

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА

Преподаватель: Левченко В.И.

Цели урока:

- **Разобрать понятие логарифма числа и его простейшие свойства.**

Определение логарифма

Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести a , чтобы получить b .

$$\log_a b = c, \quad a^c = b,$$

$$a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$$

Определение логарифма

$$b > 0$$

$$a > 0, a \neq 1$$

$$b = a^c$$

$$c = \log_a b$$

Примеры:

$$\log_2 16 = 4,$$

$$\log_4 2 = 1/2,$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$$

$$\log_{0,25} 4 = \quad .$$

Примеры

$$\log_2 8 = 3, \text{ т.к. } 2^3 = 8$$

$$\log_5 25 = 2, \text{ т.к. } 5^2 = 25$$

$$\log_2 2 = 1, \text{ т.к. } 2^1 = 2$$

$$\log_2 \frac{1}{2} = -1, \text{ т.к. } 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\log_3 \frac{1}{9} = -2, \text{ т.к. } 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

Запишите в виде логарифмического равенства:

$$3^4 = 81 \Rightarrow \log_3 81 = 4 \quad \text{(по определению);}$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5 \quad \text{(по определению);}$$

$$\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{64} = 3$$

$$\sqrt[3]{125} = 5 \Rightarrow \log_{125} 5 = \frac{1}{3}$$

$$\sqrt[4]{16^3} = 8 \Rightarrow \log_{16} 8 = \frac{3}{4}$$

Особые логарифма

Десятичные логарифмы
(по основанию **10**)

$$\log_{10} a = \lg a$$

Натуральные логарифмы
(по основанию ***e***)

$$\log_e a = \ln a$$

Пример

$$\lg 100 = 2, \quad 10^2 = 100$$

$$\lg 10 = 1, \quad 10^1 = 10$$

$$\lg 1 = 0, \quad 10^0 = 1$$

$$\lg 0,1 = -1, \quad 10^{-1} = 0,1$$

$$\lg 0,00001 = -5, \quad 10^{-5} = 0,00001$$

Пример

$$\ln e = 1, \quad e^1 = e$$

$$\ln e^2 = 2, \quad e^2 = e^2$$

$$\ln \frac{1}{e} = -1, \quad e^{-1} = \frac{1}{e}$$

$$\log_e e = 1$$

$$\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2} \qquad \ln \sqrt[3]{e} = \frac{1}{3}$$

Найдите число x

$$\log_5 x = 2$$
$$x = 25$$

$$\log_3 x = -1$$
$$x = \frac{1}{3}$$

$$\log_{\frac{1}{6}} x = -2$$
$$x = 36$$

$$\log_{\sqrt{5}} x = 0$$
$$x = 1$$

Найдите число x

$$\log_x 81 = 4$$

$$x = 3$$

$$3^4 = 81$$

$$\log_{\frac{1}{6}} x = -2$$

$$x = 36$$

$$\log_x \frac{1}{16} = 2$$

$$x = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

$$\log_x \frac{1}{4} = -2$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4}$$

Вычислите

$$\log_2 0,25 = \log_2 \frac{1}{4} = -2$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt{3} = \log_{\frac{1}{3}} \left(3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \right) =$$

$$= \log_{\frac{1}{3}} 3^{1+\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{3}} 3^{\frac{3}{2}} = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}^{-\frac{3}{2}} = -\frac{3}{2}$$

Вычислите

$$3 + \log_7 \frac{1}{7} = 3 + (-1) = 2$$

$$2 \log_5 0,04 = 2 \log_5 \frac{4}{100} =$$

$$= 2 \log_5 \frac{1}{25} = 2 \cdot (-2) = -4$$

Свойства логарифма

$$a^{\log_a b} = b, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a a^m = m$$