

Лекция 3

Гидравлика

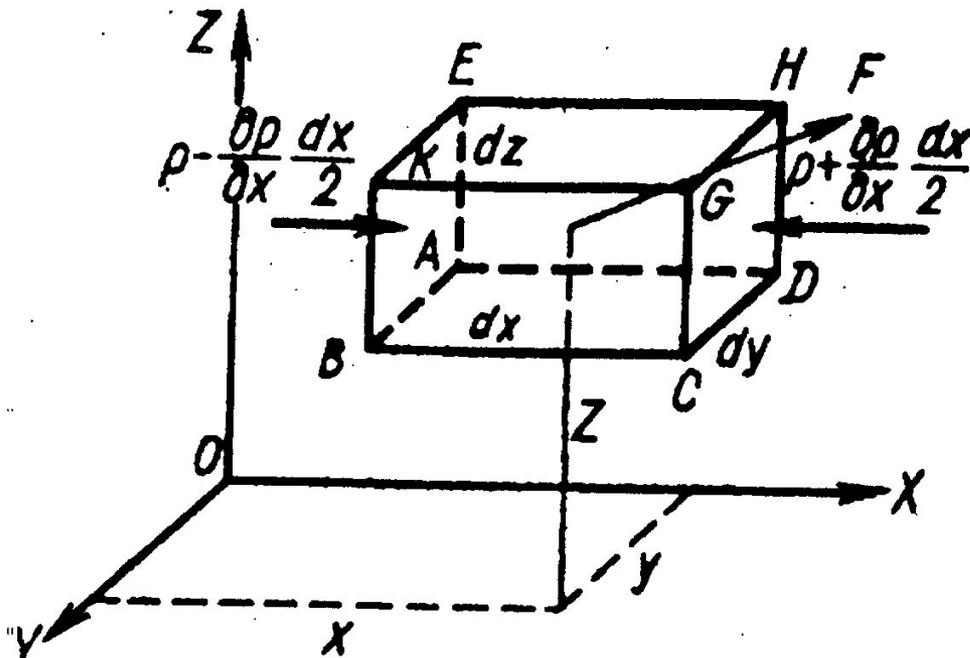


Гидродинамика

- **Гидродинамика** – это раздел гидравлики, который изучает законы движения жидкостей в зависимости от приложенных к ним сил.
- При заданных внешних силах задача гидродинамики сводится к определению давления и скорости движения в каждой точке жидкости в любой момент времени.
- В гидродинамике вводится понятие идеальной (невязкой) жидкости.
- **Идеальная жидкость** – это модель жидкости, т.е. идеализированная среда, не встречающаяся в природе и технике. Однако изучение законов динамики этой идеализированной среды имеет большое значение. Уравнения динамики невязкой жидкости служат исходными для получения уравнений движения реальной (вязкой) жидкости.
- При движении идеальной жидкости силы внутреннего трения не возникают, а значит, в потоке нет касательных напряжений. Напряженное состояние движущейся идеальной жидкости может быть охарактеризовано в каждой точке значением нормального напряжения. Поскольку это значение не зависит от направления действия, его, как и при равновесии жидкости, называют давлением.



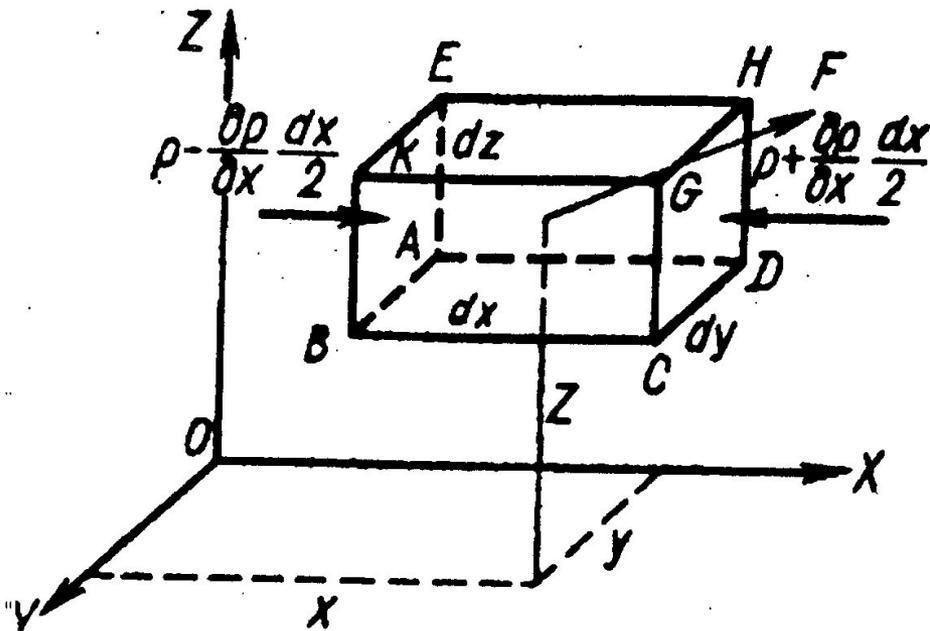
Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)



Рассмотрим движущуюся невязкую жидкость, плотность которой равна ρ . Выделим в жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx , dy , dz , параллельными координатным осям. На массу жидкости в объеме параллелепипеда, равную $\rho dx dy dz$, действуют массовые силы и поверхностные силы давления окружающей жидкости, распределенные по граням параллелепипеда, направленные по внутренним нормальям к граням и пропорциональные площадям соответствующих граней. По второму закону Ньютона равнодействующая всех сил, действующих на тело равна произведению массы этого тела и ускорения, с которым оно движется. Составим уравнения движения выделенной массы в проекциях на координатные оси.



Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)



□ Произведение массы жидкости в параллелепипеде на проекцию ускорения движения его центра масс (полюса) на направление OX равно

$$\rho dx dy dz du_x / dt$$

u_x – скорость центра масс в направлении OX.

Проекция массовых сил на направление OX, действующих на выделенную массу жидкости

$$F_x \rho dx dy dz$$

F_x – проекция на ось OX ускорения массовых сил

Проекция на ось OX результирующей силы давления равна

□

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx dy dz$$



Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)

- Запишем уравнение движения в направлении OX:
□ $F_x \rho dx dy dz - \partial p / \partial x \cdot dx dy dz = \rho dx dy dz \cdot du_x / dt$
□
- Система дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости имеет вид:
□ $F_x - \partial p / \rho \partial x = du_x / dt$
□ $F_y - \partial p / \rho \partial y = du_y / dt$
□ $F_z - \partial p / \rho \partial z = du_z / dt$
- Эти дифференциальные уравнения впервые были получены действительным членом Петербургской Академии наук Л. Эйлером в 1755 г.
- Для случая покоящейся жидкости ($u_x = u_y = u_z = 0$) уравнения совпадут с дифференциальными уравнениями равновесия жидкости.
- В задачах гидродинамики массовые силы обычно считаются известными (например, сила тяжести), известной бывает и плотность жидкости. Неизвестными величинами являются давление или скорость жидкости.
- Для определения неизвестных величин используется система уравнений Эйлера и уравнение неразрывности жидкости.

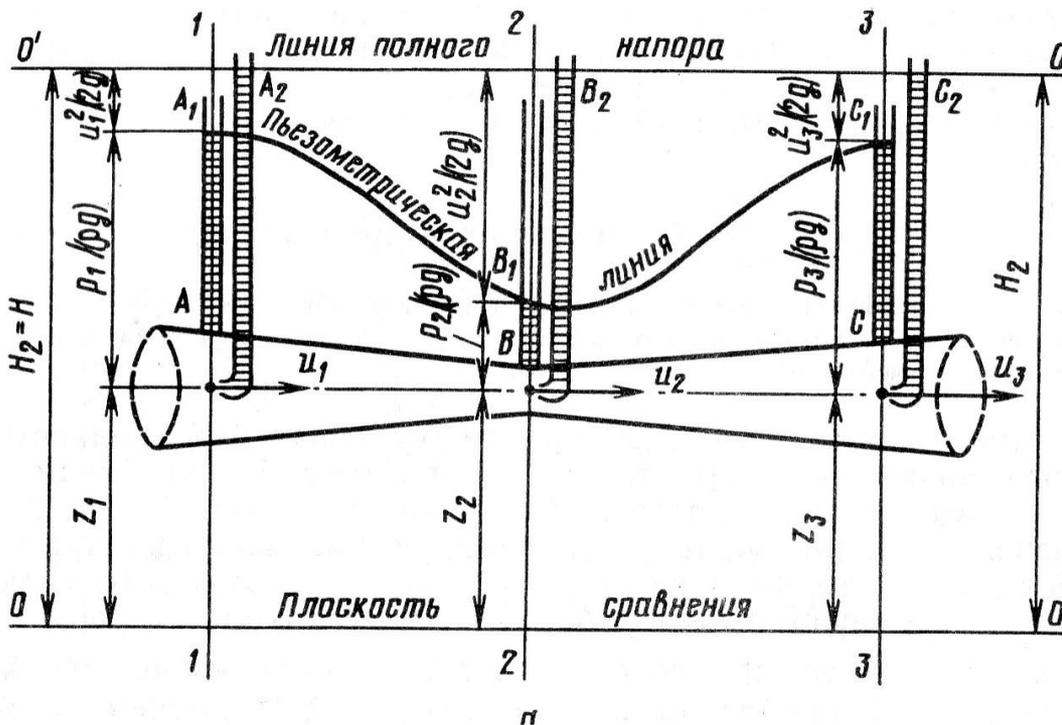


Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

- Уравнение Бернулли – это основное уравнение гидродинамики, по которому решаются все задачи для движущейся жидкости.
- Уравнение Бернулли выводится в результате преобразования и интегрирования системы дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости Эйлера.
- Уравнение Бернулли для идеальной жидкости, когда из массовых сил на жидкость действует только одна сила тяжести, имеет вид:
- $z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$
- Это уравнение представлено для двух сечений жидкости: z_1 и z_2 – координаты центров сечений относительно плоскости сравнения; p_1 и p_2 – давления жидкости в центрах сечений; u_1 и u_2 – скорости жидкости в центрах сечений.



Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



□ Рассмотрим энергетическую интерпретацию уравнения Бернулли для идеальной жидкости. Величину z называют удельной потенциальной энергией положения. Если принять плоскость сравнения за плоскость нулевой потенциальной энергии, то можно утверждать, что, подняв массу жидкости M на высоту z , ей сообщили потенциальную энергию Mgz . Значит, $z = Mgz/Mg$ выражает потенциальную энергию, отнесенную к единице веса.

Величине $p/\rho g$ может быть придан энергетический смысл – это работа силы давления, отнесенная к единице веса жидкости.

Величина $u^2/2g$ – это удельная кинетическая энергия жидкости. Каждый член уравнения Бернулли представляет собой удельную потенциальную или кинетическую энергию.

□ Сумма всех членов уравнения Бернулли представляет собой полную (потенциальную плюс кинетическую) удельную энергию жидкости в сечении потока.

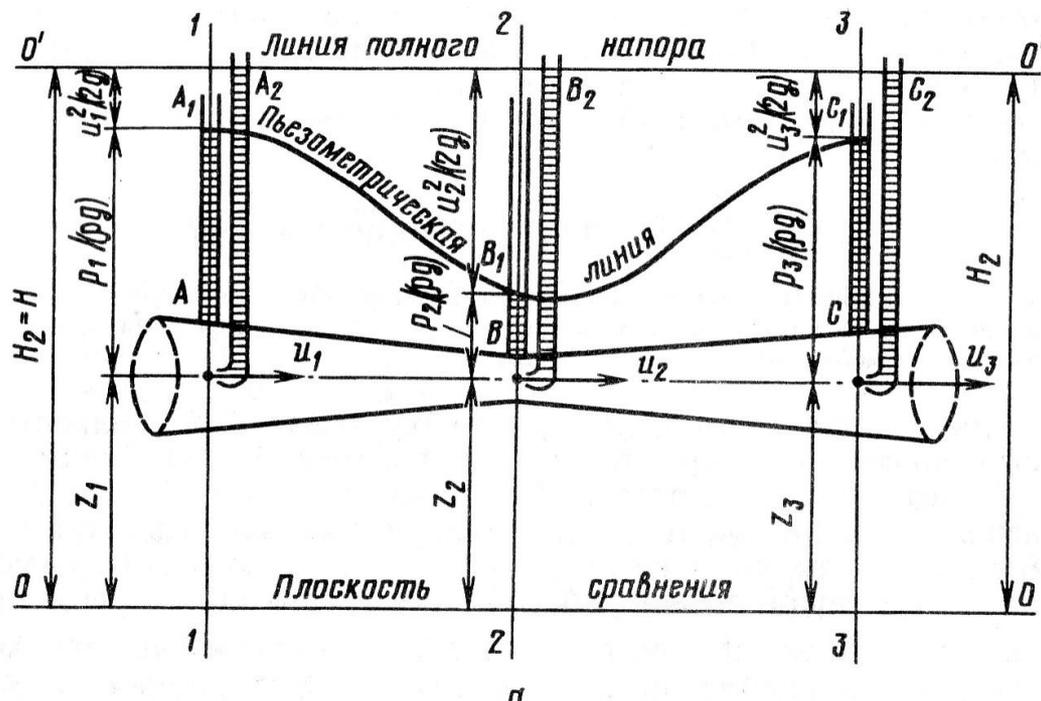


Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

- Трактовка уравнения Бернулли для установившегося движения идеальной жидкости с энергетических позиций такова: при потенциальном движении жидкости суммарная удельная энергия распределена по потоку равномерно, т.е. одинакова для любой пары точек области, занятой движущейся жидкостью.
- Для удельной (отнесенной к единице веса) энергии в гидравлике применяют термин «**напор**».
- $$H = z + p/\rho g + u^2/2g$$
-
- Величину $z + p/\rho g$ называют **пьезометрическим** или **гидростатическим напором**; $u^2/2g$ - **скоростным напором**; H – **гидродинамическим напором**.



Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

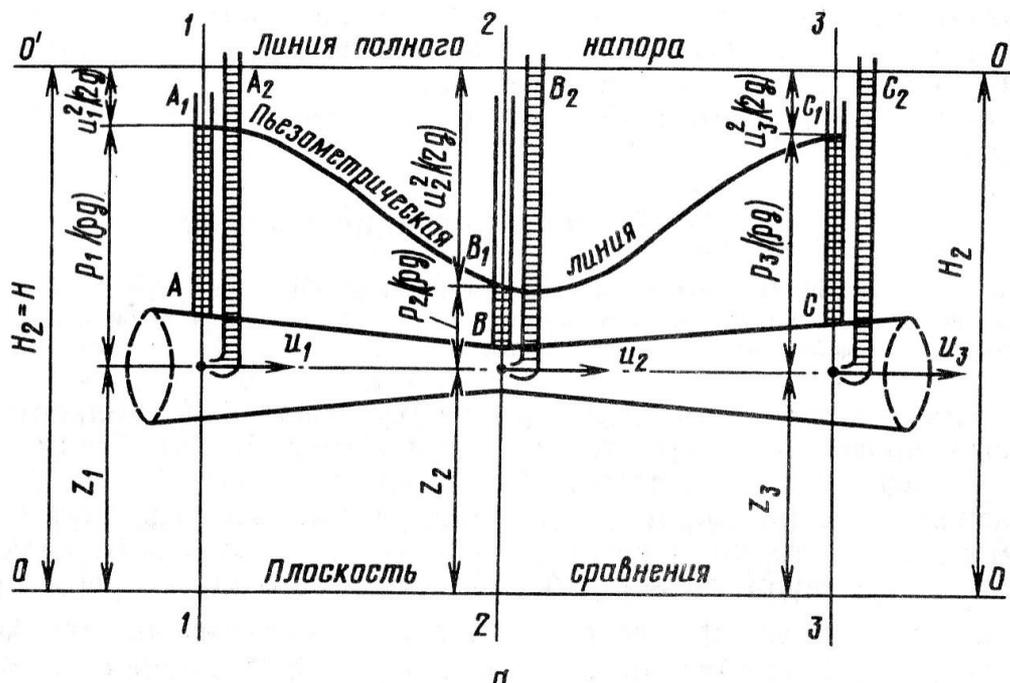


□ Поскольку члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность, их можно интерпретировать как высоты: z – геометрическая высота, или высота положения; $p/\rho g$ – высота, соответствующая давлению, и $u^2/2g$ – скоростная высота.

Откладывая от плоскости сравнения вертикальные отрезки z , $p/\rho g$ и $u^2/2g$, найдем геометрическое место концов сумм этих отрезков, которое расположится на горизонтальной плоскости, поднятой над плоскостью сравнения на высоту H . Эту плоскость называют напорной, ее след на рисунке представлен верхней горизонтальной линией, которую называют **напорной линией** или **линией удельной энергии**. Соединив концы отрезков $z + p/\rho g$, получим **пьезометрическую линию**.



Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



- Разница между высотой, соответствующей давлению, и высотой, соответствующей избыточному давлению $z + p/\rho g$, составляет $p/\rho g$. Обычно, под пьезометрической линией понимают линию, соединяющую концы отрезков, представляющих суммы $z + p/\rho g$.

Пьезометрический уклон – это изменение пьезометрического напора, отнесенное к единице длины. Пьезометрический уклон считают положительным, если по течению струйки пьезометрическая линия понижается.



Уравнение Бернулли для реальной жидкости

- Реальная (вязкая) жидкость при движении теряет энергию, удельная энергия вдоль потока уменьшается.
- Уравнение Бернулли для вязкой жидкости получают из уравнения Бернулли для идеальной жидкости путем введения в него дополнительной величины, которая называется потерями энергии $h_{тр}$.
- Уравнение Бернулли имеет вид:
 - $$z_1 + p_1/\rho g + a_1 u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + a_2 u_2^2/2g + h_{тр}$$
 - a_1 и a_2 - коэффициенты кинетической энергии (коэффициенты Кориолиса) в сечениях; u_1 и u_2 - средние скорости в рассматриваемых сечениях.



Уравнение Бернулли для реальной жидкости

□ Все члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность и могут быть представлены графически.

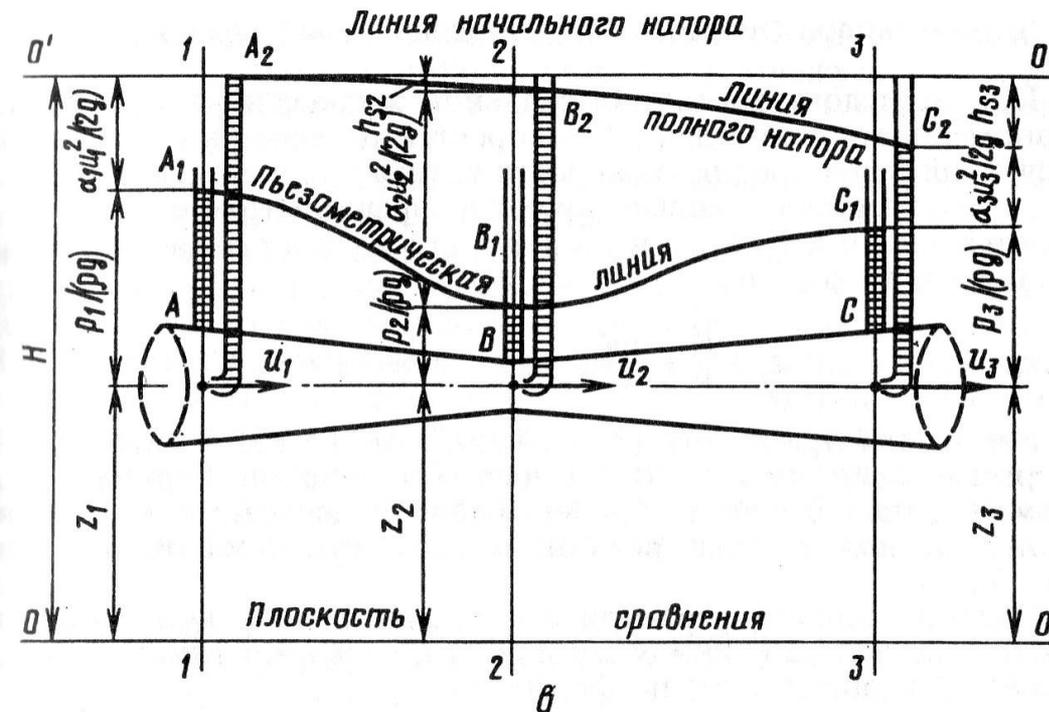
При движении вязкой жидкости линия удельной энергии (напорная линия) не горизонтальна, как при движении идеальной жидкости, а представляет собой наклонную линию, т.к. удельная энергия потока (гидродинамический напор) при движении вязкой жидкости уменьшается в направлении движения.

Пьезометрический напор (удельная потенциальная энергия) в направлении движения может и уменьшаться, и увеличиваться в зависимости от конкретных условий.

Гидравлическим уклоном называют отношение потерь $h_{тр}$ к длине участка l , на котором эти потери происходят:

$$= h_{тр}/l$$

□



Режимы движения жидкости

- Экспериментальные исследования показали, что потери энергии при движении жидкости существенно зависят от особенностей движения частиц жидкости в потоке, от режима движения жидкости.
- Учеными было установлено, что существуют два режима движения жидкости – ламинарный и турбулентный.
- **Ламинарный режим** – это режим движения жидкости, при котором отсутствуют изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости.
- **Турбулентный режим** – это режим движения жидкости, при котором происходит перемешивание жидкости.
- Эти виды движения были подробно изучены английским физиком О.Рейнольдсом.



Режимы движения жидкости

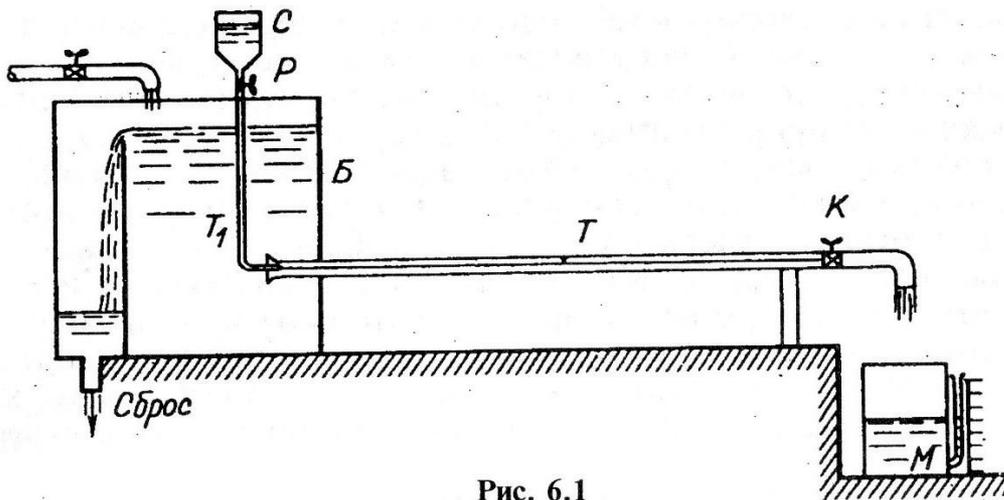


Рис. 6.1

- **Скорость потока, при которой меняется режим движения жидкости, называют *критической скоростью*.**
- **Рейнольдс в опытах установил, что критическая скорость для потока в цилиндрической трубе круглого сечения пропорциональна кинетической вязкости ν и обратно пропорциональна диаметру трубы d :**

$$u_{кр} = k\nu/d$$

Коэффициент пропорциональности k оказался одинаковым для различных ν и d (для различных жидкостей). В честь ученого Рейнольдса этот коэффициент был назван **критическим числом Рейнольдса** и обозначен **Рекр**.

- **Рекр = $k = u_{кр}d/\nu = 2320$**



Режимы движения жидкости

- Число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции к силам трения (вязкости).
- Для любого потока жидкости по известным u , d , ν можно определить число Рейнольдса ($Re = ud/\nu$) и сравнить его с критическим значением $Re_{кр}$.
- Если $Re < Re_{кр}$, режим движения жидкости ламинарный и $u < u_{кр}$.
- Если $Re > Re_{кр}$, режим движения жидкости турбулентный и $u > u_{кр}$.
- В природе и технике турбулентное движение жидкости наблюдается чаще, чем ламинарное. Области ламинарного движения – движение вязких жидкостей типа масел по трубам и в механизмах, движение грунтовых вод, движение в капиллярах (в том числе и движение крови в живых организмах).



Потери напора(удельной энергии)

- Потери удельной энергии (напора), затрачиваемой на преодоление сопротивлений движению вязкой жидкости (гидравлических сопротивлений), слагаются из потерь двух видов: потерь по длине $h_{дл}$, и местных потерь напора h_m .
- *Потери по длине $h_{дл}$* - потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений по длине, пропорциональные длине участков трубы, по которым движется жидкость.
- *Местные потери h_m* - потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений в пределах коротких участков в непосредственной близости к тем или иным местным конструктивным устройствам труб (вход, выход, расширение, сужение, поворот, трубопроводная арматура, фасонные части и т.п.).
- *Общие потери напора в системе труб* принимают равными сумме потерь напора по длине отдельных участков и всех местных потерь напора:
 - $$h_{тр} = \sum h_{дл} + \sum h_m$$



Потери напора

- Эти потери энергии обусловлены переходом механической энергии потока в тепловую энергию. Процесс этот необратим.
- Наличие гидравлических сопротивлений при движении вязкой жидкости связано с работой сил трения внутри жидкости.
- Механизм действия сил сопротивления очень сложен. Аналитически пока не удалось получить универсальные соотношения для их вычисления. Поэтому при расчетах потерь напора используют, как правило, эмпирические зависимости.
- Обычно потери напора выражают через скоростной напор:

$$h_{тр} = \xi u^2 / 2g,$$

-
- где ξ – коэффициент сопротивления (коэффициент потерь), показывающий, какому числу скоростных напоров (или долей скоростного напора) соответствует потеря напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления. Эту формулу называют формулой Вейсбаха.
- Большинство коэффициентов сопротивления, приводимых в справочниках, найдено экспериментально.



Потери напора по длине

- **Общая формула для определения потерь напора по длине имеет вид:**
$$h_{дл} = \lambda \ell u^2 / 8Rg$$
- **Для круглых труб:**
$$h_{дл} = \lambda \ell u^2 / 2dg,$$
- **где λ – коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси).**
- **Формула была установлена экспериментально, ее называют формулой Дарси-Вейсбаха.**
- **Согласно формуле при равномерном движении жидкости средняя скорость будет определяться по следующей зависимости:**
$$u = (8gRh_{дл} / \lambda \ell)^{1/2}$$
- **Обозначим $(8g/\lambda)^{1/2} = C$.**
- **Коэффициент C называют коэффициентом Шези.**



Потери напора по длине

- Введя в формулу коэффициент Шези и гидравлический уклон $I = h_{дл}/\ell$, получим *формулу Шези для средней скорости при равномерном движении*:

- $$u = C(RI)^{1/2}$$

Потери по длине при равномерном движении можно выразить следующей формулой:

- $$h_{дл} = u^2 \ell / C^2 R$$

- Зная формулу для средней скорости потока, получим *формулу Шези для расхода при равномерном движении*:

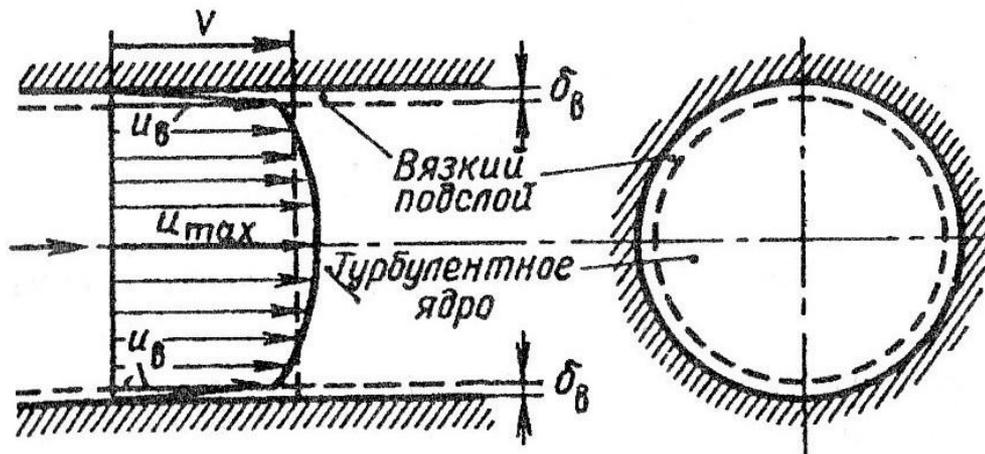
- $$Q = \omega u = \omega C(RI)^{1/2}$$

- Коэффициент Дарси при равномерном ламинарном движении жидкости определяют по формуле:

- $$\lambda = 64 / Re$$



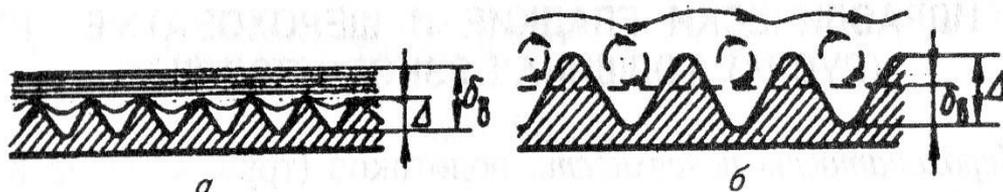
Гладкие и шероховатые трубы



- В гидравлике вводится понятие гидравлически гладких и шероховатых труб. В качестве характеристики шероховатости выбирают некоторую среднюю высоту выступов шероховатости Δ . Было установлено, что при турбулентном движении поток жидкости в трубе состоит из турбулентного ядра и вязкого подслоя. В турбулентном ядре происходит интенсивное перемешивание молекул жидкости. Вязкий подслой толщиной δ_v находится вблизи стенки, в пределах этого тонкого подслоя движение жидкости можно считать ламинарным. Если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина вязкого подслоя δ_v , все неровности полностью погружены в этот подслой, и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. В этом случае шероховатость стенок не влияет на особенности движения, и соответственно потери напора не зависят от шероховатости.



Гладкие и шероховатые трубы



□ **Гидравлически гладкие трубы** – трубы, в которых потери напора не зависят от шероховатости труб.

□ Если высота выступов шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя δ_b , неровности стенок выходят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием молекул жидкости. В этом случае потери напора зависят от шероховатости.

□ **Гидравлически шероховатые трубы** – трубы, в которых потери напора зависят от шероховатости.

□ В третьем случае, являющемся промежуточным, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.

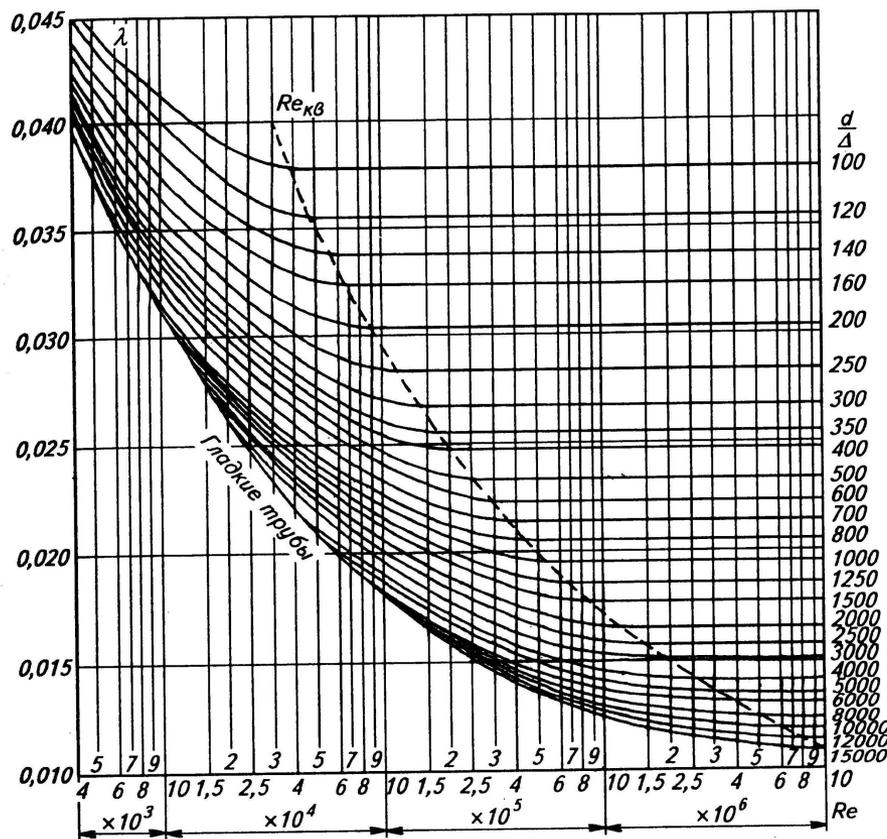


Пять областей сопротивления

- Были проведены многочисленные экспериментальные исследования по изучению зависимости коэффициента Дарси λ от числа Re и относительной шероховатости труб.
- Установлено *5 различных областей сопротивления* при напорном движении жидкости в трубах:
- 1-я область - ламинарный режим движения, $\lambda_{\text{лам}} = f(Re)$, $Re < 2300$;
- 2-я область - переход от ламинарного к турбулентному режиму, $Re = 2300-4000$;
- 3-я область - турбулентный режим, гидравлически гладкие трубы, $\lambda_{\text{гл}} = f(Re)$.
- 4-я область - турбулентный режим (переходная область между областью гидравлически гладких труб и квадратичной областью),
 $\lambda_{\text{пер}} = f(Re, \Delta/d)$.
- 5-я область - турбулентный режим, квадратичная область сопротивления, $\lambda_{\text{кв}} = f(\Delta/d)$, $\lambda_{\text{кв}} \neq f(Re)$.



График для определения коэфффициента Дарси



- Многими учеными проведено экспериментальное изучение движения жидкости в этих пяти областях.
- В результате экспериментов получены формулы для определения коэффциента Дарси для каждой области сопротивления при напорном движении жидкости в трубах. Эти формулы приводятся в справочниках и учебниках по гидравлике.
- Существует сводный график для определения коэффциента Дарси λ в зависимости от числа Re и шероховатости Δ .



Местные потери напора

- **Общая формула для определения *местных потерь напора* называется формулой Вейсбаха и имеет вид:**

- $$h_m = \xi \mu u^2 / 2g,$$

- где ξ_m – безразмерный коэффициент местного сопротивления.

- При течении вязкой жидкости на коротких участках, непосредственно примыкающих к конструктивным элементам труб, происходит изменение вектора средней скорости. Причиной изменения средней скорости является изменение геометрии границ потока (изменение площади сечения) или изменение направления движения жидкости.

- Происходят изменения кинематических параметров. В пределах таких участков движение жидкости неравномерное. Часть удельной энергии (напора) затрачивается на преодоление сопротивлений движению жидкости.



Местные потери напора

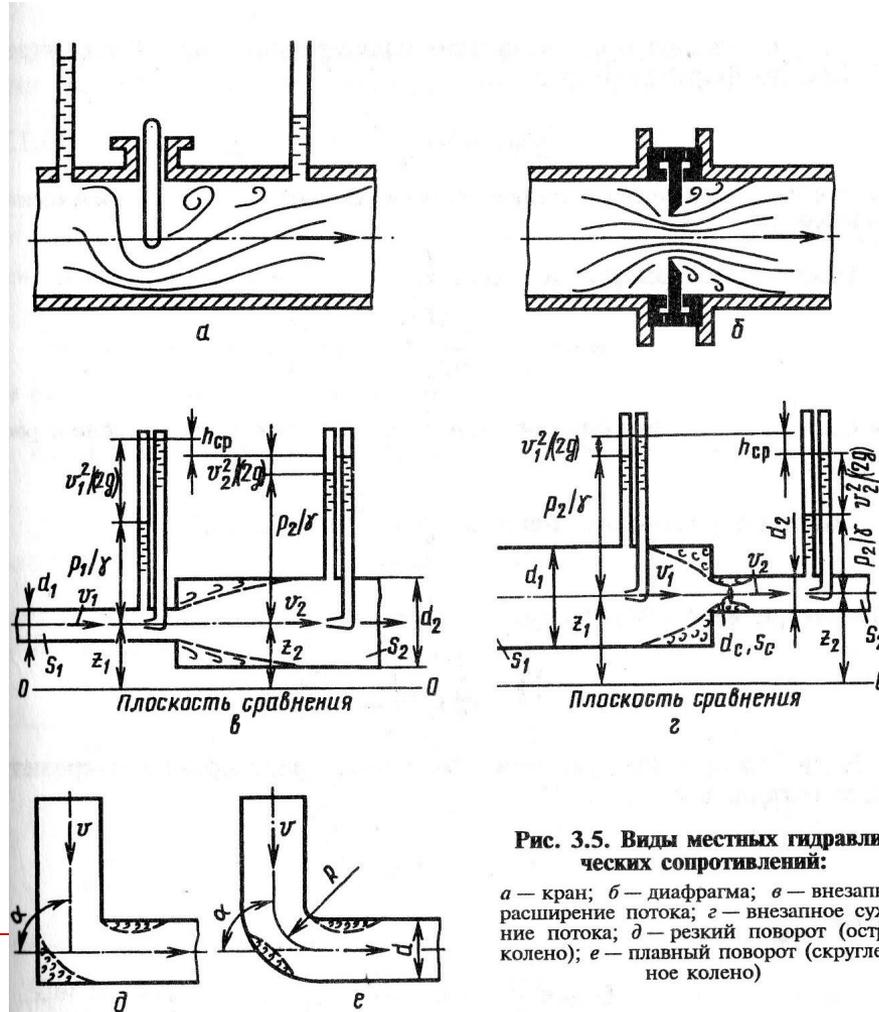


Рис. 3.5. Виды местных гидравлических сопротивлений:

a — кран; *б* — диафрагма; *в* — внезапное расширение потока; *г* — внезапное сужение потока; *д* — резкий поворот (острое колено); *е* — плавный поворот (скругленное колено)

Для большинства местных сопротивлений приведенные в справочной литературе коэффициенты потерь найдены экспериментально. Приведем примеры некоторых типичных случаев местных гидравлических сопротивлений при турбулентном режиме и напорном движении жидкости: внезапное расширение трубы, выход из трубы в неподвижную жидкость, постепенное расширение, внезапное сужение (конфузоры), поворот, диафрагма, задвижка, кран, обратный клапан с сеткой.

