Выполнение заданий части «С» (подготовка к ЕГЭ)

Выполнила
учитель математики
Коломиец С.В.
МОУ СОШ №3
станицы Березанской
Выселковского района

апрель 2009г.

№1.*Найти целые корни уравнения:*

$(x+6)(x+4)(x^2-5x+6) = 40x^2$.

Решение:

$(x+6)(x+4)(x^2-5x+6) = 40x^2$;

$\underline{(x+6)}(x+4)(x-3)\underline{(x-2)} = 40x^2$;

$(x^2+4x-12)(x^2+x-12) = 40x^2$; $x \neq 0$,

$\frac{x^2+4x-12}{x} \cdot \frac{x^2+x-12}{x} = 40$,

$\left(x+4-\frac{12}{x}\right)\left(x+1-\frac{12}{x}\right) = 40$,

замена $x - \frac{12}{x} = a$.

$(a+4)(a+1) = 40$,

$a^2+5a-36 = 0$.

$a_1 = 4$, $a_2 = -9$.

$x - \frac{12}{x} = 4$,

$x^2-4x-12 = 0$,

$\underline{x_1 = 6,\ x_2 = -2}$

$x - \frac{12}{x} = -9$,

$x^2+9x-12 = 0$,

$x_{3,4} = \frac{-9 \pm \sqrt{129}}{2}$,

$x_{3,4}$ не являются целыми .

<u>Ответ: $x_1 = 6$, $x_2 = -2$.</u>

№2.Найти целые корни уравнения:

$(x + 6)(x + 2)(12 - x)(x - 4) + 160x^2 = 0$

Решение:

$(x + 6)(x + 2)(12 - x)(x - 4) + 160x^2 = 0,$

$\underline{(x + 6)}\,(x + 2)\,(12 - x)\,\underline{(x - 4)} = -160x^2,$

$(x^2 + 2x - 24)(-x^2 + 10x + 24) = -160x^2,$

$\frac{(x^2 + 2x - 24)}{x}\,\frac{(x^2 - 10x - 24)}{x} = 160,$

$\left(x + 2 - \frac{24}{x}\right)\left(x - 10 - \frac{24}{x}\right) = 160,$

замена $\left(x - \frac{24}{x}\right) = a$

$(a + 2)(a - 10) = 160,$

$a^2 - 8a - 180 = 0.$

$a_1 = -10, \quad a_2 = 18.$

$\left(x - \frac{24}{x}\right) = -10,$

$x^2 + 10x - 24 = 0,$

$\underline{x_1 = -12, \quad x_2 = 2}$

$x - \frac{24}{x} = 18,$

$x^2 - 18x - 24 = 0,$

$x_{3,4}$ не являются целыми .

<u>Ответ:</u> **$\underline{x_1 = 12, \ x_2 = -2.}$**

№3. Найдите промежутки монотонности и точки экстремума функции

$$f(x)=\frac{x}{6}\left(2x^2-15x-36\right)+3\log_3\left(x^2+4x+4\right)\cdot\log_{(x+2)}9.$$

Решение.

1). Область определения функции: $x+2>0,\quad x+2\neq 1$, т.е. $x\in(-2;\ -1)\cup(-1;\ +\infty)$. Упростим функцию на ее области определения, пользуясь свойствами логарифма:

$$f(x)=\frac{x}{6}\left(2x^2-15x-36\right)+3\log_3(x+2)^2\cdot\log_{(x+2)}3^2$$

или $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2-6x+12$.

2). Производная $f'(x)=x^2-5x-6$ обращается в 0 при $x=-1,\ x=6$. $f'(x)>0$ при $x\in(-\infty;\ -1)\cup(6;\ +\infty)$ и $f'(x)<0$ при $x\in(-1;\ 6)$ С учетом области определения функция $f(x)$ возрастает на интервалах $(-2;\ -1)$ и , и $(6;\ +\infty)$ убывает на интервале $(-1;\ 6)$. При $x=6$ функция имеет минимум.

Ответ: $f(x)$ **функция возрастает на** $(-2;\ -1)$ **и на** $(6;\ +\infty)$ **,**
убывает на $(6;\ +\infty)$ **,** $x_{\min}=6$ **.**

№ 4. При каких значениях х данное выражение принимает неположительные значения:

8Log5 x + 13/Log5 (0,2x) +4/Log^{2}5(0,2x) +27/Log5(125x).

Решение:

Log5 x8 + 13/Log5 (0,2x) +4/Log^{2}5(0,2x) +27/ Log5(125x) ≤ 0,

Log5 0,2x = a

Log5 x = Log50,2x = Log50,2x - Log50,2 = a +1.
0,2

ОДЗ: a ≠ 0, a ≠ - 4 получим уравнение:

$8a^2(a + 1) + 13a + 4 + 27/(a+4) \leq 0,$

$(8a^{2*2} + 40a^3 + 45a^2 + 56a + 16 + 27a^2) / (a + 4) \leq 0,$

$(8a^{2*2} + 40a^3 + 72a^2 + 56a + 16) / (a + 4) \leq 0,$

$(8a^{2*2} + 40a^3 + 72a^2 + 56a + 16) / (a + 4) \leq 0,$

$(a^{2*2} + 5a^3 + 9a^2 + 7a + 2) / (a + 4) \leq 0,$

разложим пользуясь схемой Горнера, числитель левой части неравенства на множители. Целыми корнями числителя левой части неравенства могут быть числа

– 1 ; -2.

Неравенства примет вид:
(a +1)(a +1) (a+1) (a + 2) / (a + 4) ≤ 0.
Решим данное неравенство методом интервалов.

$$\left[\begin{array}{l} \mathrm{Log5}\ 0{,}2x < -4, \\ -2 \le \mathrm{Log5}\ 0{,}2x \le -1; \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \mathrm{Log5}\ x < -3, \\ -1 \le \mathrm{Log5}\ x \le 0; \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 0 < x < 1/125, \\ 1/5 \le x \le 1. \end{array}\right.$$

Ответ: (0;1/125) U [1\5;1].

№5. При каких значениях x данное выражение принимает неположительные значения:

$$\frac{4}{\sin^{2*2}x} + \frac{27}{3+\cos^2 x} - \frac{26-8\sin^2 x}{2\sin^2 x} + 4\cos 2x$$

Решение:

$$\frac{4}{\sin^{2*2}x} + \frac{27}{3+\cos^2 x} - \frac{26-8\sin^2 x}{2\sin^2 x} + 4\cos 2x.$$

$$\frac{4}{\sin^{2*2}x} + \frac{27}{4-\sin^2 x} - \frac{26-8\sin^2 x}{2\sin^2 x} + 4(1-\sin^2 x) \le 0,$$

$\sin^2 x = a$, $a \in (0;1]$.

$$\frac{4}{a^2} + \frac{27}{4-a} - \frac{2(13-4a)}{2a} + 4 - 8a \le 0$$

$a^2 > 0$, $4 - a > 0$.

$4(4-a) + 27a^2 - (13-4a)a(4-a) + 4(1-2a)a^2(4-a) \le 0,$

$16 - 4a + 27a^2 - a(4-a)(13 - 4a - 4a(1-2a)) \le 0,$

$16 - 4a + 27a^2 - (4a - a^2)(13 - 8a + 8a^2) \le 0,$

$16 - 4a + 27a^2 - (-8a^{2*2} + 40a^3 - 45a^2 + 52a) \le 0,$

$8a^{2*2} - 40a^3 + 72a^2 - 56a + 16 \le 0,$

$a^{2*2} - 5a^3 + 9a^2 - 7a + 2 \le 0.$

Найдем делители числа Д(2): ± 1; ± 2.

При $a = -1$ $\quad 1 + 5 + 9 + 7 + 2 \ne 0;$

При $a = 1$ $\quad 1 - 5 + 9 - 7 + 2 = 0.$

Неравенство примет вид: $(a-1)^2(a^2-3a+2) \le 0$,
$(a-1)^2(a-1)(a-2) \le 0$,
$(a-1)^3(a-2) \le 0$.
Так как $a \in (0;1]$, то $a-2 < 0$.
$(a-1)^3 \ge 0$, $a-1 \ge 0$, $a \ge 0$.
Получим $\begin{cases} a \ge 0, \\ 0 < a \le 1; \end{cases}$

$a = 1$,
$\sin^2 x = 1$,
$\sin x = \pm 1$,
$x = \Pi/2 + \Pi n, n \in Z$.

Ответ: $x = \Pi/2 + \Pi n, n \in Z$.

№6. Найти целые решения уравнения:

$$x^2 - 11y^2 + 11 = 10xy.$$

Решение:

$$x^2 - 11y^2 + 11 = 10xy.$$

$$(x^2 - 10xy + 25y^2) - 25y^2 - 11y^2 = -11,$$

$$(x - 5y)^2 - 36y^2 = -11,$$

$$(x - 5y - 6y)(x - 5y + 6y) = -11,$$

$$(x - 11y)(x + y) = -11.$$

Так как x и y – целые, то (x – 11У)и (x + y) тоже целые.

Решениями исходного уравнения будет объединение решений следующих четырех систем.

1) $\begin{cases} x - 11y = 1, \\ x + y = -11; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x - 11y = 11, \\ x + y = -1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - 11y = -1, \\ x + y = 11; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - 11y = -11, \\ x + y = 1. \end{cases}$

<u>Ответ: (-10; -1); (10; 1); (0; -1); (0; 1).</u>

№7. Найдите все значения *x*, при каждом из которых графики функций $f(x)=\sin^2 2x+\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x\cdot 2^{\log_2 \cos 2x}$ и $g(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}(1+2\sin 2x)$ пересекаются.

1) Из условия задачи имеем: $\sin^2 2x+\frac{1}{2}\operatorname{tg} 2x\cdot 2^{\log_2 \cos 2x}=\frac{\sqrt{3}}{4}(1+2\sin 2x)$

Учитывая, что , преобразуем уравнение к виду: $\sin^2 2x+\frac{1}{2}\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$; $\sin^2 2x+\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{4}=0$.

2) Решим полученное уравнение при условии :

а) $\begin{cases}\sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos 2x>0\end{cases} \Leftrightarrow\ 2x=\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z\ \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in Z$;

б) $\begin{cases}\sin 2x=-\frac{1}{2}\\ \cos 2x>0\end{cases}\Leftrightarrow 2x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in Z \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$.,

Ответ: $\frac{\pi}{6}+\pi k,$ **,** $-\frac{\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$ **.**

Спасибо за внимание!