

Аксиоматические основы рационального выбора

Курс «Системный анализ и теория
принятия решений»

План

1. Рациональный выбор в экономике
2. Аксиомы рационального поведения
3. Задачи с вазами
4. Деревья решений
5. Парадокс Алле
6. Нерациональное поведение. Эвристики и смещения
7. Объяснения отклонений от рационального поведения
8. Должны ли экономисты принимать во внимание отклонения поведения людей от рационального?
9. Теория проспектов
10. Теория проспектов и парадокс Алле

1. Рациональный выбор в экономике

- Задача выбора является одной из центральных в экономике. Два основных действующих лица в экономике - покупатель и производитель — постоянно вовлечены в процессы выбора. Потребитель решает, что покупать и за какую цену. Производитель решает, во что вкладывать капитал, какие товары следует производить.
- Одно из основных допущений экономической теории состоит в том, что человек делает рациональный выбор. Рациональный выбор означает предположение, что решение человека является результатом *упорядоченного* процесса мышления. Слово «упорядоченный» определяется экономистами в строгой математической форме.

2. Аксиомы рационального поведения

- Вводится ряд предположений о поведении человека, которые называются аксиомами рационального поведения.
- При условии, что эти аксиомы справедливы, доказывается теорема о существовании некой функции, устанавливающей человеческий выбор, — функции полезности.
- **Полезностью** называют величину, которую в процессе выбора максимизирует личность с рациональным экономическим мышлением.
- С содержательной точки зрения делается предположение, что человек как бы взвешивает на некоторых «внутренних весах» различные альтернативы и выбирает из них ту, полезность которой больше.

3. Задачи с вазами

Теория полезности экспериментально исследовалась в так называемых задачах с вазами (или урнами). Ваза — это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное количество шаров различного цвета

Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Дается следующая информация:

- сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов;
- сколько черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов;
- какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза;
- какие проигрыши ожидают его, если он ошибется.

После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.

Пример с вазами

- Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2-го типа.
- Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных.
- В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров.
- Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 денежных единиц (д. е.), если не угадает, его проигрыш составит 50 д. е. Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит выигрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е.
- Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:
- d_1 - сказать, что ваза 1-го типа;
- d_2 - сказать, что ваза 2-го типа.
- Условия задачи можно представить в таблице (см. след. слайд)

Решение задачи с вазами

Представление задачи с вазами

Тип вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

Теория полезности позволяет: оценить среднюю (ожидаемую) полезность каждого из действий и выбрать действие с максимальной ожидаемой полезностью. В соответствии с этой рекомендацией мы можем определить среднее значение выигрыша для каждого из действий:

$$U(d_1) = 0,7 * 350 - 0,3 * 50 = 230 \text{ д.е.};$$

$$U(d_2) = 0,3 * 500 - 0,7 * 100 = 80 \text{ д.е.}$$

Следовательно, разумный человек выберет действие d_1 а не действие d_2 .

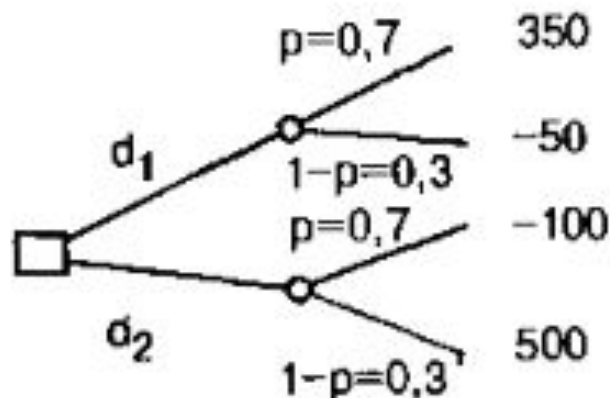
Из этого примера следует общий рецепт действий для рационального человека: определить исходы, помножить их на соответствующие вероятности, получить ожидаемую полезность и выбрать действие с наибольшей полезностью.

4. Деревья решений

Приведенная таблица может быть представлена в виде дерева решений. На этом дереве квадратик означает выбор человека, кружочек — место, где все решает случай.

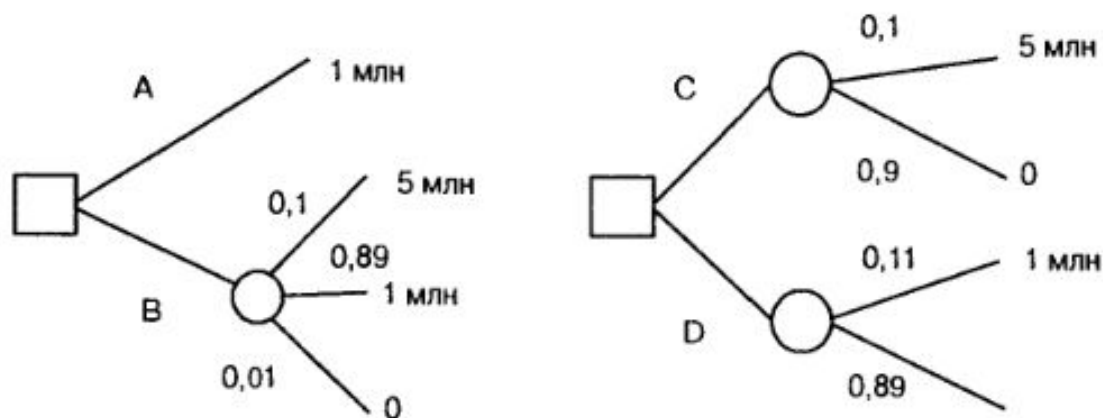
Представление задачи с вазами

Тип вазы	Вероятность выбора вазы данного типа	Выигрыш при действии	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500



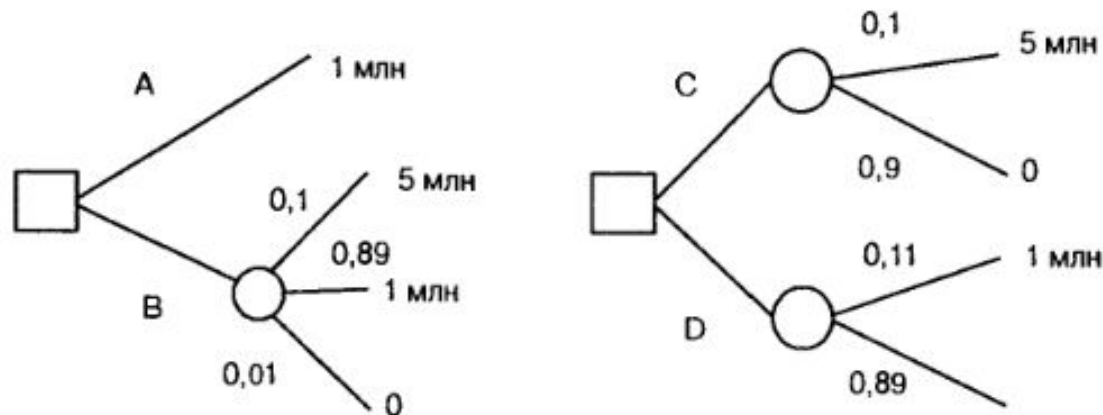
5. Парадокс Алле

- *Возникает вопрос: нельзя ли заменить ЛПР автоматом и сохраняются ли при этом какие-то особенности человеческого поведения?*
- *Для ответа на этот вопрос приведем известный парадокс предложенный французским ученым М. Алле, представленный двумя лотереями.*



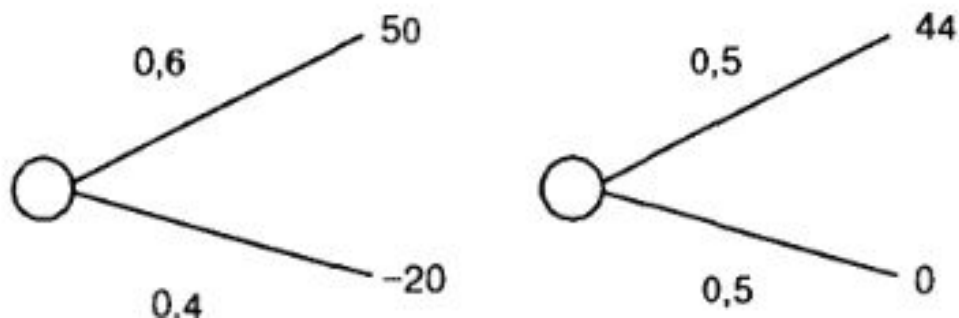
Парадокс Алле (продолжение)

- Обозначим: $U(5 \text{ млн})=1$; $U(1 \text{ млн})=U$; $U(0)=0$.
- В левой лотерее есть выбор между действиями A (получить 1 млн) и B (согласиться на лотерею).
- Подавляющее большинство людей предпочитает A . Из этого следует: $U > 0,1 * 1 + 0,89 * U$ или $U > 10/11$.
- В правой лотерее есть выбор между действиями C и D (две лотереи). Подавляющее большинство людей предпочитает действие C (почти та же вероятность проиграть, но выигрыш больше). Тогда $1 * 0,1 > 0,11 * U$, т. е. $U < 10/11$.
Совершая такой выбор, люди действуют не в соответствии с функцией полезности.



Еще пример

- Люди предпочитают правую лотерею, где риск проигрыша исключен (хотя цена их одинакова).



Поэтому была создана теория субъективной ожидаемой полезности.

5. Нерациональное поведение. Эвристики и смещения.

- *Значительную часть фундамента экономики как науки составляет теория полезности. И вдруг в 70-е годы появились работы, в которых систематически демонстрировалось отклонение поведения людей от рационального. Авторами наиболее известных работ были психологи: А. Тверский, П. Словик, Б. Фишхоф Д. Канеман и др.*
- *Приведем один из наиболее известных примеров нерационального поведения людей - «дилемму генерала».*

Дилемма генерала

- *Генерал потерпел поражение в войне и хочет вывести свои войска (600 чел.) с территории противника.*
- *У него есть две возможные дороги, и разведка дала оценки возможных потерь при выборе каждой из них.*
- *Данные о дорогах и возможных потерях представлены на рис.*

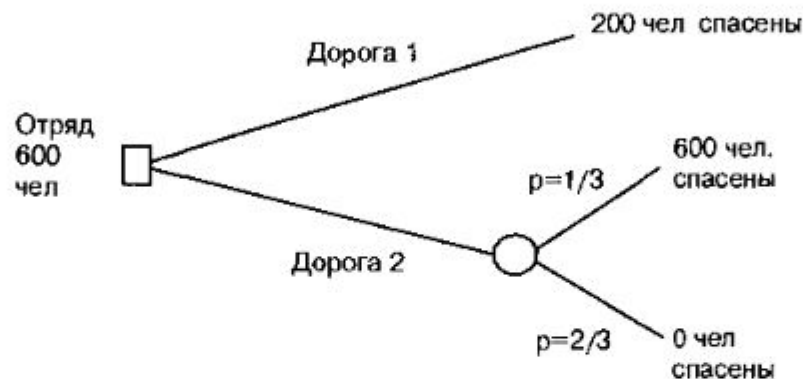
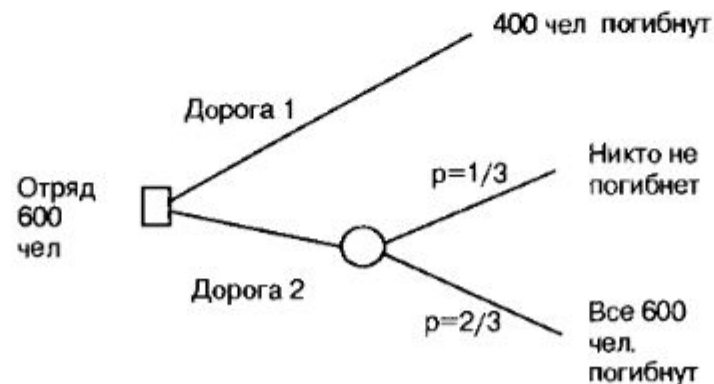


Рис. 9. Дилемма генерала



Обсуждение дилеммы генерала

- Большинство людей, рассматривающих дилемму, показанную на 1-ом рис. выбирают первую дорогу, стараясь избежать лотереи, когда в одном из исходов погибает весь личный состав соединения.
- Но эта же дилемма была представлена испытуемым в ином виде
- Теперь уже большинство испытуемых выбирает вторую дорогу, так как на ней с вероятностью $p=1/3$ можно спасти все соединение.
- Легко увидеть, что лотереи на рис. эквивалентны, но одна из них представлена в виде выигрышей, а другая - в виде потерь.

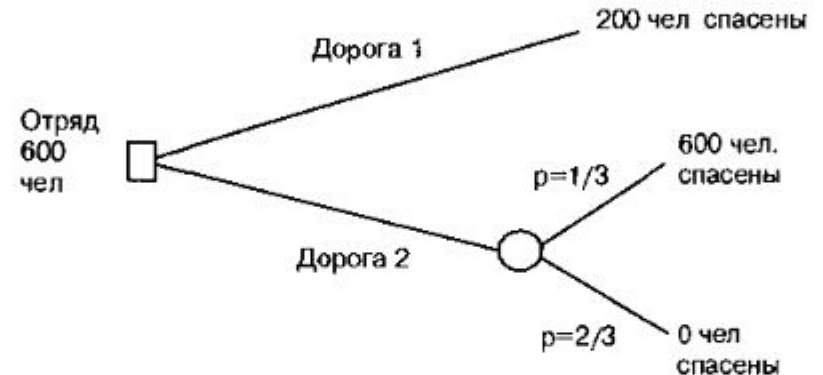
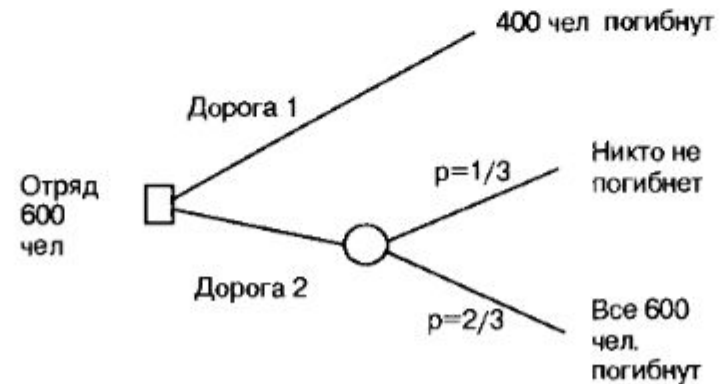


Рис. 9. Дилемма генерала



6. Эвристики для принятия решений

1. *Суждение по представительности.*
2. *Суждение по встречаемости.*
3. *Суждение по точке отсчета.*
4. *Сверхдоверие.*
5. *Стремление к исключению риска.*

Эвристики для принятия решений

- Многочисленные эксперименты продемонстрировали отклонение поведения людей от рационального, определили эвристики, которые используются при принятии решений.
- **1. Суждение по представительности.** Люди часто судят о вероятности того, что объект *A* принадлежит к классу *B* только по схожести *A* на типовой объект класса *B*. Они почти не учитывают другие факторы, влияющие на эту принадлежность. В одном из опытов испытуемым дали краткие описания субъектов из группы в составе 100 человек и попросили определить вероятности того, что рассматриваемый субъект является юристом или инженером при условиях: 1) в группе 70 инженеров и 30 юристов; 2) в группе 30 инженеров и 70 юристов. Ответы были примерно одинаковы. В других экспериментах было показано, что люди ориентируются только на представительность, не учитывая даже размер выборки, по которой выносится суждение.
- **2. Суждение по встречаемости.** Люди часто определяют вероятности событий по тому, как часто они сами сталкивались с этими событиями и насколько важными для них были эти встречи. Так, в одном из опытов испытуемые оценили вероятности нахождения буквы «*k*» в английских словах на первом и третьем месте. Большинству людей было легче вспомнить слова с буквой «*k*» на первом месте, и они определили соответствующую вероятность как большую, хотя в действительности справедливо обратное (на третьем месте буква «*k*» встречается значительно чаще). Тверский и Канеман отмечают, что многие люди, видимо, верят в «закон малых чисел, утверждающий, что малая выборка хорошо характеризует все множество.
- **3. Суждение по точке отсчета.** Если при определении вероятностей используется начальная информация как точка отсчета, то она существенно влияет на результат. Так, при оценках вероятностей событий группам людей давали завышенные и заниженные начальные значения и просили их скорректировать. Средние по группам ответы существенно различались.
- **4. Сверхдоверие.** В экспериментах было показано, что люди чрезмерно доверяют своим суждениям, особенно в случаях, когда они выносят суждение о прошлых событиях. Люди переоценивали свои суждения о вероятностях редких явлений природы, о вероятностях изменений курса акций на бирже и т. д. Они были настолько уверены в своих суждениях, что рисковали определенными суммами денег.
- **5. Стремление к исключению риска.** Многочисленные работы показывают, что как в экспериментах, так и в реальных ситуациях люди стремятся исключить ситуации, связанные с риском. Они соглашались на средние (и хуже средних) альтернативы, только чтобы не возникли ситуации, где хотя бы при очень малых вероятностях возможны большие потери.

7. Причины нерациональности поведения человека

Признание нерациональности человеческого поведения привело к поиску его причин.

- *недостаток информации у ЛПР в процессе выбора;*
- *недостаточный опыт ЛПР: он находится в процессе обучения и поэтому меняет свои предпочтения;*
- *ЛПР стремится найти решение, оптимальное с точки зрения совокупности критериев (целей), строго упорядоченных по важности, но не может его найти;*
- *различие между объективно требуемым временем для реализации планов и субъективным горизонтом планирования ЛПР.*

О. должны ли экономисты принимать во внимание иррациональное поведение

- *Одной из важнейших в экономике задач является задача предсказания поведения потребителя по отношению к конкретным группам товаров или услуг. Знание такого поведения позволяет определить спрос на товар (услугу), подсчитать, сколько нужно производить товаров (услуг) и по какой цене их можно продавать.*

Наблюдаемые и выявляемые предпочтения

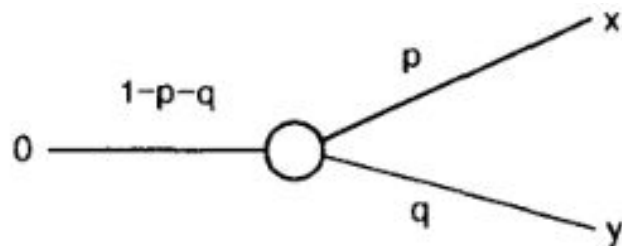
- *Наблюдаемые* предпочтения определяются на основе изучения данных о покупках и продажах. Строятся математические модели, описывающие спрос покупателей на определенные товары (услуги). Такие модели позволяют предсказать поведение покупателей по отношению к данному товару (услуге) или близким к нему.
- Знание человеческого поведения, человеческих эвристик не дает ничего нового при определении наблюдаемых предпочтений.
- Действительно, пусть поведение потребителей отличается от рационального – модель опишет такой вид поведения по наблюдаемому выбору. Ее прогностические способности не изменятся. Пусть, например, известно, что выбор отдельным покупателем сорта чая осуществляется нерационально. Но для производителей чая важны лишь данные о спросе на тот или иной сорт чая для большой группы покупателей (жителей города, области и т.д.). Зависимость спроса на чай от его цены определяется для группы в целом, и на нее мало влияет, насколько рациональны люди при покупке чая.
- По-иному обстоит дело с **выявляемыми** предпочтениями, когда требуется предсказать спрос на основе опроса (мнений) потребителей еще до их выбора. Ясно, что результаты психологических исследований имеют непосредственное и весьма важное значение при выявлении предпочтений потребителей. Для получения надежных данных на основе выявляемых предпочтений необходимо строить опросы с учетом мыслимых человеческих эвристик. Особое значение имеет форма постановки вопросов, возможные влияния точки отсчета, феномен сверхуверенности и т.д.
- При анализе решений производителей товаров (и услуг) знание нерационального человеческого поведения также весьма важно. Правда, существует мнение, что рынок приучает к рациональности, что значительные отклонения от рациональности могут привести к разорению ЛПР, Однако это не позволяет определить, насколько успешно такое обучение.

9. Теория проспектов

- Стремление учесть реальное поведение людей и приблизить теорию к жизни привело к появлению теории проспектов, разработанной А. Тверским и Д. Канеманом.
- Теория проспектов была разработана для того, чтобы учесть реальные черты человеческого поведения в задачах с субъективными вероятностными оценками. Ставилась цель заменить теорию ожидаемой полезности в качестве средства, позволяющего человеку выбирать предпочтительные варианты действий.
- Теория проспектов позволяет учесть три поведенческих эффекта:
 - 1) эффект **определенности**, т.е. тенденцию придавать больший вес детерминированным исходам;
 - 2) эффект **отражения**, т.е. тенденцию к изменению предпочтений при переходе от выигрышей к потерям;
 - 3) эффект **изоляции**, т.е. тенденцию к упрощению выбора путем исключения общих компонентов вариантов решений.

- Рассмотрим игру (x, p, y, q) , где исход x осуществляется с вероятностью p , исход y — с вероятностью q , а нулевой исход — с вероятностью $1-p-q$,
- В теории проспектов игра, представленная на рис., называется **проспектом**.
- Оценивается ценность (а не ожидаемая полезность) этой игры по следующей формуле:
- $V = V(x) * \Pi(p) + V(y) * \Pi(q)$,
- где $V(x)$, $V(y)$ — ценность исходов x , y соответственно,
- $V(0)=0$ и $\Pi(p)$, $\Pi(q)$ — вес (важность) вероятностей p , q соответственно.
- Мы видим первое отличие теор

- Проанализируем другие отличия теории проспектов от теории полезности.
- **Во-первых**, полезность в теории полезности определялась как прибавление (может быть, и отрицательное) к первоначальному благосостоянию человека. Ценность же отсчитывается от любого уровня, принятого за исходный.
- **Во-вторых**, предполагается (для учета поведенческих аспектов), что функция $V(x)$ ценности — выпуклая для выигрышей и вогнутая для потерь (рис. 6.3.8), причем ее наклон для потерь будет более крупным, чем для выигрышей.



Весовая функция вероятности

Важное различие двух теорий состоит в учете вероятностей исходов.

Если в **теории полезности** вероятность умножается на полезность исхода, то в **теории проспектов** используется функция вероятности $\Pi(p)$,

Эта функция также построена специальным образом для учета поведенческих аспектов.

Прежде всего $\Pi(p)$ не подчиняется законам теории вероятностей. .

Свойства $\Pi(p)$:

- 1) $\Pi(0)=0$, $\Pi(1)=1$;
- 2) $\Pi(p)+\Pi(1-p)<1$;
- 3) при малых вероятностях $\Pi(p) > p$;
- 4) отношение $\Pi(p)/\Pi(q)$ ближе к 1 при малых вероятностях, чем при больших;
- 5) $\Pi(p)$ плохо определена у крайних значений.

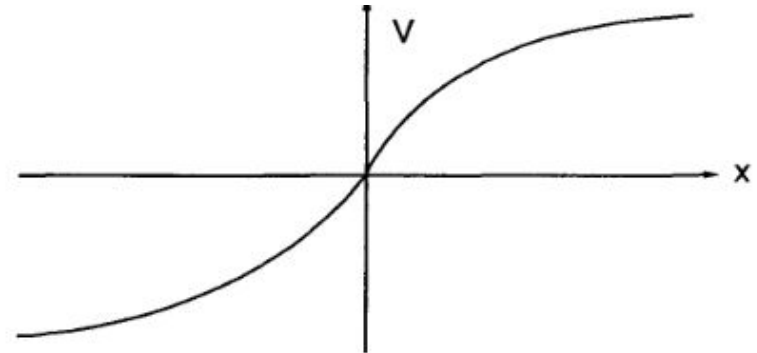


Рис. 12. Функция ценности

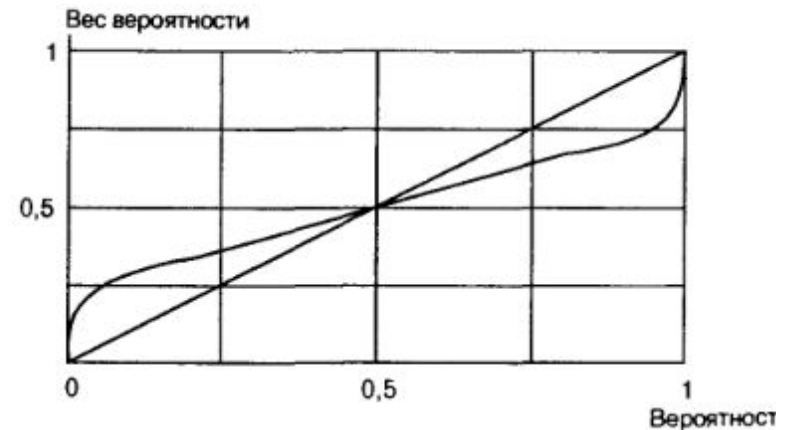


Рис. 13. Весовая функция вероятности

Этапы применения теории перспектив

1. *Осуществляется редактирование перспектив; этап определен достаточно неформально.*

- *выбирается опорная точка;*
- *одинаковые исходы объединяются, и их вероятности суммируются;*
- *одинаковые исходы с равными вероятностями в сравниваемых играх удаляются;*
- *доминируемые исходы удаляются;*
- *округляются значения ценностей и вероятностей.*

2. *Подсчитываются значения ценности для разных вариантов действий по формуле, приведенной выше, после чего выбирается вариант с наибольшей ценностью.*

- *Таким образом, для результативности управленческого решения, их необходимо принимать с помощью методов математического моделирования.*

Алле

- Из левой лотереи следует

$$U > 1 \otimes \Pi(0,1) + U \otimes \Pi(0,89)$$

или

$$U > \frac{\Pi(0,1)}{1 - \Pi(0,89)}$$

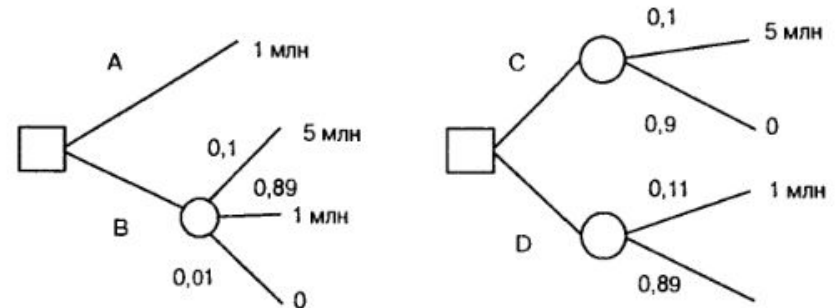
- Из правой лотереи следует

$$\Pi(0,1) > U \otimes \Pi(0,11)$$

или

$$\frac{\Pi(0,1)}{\Pi(0,11)} > U.$$

-



- Нетрудно убедиться, что из перечисленных выше пяти свойств функции $\Pi(p)$ вытекает возможность выполнения неравенств,

$$\frac{\Pi(0,1)}{\Pi(0,11)} > U > \frac{\Pi(0,1)}{1 - \Pi(0,89)},$$

так как $1 - \Pi(0,89) > \Pi(0,11)$ и $1 > \Pi(0,11) + \Pi(0,89)$.

- Следовательно, теория проспектов позволяет избежать парадокса Алле.

Задание к лекции. Дать определения следующим понятиям

- Рациональный выбор
- Теория полезности
- Лотерея
- Задачи с вазами
- Действия и выигрыши
- Теорема Байеса
- Деревья решений
- Сворачивание дерева решений
- Парадокс Алле
- Эвристики и смещения
- Дилемма генерала
- Наблюдаемые и выявляемые предпочтения
- Теория проспектов
- Весовая функция вероятности

Литература

- Ларичев О.И. Теория принятия решений. М, Логос, 2000. – 296 с.
- Орлов А.И. Теория принятия решений (2005, 656с)
- Таха Х. Введение в исследование операций (7-е изд, 2005)
- Эддоус М., Стэнсфилд Р. Методы принятия решений (1997)
- Минько А.А. Принятие решений с помощью Excel (Эксмо, 2007)
- Мур Дж., Уэдерфорд Л. и др. Экономическое моделирование в MS Excel (2004, 1024с)
- Шикин Е.В., Шикина Г.Е. Исследование операций (2006, 280с)
- Диксит А.К., Нейлбафф Б.Дж. Стратегическое мышление в бизнесе, политике и личной жизни (2007, 375с)
- Акофф Р. Искусство решения проблем (Мир, 1982, 220с).
- Сенге П. Пятая дисциплина.. искусство и практика самообучающейся организации (1999, 408с)
- О'Коннор Дж., Макдермотт И. Искусство системного мышления (2006, 256с)