

Механические часы

- Механические часы были нужны всем, церкви – для уточнения начала времени богослужения. Сначала с этой задачей успешно справлялись солнечные часы, но со временем их заменили башенные механические часы с боем. Можно предположить, что первые механические часы не имели циферблата, а имели один только колокольный бой, звуком оповещая наступление часа молитвы. Но и в светских делах требовалось знать точное время! По преданиям, королевский наместник в Артуа, что во Франции, дал в 1355 году жителям городка Эрсюр-ля-Лис разрешение построить городскую колокольню, чтобы ее механические часы отбивали не церковные службы, а время коммерческих сделок и часы работы ткачей и суконщиков. Точное время хотели знать и на производствах, где результат работы зависел от времени продолжительности технологических процессов.



Задача №1

Определите чему равен угол между часовой и минутной стрелками часов в 23 часа 45 минут.

Решение:

Угол между минутной стрелкой и отметкой «12» на циферблате равен 90° , а угол между часовой стрелкой и отметкой «12» равен $1/4$ от угла между «11» и «12», т.е. равен $30^\circ : 4 = 7^\circ 30'$. Тогда искомый угол равен $90^\circ - 7^\circ 30'$.

- Ответ: $82^\circ 30'$.

Задача №2

В некоторый момент времени двое стрелочных часов показывают верное время. Через какое время наступит такой следующий момент, если известно, что одни часы отстают на 5 минут каждый час, а другие спешат на 4 минуты каждый час?

Решение:

- Первые часы отстают на 1 оборот каждые 144 часа, вторые уходят вперед на 1 оборот каждые 180 часов. $\text{НОК}(144, 180) = 720$.
- Ответ: через 720 часов.

Задача №3

Сколько раз в течение суток часовая и минутная стрелки составляют прямой угол?

- Решение:
- *Первое решение*
- В течение суток минутная стрелка делает 24 оборота, а часовая – 2 оборота, следовательно, минутная стрелка совершает 22 оборота вокруг часовой, составляя при этом с часовой стрелкой дважды прямой угол (отставая на четверть круга и обгоняя на четверть круга). Таким образом, прямой угол между стрелками образуется за сутки 44 раза.
- *Второе решение*
- За 1 час часовая стрелка описывает угол $30^\circ:60=0,5^\circ$. Минутная стрелка за 1 минуту описывает угол 6° . Так как $90^\circ:(6^\circ-0,5^\circ)=16\frac{4}{11}$, минутная и часовая стрелки образуют прямой в первый раз через $16\frac{4}{11}$ минут после того, как обе будут стоять на 12.
- Поскольку $n \cdot 16\frac{4}{11}=24 \cdot 60$; $n=88$ (в это число входят углы в $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$, образуемые минутной и часовой стрелками). В течение суток минутная и часовая стрелки образуют прямой угол 44 раза.
- Ответ: 44 раза.

Задача №4

На часах ровно 9. Через сколько минут стрелки часов(минутная и часовая) совпадут? Когда?

- Решение:
- Если часовая стрелка до того, как обе стрелки совпадут, успеет пройти x минутных делений. Так как за одно и то же время часовая стрелка проходит $1/12$ того, что проходит минутная, то можем составить уравнение:
 - $$x = (45 + x) \cdot 1/12$$
 - $$x = 4/11$$
- Минутная стрелка часов совпадает с часовой через:
 - $$45 + 4 \frac{1}{11} = 49 \frac{1}{11} \text{ минут.}$$
- Ответ: $49 \frac{1}{11}$ минут.

Задача №5

Минутная стрелка часов имеет длину 2 см, а часовая-1,5 см. Найдите отношение скоростей, с которыми движутся концы стрелок.

Решение:

Пусть v_1 -линейная скорость конца минутной стрелки, а v_2 -часовой. Тогда:

$$V_1 = S_1 / t_1 = 2\pi r / t_1 = 2\pi \cdot 2 / 1 = 4\pi \text{ см/ч};$$

$$V_2 = S_2 / t_2 = 2\pi r_2 / t_2 = 2\pi \cdot 1,5 / 12 = 3\pi / 12 = \pi / 4 \text{ см/ч.}$$

$$V_1 : V_2 = 4\pi : \pi / 4 = 16 : 1$$

Итак, конец минутной стрелки движется в 16 раз быстрее, чем конец часовой стрелки.

Ответ: $v_1 / v_2 = 16 : 1$.

Задача №6

Старинная русская задача (XVII век)

Один человек решил узнать, который теперь час. Ему ответили, что две пятых прошедших часов от полуночи до сего времени равны двум третям оставшегося времени до полудня. Смогли бы вы определить, сколько сейчас времени?

- Решение:
- Промежуток от полуночи до полудня составляет 12 часов. Если обозначить время от полуночи до искомого момента через t , то можно составить уравнение:
-
- $$\frac{2}{5}t = \frac{2}{3}(12 - t)$$
- $$t = 7,5 \text{ часов}$$
- Ответ: 7 часов 30 минут утра.

Задача №7

Часы остановились

Человек приехал из командировки, где сломал свои ручные часы. Дома есть стенные, но они за время командировки остановились. Он завел стенные часы, сходил к другу, попил с ним чаю и вернулся домой. После этого он правильно выставил стрелки стенных часов. Как это ему удалось, если принять во внимание, что путь к другу и обратно домой занимает одинаковое время, но

- Решение: сколько именно, неизвестно?
- Необходимо перед уходом к другу узнать, какое время показывают часы. По приходу к нему надо засечь время, которое он там находился, и перед уходом домой узнать точное время. По возвращении домой надо узнать время, которое показывают стенные часы, и определить, сколько времени человек отсутствовал. От этого времени отнять время чаепития и поделить остаток на два. Получится время, которое человек был в пути в один конец. Ко времени уходя от друга необходимо прибавить время путь в один конец и выставить полученное значение на стенных часах в своей квартире.

Задача №8

Часы у Маши опаздывают каждый час на 2 минуты. Если по радио передают сигнал «12 часов», то через сколько времени на часах у Маши будет 12 часов, если мы знаем, что ее часы показывали точное время ровно 5 часов тому назад.

-

- Решение:

- Когда по радио передавали точное 12 часов, то Машины часы показывали на 10 минут меньше, т.е. 11 часов 50 минут. Оставалось еще 10 минут, но в течение этих 10 минут часы Маши отстанут еще на 20 секунд. Итак, 12 часов на Машиных часах будет через 10 минут 20 секунд.

-

- Ответ: 10 минут 20 секунд.

Задача №9

Сколько раз в сутки стрелки часов совпадают?

Решение:

-
- Рассмотрим какой-либо момент времени, когда стрелки часов совпадают, например, 12 часов. Следующее совпадение стрелок часов наступит тогда, когда минутная стрелка опередит часовую на один оборот. Каждый час минутная стрелка опережает часовую на $1 - 1/12 = 11/12$ оборота. Следовательно, через каждые $1 : 11/12 = 12/11$ стрелки будут совпадать. Число этих совпадений в сутки равно $24 : 12/11 = 22$. Различных случаев совпадения 11.
-
-
- Ответ: 22 раза(различных совпадений 11).
-
-

Задача №10

Стрелки часов только что совпали. Через сколько минут они будут смотреть в противоположные стороны?

- Решение:

- Пусть x минут – промежуток времени, который должен пройти прежде, чем стрелки расположатся на одной прямой и будут направлены в противоположные стороны. Минутная стрелка успеет пройти за это время x минутных делений циферблата, а часовая- $x/12$ минутных делений. Когда стрелки расположены на одной прямой и будут направлены в противоположные стороны, их будет разделять 30 минутных делений циферблата. Следовательно,

-

- $$x - x/12 = 30$$

- $$x = 32 \frac{8}{11}$$

- Через $32 \frac{8}{11}$ минутной после того, как минутная и часовая стрелки совпадут, они будут «смотреть» в противоположные стороны.

- Ответ: $32 \frac{8}{11}$.

Задача №11

На часах Клауса минутные деления нанесены небольшими штрихами. Взгляд на часы в шестом часу пополудни, Клаус обнаружил, что большая стрелка отстоит от малой на 3 деления. Сколько было на часах?

- Решение:
- В 5.00 минутную стрелку отделяют от часовой 25 минутных делений. В тот момент, когда Клаус взглянул на часы, большая стрелка отстояла от малой лишь на 3 деления и, следовательно, успела пройти 22 деления. За 1 минуту большая стрелка проходит 1 деление, а малая- $\frac{1}{12}$ деления. Следовательно, за 1 минуту минутная стрелка догоняет часовую на $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$ деления, а для того, чтобы пройти 22 деления, минутной стрелке понадобится $22 : \frac{11}{12} = 24$ минуты..
- Ответ: 5 часов 24 минуты.

Задача №12

Часы опаздывают за каждые 45 минут на 3 секунды. Их правильно установили в полдень. Сколько времени будет на этих часах в полночь?

- Решение:

- $((12 \cdot 6) : 45) \cdot 3 = 16 \cdot 3 = 48$ секунд.

- $24 \text{ ч.} - 48 \text{ сек.} = 23 \text{ ч. } 59 \text{ мин. } 12 \text{ сек.}$

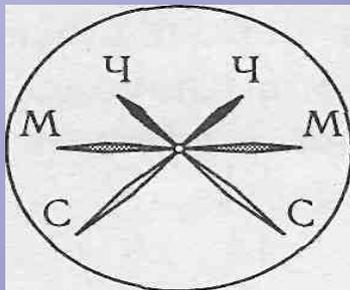
- Ответ: в полночь на часах будет

- 23 ч. 59 мин. 12 сек.

Задача №13

Придворный астролог царя Гороха называет время суток хорошим, если на часах с тремя стрелками на одной оси мы видим после часовой стрелки(по ходу часов) сначала минутную, а потом секундную. Какого времени в сутках больше: хорошего или плохого? (Стрелки движутся с постоянной скоростью.)

- Решение:
- Если стрелки показывают хорошее время, то их зеркальное отражение показывает плохое, и наоборот(рис.112).
- В полночь стрелки совпадают. Если пустить часы назад, то стрелки будут показывать какое-то вчерашнее время, а их расположение будет зеркально симметричным положению стрелок на обычных часах. Итак, каждому хорошему моменту сегодня соответствует плохой момент вчера. Причем интервалу хорошего времени соответствует интервал плохого. Значит, хорошего времени сегодня столько же, сколько было плохого. Значит, хорошего времени сегодня столько же, сколько было плохого вчера. Поэтому хорошего и плохого времени в сутках поровну.



Задача №14

Найти угол между часовой и минутной стрелками в 7 часов 38 минут.

- Решение:
- За час минутная стрелка проходит полный круг 360° , а часовая – в 12 раз меньше, т.е. 30° . Поэтому в 7 часов минутная стрелка повернется на $38/60 \cdot 360^\circ = 228^\circ$, а часовая на угол, в 12 раз меньший, т.е. 19° . Следовательно, в 7 часов 38 минут угол между стрелками будет равен $210^\circ + 19^\circ - 228^\circ = 1^\circ$.
- Ответ: угол между стрелками равен 1° .
-

