_2 , имеющих общую границу раздела, пронизывает внешнее электростатическое поле.



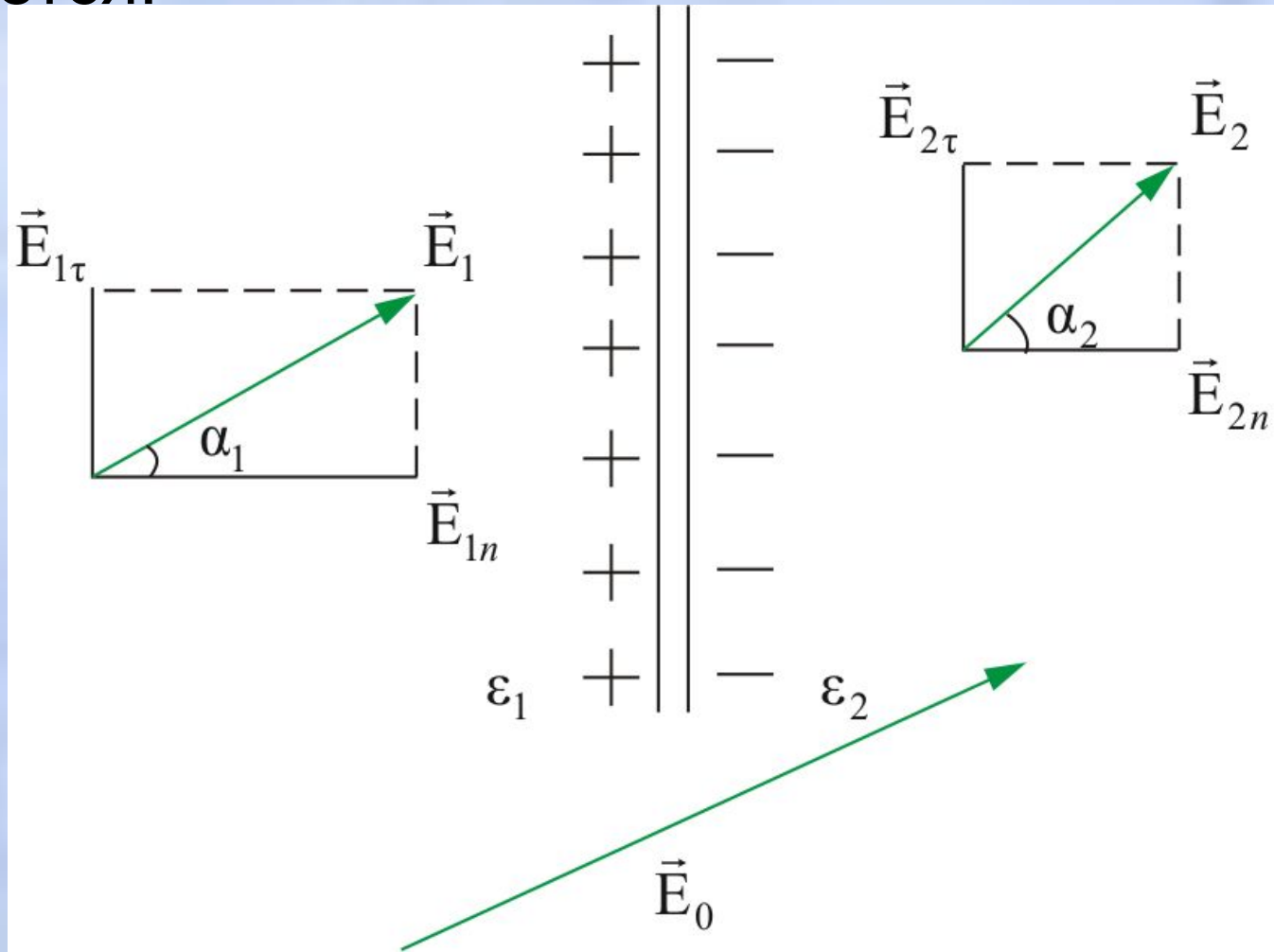
- Пусть $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$.
- Из п. 4.3 мы знаем, что

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad \text{и}$$



- Образовавшиеся поверхностные заряды изменяют только *нормальную составляющую* а тангенциальная составляющая остается постоянной, в результате направление вектора $\vec{E}$ изменяется:



- То есть направление вектора E

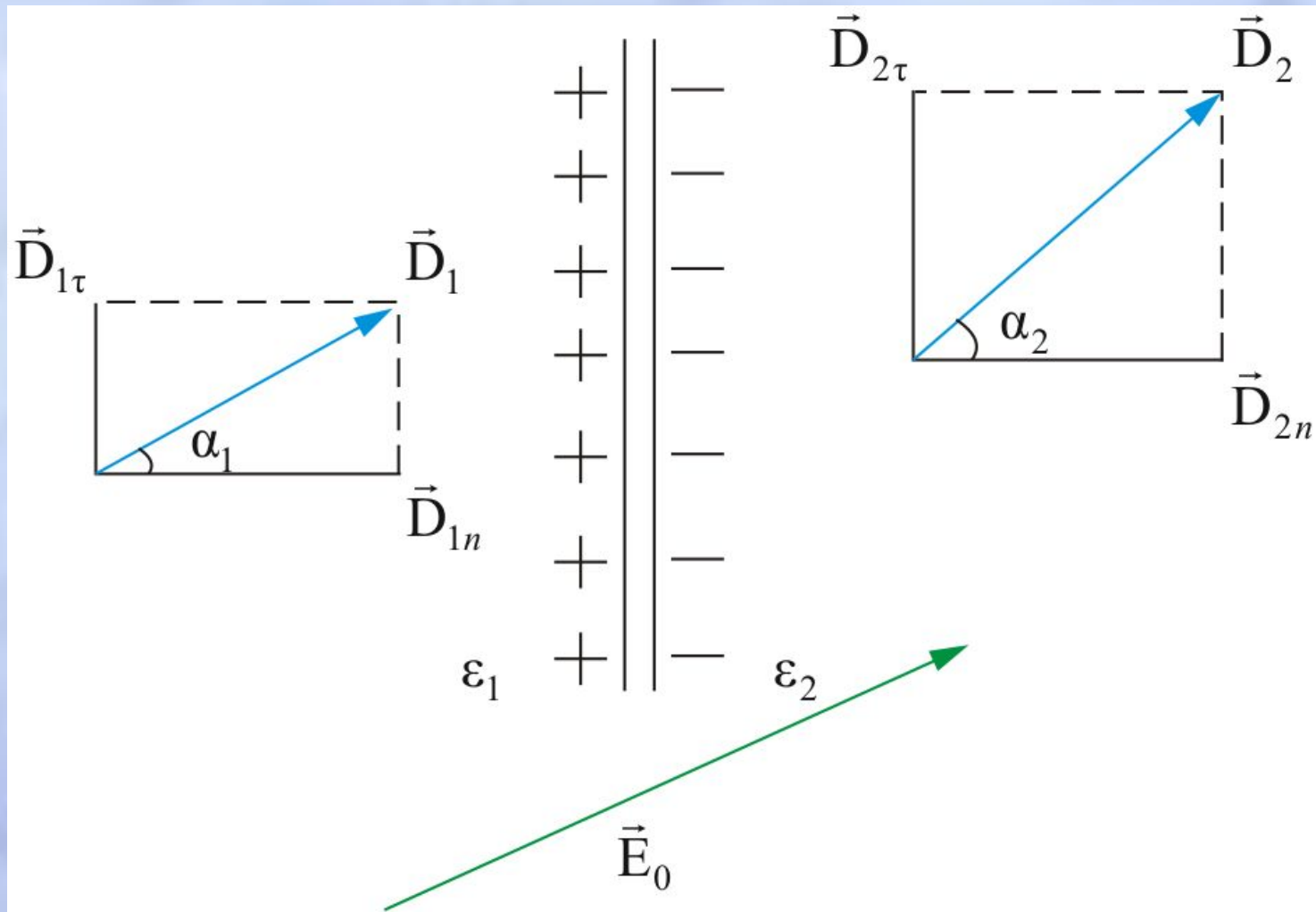
изменяется:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{2\tau} E_{1n}}{E_{2n} E_{1\tau}} = \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1},$$

- ***Это закон преломления вектора напряженности электростатического поля.***

- Рассмотрим изменение вектора $\vec{D}$ и его проекций D_n и D_τ



• Т.к. $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, то имеем:

•
$$D_{1n} = \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n} \quad D_{2n} = \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}$$

•
$$\frac{D_{1n}}{D_{2n}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1n}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2n}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_0 \varepsilon_2 \varepsilon_1} = 1$$

• т.е. $D_{1n} = D_{2n}$ – нормальная составляющая вектора не изменяется.

•
$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 E_{1\tau}}{\varepsilon_2 \varepsilon_0 E_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2};$$

$$D_{2\tau} = D_{1\tau} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

• т.е. тангенциальная составляющая вектора увеличивается в $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ раз

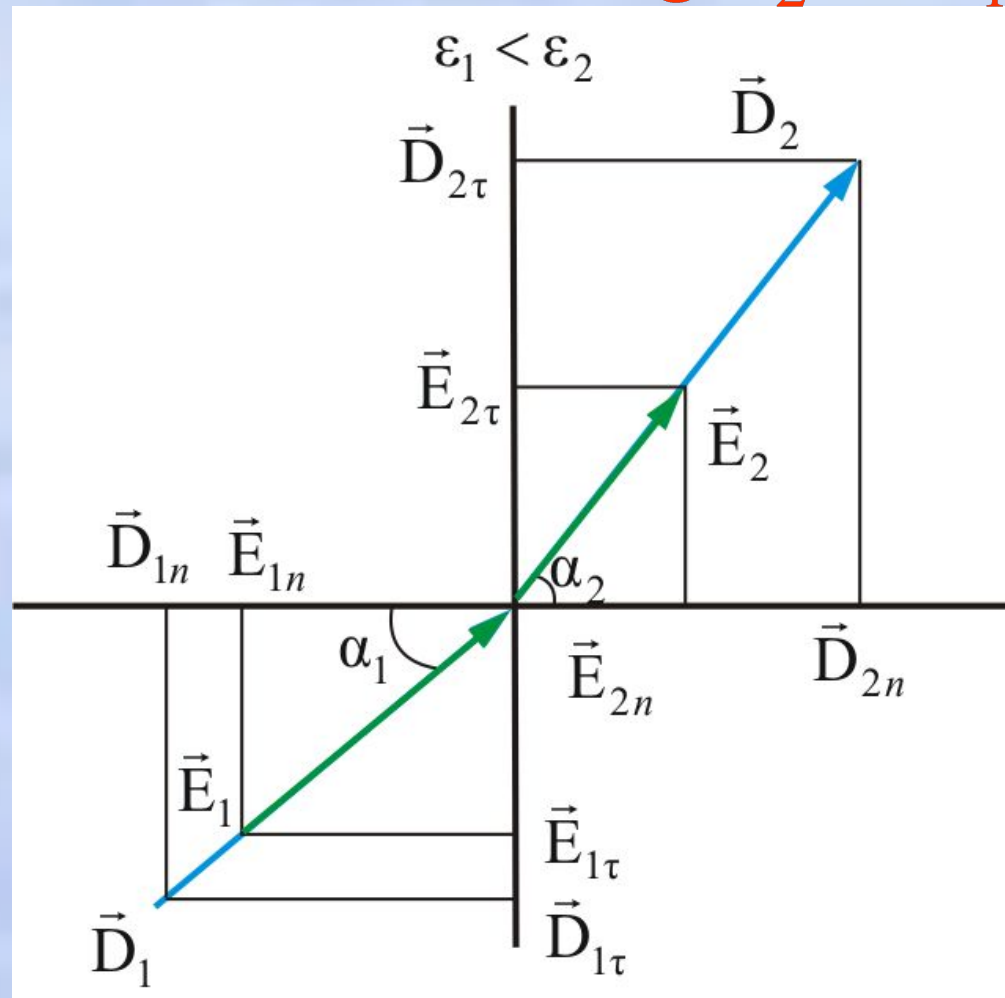
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{D_{2\tau} D_{1n}}{D_{2n} D_{1\tau}} = \frac{D_{2\tau}}{D_{1\tau}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

- **закон преломления вектора D .**

- Объединим рисунки 4.12 и 4.13 и проиллюстрируем **закон преломления для векторов E и D** :

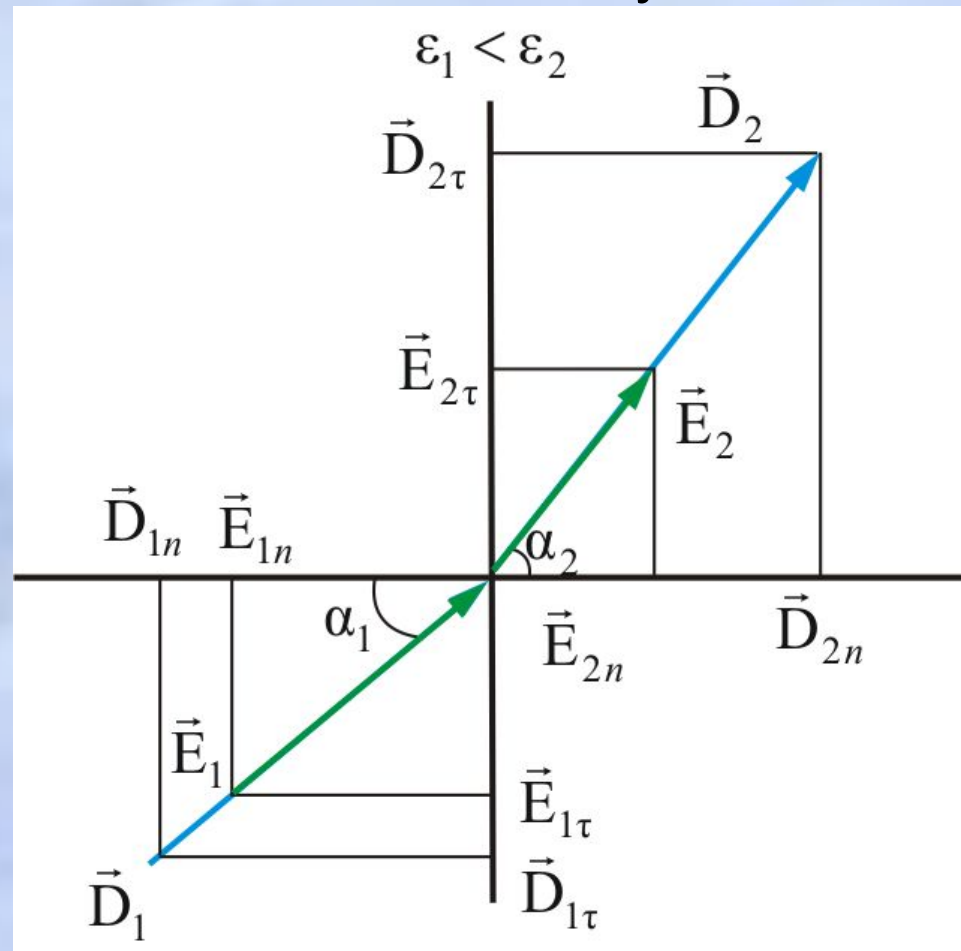
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$



- Как видно из рисунка, при переходе из одной диэлектрической среды в другую вектор $\vec{D}$ преломляется на тот же угол, что и $\vec{E}$

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

- Входя в диэлектрик с большей диэлектрической проницаемостью, линии $\vec{D}$ и $\vec{E}$ удаляются от нормали.



Лекция окончена

