

**АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ АНАЛИЗ  
ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ В  
МАКРОЭКОНОМИКЕ. НЕОКЛАССИЧЕСКИЕ  
ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ, ФУНКЦИИ  
КОББА-ДУГЛАСА, ЛЕОНТЬЕВА, CES.  
ЭФФЕКТИВНОСТЬ ФАКТОРОВ. ОЦЕНКА  
ЭЛАСТИЧНОСТИ ЗАМЕЩЕНИЯ.**

Подготовила  
студентка 2 курса  
группы Эмз-117  
Селивоненко А.Г.

# ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ И ФОРМУЛА.

*Производственная функция* - это форма выражения технологической зависимости между затратами ресурсов и максимально возможным при данных затратах выпуске продукции.

В наиболее общем виде производственная функция выглядит следующим образом:

$$Q = f (K, L, M, T, N),$$

где  $Q$  — объем выпуска;  
 $K$  — капитал (оборудование);  
 $M$  — сырье, материалы;  
 $T$  — технология;  
 $N$  — предпринимательские способности.

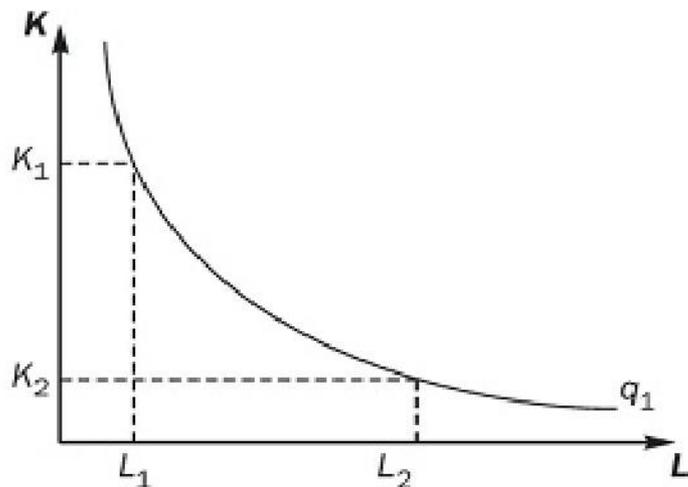
В теории производства традиционно используется *двухфакторная модель производственной функции*, которая характеризует зависимость между максимально возможным объемом выпуска продукции и количеством применяемых ресурсов:

$$Q = f (L, K),$$

где  $Q$  - максимально возможный объем выпуска продукции;  
 $L$  — количество труда;  
 $K$  — количество капитала.



# АЛЬТЕРНАТИВНЫЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ



Производственная функция говорит о том, что производитель может заменять труд капиталом и капитал трудом, оставляя выпуск неизменным.

Изокванта (линия равного продукта) отражает все комбинации двух факторов производства (труда и капитала), при которых выпуск остается неизменным. Так, выпуск  $q_1$ , достигим при использовании  $L_1$  труда и  $K_1$  капитала или с использованием  $L_2$  труда и  $K_2$  капитала.

Способ производства А является технически эффективным в сравнении со способом В, если он требует использования хотя бы одного ресурса в меньшем количестве, а всех остальных не в больших количествах в сравнении со способом В. Соответственно способ В является технически неэффективным в сравнении с А.

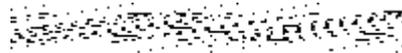
Отрезок, выделенный пунктиром, отражает все технически неэффективные способы производства. В частности, в сравнении со способом А способ В для обеспечения одинакового выпуска ( $q_1$ ) требует того же количества капитала, но большего количества труда. Очевидно, поэтому, что способ В не является рациональным и не может приниматься в расчет.

**Предельная норма технической замены фактора Y фактором X ( $MRTS_{xy}$ )** — это количество фактора Y (например, капитала), от которого можно отказаться при увеличении фактора X (например, труда) на 1 ед., чтобы выпуск не изменился (остаемся на прежней изокванте).

# НЕОКЛАССИЧЕСКИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ

Производственную функцию, называют неоклассической, если она гладкая и удовлетворяет условиям, которые имеют четкую, непротиворечивую, обоснованную экономическую интерпретацию:

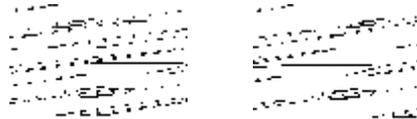
1. При отсутствии хотя бы одного из ресурсов производство невозможно:



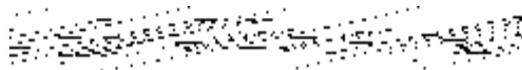
2. С ростом объемов ресурсов возрастает и выпуск:



3. С ростом объемов ресурсов возрастание выпуска снижается:



4. При неограниченном росте объемов одного из ресурсов выпуск также неограниченно растет:



# Функция Кобба-Дугласа

Наиболее простой является двухфакторная модель производственной функции Кобба-Дугласа, с помощью которой раскрывается взаимосвязь труда (L) и капитала (K). Эти факторы взаимозаменяемы и взаимодополняемые:

$$Q = AK^{\alpha} * L^{\beta},$$

где A – производственный коэффициент, показывающий пропорциональность всех функций и изменяется при изменении базовой технологии (через 30-40 лет);

K, L – капитал и труд;

$\alpha$ ,  $\beta$  – коэффициенты эластичности объема производства по затратам капитала и труда.

На основе анализа коэффициентов эластичности в производственной функции Кобба-Дугласа можно выделить:

- пропорционально возрастающую производственную функцию:

$$\alpha + \beta = 1 \quad (Q = K^{0,5} * L^{0,2})$$

- непропорционально-возрастающую производственную функцию:

$$\alpha + \beta > 1 \quad (Q = K^{0,9} * L^{0,8})$$

- убывающую производственную функцию:

$$\alpha + \beta < 1 \quad (Q = K^{0,4} * L^{0,2})$$



# ФУНКЦИЯ ЛЕОНТЬЕВА



Функция Леонтьева предполагает жесткую дополняемость факторов производства. Это означает, что факторы могут использоваться только в строго определенной пропорции, нарушение которой технологически невозможно.

Аналитически такая производственная функция имеет вид:

$$q = \min \{aK; bL\},$$

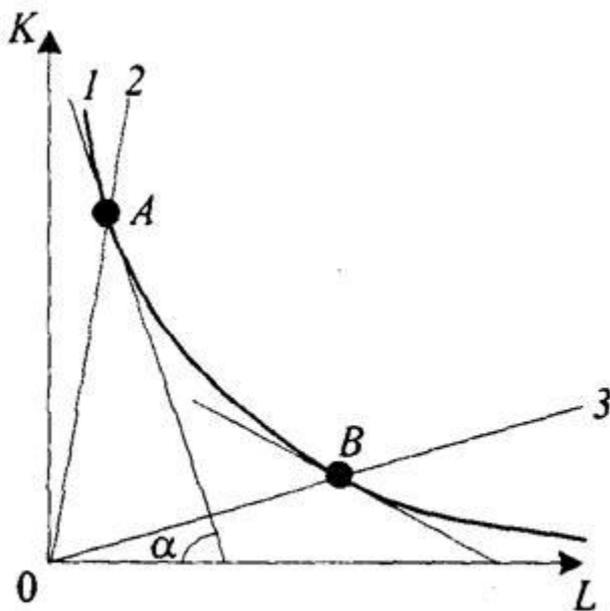
где **a** и **b** — постоянные коэффициенты, отражающие производительность соответственно капитала и труда.

Соотношение этих коэффициентов определяет пропорцию использования капитала и труда.

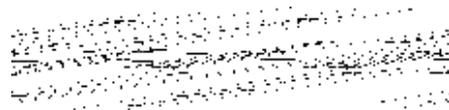
Графически это означает переход на более высокую изокванту.

# Функция CES

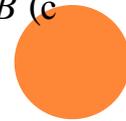
CES, или ПЭЗ — функция с постоянной эластичностью замены (constant elasticity of substitution) одного ресурса другим.



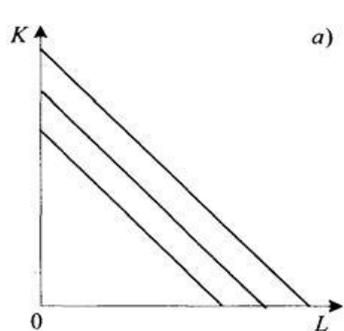
Предельная норма замены:



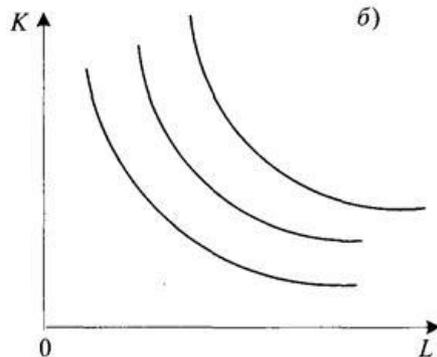
При перемещении из точки  $A$  в точку  $B$  по изокванте наклон касательной меняется, меняется и соотношение  $K/L$ . Это соотношение постоянно вдоль каждой прямой, проходящей через начало координат (например, прямых 2 и 3). Величина  $1/\sigma$  показывает относительное изменение тангенса угла наклона линии уровня в расчете на единицу изменения отношения  $K/L$ . Очевидно, чем сильнее меняется наклон линии уровня при переходе, скажем из точки  $A$  в точку  $B$  (с прямой 2 на прямую 3), тем больше «кривизна» линии уровня.



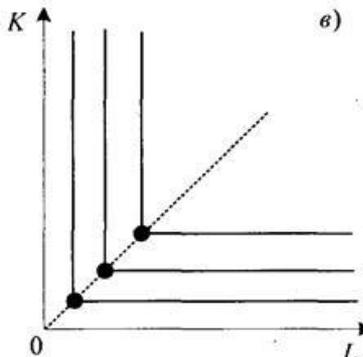
# ОЦЕНКА ЭЛАСТИЧНОСТИ ЗАМЕЩЕНИЯ



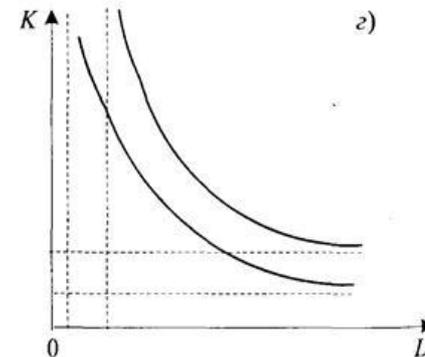
Линейная  
производственная функция



Производственная функция  
Кобба-Дугласа



Производственная функция  
Леонтьева



Производственная функция  
CES

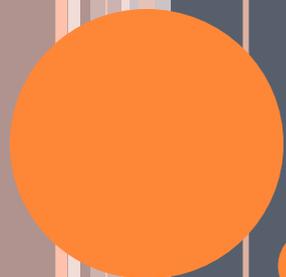
- ❖ Линейная ПФ имеет нулевую «кривизну» и, соответственно, бесконечную эластичность замены.
- ❖ Функция Кобба—Дугласа имеет эластичность замены, равную единице .
- ❖ Функция Леонтьева имеет нулевую эластичность замены: ресурсы в ней должны использоваться в заданной пропорции и не могут заменять друг друга.

Производственная функция с постоянной, но произвольной эластичностью замены описывается формулой:

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha}$$

Эластичность замены одного ресурса другим для такой функции равна  $1/(1+p)$ .

Если  $p = -1$ , то получаем функцию с линейными изоквантами (в частности, линейную), при  $p \rightarrow 0$  в пределе получаем производственную функцию Кобба-Дугласа, при  $p \rightarrow \infty$  производственную функцию Леонтьева.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!