

«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы
непараметрического
спектрального анализа.*

Метод периодограмм

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА (СА) СИГНАЛОВ (1)

Спектральный анализ предназначен для оценки частотного состава случайного дискретного сигнала. Методы СА ориентированы на работу **в частотной области** и обработку и анализ **случайных последовательностей**.

Непараметрические методы СА основаны на вычислении оценок спектральной плотности мощности (СПМ) непосредственно по отсчетам исходной последовательности.

Достоинства

- 1) Применимость к широкому классу стационарных сигналов и шумов.
- 2) Высокая вычислительная эффективность за счет алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ).

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА (СА) СИГНАЛОВ (2)

3

Непараметрические методы СА основаны на вычислении оценок СПМ на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ).

Применение прямой формулы ДПФ приводит к техническим сложностям при вычислениях, поэтому были разработаны формулы БПФ для существенного ускорения вычислений.

СА может применяться к сигналам и шумам различной природы.

Рассматриваются **эргодические** случайные процессы, для которых усреднение по ансамблю реализаций эквивалентно усреднению по времени одной реализации теоретически бесконечной длины.

КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Классификация методов оценивания СПМ

1) метод периодограмм (метод Фурье-периодограмм);

2) методы модифицированных периодограмм;

- Метод периодограмм Даньелла;
- Метод периодограмм Бартлетта;
- Метод периодограмм Уэлча;

3) метод Блэкмана-Тьюки.

Непараметрические методы не используют дополнительные математические модели сигналов, в отличие от **параметрических** методов, где применяются различного рода математические модели сигналов (авторегрессии и пр.).

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ (1)

Определение спектральной плотности мощности

(СПМ)

$$S(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \frac{|X(e^{j\omega T})|^2}{f_{\text{д}}}$$

Определение спектральной плотности

(СП)

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-N}^N x(n)e^{-j\omega Tn}$$

Понятие **спектральной плотности мощности** базируется на понятии **спектральной плотности**, при этом сама **спектральная плотность** не используется для случайных сигналов.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ (2)

**Альтернативное теоретическое определение
спектральной плотности мощности (СПМ) для
бесконечной выборки**

$$S(\omega) = \frac{1}{f_D} \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_X(m) e^{-j\omega mT}$$

**Альтернативное определение спектральной
плотности мощности (СПМ) для конечной выборки**

$$\hat{S}(\omega) = \frac{1}{f_D} \sum_{m=-(N-1)}^{N-1} \hat{R}_X(m) e^{-j\omega mT}$$

МЕТОД ПЕРИОДОГРАММ (1)

Метод назван в соответствии с **Фурье-периодограммой**, применяемой для получения оценки СПМ.

Аналитическое соотношение для периодограммы

$$\hat{S}(\omega) = \frac{|X(e^{j\omega T})|^2}{Nf_D}$$

**Аналитическое соотношение для спектральной
плотности**

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=-N}^N x(n)e^{-j\omega Tn}$$

МЕТОД ПЕРИОДОГРАММ (2)

Периодограмма является **неотрицательной, вещественной, четной** функцией частоты с периодом

$$\omega_d = 2\pi f_d = 2\pi/T$$

Для вещественных последовательностей имеем симметрию относительно половины частоты дискретизации (**частоты Найквиста**)

$$\omega_d/2$$

Периодограмма вычисляется в основной полосе частот

$$[\omega;] \quad \text{д}$$

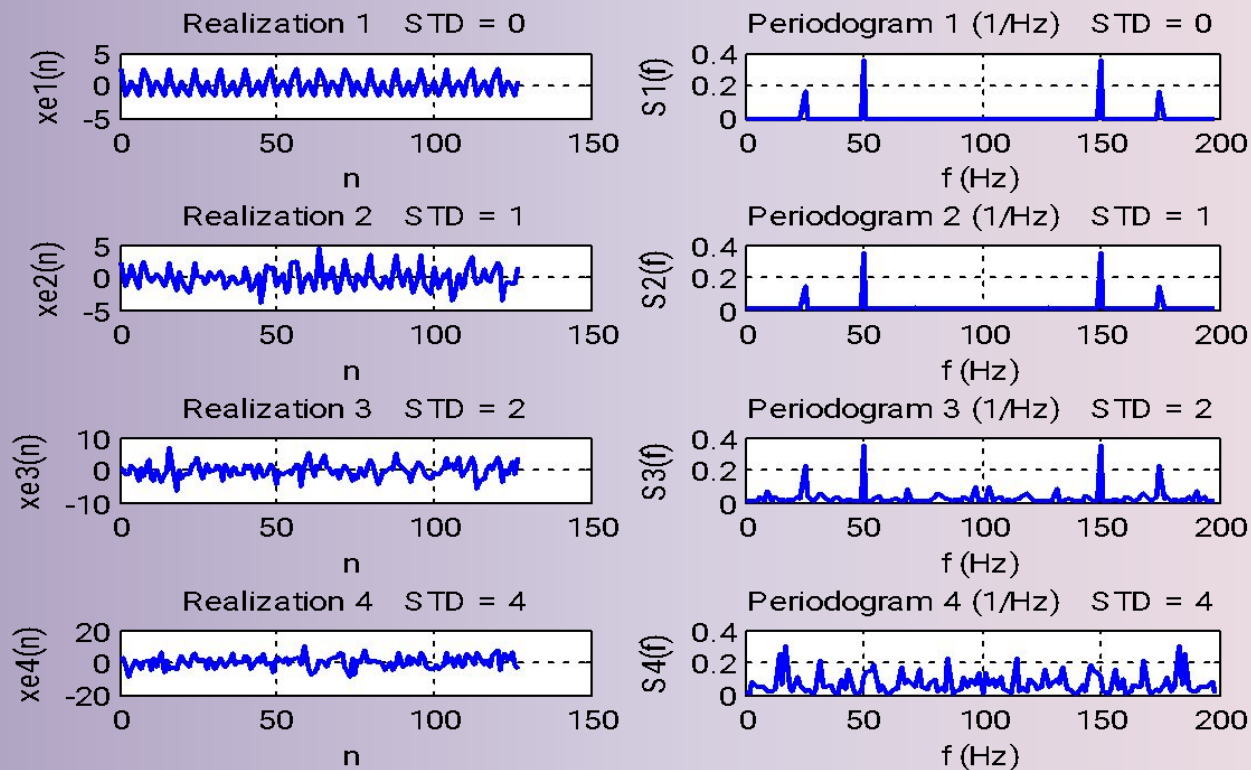
МЕТОД ПЕРИОДОГРАММ (3)

При вычислении периодограммы может возникать эффект **растекания спектра** - появление в спектре сигнала (в его ДПФ) **дополнительных** (побочных, ложных) спектральных составляющих.

Принципиально данный эффект неустраним, но он может быть ослаблен за счет применения оконных функций (окон). Окна широко используются в спектральном анализе и теории цифровой фильтрации.

Эффект растекания спектра возникает, когда на длительности сигнала укладывается **нецелое число периодов**.

МЕТОД ПЕРИОДОГРАММ (3)



«Методы и алгоритмы
цифровой обработки сигналов
на базе MATLAB»

*Методы
непараметрического
спектрального анализа.*

Метод периодограмм

Клионский Д.М. — к.т.н., доцент кафедры
математического обеспечения и применения ЭВМ (МОЭВМ)