

Т2: Потоки платежей.

Финансовая рента

Содержание:

Т2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

Т2.2 Параметры финансовых потоков

Т2.3 Обобщенные характеристики ренты:

Наращенная величина

Современная стоимость

Т2.4 Расчет параметров ренты

Т2: Поток платежей. Финансовая рента

Т2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

Поток направлен на **накопление**. Платежи – взносы, на которые начисляются проценты к концу срока. Цель формирования потока – накопление заданной суммы к концу срока.



Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

Поток направлен на **выплату** имеющейся задолженности. Платежи – взносы, которые представляют собой выплату как основного долга, так и процентной части, накопившейся за период к моменту внесения платежа. Цель потока – выплата заданной суммы распределенными во времени платежами.



Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.1 Типы финансовых потоков, распределенных во времени

- Потоки платежей могут быть **постоянными** (с равными платежами через равные промежутки времени), либо **переменными**. Представление потока в виде постоянной ренты (аннуитета) позволяет упростить расчеты и привести их к стандартному виду.
- Поток платежей, все элементы которого распределены во времени так, что интервалы времени между любыми двумя последовательными платежами постоянны, называют **финансовой рентой или аннуитетом** (annuity)
- В финансовой практике часто встречаются так называемые **простые** или **обыкновенные аннуитеты** (ordinary annuity , regular annuity), которые предполагают платежи или выплаты **одинаковых по величине сумм** в течение всего срока операции в конце каждого периода (года, квартала, месяца и т. д.)

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

T2.2 Параметры финансовых потоков

Параметры -
элементы,
однозначно
описывающие
финансовый поток.

- Срок потока (n – в годах),
- Процентная ставка, (i - в долях),
- Платеж (R -денежное выражение),
- Период между платежами (p -кратность внесения платежей, число раз в год),
- Кратность начисления процентов (m - число раз в год).

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.2 Параметры финансовых потоков

- В зависимости от момента совершения платежа (в начале или конце периода) ренты делятся на ренты **пренумерандо** (платеж в начале периода) и ренты **постнумерандо** (платеж в конце периода).
- Для характеристики всего потока обобщающие характеристики ренты – наращенную и современную величину ренты.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

T2.3 Обобщенные характеристики ренты:

Наращенная величина. Современная стоимость

Наращенная сумма (amount of cash flows)

**- сумма всех членов потока платежей с
начисленными на них к концу срока
процентами.**

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Наращенная величина.

- пример. Пусть фирма приняла решение о накоплении инвестиционного фонда, для чего ежегодно на счет в банке вносятся суммы по 10 млн. рублей под 20% годовых с последующей капитализацией. Рассчитать накопленную сумму через 3 года.

Период вноса, год	Порядковый номер вноса, накопленная сумма		
	1-ый	2-ой	3-ий
1	10,0		
2	$10,0 \cdot 1,2$	10,0	
3	$10,0 \cdot 1,2^2$	$10 \cdot 1,2$	10,0

T2: Потоки платежей. Финансовая рента

T2.3 Обобщенные характеристики ренты:

Наращенная величина.

- Непосредственный счет наращенной суммы составит сумму
- накопленных платежей от каждого взноса в фонд.
- От 1 - го взноса $R(1+i)^2 = R(1+i)^{n-1}$
- От 2 - го взноса $R(1+i)^1 = R(1+i)^{n-2}$
- На 3-й взнос проценты не начисляются - R.
- Нарощенная сумма к концу срока ренты составит сумму членов
- приведенного ряда, который в обратной последовательности -
- геометрическая прогрессия, где R - первый член ряда, (1+i) -
- знаменатель прогрессии. Следовательно, наращенную сумму можно
- определить как сумму геометрической прогрессии по формуле:

- $$FV = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}, \quad FV = R * S_{n, i}.$$

- Где FV-наращенная сумма ренты,
- R-взнос платежа ренты.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Наращенная величина.

- $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ - множитель наращивания годовой ренты
- $\frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{i/m}$ - множитель наращивания ренты с периодическими платежами m раз в год и начислением процентов с периодичностью m раз в год
- $\frac{(1+i/m)^{nm} - 1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}$ - множитель наращивания ренты с периодическими платежами p раз в год и начислением процентов с периодичностью m раз в год.

T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Современная величина.

- Под современной стоимостью
потока платежей понимают сумму
дисконтиро-ванных членов этого потока
на некоторый предшествующий момент
времени.
- Современная стоимость потока
платежей эквивалентна в финансовом
смысле всем платежам, которые
охватывает поток. В связи с этим данный
показатель находит широкое
применение в финансовом анализе.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Современная величина.

- **Пример.** Пусть задолженность погашается ежегодными платежами с процентами из расчета 40% годовых по 1 млн. рублей в течение 4 лет. Оценить сумму задолженности.

Непосредственный счет задолженности представит собой сумму последовательности:

- $$PV = \frac{1000}{1+0,4} + \frac{1000}{(1+0,4)^2} + \frac{1000}{(1+0,4)^3} + \frac{1000}{(1+0,4)^4} = 2,035 \text{ млн.р}$$

- Данную сумму можно представить в виде формулы

- $$PV = 1 + \frac{1000 * (1 - (1+0,4)^{-4})}{0,4} = 2,035 \text{ млн.р.}$$

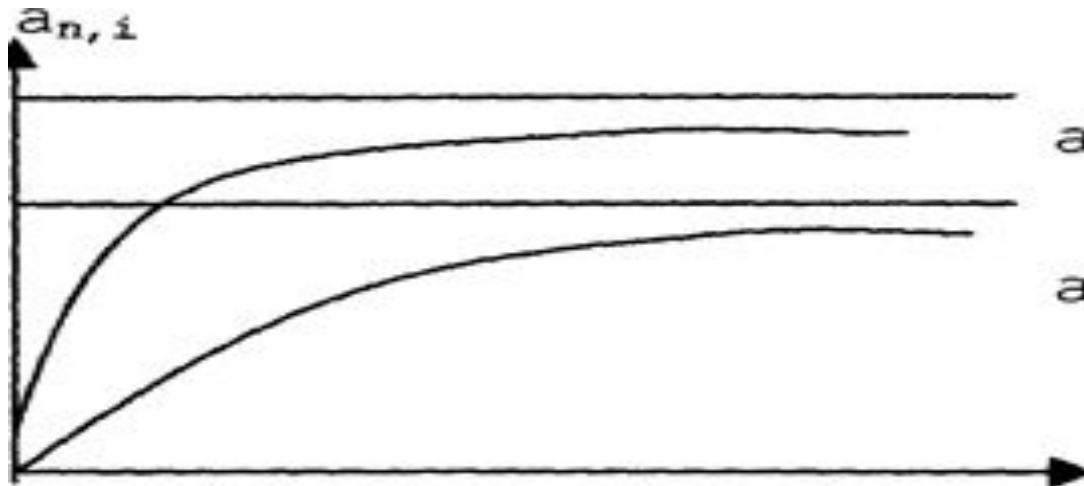
- Дисконтированная сумма 1-го платежа составляет $\frac{R}{1+i}$
- 2-го платежа - $\frac{R}{(1+i)^2}$,
- 3-го платежа - $\frac{R}{(1+i)^3}$,
- 4-го платежа - $\frac{R}{(1+i)^4}$,
- Таким образом, современная величина представляет собой сумму геометрической прогрессии со знаменателей $1/(1+i)$.
- $$PV = 1 + \frac{R \cdot (1 - (1+i)^{-n})}{i}$$

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Современная величина.

- $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ - множитель дисконтирования годовой ренты, $a_{i,n}$
- $\frac{1-(1+i/m)^{-nm}}{i/m}$ - множитель дисконтирования ренты с периодическими платежами m раз в год и начислением процентов с периодичностью m раз в год
- $\frac{1-(1+i/m)^{-nm}}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1}$ - множитель дисконтирования ренты с периодическими платежами p раз в год и начислением процентов с периодичностью m раз в год.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.3 Обобщенные характеристики ренты:
Современная величина.

- *График зависимости $a_{n,i}$ от n показывает, что*
- *чем выше процентная ставка, тем меньше величина $a_{n,i}$ соответственно, меньше и современная величина ренты,*
- *при росте n удаленные величины потока вносят меньший вклад, чем близлежащие величины.*



T2: Потоки платежей. Финансовая рента
T2.4 Расчет параметров ренты.

-
- Расчет неизвестного параметра сделки (R, n, i) возможен при известной обобщающей характеристике денежного потока:
 FV или PV

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.4 Расчет параметров ренты.

- При планировании сделки, предусматривающей выполнение обязательств рентными платежами, важнейшим параметром является **срок**, в течение которого планируются расчеты. В случае согласования остальных параметров срок ренты может быть рассчитан с использованием современной и наращенной величины.
- Преобразовав выражение $FV = R \frac{(1+i)^n - 1}{i}$
- Получим $n = \frac{\ln(\frac{FV}{R} + 1)}{\ln(1+i)}$
- Аналогично получим значение n , используя для этого приведенную величину: $n = \frac{\ln(1 - \frac{PV}{R})}{\ln(1+i)}$

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.4 Расчет параметров ренты.

- Расчет неизвестной процентной ставки i
- **Метод интервалов:** $i = i_H + \frac{(a^* - a_H)}{(a_K - a_H)} * (i_K - i_H),$
- Где $i_K - i_H$ – разница между двумя приближениями – начальным и конечным значениями ставок. $a_K - a_H$ – соответственно, множители наращивания или дисконтирования по приближенным значениям ставок.
 a^* – расчетная величина - $\frac{PV}{R}$ или $\frac{FV}{R}$.
- Пример. Предполагается накопить 100 тыс. рублей за 5 лет взносами по 15 тыс. рублей (рента постнумерандо). Какова должна быть процентная ставка?
- $S_{5,i} = 100/15 = 6,67$
- Предположим, что искомая процентная ставка находится в интервале 8-15%. Для этих значений рассчитываем $S_{5,15}$ и $S_{5,8}$.
- **$S_{5,15} = 6,74$ и $S_{5,8} = 5,866$**
- Отсюда $i = 0,08 + \frac{(6,67 - 5,866)}{(6,74 - 5,866)} * (0,15 - 0,08) = 0,144,$
- Проверим значение $S_{5,14,4} = 6,663$, что подтверждает правильность расчетов ставки доходности.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента
Т2.4 Расчет параметров ренты.

- ***Метод последовательных приближений***
- Метод заключается в последовательном расчете наращенной (современной) величины ренты при различных вариантах процентной ставки. Точная величина i соответствует равенству соотношения R и $FV(PV)$.
- **Пример.**
- Затраты по проекту составляют 100 тыс. рублей. Ежегодный возврат инвестиционных затрат в течение 7 лет предполагается на уровне 20 тыс. рублей. Рассчитайте доходность инвестиции.

Т2: Потоки платежей. Финансовая рента

Т2.4 Расчет параметров ренты.

- Необходимо решить равенство $100 = 20 \frac{(1-(1+i)^{-7})}{i}$
- при ряде приближений.
- 1) для $i=15\%$ $20*(1-(1+0,15)^{-7})/0,15=83,2$, что свидетельствует, что для следующего приближения ставка должна быть уменьшена
- 2) для $i=10\%$ $20*(1-(1+0,1)^{-7})/0,1=97,37$, что свидетельствует о близком значении к действительной ставке. Следующая итерация должна быть также в сторону уменьшения ставки.
- 3) для $i=8\%$ $20*(1-(1+0,08)^{-7})/0,08=104,13$.
- Таким образом, ставка доходности проекта приблизительно равна 9% годовых.