

Разработка презентации к системе уроков по теме «Многогранники».

Выполнила:
Медведева Ирина Алексеевна

Владимир-2009

Содержание:

- ◆ Введение.
- ◆ Понятие правильного многогранника.
- ◆ Тела Платона.
- ◆ Тела Платона в картинах художников.
- ◆ Теорема Эйлера (без доказательства).
- ◆ Тела Архимеда.
- ◆ Звездчатые многогранники.
- ◆ Тела Кеплера-Пуансо в работах художников.
- ◆ Контроль уровня усвоения знания.
- ◆ Заключение.
- ◆ Литература.

◆ *Цель изучения:*

1. Познакомить учащихся с новыми типами выпуклых многогранников – правильными, полуправильными и звездчатыми многогранниками.
2. Познакомить учащихся с историей возникновения и развития теории многогранников.
3. Показать связь геометрии и природы.

Задачи:

- ◆ **Воспитание моральных качеств : аккуратность, терпимость, ответственность, уважение, бережливость.**
- ◆ **Активизировать мыслительную деятельность учащихся, формирование мыслительных операций: анализ, синтез, сравнение и обобщение.**
- ◆ **Развитие логического и абстрактного мышления.**
- ◆ **Развитие памяти учащихся.**
- ◆ **Развитие пространственного воображения.**
- ◆ **Развитие чувства ответственности и терпение за выполняемое задание.**

Прогнозируемый результат:

- Знать определение правильных выпуклых, полуправильных, звездчатых многогранников.*
- Знать теорему Эйлера (без доказательства).*
- Уметь охарактеризовать каждый вид правильных, полуправильных многогранников.*
- Уметь определять количество ребер, вершин, граней правильных многогранников.*

Правильные многогранники

Эпиграф

«Правильных многогранников
вызывающе мало, но этот весьма
скромный по численности отряд
сумел пробраться в самые
глубины различных наук».

Л. Кэрролл

Понятие правильного многогранника.

Выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани - равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одинаковое число граней, а их грани имеют одинаковое количество сторон.

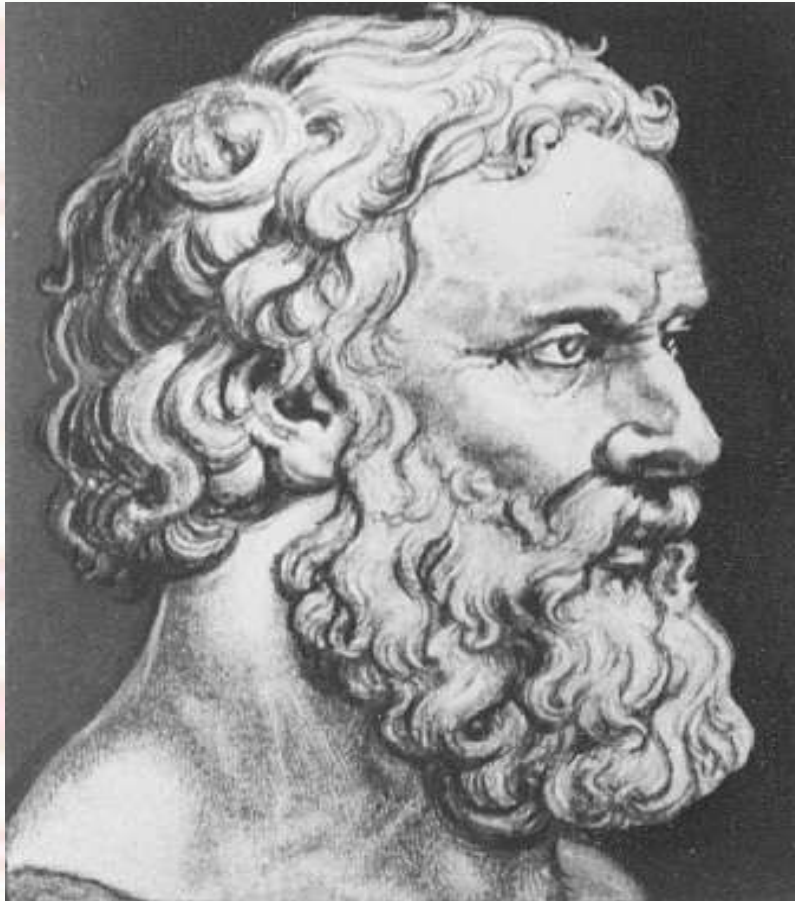
Историческая справка

Правильные многогранники с древних времен привлекали к себе внимание ученых, строителей, архитекторов и многих других. Их поражала красота, совершенство, гармония этих многогранников. Древние ученые считали эти многогранники божественными и использовали их в своих философских сочинениях о существе мира. Многогранники были известны в Древнем Египте и Вавилоне. Достаточно вспомнить знаменитые египетские пирамиды и самую известную из них – пирамиду Хеопса., в основании которой квадрат со стороной 233 м и высота которой достигает 146,5 м. Не случайно говорят, что пирамида Хеопса – немой трактат по геометрии.

Великая пирамида Хеопса

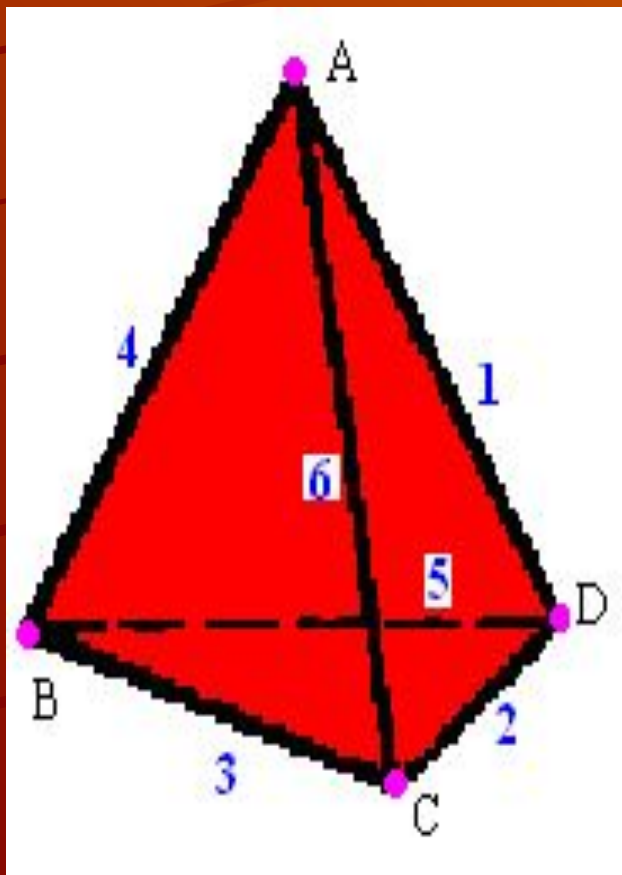


Тела Платона.



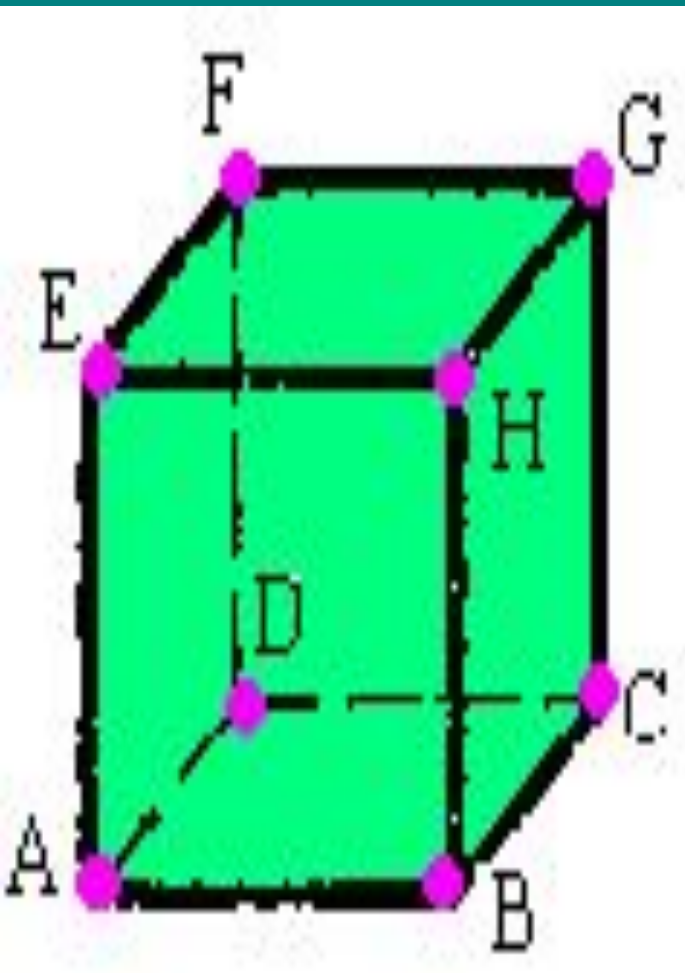
Существует 5 видов правильных многогранников, которые называются телами Платона, так как именно Платон подробно изучал правильные многогранники и описал свойства правильных многогранников. Также правильным многоугольнику посвящена последней 13-ая книга знаменитых “Начал” Евклида.

Тело Платона. Тетраэдр



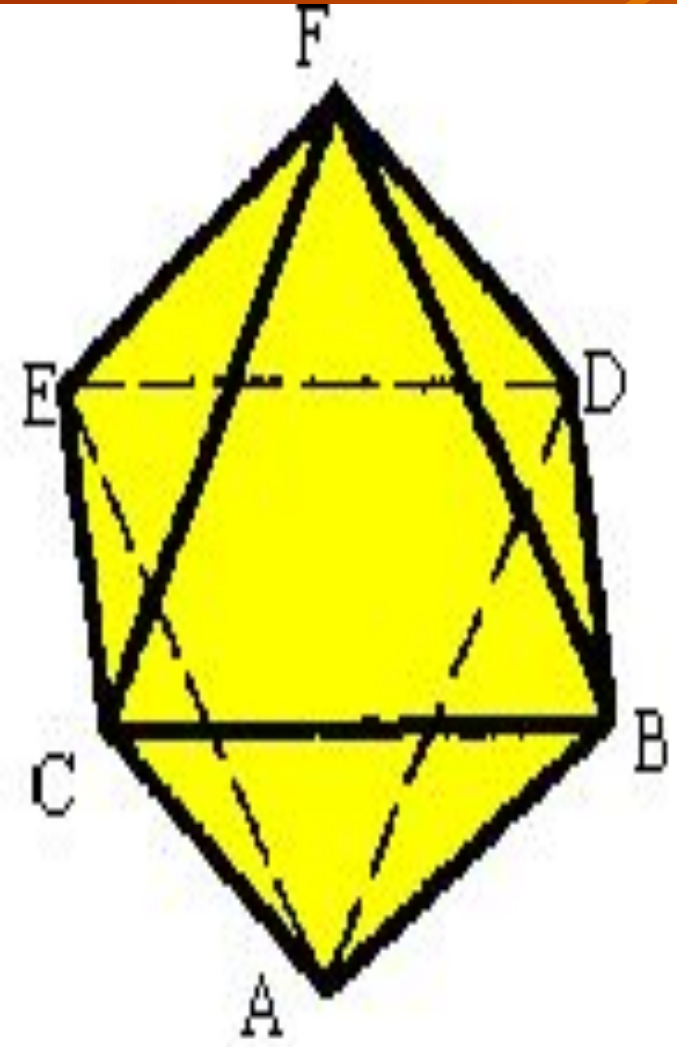
Тетраэдром называется многогранник, гранями которого являются правильные треугольники. Отрезки, соединяющие вершину тетраэдра с вершинами основания, называются боковыми ребрами. Тетраэдр имеет 4 грани (ABC, CAD, BAD, BCD), 6 ребер (1-6), 4 вершины (A, B, C, D). В каждой вершине сходится по 3 ребра. Высотой называется перпендикуляр, опущенный из вершины тетраэдра на плоскость основания.

Тело Платона. Гексаэдр



Гексаэдром (кубом) называется правильный многогранник, гранями которого являются правильные четырехугольники - **квадраты**. Гексаэдр имеет 6 граней (ADCB, ABHE, EHFG, GHBC, DCGF, ADFE), 12 ребер и 8 вершин.

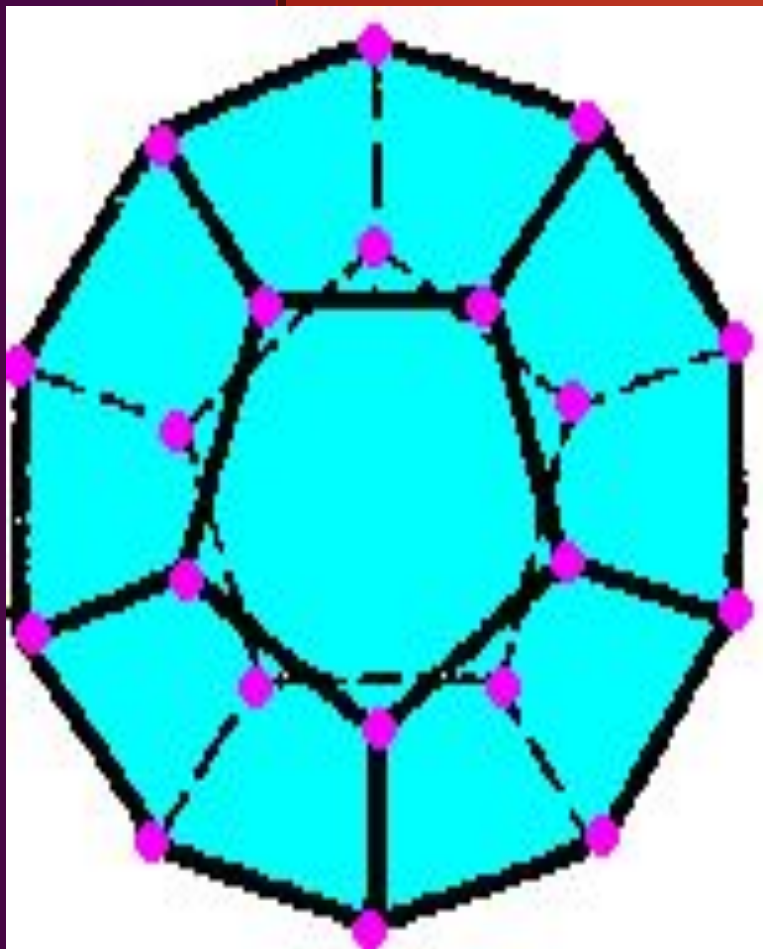
Тело Платона. Октаэдр



*Многогранник, гранями которого являются правильные треугольники, и в каждой вершине сходятся четыре грани, поверхность которого состоит из восьми правильных треугольников, называется **октаэдром**.*

Таким образом октаэдр имеет 8 граней, 12 ребер и 6 вершин.

Тело Платона. Додекаэдр

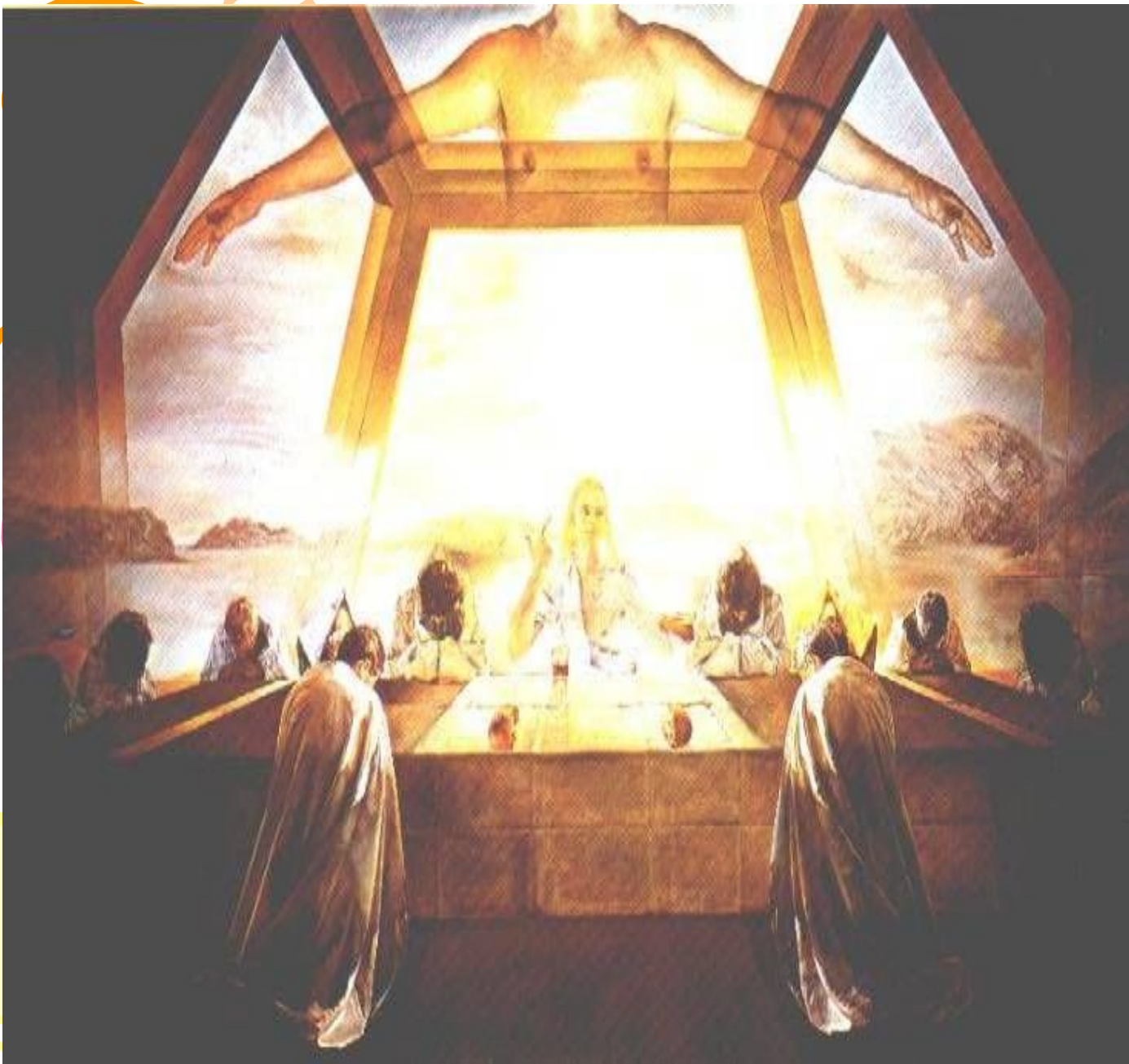


Многогранник, гранями которого являются правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится три грани. Его поверхность состоит из двенадцати правильных пятиугольников, он называется додекаэдром. Таким образом додекаэдр имеет



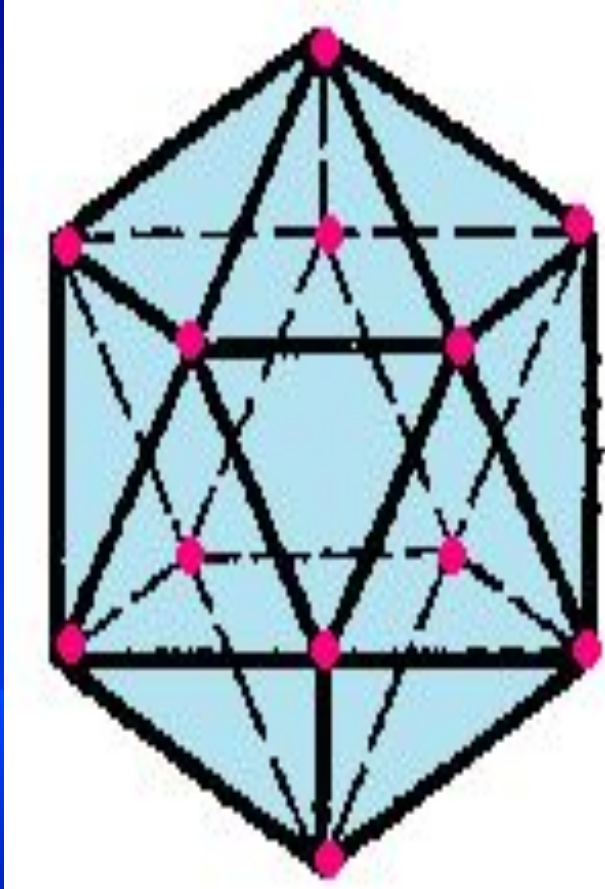


**Знаменитый
художник эпохи
Возрождения,
также
увлекавшийся
геометрией,
был А. Дюрер.
В его известной
гравюре
«Меланхолия»
на переднем
плане
изображен
додекаэдр.**



На переднем
плане картины
художника
Сальвадора Дали
«Тайная Вечеря»
изображен
Христос со
своими
учениками на
фоне огромного
прозрачного
додекаэдра.

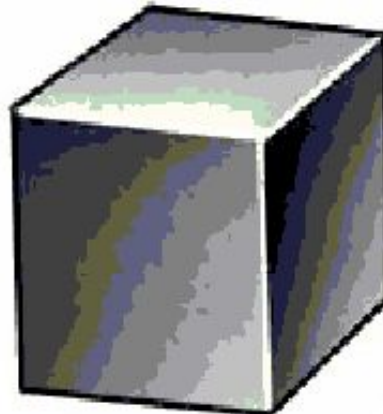
Тело Платона. Икосаэдр



Икосаэдр - многогранник, в каждой вершине которого сходятся пять правильных треугольников, поверхность которого состоит из двадцати правильных треугольников, называется . Икосаэдр имеет 20 граней, 30 ребер и 12 вершин.



октаэдр



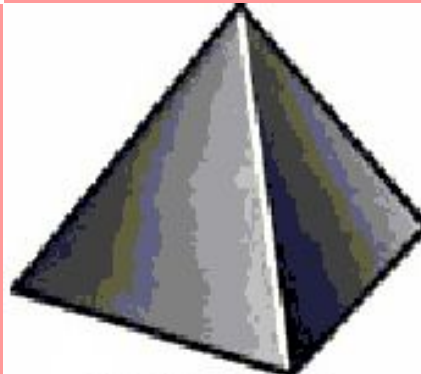
гексаэдр



додекаэдр

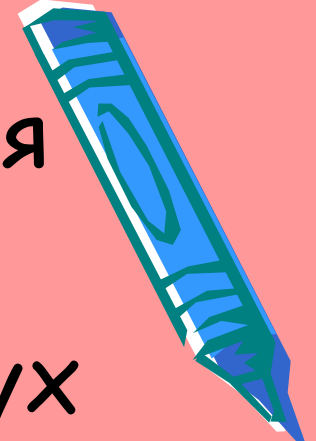


икосаэдр



тетраэдр

- Земля
- Воздух
- Вода
- Вселенная
- Огонь



Правильные многогранники в философской учении Платона олицетворяли четыре сущности или "стихии". Тетраэдр символизировал **огонь**, т.к. его вершина устремлена вверх; **икосаэдр** - **воду**, т.к. он самый "обтекаемый"; **куб** - **землю**, как самый "устойчивый"; **октаэдр** - **воздух**, как самый "воздушный". **Додекаэдр**, воплощал в себе "**Вселенную**", символизировал все мироздание, считался главным. Гармоничные отношения этих "стихий" настраивались Платоном в совершенных приятных созвучиях, как четыре струны лиры.



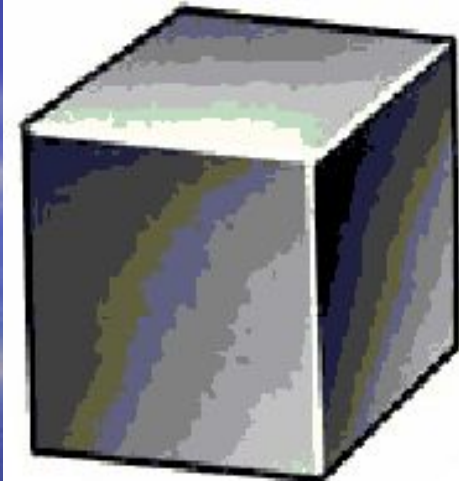
октаэдр

Воздух



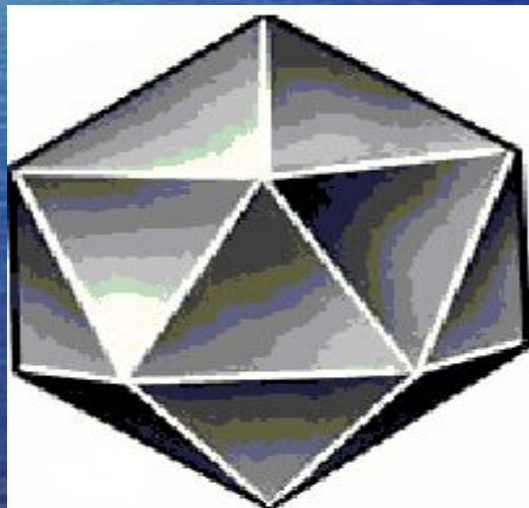
додекаэдр

Вселенная



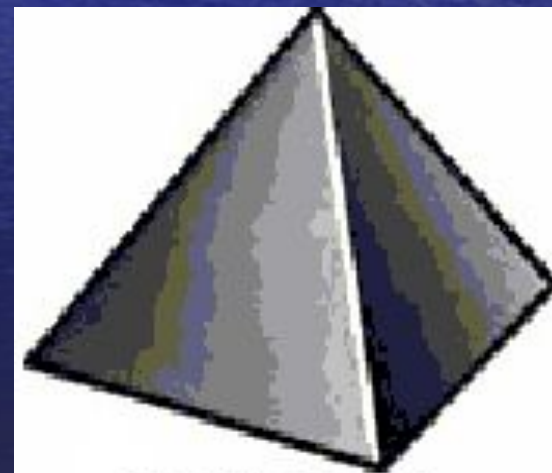
гексаэдр

Земля



икосаэдр

Вода



тетраэдр

Огонь

Названия многогранников

пришли из Древней Греции,
в них указывается число граней:

«эдра» – грань;

«тетра» – 4,

«гекса» – 6,

«окта» – 8,

«икоса» – 20,

«додека» – 12.

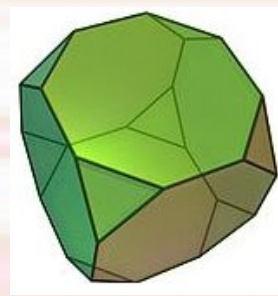
Теорема Эйлера.

Знаменитый математик Л. Эйлер получил формулу , которая связывает число вершин /В/, граней /Г/ и ребер /Р/ любого многогранника.

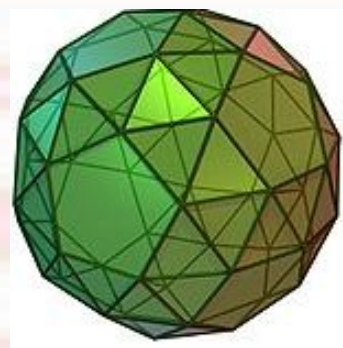
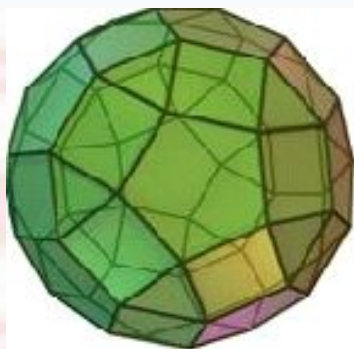
Простота этой формулы заключается в том, что она не связана ни с расстоянием, ни с углами.

Теорема: Если В – количество вершин многогранника, Г – количество граней, а Р количество ребер, то

$$B + G = P + 2.$$



Полуправильные многогранники





*Архимед (287 - 212 гг. до н. э.),
убедившись в том, что нельзя
построить шестой правильный
многогранник, стал строить
многогранник, у которых гранями
являются правильные, но не
одноименные многоугольники, а в
каждой вершине, как у
правильных многогранников,
сходится одно
и то же число ребер. Так он
получил полуправильные
многогранники.*

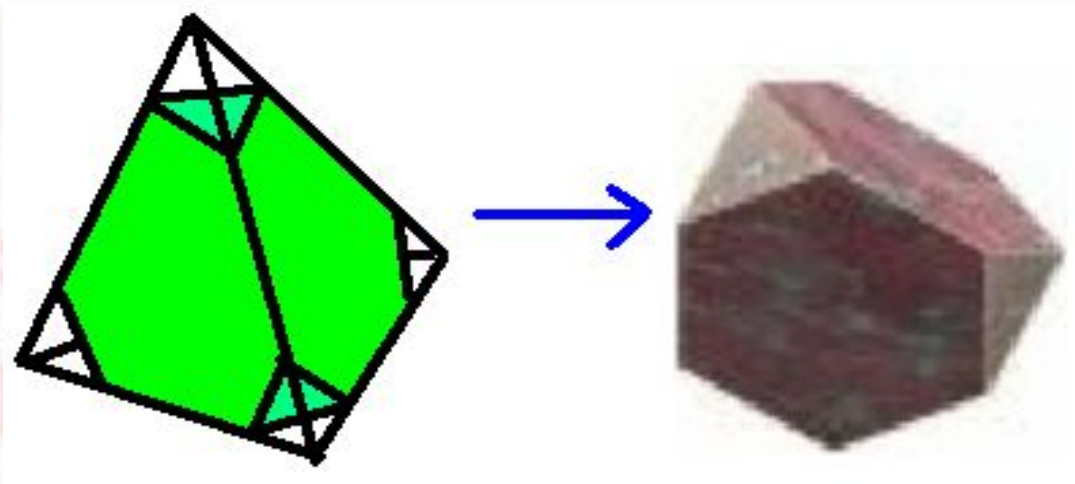
Тела Архимеда.

Телами Архимеда называют **полуправильные многогранники**. Это такие многогранники, гранями которого являются правильные многоугольники, возможно, и с разным числом сторон, и в каждой вершине сходится одинаковое число граней. К полуправильным многогранникам относятся правильные **n -угольные призмы**, все ребра которых равны. Имеется **14** полуправильных многогранников, **13** из которых, впервые открыл и описал Архимед.

Все полуправильные многогранники получаются из правильных многогранников с помощью усечения – операции, состоящей в отсечении плоскостями углов многогранника, т.е. это:

1) Усеченный тетраэдр

Грани: 4 треугольников, 4 шестиугольника, 12 вершин, 18 ребер



Тела Архимеда.

Полуправильные многогранники.

2) Усеченный икосаэдр

*Состоит из 32 граней, из которых
12 - правильные пятиугольники и
20 - правильные шестиугольники.*



3) Усеченный октаэдр

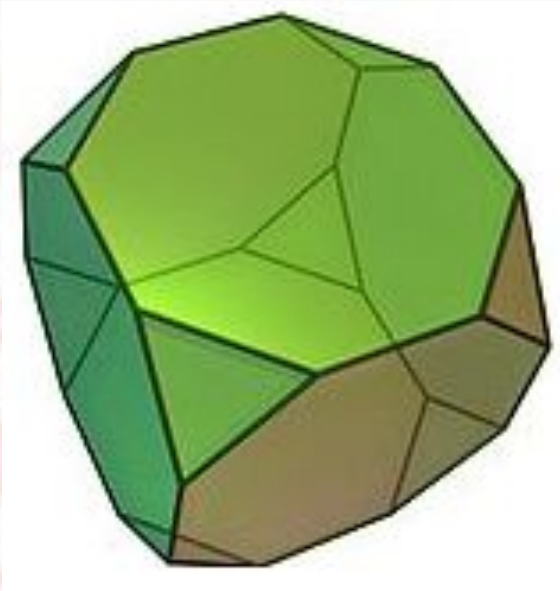
*Грани: 6 квадратов,
8 шестиугольников,
24 вершины, 36 ребер.*



Тела Архимеда. Полуправильные многогранники

4) Усеченный куб

Грани: 8 треугольников,
6 восьмиугольников,
24 вершины, 36 ребер



5) Усеченный додекаэдр

Грани: 20 треугольников,
12 десятиугольников,
60 вершины, 90 ребер



Тела Архимеда.

Полуправильные многогранники

6) Кубоктаэдр

*Грани: 8 треугольников,
6 квадратов, 12 вершин,
24 ребра*



7) Усеченный икосододекаэдр

*Грани: 30 квадратов,
20 шестиугольников,
12 десятиугольников,
120 вершины, 180 ребер*



Тела Архимеда.

Полуправильные многогранники

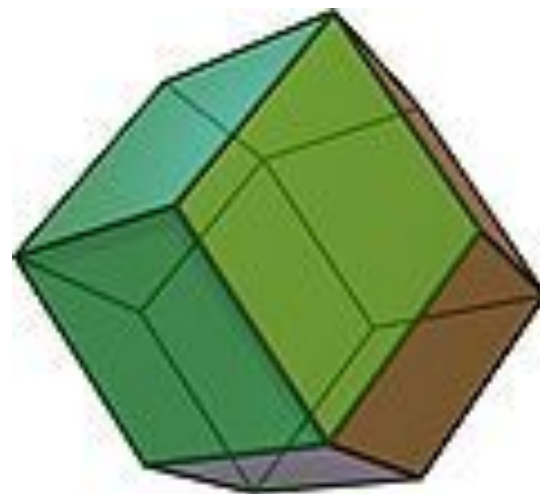
8) Икосододекаэдр

Грани: 20 треугольников,
12 пятиугольников,
30 вершин, 60 ребер.



9) Ромбододекаэдр

Грани: 8 треугольников,
6 квадратов, 12 вершин, 24 ребра.
**Ромбододекаэдр – многогранник,
состоящий из двенадцати граней,
каждая из которых имеет форму
ромба.**



Тела Архимеда. Полуправильные многогранники

10) Ромбокубооктаэдр

Грани: 8 треугольников, 18 квадратов, 24 вершин, 48 ребер



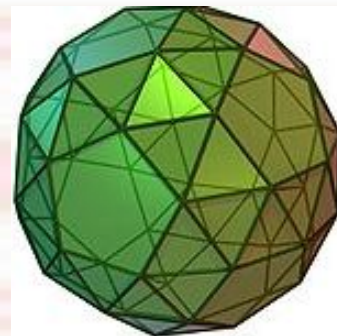
11) Курносый куб

Грани: 32 треугольников, 6 квадратов,
24 вершины, 60 ребер



12) Плосконосый (курносый) додекаэдр

Грани: 80 треугольников, 12 пятиугольников,
60 вершин, 150 ребер



Тела Архимеда. Полуправильные многогранники

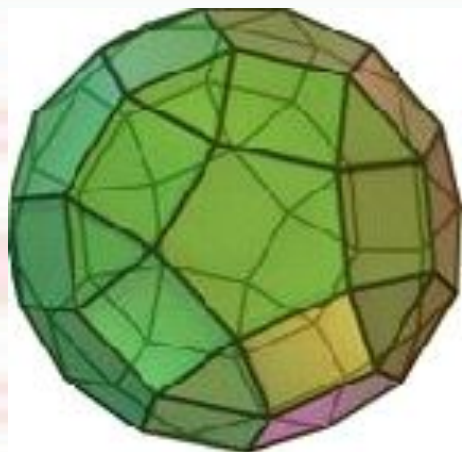
13) Ромбокубооктаэдр

Грани: 8 треугольников, 18 квадратов, 24 вершины, 48 ребер



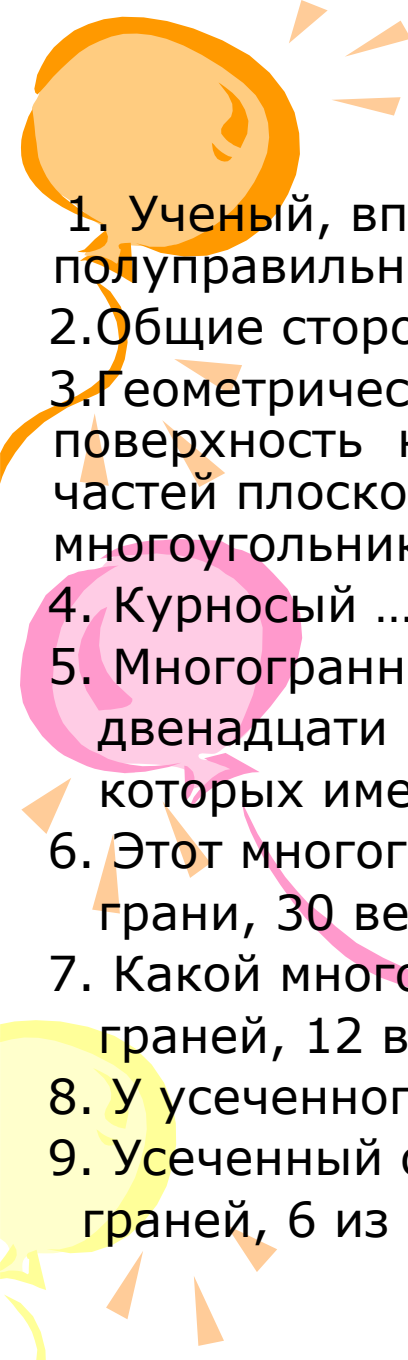
Ромбокубооктаэдр состоит из граней куба октаэдра, к которым добавлены еще 12 квадратов.

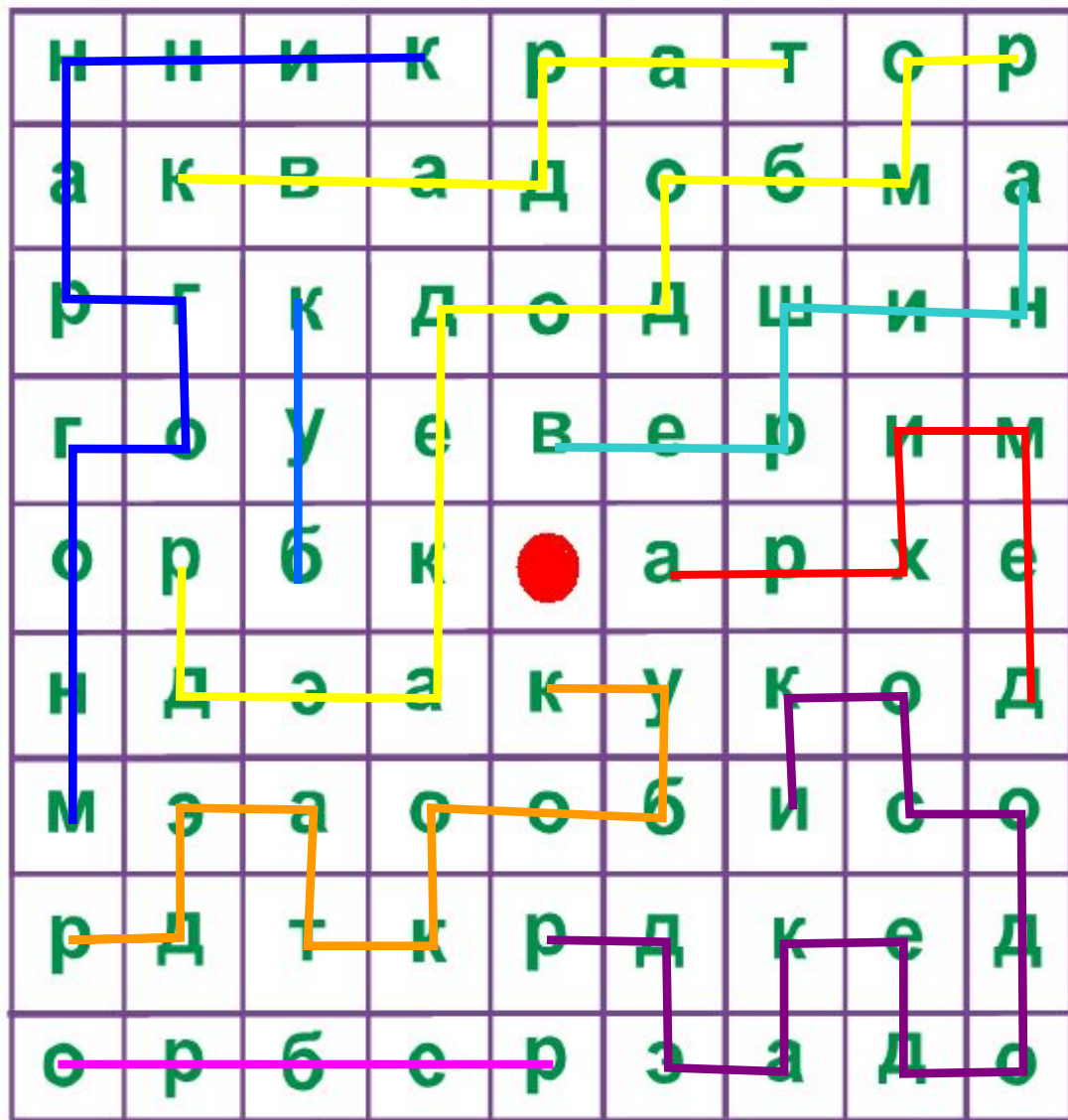
Если повернуть верхнюю восьмиугольную этого многогранника на 45 градусов, то получится новый полуправильный многогранник, называемый **псевдоархимедовым**, (открыт в середине прошедшего столетия, 2000 лет спустя).



14) Ромбоикосододекаэдр

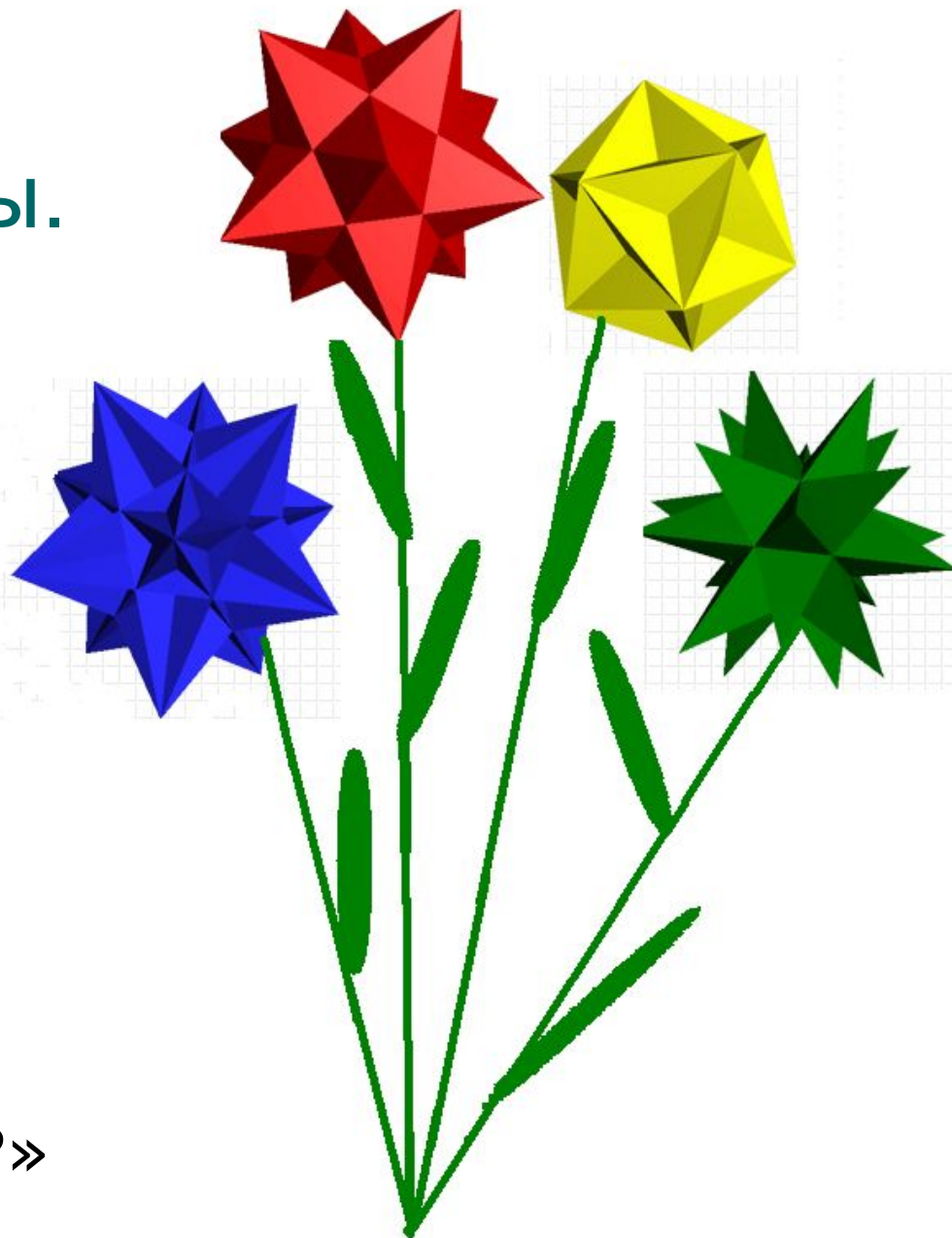
Грани: 20 треугольников, 30 квадратов, 12 пятиугольников; 60 вершин и 120 ребер.

- 
1. Ученый, впервые описавший полуправильные многогранники.
 2. Общие стороны смежных граней.
 3. Геометрическое тело, поверхность которого состоит из частей плоскостей, ограниченных многоугольниками.
 4. Курносый ...
 5. Многогранник, состоящий из двенадцати граней, каждая из которых имеет форму ромба.
 6. Этот многогранник имеет 32 грани, 30 вершин и 60 ребер.
 7. Какой многогранник имеет 14 граней, 12 вершин, 24 ребра.
 8. У усеченного тетраэдра их 12.
 9. Усеченный октаэдр имеет 14 граней, 6 из которых это ...

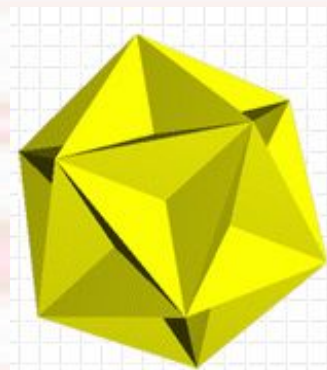


Необычные бутоны.

Посмотри те на букет,
А чего в нем только нет.
Разноцветные, прямые,
Интересные такие.
Ты садись, не уходи,
И ответ скорей найди:
«Что за чудные бутоны
В нашем классе расцвели?»»



Звездчатые многогранники



Открытие звездчатых многогранников.



Кроме правильных и полуправильных многогранников красивые формы имеют так называемые **звездчатые многогранники**. Их всего 4. Первые два были открыты И. Кеплером, а два других почти 200 лет спустя построил **Л. Пуансо** (1777-1859). Именно поэтому правильные **звездчатые многогранники** называются *телами Кеплера - Пуансо*. Они получаются из правильных многогранников продолжением их граней или ребер.



Звездчатые многогранники.

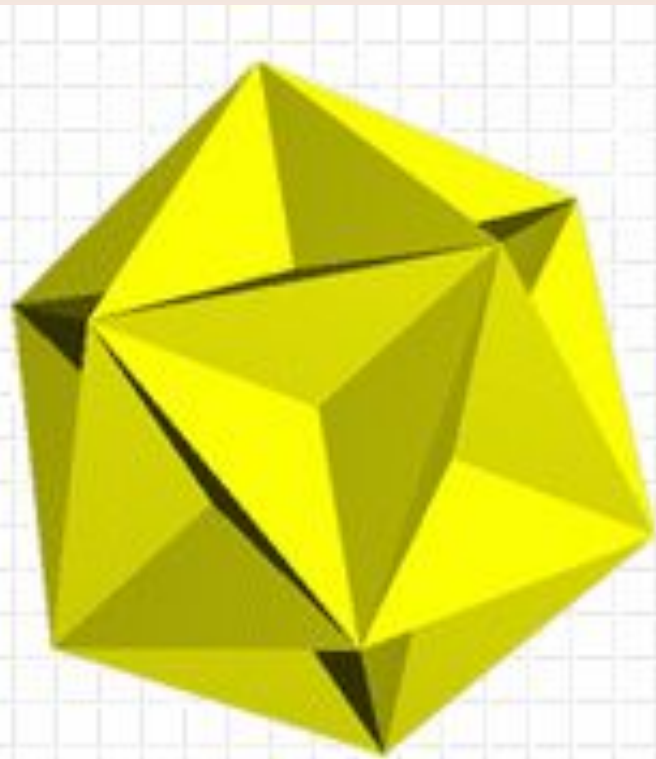
Малый звездчатый додекаэдр.



Продолжение ребер додекаэдра приводит к замене каждой грани звездчатым правильным пятиугольником и в результате возникает многогранник, который называется *малым звездчатым додекаэдром*.

Звездчатые многогранники.

Большой додекаэдр

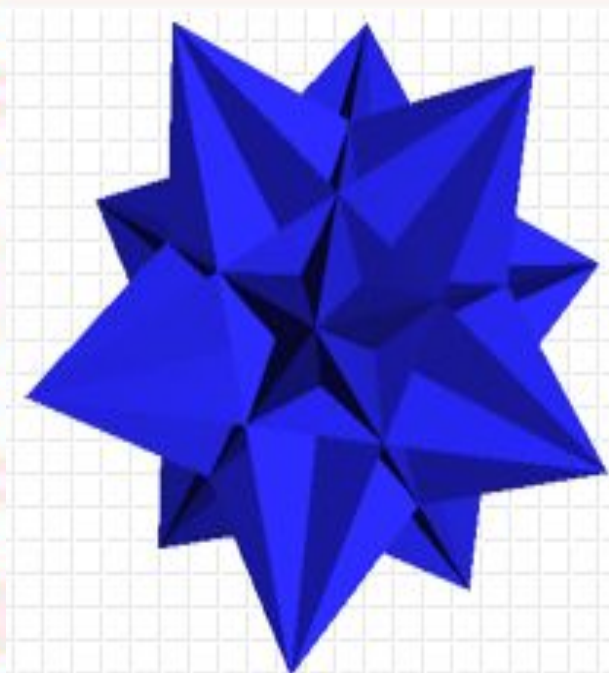


*При продолжении граней додекаэдра, если рассматривать правильные пятиугольники, то получится так называемый **большой додекаэдр**. Это геометрическое тело, составленное из 60 равнобедренных треугольников-граней, и имеющий 90 ребер и 32 вершины.*

Тогда $V+Г-R=32+60-90$ равно, как и положено по теореме Эйлера, 2.

Звездчатые многогранники.

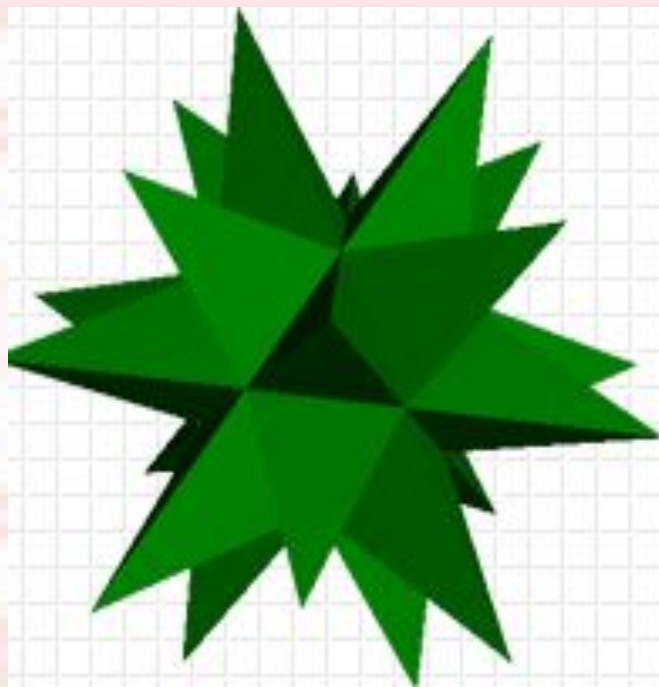
Большой звездчатый додекаэдр



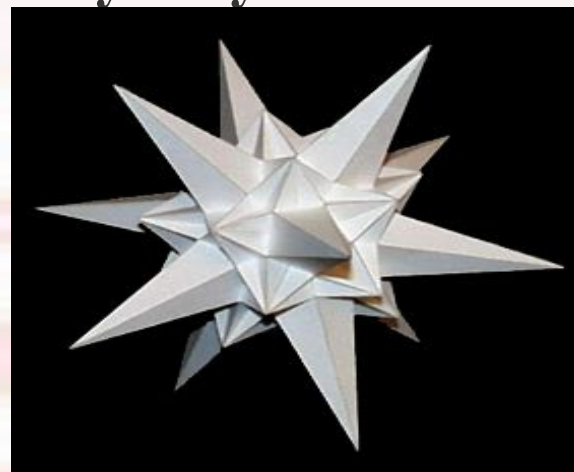
При продолжении граней додекаэдра, если рассматривать в качестве граней рассматривать звездчатые пятиугольники, то получится ***большой звездчатый додекаэдр.***

Звездчатые многогранники.

Большой икосаэдр

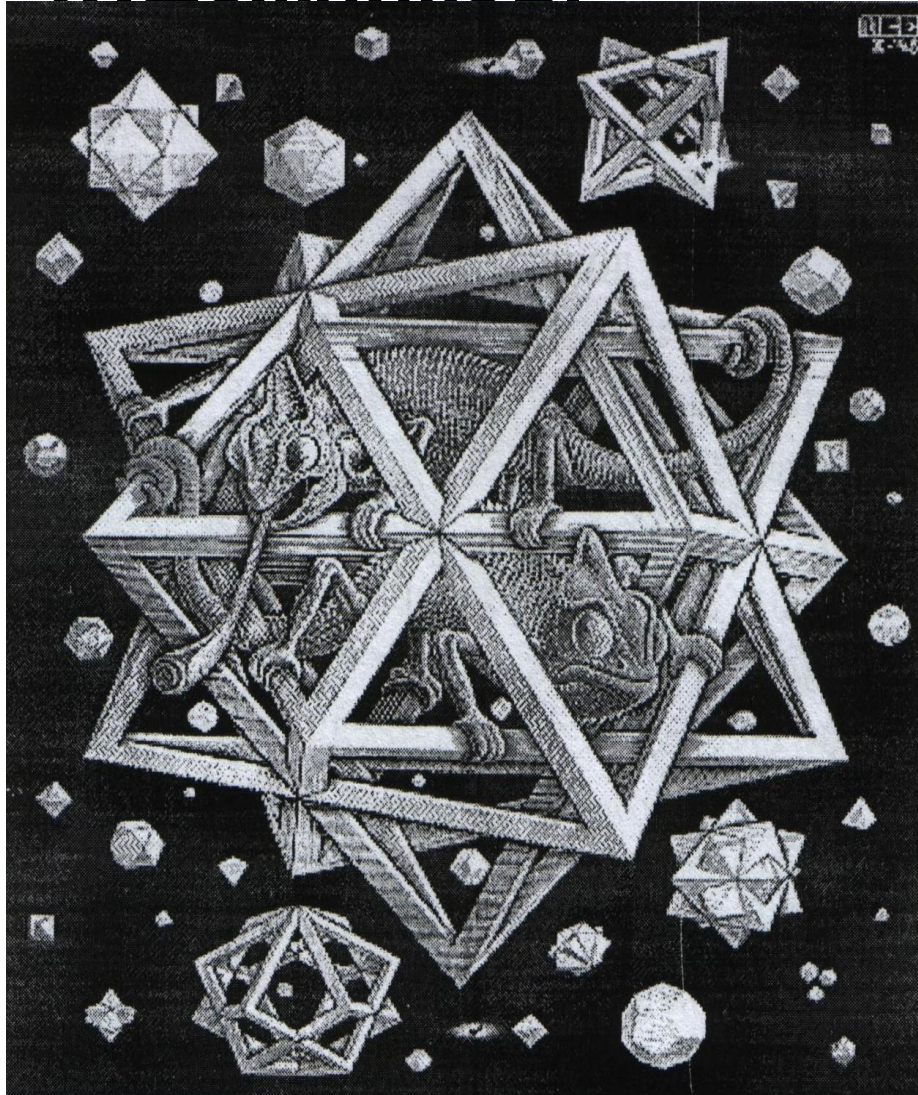


Икосаэдр имеет одну звездчатую форму. При продолжении граней икосаэдра получается *большой икосаэдр*. Он был впервые описан Луи Пуансо в 1809 году.



Вторая звездчатая форма икосаэдра

Тела Кеплера-Пуансо в работах ХУДОЖНИКОВ.



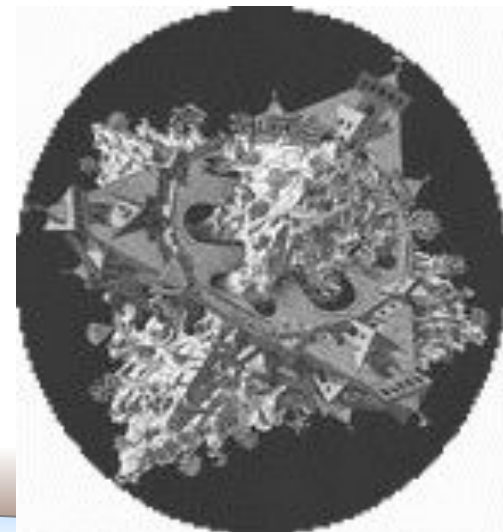
Наиболее интересной из работ является гравюра "Звезды" Эшера, на которой можно увидеть тела, полученные объединением тетраэдров, кубов и октаэдров. Внутри центральной фигуры помещены хамелеоны для того, чтобы затруднить нам восприятие всей фигуры. Этот аспект данной картины является еще одним предметом восхищения математиков творчеством Эшера.

Тела Кеплера-Пуансо в работах художников и в жизни.



На гравюре Маурица Эшера "Порядок и хаос" звездчатый додекаэдр, символ математической красоты и порядка, окружен прозрачной сферой. В ней отражена бессмысленная коллекция бесполезных вещей.

Красота звездчатых фигур находит на удивление мало места в нашей жизни: разве что светильники, да и то очень редко. Даже изготовители елочных украшений не додумались сделать трехмерные звезды, а ими как раз и оказались бы эти многогранники.



A tiger with orange and white stripes is roaring with its mouth wide open, showing sharp teeth and a red tongue. The tiger is positioned in the upper center of the frame. The background is a deep black space filled with numerous small, bright stars. In the lower portion of the image, there are several celestial bodies: a large, green and blue planet with a textured surface in the bottom left; a ringed planet with an orange-brown surface and a prominent yellow ring system in the bottom right; and a purple planet with a swirling pattern in the center. A few smaller, colorful spheres (orange, blue, and purple) are scattered in the middle ground.

Тест "Звездчатые многогранники"



Контроль уровня усвоения знания.

- *Немой трактат геометрии.*
- *В переводе с греческого языка этот многоугольник означает “четырёхугольник”.*
- *В школе Пифагора этот многогранник символизировал воду.*
- *Каким многоугольникам посвящена 13-ая книга “Начал” Евклида?*
- *В его известной гравюре А. Дюрера «Меланхолия» на переднем плане был изображен этот многогранник.*
- *Какое 2-ое название получили полуправильные многогранники?*
- *Сколько полуправильных многогранников открыл и описал Архимед?*
- *Кем были открыты звездчатые многогранники?*
- *Сколько насчитывается звездчатых многогранников?*
- *На гравюре Маурица Эшера “Порядок и хаос” изобразен именно этот многогранник?*

Заключение.

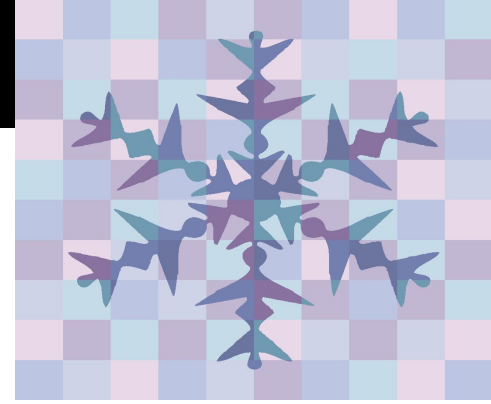
«Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

Бертран Рассел



Список используемой литературы:

- Геометрия: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.. – 11 издание. – М.: Просвещение, АО «Московские учебники», 2002 г. – 206 с.
- Большой справочник школьника, 3-е издание.—М.: Дрофа, 1981 г. – 532с.
- Смирнова И.М. Геометрии 10-11 (для гуманитарных классов) - М.: Мнемозина, 2006.
- «История математики в школе, IX – X классы», Г.И.Глейзер, М. «Просвещение», 1983 год.
- <http://wiki.web.ru>.Геовикипедия.
- [http:// Википедия.ru](http://Википедия.ru).
- Геометрия для школьников и абитуриентов. Справочник по элементарной математике.Фильчакова Ф.П. – Киев.: Наукова думка, 1966 г. – 445с.



Спасибо за
внимание !

