

Статистика

- statys (лат.) – состояние
- statu (итал.) – государство
- statistu – знаток государства.

Как предмет статистика имеет 3 отличительных особенности:

- 1. статистика изучает количественную сторону общественных явлений и процессов в конкретных условиях места и времени;
- 2. статистика изучает количественную сторону массовых явлений общественной жизни, т.е. совокупностей, состоящих из большого числа отдельных единиц;
- 3. изучаемые статистикой совокупности общественных явлений имеют 2 характерные черты:
 - - качественная однородность единиц;
 - - варьирование изучаемых признаков.

Любое статистическое исследование
содержит 3 стадии:

- 1. статистическое наблюдение;
- 2. сводка материалов статистического наблюдения;
- 3. анализ.

5 3 4 5 3 4

3 4 5 3 4 3

3 3 4 4 5 3

4 4 4 3 4 5

3 5 4 4 3 4

4 4 5 3 5 4

3 12

4 16

5 8

x	f	f'
3	12	12/36
4	16	16/36
5	8	8/36

$$\Sigma f = n = 36 \quad \Sigma f' = 1 \text{ (100\%)}$$

f частота

f' частотность

группа	численность
младенцы	4
дошкольники	24
школьники	94
молодежь	80
ср. возраст	378
пенсионеры	70
Σf	650

группа	численность
до 1	4
1 – 7	24
7 – 17	94
17 – 25	80
25 – 58	378
старше 58	70
Σf	650

группа	численность	S
до 1	4	4
1 – 7	24	28
7 – 17	94	122
17 – 25	80	202
25 – 58	378	580
старше 58	70	650
Σf	650	

x	f	S
3	12	12
4	16	28
5	8	36
Σ 36		

промилле ‰

продецимилле ‱

$$ОВПЗ = \frac{\text{плановое _ задание _ на _ предстоящий _ период}}{\text{фактическое _ выполнение _ в _ базисном _ периоде}} \times 100\%$$

$$ОВВП = \frac{\text{фактическое _ выполнение _ в _ отчетном _ периоде}}{\text{плановое _ задание _ в _ отчетном _ периоде}} \times 100\%$$

Даны данные о численности мужчин и женщин в нашей стране, млн. чел.

год	1913	1959	1989	2002	2010
муж.	79,1	94,0	135,5	67,6	66,2
жен.	80,1	114,8	151,2	77,6	76,7

Вычислите относительные величины структуры и
относительные величины координации

год	1913	1959	1989	2002	2010
муж.	79,1	94,0	135,5	67,6	66,2
жен.	80,1	114,8	151,2	77,6	76,7
Σ	159,2	208,8	286,7	145,2	142,9
ОВСм	49,7%	45%	47,3%	46,6%	46,3%
ОВСж	50,3%	55%	52,7%	53,4%	53,7%

Вычислите относительные величины структуры и
относительные величины координации

год	1913	1959	1989	2002	2010
муж.	79,1	94,0	135,5	67,6	66,2
жен.	80,1	114,8	151,2	77,6	76,7
Σ	159,2	208,8	286,7	145,2	142,9
ОВСм	49,7%	45%	47,3%	46,6%	46,3%
ОВСж	50,3%	55%	52,7%	53,4%	53,7%
ОВК	1,013	1,221	1,116	1,148	1,159

Даны данные о численности населения мира, млн. чел.

год		ОВД ^ц	ОВД ^б
1965	3345		
1970	3724		
1975	4086		
1980	4457		
1985	4856		
1990	5295		
1995	5734		
2000	6091		
2005	6465		
2010	6834		
2015	7398		

Вычислите относительные величины динамики цепные и базисные

год		ОВД _ц	ОВД _б
1965	3345	_____	_____
1970	3724	1,113	1,113
1975	4086	1,097	1,222
1980	4457	1,091	1,332
1985	4856	1,09	1,452
1990	5295	1,09	1,583
1995	5734	1,083	1,714
2000	6091	1,062	1,821
2005	6465	1,061	1,933
2010	6834	1,057	2,043
2015	7398	1,083	2,212

Средняя

- Средняя величина - обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень варианты в расчете на единицу однородной совокупности в конкретных условиях места и времени.
- Средняя отражает то общее, что скрывается в каждой единице однородной совокупности.

Виды средних

- В экономике применяют следующие виды средних величин:
- - средняя арифметическая;
- - средняя гармоническая;
- - степенная средняя;
- - средняя квадратическая;
- - средняя геометрическая;
- - средняя хронологическая.

Средняя арифметическая простая

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

Например, студент сдал сессию на оценки 3 3 4 4 5,
необходимо рассчитать средний балл студента

$$\bar{x} = \frac{3 + 3 + 4 + 4 + 5}{5} = 3,8$$

Средняя арифметическая взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

x	f	3	12
4	16		
5	8		

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 12 + 4 \cdot 16 + 5 \cdot 8}{12 + 16 + 8} = 3,889$$

$$\begin{aligned}
 - \quad x &= \frac{20 \cdot 2 + 21 \cdot 7 + 22 \cdot 2 + 23 \cdot 1 + 24 \cdot 1 + 29 \cdot 2 +}{ \\
 &+ 31 \cdot 1 + 32 \cdot 1 + 33 \cdot 1 + 34 \cdot 1 + 39 \cdot 1} = 25,25 \text{ лет} \\
 &20
 \end{aligned}$$

$$- \frac{35 \cdot 2 + 36 \cdot 1 + 37 \cdot 15 + 38 \cdot 10 + 39 \cdot 7 + 40 \cdot 5 +$$

$$\frac{+ 41 \cdot 1 + 42 \cdot 9 + 43 \cdot 5 + 45 \cdot 3}{58} = 39,362 \text{ лет}$$

$$\overline{x} = \frac{\sum \overline{x_i} \cdot f}{\sum f}$$

Даны данные по весу изделий

вес изделий, кг x	Число изделий f
до 20	5
20-30	15
30-50	30
50-70	18
свыше 70	2

Необходимо найти средний вес изделия

вес изделий, кг x	Число изделий f	$\bar{x}_i$
10-20	5	15
20-30	15	25
30-50	30	40
50-70	18	60
70-90	2	80

Решение:

$$\bar{x} = \frac{15 \cdot 5 + 25 \cdot 15 + 40 \cdot 30 + 60 \cdot 18 + 80 \cdot 2}{5 + 15 + 30 + 18 + 2} = 41,286 \text{ кг}$$

Средняя гармоническая

простая

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$$

взвешенная

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum \frac{x \cdot f}{x}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$w = x \cdot f$$

Степенная средняя

простая

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m}{n}}$$

взвешенная

$$\bar{x} = \sqrt[m]{\frac{\sum x^m \cdot f}{\sum f}}$$

Средняя квадратическая

простая

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$$

взвешенная

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 \cdot f}{\sum f}}$$

Средняя геометрическая

простая

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\prod x}$$

взвешенная

$$\bar{x} = \sqrt[\sum f]{\prod x^f}$$

Средняя хронологическая

$$\bar{x} = \frac{\frac{x_1}{2} + x_2 + x_3 + \dots + \frac{x_n}{2}}{n-1}$$

Задача, даны данные о распределении
рабочих цеха по тарифным разрядам

Тарифный разряд	Число рабочих
1	4
2	13
3	16
4	30
5	20
6	17

Вычислите средний тарифный разряд
рабочих в цехе

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 13 + 3 \cdot 16 + 4 \cdot 30 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 17}{4 + 13 + 16 + 30 + 20 + 17} = 4$$

Даны данные о распределении заводов в цементной промышленности по величине производственной мощности.

Произв. мощность, тыс. т	Число заводов
до 100	10
100-200	15
200-300	25
300-500	21
500-700	16
свыше 700	13

Вычислите среднее производство цемента в год на одном заводе

Произв. мощность, тыс. т	Число заводов	$\bar{x}_i$
0-100	10	50
100-200	15	150
200-300	25	250
300-500	21	400
500-700	16	600
700-900	13	800

$$x - \frac{50 \cdot 10 + 150 \cdot 15 + 250 \cdot 25 + 400 \cdot 21 + 600 \cdot 16 + 800 \cdot 13}{10 + 15 + 25 + 21 + 16 + 13} = 374 \text{ тыс. м}$$

По цехам завода даны следующие данные о расходе материала на производство продукции

Номер цеха	Расход материала, м	
	На 1 изд.	На все
1	0,6	150
2	0,7	126
3	0,9	261
4	0,4	200
5	0,5	250
6	1,3	260
7	1,4	420

Определите расход материала на одно изделие в среднем по заводу

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$\bar{x} = \frac{150 + 126 + 261 + 200 + 250 + 260 + 420}{\frac{150}{0,6} + \frac{126}{0,7} + \frac{261}{0,9} + \frac{200}{0,4} + \frac{250}{0,5} + \frac{260}{1,3} + \frac{420}{1,4}}$$

$$\bar{x} = \frac{1667}{2220} = 0,751 \text{ м}$$

Даны данные

группа	III квартал		IV квартал	
	Средняя з/пл, руб.	Число рабочих	Средняя з/пл, руб.	Фонд з/пл, тыс. руб.
1	8900	1000	9000	9000
2	9200	2000	8700	10440
3	9500	800	8500	9350

Вычислите среднюю заработную плату в каждом квартале и на сколько процентов изменилась средняя заработная плата

$$\bar{x}_{III} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

$$\bar{x}_{III} = \frac{8900 \cdot 1000 + 9200 \cdot 2000 + 9500 \cdot 800}{1000 + 2000 + 800}$$

$$\bar{x}_{III} = 9184,211 \text{ руб.}$$

$$\overline{x}_{IV} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$\overline{x}_{IV} = \frac{9000 + 10440 + 9350}{\frac{9000}{9000} + \frac{10440}{8700} + \frac{9350}{8500}}$$

$$\overline{x}_{IV} = 8724,242 \text{ руб.}$$

$$ОВД = \frac{\bar{x}_{IV}}{x_{III}} = 0,95$$

$$0,95 \cdot 100\% - 100\% = -5\%$$

Средняя заработная плата в IV квартале по сравнению с III снизилась на 5%

Показатели центра распределения

—

$\bar{x}$ Mo Me

например

Даны данные о распределении рабочих цеха по тарифным разрядам

x	f
---	---

1	4
---	---

2	5
---	---

3	9
---	---

4	4
---	---

5	2
---	---

в интервальных рядах

$$M_o = x_{mo} + h \frac{f_{mo} - f_{mo-1}}{(f_{mo} - f_{mo-1}) + (f_{mo} - f_{mo+1})}$$

например: даны данные о распределении
рабочих цеха по возрасту, лет

x	f
до 21	1
21-24	3
24-27	7
27-30	9
30-33	5
33-36	3
старше 36	2

$\Sigma 30$

Mo

$$Mo = 27 + 3 \frac{9 - 7}{(9 - 7) + (9 - 5)} = 28 \text{ лет}$$

В дискретных рядах

x	f	S
1	4	4
2	5	9
3	9	18
4	4	
5	2	

$$\Sigma^{24}$$

в интервальных рядах

$$Me = x_{me} + h \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{me-1}}{f_{me}}$$

x	f	S	.
---	---	---	---

до 21	1	1	
-------	---	---	--

21-24	3	4	
-------	---	---	--

24-27	7	11	
-------	---	----	--

27-30	9	20	
-------	---	----	--

30-33	5		
-------	---	--	--

33-36	3		
-------	---	--	--

старше 36	2		
-----------	---	--	--

Σ 30

Me

$$Me = 27 + 3 \frac{\frac{30}{2} - 11}{9} = 28,333 \text{ лет}$$

размах вариации

$$R = x_{\max} - x_{\min}$$

показатели вариации

x	f
---	---

18-21	1
-------	---

21-24	3
-------	---

24-27	7
-------	---

27-30	9
-------	---

30-33	5
-------	---

33-36	3
-------	---

36-39	2
-------	---

$$R = 39 - 18 = 21 \text{ год}$$

линейное отклонение

$$d = x - \bar{x}$$

$$\bar{d}_{np} = \frac{\sum |d|}{n}$$

$$\bar{d}_{еве} = \frac{\sum |d| \cdot f}{\sum f}$$

x	f	$\overline{x}_i$
---	---	------------------

18-21	1	19,5
-------	---	------

21-24	3	22,5
-------	---	------

24-27	7	25,5
-------	---	------

27-30	9	28,5
-------	---	------

30-33	5	31,5
-------	---	------

33-36	3	34,5
-------	---	------

36-39	2	37,5
-------	---	------

Σ^{30}

■

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \cdot f}{\sum f}$$

$$\bar{x} = \frac{19,5 \cdot 1 + 22,5 \cdot 3 + 25,5 \cdot 7 + 28,5 \cdot 9 + 31,5 \cdot 5 + 34,5 \cdot 3 + 37,5 \cdot 2}{30}$$

$$\bar{x} = 28,6 \text{ лет}$$

x	f	d	$\overline{x}_i$
18-21	1	19,5	-9,1
21-24	3	22,5	-6,1
24-27	7	25,5	-3,1
27-30	9	28,5	-0,1
30-33	5	31,5	2,9
33-36	3	34,5	5,9
36-39	2	37,5	8,9

$$\Sigma^{30}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |d| \cdot f}{\sum f}$$

$$\bar{d} = \frac{9,1 \cdot 1 + 6,1 \cdot 3 + 3,1 \cdot 7 + 0,1 \cdot 9 + 2,9 \cdot 5 + 5,9 \cdot 3 + 8,9 \cdot 2}{30}$$

$$\bar{d} = 3,333 \text{ лет}$$

дисперсия

$$\sigma^2_{np} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum d^2}{n}$$

$$\sigma^2_{636} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{\sum d^2 \cdot f}{\sum f}$$

среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\sigma_{np} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

$$\sigma_{\text{взв}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot f}{\sum f}} = \sqrt{\frac{\sum d^2 \cdot f}{\sum f}}$$

коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\%$$

Совокупность однородная если $v < 33\%$

$$\sigma^2 = \frac{\sum d^2 \cdot f}{\sum f}$$

$$\sigma^2 = \frac{9,1^2 \cdot 1 + 6,1^2 \cdot 3 + 3,1^2 \cdot 7 + 0,1^2 \cdot 9 + 2,9^2 \cdot 5 + 5,9^2 \cdot 3 + 8,9^2 \cdot 2}{30}$$

$$\sigma^2 = 18,89$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{18,89} = 4,346 \text{ лет}$$

$$v = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\% = \frac{4,346}{28,6} \cdot 100 = 15,2\%$$

совокупность однородная

Задача1: по результатам исследования получены следующие данные о ценах на яблоки, руб.

29 32 29 35 34 33

Вычислите показатели вариации

Решение:

$$R = 35 - 29 = 6 \text{ руб.}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{29 + 32 + 29 + 35 + 34 + 33}{6} = 32 \text{ руб.}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{3 + 0 + 3 + 3 + 2 + 1}{6} = 2 \text{ руб.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{3^2 + 0^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2}{6} = 5,333$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{5,333} = 2,309 \text{ руб.}$$

$$v = \frac{\sigma}{x} \cdot 100\% = \frac{2,309}{32} \cdot 100 = 7,2\%$$

совокупность однородная

Задача 2: дано распределение учителей средних школ района по стажу работы

стаж работы, лет	число учителей
---------------------	-------------------

8	14
---	----

9	20
---	----

10	30
----	----

11	24
----	----

12	12
----	----

Вычислите показатели вариации и показатели центра распределения

Решение:

$$R = 12 - 8 = 4 \text{ года}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{8 \cdot 14 + 9 \cdot 20 + 10 \cdot 30 + 11 \cdot 24 + 12 \cdot 12}{100} = 10 \text{ лет}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |d| \cdot f}{\sum f} = \frac{2 \cdot 14 + 1 \cdot 20 + 0 \cdot 30 + 1 \cdot 24 + 2 \cdot 12}{100} = 0,96 \text{ года}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum d^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{2^2 \cdot 14 + 1^2 \cdot 20 + 0^2 \cdot 30 + 1^2 \cdot 24 + 2^2 \cdot 12}{100} = 1,48$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{1,48} = 1,217 \text{ лет}$$

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,217}{10} \cdot 100 = 12,2\%$$

совокупность однородная

$$Mo = 10 \text{ лет}$$

$$Me = 10 \text{ лет}$$

Задача 3: дано распределение магазинов города по товарообороту

Группы магазинов по величине ТО, тыс. руб.	Число магазинов
40-50	2
50-60	4
60-70	7
70-80	10
80-90	15
90-100	20
100-110	22
110-120	11
120-130	6
130-140	3
	100

Вычислите показатели вариации и показатели центра распределения

Решение:

$$R = 140 - 40 = 100 \text{ тыс. руб.}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum \bar{x}_i \cdot f}{\sum f} = \frac{45 \cdot 2 + 55 \cdot 4 + 65 \cdot 7 + 75 \cdot 10 + \dots}{100} = 94,2 \text{ тыс. руб.}$$

$$d = x - \bar{x}$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |d| \cdot f}{\sum f} = \frac{49,2 \cdot 2 + 39,2 \cdot 4 + 29,2 \cdot 7 + 19,2 \cdot 10 + \dots}{100} = 15,792 \text{ тыс. руб.}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum d^2 \cdot f}{\sum f} = \frac{49,2^2 \cdot 2 + 39,2^2 \cdot 4 + 29,2^2 \cdot 7 + 19,2^2 \cdot 10 + \dots}{100} = 399,36$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{399,36} = 19,984 \text{ тыс. руб.}$$

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{19,984}{94,2} \cdot 100 = 21,2\%$$

совокупность однородная

Мода и Медиана

$$Mo = 100 + 10 \frac{22 - 20}{(22 - 20) + (22 - 11)} = 101,538 \text{ тыс. руб.}$$

$$Me = 90 + 10 \frac{50 - 38}{20} = 96 \text{ тыс. руб.}$$

1.01	14т
1.02	22
1.03	36
1.04	40
1.05	44
15.09	33
1.10	25
1.11	20
1.12	12

моментный ряд с
равноотстоящими
датами

моментный ряд с
неравноотстоящими
датами

1986 10тыс.пар

1987 12

1988 15

1989 15

1990 18

1991 20

1992 22

1993 19

1997 16

интервальный
ряд с равными
интервалами

интервальный
ряд с неравными
интервалами

В интервальных рядах с равными интервалами

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

с 86 по 93 г.г.

$$\bar{y} = \frac{10 + 12 + 15 + 15 + 18 + 20 + 22 + 19}{8} = 16,375 \text{ тыс. пар}$$

В моментных рядах с равноотстоящими датами

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n - 1}$$

с 1.01 по 1.05

$$\bar{y} = \frac{\frac{14}{2} + 22 + 36 + 40 + \frac{44}{2}}{5-1} = 31,75m.$$

В интервальных рядах с неравными интервалами и в моментных рядах с неравноотстоящими датами

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t}$$

с 86 по 97 г.г.

$$\bar{y} = \frac{10 \cdot 1 + 12 \cdot 1 + 15 \cdot 2 + 18 \cdot 1 + 20 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 19 \cdot 4 + 16 \cdot 1}{1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 1 + 4 + 1}$$

$$\bar{y} = 17 \text{ тыс. пар}$$

с 1.01 по 1.12

$$\bar{y} = \frac{14 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 36 \cdot 1 + 40 \cdot 1 + 44 \cdot 1}{100}$$

$$- \frac{14 \cdot 1 + 22 \cdot 1 + 36 \cdot 1 + 40 \cdot 1 + 44 \cdot 4,5 + 33 \cdot 0,5 +}{y = \frac{1 + 1 + 1 + 1 + 4,5 + 0,5 +}$$

$$\frac{+ 25 \cdot 1 + 20 \cdot 1 + 12 \cdot 1}{+ 1 + 1 + 1} = 31,958m.$$

ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ рядов динамики

год	у тыс.пар							
1986	10							
1987	12							
1988	15							
1989	15							
1990	18							
1991	20							
1992	22							
1993	19							
1994	17							

показатели

Δy

K

ΔK

$A\%$

Абсолютный прирост

$$\Delta y = y_i - y_0$$

$$\Delta y^u = y_i - y_{i-1}$$

$$\Delta y^6 = y_i - y_o$$

$$\sum \Delta y^u = \Delta y^6_n$$

год	y	Δy^u	Δy^6					
1986	10	-	-					
1987	12	2	2					
1988	15	3	5					
1989	15	0	5					
1990	18	3	8					
1991	20	2	10					
1992	22	2	12					
1993	19	-3	9					
1994	17	-2	7					
		Σ^7						

Темп роста

$$K = \frac{y_i}{y_o}$$

$$K^u = \frac{y_i}{y_{i-1}}$$

$$K^o = \frac{y_i}{y_o}$$

$$\Pi K^u = K^o_n$$

год	y	Δy^u	Δy^b	K^u	K^b			
1986	10	-	-	-	-			
1987	12	2	2	1,2	1,2			
1988	15	3	5	1,25	1,5			
1989	15	0	5	1,0	1,5			
1990	18	3	8	1,2	1,8			
1991	20	2	10	1,111	2,0			
1992	22	2	12	1,1	2,2			
1993	19	-3	9	0,864	1,9			
1994	17	-2	7	0,895	1,7			
		Σ^7		II1,7				

Темп прироста

$$\Delta K = \frac{\Delta y_i}{y_{\delta}}$$

$$\Delta K^{\text{y}} = \frac{\Delta y_i^{\text{y}}}{y_{i-1}}$$

$$\Delta K^{\delta} = \frac{\Delta y_i^{\delta}}{y_o}$$

год	y	Δy^u	Δy^b	K^u	K^b	ΔK^u	ΔK^b	
1986	10	-	-	-	-	-	-	
1987	12	2	2	1,2	1,2	0,2	0,2	
1988	15	3	5	1,25	1,5	0,25	0,5	
1989	15	0	5	1,0	1,5	0	0,5	
1990	18	3	8	1,2	1,8	0,2	0,8	
1991	20	2	10	1,111	2,0	0,111	1,0	
1992	22	2	12	1,1	2,2	0,1	1,2	
1993	19	-3	9	0,864	1,9	-0,136	0,9	
1994	17	-2	7	0,895	1,7	-0,105	0,7	
		$\sum^7$		$II1,7$		$\Delta K = K - 1$		

Абсолютное значение одного процента прироста

$$A\% = \frac{\Delta y_i^u}{\Delta K_i^u} \div 100\%$$

год	y	Δy^y	$\Delta y^{\bar{y}}$	K^y	$K^{\bar{y}}$	ΔK^y	$\Delta K^{\bar{y}}$	$A\%$
1986	10	-	-	-	-	-	-	-
1987	12	2	2	1,2	1,2	0,2	0,2	0,1
1988	15	3	5	1,25	1,5	0,25	0,5	0,12
1989	15	0	5	1,0	1,5	0	0,5	-
1990	18	3	8	1,2	1,8	0,2	0,8	0,15
1991	20	2	10	1,111	2,0	0,111	1,0	0,18
1992	22	2	12	1,1	2,2	0,1	1,2	0,2
1993	19	-3	9	0,864	1,9	-0,136	0,9	0,221
1994	17	-2	7	0,895	1,7	-0,105	0,7	0,19
		$\sum^7$		$II1,7$		$\Delta K = K - 1$		

Средние показатели рядов динамики

Средний уровень

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$\bar{y} = \frac{10 + 12 + 15 + 15 + 18 + 20 + 22 + 19 + 17}{9}$$

$$\bar{y} = 16,444 \text{ тыс. пар}$$

Средний абсолютный прирост

$$\overline{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y^i}{m} = \frac{\Delta y^6_n}{m} = \frac{y_n - y_o}{m} \quad m = n - 1$$

$$\overline{\Delta y} = \frac{2 + 3 + 0 + 3 + 2 + 2 - 3 - 2}{8} =$$

$$= \frac{7}{8} = \frac{17 - 10}{8} = 0,875 \text{ тыс. пар}$$

Средний темп роста

$$\overline{K} = \sqrt[m]{\prod K^y} = \sqrt[m]{K^n} = \sqrt[m]{\frac{y_n}{y_o}}$$

$$\begin{aligned}\overline{K} &= \sqrt[8]{1,2 \cdot 1,25 \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot 1,111 \cdot 1,1 \cdot 0,864 \cdot 0,895} = \\ &= \sqrt[8]{1,7} = \sqrt[8]{\frac{17}{10}} = 1,069\end{aligned}$$

Средний темп прироста

$$\overline{\Delta K} = \overline{K} \cdot 100\% - 100\%$$

$$\overline{\Delta K} = 1,069 \cdot 100 - 100 = 6,9\%$$

2000	1 квартал	18,5
	2 квартал	32,9
	3 квартал	30,1
	4 квартал	17,5
2001	1 квартал	19,1
	2 квартал	43,5
	3 квартал	45,4
	4 квартал	26
2002	1 квартал	26,9
	2 квартал	52,4
	3 квартал	58,9
	4 квартал	32,1
2003	1 квартал	32,4
	2 квартал	59,5
	3 квартал	62,2
	4 квартал	32,3

$$2000 \quad (18,5+32,9+30,1+17,5)/4= 24,75$$

$$2001 \quad (19,1+43,5+45,4+26)/4= 33,5$$

$$2002 \quad (26,9+52,4+58,9+32,1)/4= 42,575$$

$$2003 \quad (32,4+59,5+62,2+32,3)/4= 46,6$$

2000	1 квартал	18,5	
	2 квартал	32,9	27,167
	3 квартал	30,1	26,833
	4 квартал	17,5	22,233
2001	1 квартал	19,1	26,7
	2 квартал	43,5	36
	3 квартал	45,4	38,3
	4 квартал	26	32,767
2002	1 квартал	26,9	35,1
	2 квартал	52,4	46,067
	3 квартал	58,9	47,8
	4 квартал	32,1	41,133
2003	1 квартал	32,4	41,333
	2 квартал	59,5	51,367
	3 квартал	62,2	51,333
	4 квартал	32,3	

Выравнивание по прямой

Уравнение прямой или уравнение тренда

$$y_t = a_0 + a_1 \cdot t$$

где:

y_t уровень ряда (расчетный)

a_0 и a_1 параметры уравнения

t время, т.е. порядковый номер интервала или момента времени

Метод наименьших квадратов

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 \cdot n + a_1 \cdot \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t \end{array} \right.$$

$$\sum t = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} a_0 \cdot n = \sum y \\ a_1 \cdot \sum t^2 = \sum y \cdot t \end{array} \right.$$

$$a_0 = \frac{\sum y}{n}$$

$$a_1 = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t^2}$$

Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n}}$$

Коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma_t}{y} \cdot 100\%$$

год	у тыс.пар	t						
1986	10	-4						
1987	12	-3						
1988	15	-2						
1989	15	-1						
1990	18	0						
1991	20	1						
1992	22	2						
1993	19	3						
1994	17	4						
	$\sum^{148}$	$\sum^0$						

год	у тыс.пар	t	t^2					
1986	10	-4	16					
1987	12	-3	9					
1988	15	-2	4					
1989	15	-1	1					
1990	18	0	0					
1991	20	1	1					
1992	22	2	4					
1993	19	3	9					
1994	17	4	16					
	$\sum 148$	$\sum 0$	$\sum 60$					

год	у тыс.пар	t	t^2	$y \cdot t$				
1986	10	-4	16	-40				
1987	12	-3	9	-36				
1988	15	-2	4	-30				
1989	15	-1	1	-15				
1990	18	0	0	0				
1991	20	1	1	20				
1992	22	2	4	44				
1993	19	3	9	57				
1994	17	4	16	68				
	$\sum 148$	$\sum 0$	$\sum 60$	$\sum 68$				

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{148}{9} = 16,444$$

$$a_1 = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t^2} = \frac{68}{60} = 1,133$$

$$y_t = 16,444 + 1,133 \cdot t$$

ГОД	у тыс.пар	t	t^2	$y \cdot t$	y_t		
1986	10	-4	16	-40	11,912		
1987	12	-3	9	-36	13,045		
1988	15	-2	4	-30	14,178		
1989	15	-1	1	-15	15,311		
1990	18	0	0	0	16,444		
1991	20	1	1	20	17,577		
1992	22	2	4	44	18,71		
1993	19	3	9	57	19,843		
1994	17	4	16	68	20,976		
	$\sum 148$	$\sum 0$	$\sum 60$	$\sum 68$			

ГОД	у тыс.пар	t	t^2	$y \cdot t$	y_t	$y - y_t$	
1986	10	-4	16	-40	11,912	-1,912	
1987	12	-3	9	-36	13,045	-1,045	
1988	15	-2	4	-30	14,178	0,822	
1989	15	-1	1	-15	15,311	-0,311	
1990	18	0	0	0	16,444	1,556	
1991	20	1	1	20	17,577	2,423	
1992	22	2	4	44	18,71	3,29	
1993	19	3	9	57	19,843	-0,843	
1994	17	4	16	68	20,976	-3,976	
	$\sum 148$	$\sum 0$	$\sum 60$	$\sum 68$			

ГОД	у тыс.пар	t	t^2	$y \cdot t$	y_t	$y - y_t$	$(y - y_t)^2$
1986	10	-4	16	-40	11,912	-1,912	3,656
1987	12	-3	9	-36	13,045	-1,045	1,092
1988	15	-2	4	-30	14,178	0,822	0,676
1989	15	-1	1	-15	15,311	-0,311	0,097
1990	18	0	0	0	16,444	1,556	2,421
1991	20	1	1	20	17,577	2,423	5,871
1992	22	2	4	44	18,71	3,29	10,824
1993	19	3	9	57	19,843	-0,843	0,711
1994	17	4	16	68	20,976	-3,976	15,809
	$\sum 148$	$\sum 0$	$\sum 60$	$\sum 68$			$\sum 41,157$

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y - y_t)^2}{n}} = \sqrt{\frac{41,157}{9}} = \sqrt{4,573} = 2,138$$

$$v = \frac{\sigma_t}{y} \cdot 100\% = \frac{2,138}{16,444} \cdot 100 = 13\%$$

Колеблемость около тренда допустимая

Производство минеральных удобрений в области, тонн

год	у тонн							
1990	120							
1994	130							
1995	141							
1996	135							
1997	140							
1998	150							
2000	154							

Производство минеральных удобрений в области, тонн

год	у тонн	Δy^u	Δy^b	K^u	K^b	ΔK^u	ΔK^b	$A\%$
1990	120	-	-	-	-	-	-	-
1994	130	10	10	1,083	1,083	0,083	0,083	1,205
1995	141	11	21	1,085	1,175	0,085	0,175	1,294
1996	135	-6	15	0,957	1,125	-0,043	0,125	1,395
1997	140	5	20	1,037	1,167	0,037	0,167	1,351
1998	150	10	30	1,071	1,25	0,071	0,25	1,408
2000	154	4	34	1,027	1,283	0,027	0,283	1,481

средние

$$\bar{y} = \frac{\sum y \cdot t}{\sum t} = \frac{120 \cdot 4 + 130 + 141 + 135 + 140 + 150 \cdot 2 + 154}{11}$$

$$\bar{y} = 134,545 \text{ тонн}$$

$$\overline{\Delta y} = \frac{34}{10} = 3,4 \text{ тонны}$$

$$\overline{K} = \sqrt[10]{1,283} = 1,025$$

$$\overline{\Delta K} = 2,5\%$$

Вывод:

За период с 1990 по 2000 г.г.
в среднем ежегодно в области
производилось 134,545 тонн
минеральных удобрений

За рассматриваемый период
времени в среднем ежегодно
производство минеральных
удобрений увеличивалось
на 3,4 тонны, или в 1,025 раза,
или на 2,5%

Индексы

Индексами называют относительные величины трех видов:

- динамики
- степени выполнения плана и
- сравнения

Индексы делят на два вида:

- индивидуальные и
- общие

Экономические показатели в статистике

p - цена единицы продукции

z - себестоимость единицы продукции

q - физический объем или количество
продукции

$pq = \text{ТО}$ - товарооборот

$zq = \text{З}$ - затраты на производство

Индивидуальные индексы

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \text{ — индивидуальный индекс цены}$$

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} \text{ — индивидуальный индекс себестоимости}$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \text{ — индивидуальный индекс объема}$$

Например:

р на хлеб пш. I сорта в 2015 г. = 18 руб.

р на хлеб пш. I сорта в 2016 г. = 19 руб.

цена на хлеб пш. I сорта

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} = \frac{19}{18} = 1,056$$

в 2016 году по сравнению с 2015
изменилась в 1,056 раза или
увеличилась на 5,6%

Агрегатные индексы

Общий индекс цены

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения цены

$$\Delta TO_p = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$$

Агрегатные индексы

Общий индекс объема

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0}$$

Абсолютное изменение товарооборота за счет изменения объема

$$\Delta TO_q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

$$\Delta TO = \Delta TO_p + \Delta TO_q$$

Общее изменение
товарооборота

Агрегатные индексы

Общий индекс себестоимости

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1}$$

Абсолютное изменение затрат за счет изменения себестоимости

$$\Delta Z_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$$

Агрегатные индексы

Общий индекс объема

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0}$$

Абсолютное изменение затрат за счет изменения объема

$$\Delta Z_q = \sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0$$

$$\Delta Z = \Delta Z_z + \Delta Z_q$$

Общее изменение
затрат

Общие индексы товарооборота и затрат

Общий индекс товарооборота

$$I_{TO} = \frac{\sum TO_1}{\sum TO_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_0}$$

Общее изменение товарооборота

$$\begin{aligned}\Delta TO &= \sum TO_1 - \sum TO_0 = \\ &= \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = \\ &= \Delta TO_p + \Delta TO_q\end{aligned}$$

Общие индексы товарооборота и затрат

Общий индекс затрат

$$I_3 = \frac{\sum z_1}{\sum z_0} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0}$$

Общее изменение затрат

$$\begin{aligned}\Delta Z &= \sum z_1 - \sum z_0 = \\ &= \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = \\ &= \Delta Z_z + \Delta Z_q\end{aligned}$$

Взаимосвязь индексов или индексные системы

$$I_p \cdot I_q = I_{TO}$$

$$I_z \cdot I_q = I_3$$

Индексы переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов

$$I_p^{пер.} = \frac{\overline{p_1}}{p_0} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I_p^{пост.} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

$$I_p^{стр.сдв.} = \frac{\sum p_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I^{пер.} = I^{пост.} \cdot I^{стр.сдв.}$$

Средние индексы

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum p_0 \cdot q_1} = \frac{\sum p_1 \cdot q_1}{\sum \frac{p_1}{i_p} \cdot q_1} = \frac{\sum TO_1}{\sum \frac{TO_1}{i_p}}$$

$$i_p = \frac{p_1}{p_0} \Rightarrow p_0 = \frac{p_1}{i_p}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot p_0}{\sum q_0 \cdot p_0} = \frac{\sum i_q \cdot TO_0}{\sum TO_0}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \Rightarrow q_1 = i_q \cdot q_0$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum \frac{z_1}{i_z} \cdot q_1} = \frac{\sum 3_1}{\sum \frac{3_1}{i_z}}$$

$$i_z = \frac{z_1}{z_0} \Rightarrow z_0 = \frac{z_1}{i_z}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0} = \frac{\sum i_q \cdot q_0 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0} = \frac{\sum i_q \cdot 3_0}{\sum 3_0}$$

$$i_q = \frac{q_1}{q_0} \Rightarrow q_1 = i_q \cdot q_0$$

Задача 1: даны данные по предприятию

Вид продукции	Количество произведенной продукции, тыс. шт.		Себестоимость, тыс. руб.	
	2011	2012	2011	2012
А	3	3,2	1,0	1,0
Б	4	5	2,0	1,8
В	5	6	0,8	0,6

Вычислите:

- 1) Индивидуальные индексы объема и себестоимости
- 2) Общие индексы объема, себестоимости и затрат
- 3) Абсолютное и общее изменение затрат

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0} = \frac{3,2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 0,8}{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 0,8} = \dots =$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = \frac{1 \cdot 3,2 + 1,8 \cdot 5 + 0,6 \cdot 6}{\dots} =$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 \cdot z_0}{\sum q_0 \cdot z_0} = \frac{3,2 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 0,8}{3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 0,8} = \frac{18}{15} = 1,2$$

$$I_z = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_1} = \frac{1 \cdot 3,2 + 1,8 \cdot 5 + 0,6 \cdot 6}{18} = \frac{15,8}{18} = 0,878$$

$$I_3 = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum z_0 \cdot q_0} = \frac{15,8}{15} = 1,053 \quad I_3 = I_z \cdot I_q = 1,054$$

$$\Delta 3_q = \sum q_1 z_0 - \sum q_0 z_0 = 18 - 15 = 3 \text{ млн.руб.}$$

$$\Delta 3_z = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1 = 15,8 - 18 = -2,2 \text{ млн.руб.}$$

$$\Delta 3 = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0 = 15,8 - 15 = 0,8 \text{ млн.руб.}$$

$$\Delta 3 = \Delta 3_z + \Delta 3_q = -2,2 + 3 = 0,8 \text{ млн.руб.}$$

Задача2: по двум заводам даны данные

№ завода	Базисный период		Отчетный период	
	Произведено, тонн	Себестоимость, руб.	Произведено, тонн	Себестоимость, руб.
1	500	10	500	9
2	200	8	500	7

Вычислите индексы себестоимости переменного состава, постоянного состава и структурных сдвигов

$$I_z^{nep.} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I_z^{nocm.} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

$$I_z^{cmp.cd\bar{v}.} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I_z^{nep.} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I_z^{nep.} = \frac{9 \cdot 500 + 7 \cdot 500}{500 + 500} \div \frac{10 \cdot 500 + 8 \cdot 200}{500 + 200} = 8 \div 9,429 = 0,848$$

$$I_z^{nocm.} = \frac{\sum z_1 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1}$$

$$I_z^{nocm.} = 8 \div \frac{10 \cdot 500 + 8 \cdot 500}{500 + 500} = 8 \div 9 = 0,889$$

$$I_z^{cmp.cdв.} = \frac{\sum z_0 \cdot q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum z_0 \cdot q_0}{\sum q_0}$$

$$I_z^{cmp.cdв.} = 9 \div 9,429 = 0,955$$

Задача 3: даны данные о продаже товаров в магазине

Товарная группа	Товарооборот, тыс.руб.		Изменение количества проданных товаров в феврале по сравнению с январем
	январь	февраль	
одежда	2200	2650	+8%
трикотаж	1800	1930	+5%
обувь	3100	3200	-5%

Вычислите:

- 1.Общий индекс товарооборота
- 2.Общий индекс количества проданных товаров
- 3.Общий индекс цены, используя взаимосвязь индексов

$$I_{TO} = \frac{\sum TO_1}{\sum TO_0} = \frac{2650 + 1930 + 3200}{2200 + 1800 + 3100} = \frac{7780}{7100} = 1,096$$

$$I_p \cdot I_q = I_{TO}$$

$$I_p = \frac{I_{TO}}{I_q} = \frac{1,096}{1,016} = 1,079$$

$$I_q = \frac{\sum i_q \cdot TO_0}{\sum TO_0} = \frac{1,08 \cdot 2200 + 1,05 \cdot 1800 + 0,95 \cdot 3100}{7100} = 1,016$$

В отчетном периоде по сравнению с базисным:
цены выросли на 15%,
товарооборот увеличился на 26,5%.

Как изменилось количество
проданной продукции?

Задача 4: даны данные о затратах на производство продукции

Наименование изделия	Общие затраты на производство, млн. руб.		Изменение себестоим. единицы изделия во II кв. по сравнению с I кв.
	I кв.	II кв.	
Спортивные костюмы	395,2	410,7	+5%
Спортивные брюки	388,9	393,6	-2%
Футболки	240,3	242,1	без изменения

Вычислите:

1. Общий индекс затрат на производство
2. Общий индекс себестоимости
3. Общий индекс объема, используя взаимосвязь индексов

$$I_3 = \frac{\sum 3_1}{\sum 3_0} = \frac{410,7 + 393,6 + 242,1}{395,2 + 388,9 + 240,3} = \frac{1046,4}{1024,4} = 1,021$$

$$I_z = \frac{\sum 3_1}{\sum \frac{3_1}{i_z}} = \frac{1046,4}{\frac{410,7}{1,05} + \frac{393,6}{0,98} + \frac{242,1}{1}} = \frac{1046,4}{1034,8} = 1,011$$

$$I_q = \frac{I_3}{I_z} = \frac{1,021}{1,011} = 1,01$$