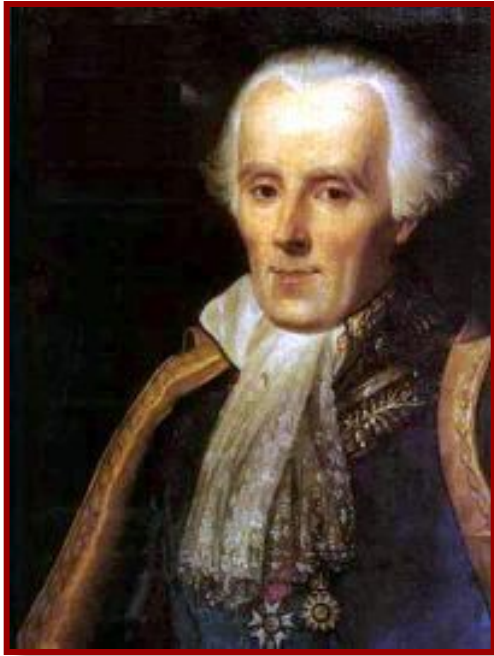


Представление числовой информации с помощью систем счисления



МБОУ СОШ №7 п.Коммаяк
Кировского района Ставропольского края
Учитель высшей квалификационной категории
Куликова Татьяна Ивановна



«Мысль – выразить все числа немногими знаками, придавая им значение по форме, еще значение по месту, настолько проста, что именно из-за этой простоты трудно оценить, насколько она удивительна ...»

Пьер Симон Лаплас (1749 – 1827 гг.)

История систем счисления

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с числами и цифрами: мы запоминаем номера автобусов и телефонов, в магазине подсчитываем стоимость покупок, ведем свой семейный бюджет и т.д. и т.п.

Числа, цифры...они с нами везде.

А две тысячи лет назад что знал человек о числах?

А пять тысяч лет назад?

Сегодня, в 21 веке, человечество для записи чисел использует в основном десятичную систему счисления.

А что такое система счисления?

Система счисления — это способ записи чисел с помощью заданного набора специальных знаков.

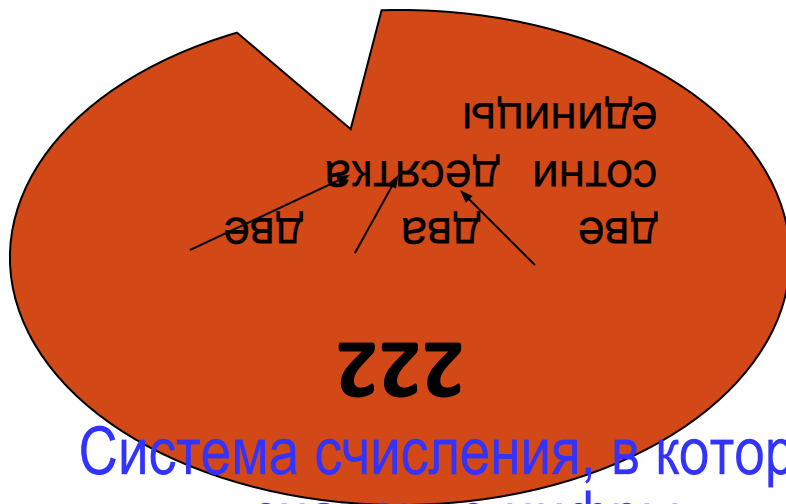
Основание — это количество цифр используемых системой счисления.

Различные системы счисления делятся на две группы: **позиционные и непозиционные.**

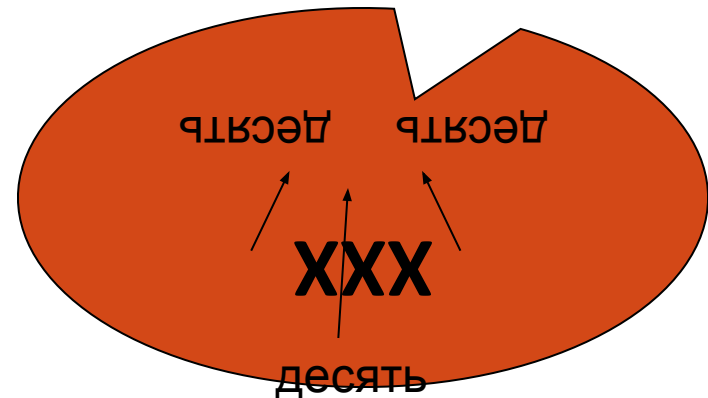
Виды систем счисления

Позиционные

Непозиционные



Система счисления, в которой значение цифры зависит от ее позиции в записи числа.



- Система счисления, в которой значение цифры не зависит от ее позиции в записи числа.

Анатомического происхождения

- Десятичная
- Пятеричная
- Двенадцатеричная
- Двадцатеричная

•Алфавитные

- Славянская
- Древнеармянская
- Древнегрузинская
- Древнегреческая

•Прочие

- Римская
- Вавилонская

•Машинные

- Двоичная
- Восьмеричная
- Шестнадцатеричная

Обозначения в различных системах счисления (Обозначения в различных системах счисления (Приложение1).

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)



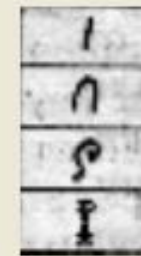
Использовалась в древности (10-11 тыс.лет до н.э.). Для записи чисел применялся только один символ – палочка.

Неудобства: громоздкая запись, большая вероятность ошибки.

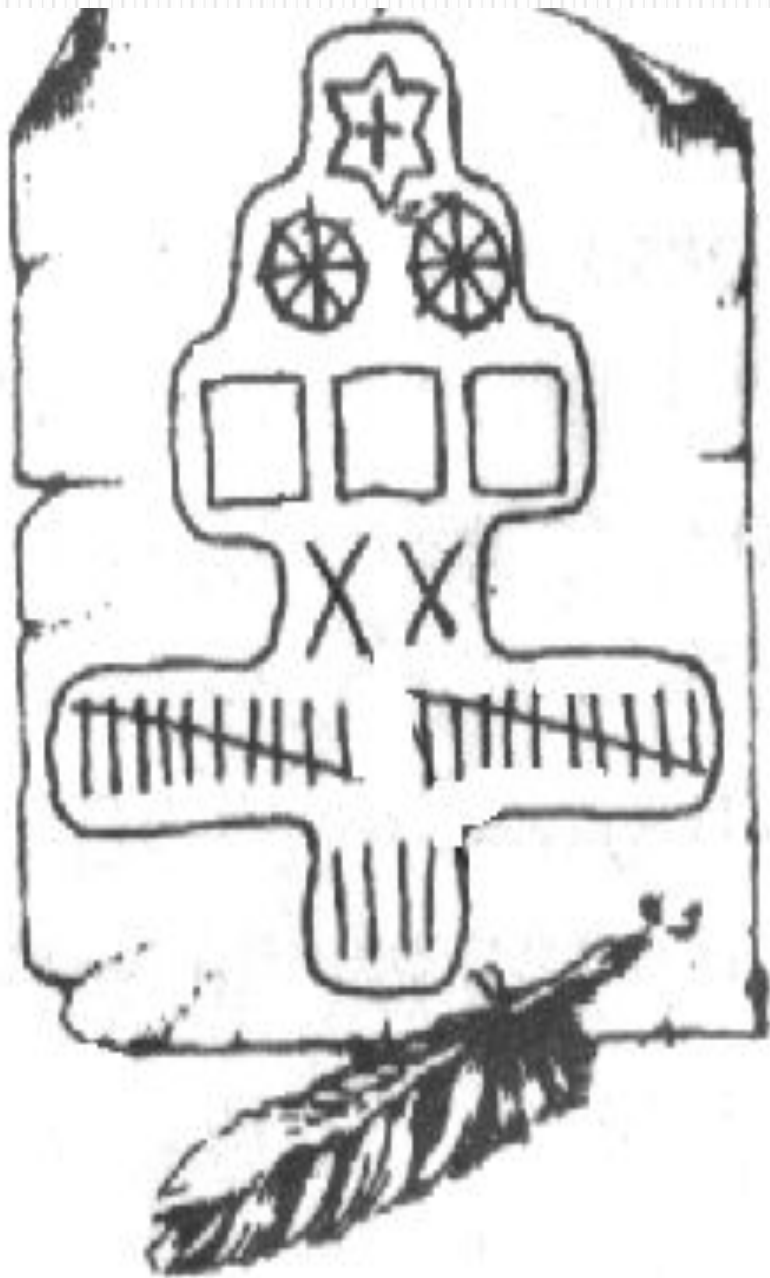
В дальнейшем люди стали группировать палочки по 3, 5, 10 штук. И при записи стали использовать знаки, соответствующие группе из нескольких предметов.

Древнеегипетская десятичная (непозиционная)

Возникла во второй половине 3 тыс. до н.э. Для обозначения ключевых чисел 1, 10, 100 и т.д. использовались специальные значки – иероглифы. Все остальные числа составлялись из этих ключевых при помощи операции сложения. Например, для изображения числа 3252 рисовали три цветка лотоса (3 000), два свернутых пальмовых листа (200), пять дуг (50) и два шеста (2). Причем знаки можно было записывать сверху вниз, справа налево, попеременно.



- единицы
- десятки
- сотни
- тысячи



В старину на Руси широко применялись системы счисления, напоминающие систему Древнего Египта.

Звезда – тысяча рублей

Колесо – сто рублей

Квадрат – десять рублей

X – рубль

| – копейку.

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

 аз 1	 вѣди 2	 глаголь 3	 добро 4	 есть 5	 зело 6	 земля 7	 иже 8	 фита 9
 и 10	 како 20	 люди 30	 мыслете 40	 наш 50	 иси 60	 ом 70	 покой 80	 червь 90
 рцы 100	 слово 200	 твёрдо 300	 ук 400	 ферт 500	 хер 600	 пси 700	 о 800	 цы 900

Более совершенные непозиционные с/с. К их числу относились славянская, греческая, финикийская и др. В них числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита.

В России славянская нумерация сохранилась до конца 17 века. При Петре I возобладала арабская нумерация, которой пользуемся до сих пор. Греки над буквами, обозначающими числа, ставили специальный знак — титло.

Римская система счисления

Знакомая нам римская система принципиально ненамного отличается от египетской.

В ней для обозначения чисел 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 используются заглавные латинские буквы I, V, X, L, C, D и M (соответственно), являющиеся «цифрами» этой системы счисления. Число в римской системе счисления обозначается набором стоящих подряд «цифр».

Римская система счисления

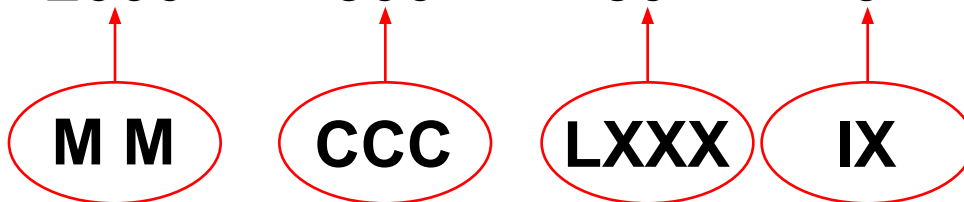
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично непозиционная!*)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{М М С С С L X X X I X}$$

Примеры:

MMCMXCV =

1895 =

Индийская мультипликативная (позиционная)

Системы счисления, основанные на позиционном принципе, возникли независимо одна от другой в древнем Междуречье (Вавилон), у племени Майя и в Индии, что говорит о неслучайности перехода к позиционным системам счисления.

В 5в. в Индии и Китае зародились системы, которые использовали не только принцип сложения, но и умножения.

	1	2
XII век	1	᳚᳚
Ок.1294	1	2
Ок.1360	1	7
Ок.1442	.1	2
Ок.1480	1	2

Десятичная (позиционная)

Современная десятичная система нумерации возникла на основе индийской. Такая с/с дает принципиальную возможность записывать сколь угодно большие числа. Запись компактна и удобна для арифметических операций. В 10 веке десятичная система доходит до Испании, в начале 12в. она появляется и в других странах Европы. Она получила название арабской, потому что в Европе с ней познакомились впервые по латинским переводам с арабского.

С введением десятичных дробей десятичная система стала универсальным средством для записи всех действительных чисел.

Вавилонская шестидесятеричная (позиционная)

2 тыс. лет до н.э. Первая система, основанная на позиционном принципе. Сыграла большую роль в развитии математики и астрономии. До сих пор час делим на 60 минут, минуту – на 60 секунд, окружность – на 360 градусов.

Все числа составлялись из двух знаков: прямой клин (для обозначения единиц) и лежащий клин (для обозначения десятков). Число 60 снова обозначалось прямым клином, также, как и 3600. Для определения значения числа надо было его записать разбить на разряды справа налево. Цифра в каждом последующем разряде была в 60 раз больше той же цифры в предыдущем.

Таблицу умножения вавилоняне никогда не запоминали, так как это было практически невозможно. При вычислении они пользовались готовыми таблицами умножения.

▼ - прямой клин

◄ - лежащий клин

Позиционные системы счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1

Десятичная система:

первоначально – счет на пальцах
изобретена в Индии,
заимствована арабами, завезена
в Европу.

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр):
10

Другие позиционные системы:

- **двоичная**, восьмеричная, **шестнадцатеричная** (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Пример 1.

Свернутая форма

$$X_{10} = 673,49_{10}$$

Развернутая форма

2 1 0 -1 -2

$$673,49_{10} =$$

$$6 * 10^2 + 7 * 10^1 + 3 * 10^0 + 4 * 10^{-1} + 9 * 10^{-2}$$

$$= 6 * 100 + 7 * 10 + 3 * 1 + 0,4 + 0,09 = 673,49_{10}$$

Пример 2.

Свернутая форма

$$X_{10} = 101,11_2$$

Развернутая форма

$$\begin{array}{cccccc} & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 & , & 1 & 1 \\ & 2 & & & & \end{array} =$$
$$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$
$$= 4 + 0 + 1 + 1/2 + 1/4 = 5,75_{10}$$

Записать в развернутой форме следующие числа

1. $12345,6789_{10}$
2. $1000110,1101_2$
3. $123,706_8$
4. 10212_3
5. $12A5B0F,5E_{16}$
6. $1143,121_5$
7. $555,55_6$
8. $1203,1_4$

Записать в свернутой форме

1. $4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^{-1}$

2. $1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$

3. $6 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 + 1 \cdot 16^{-1}$

4. $1 \cdot 5^4 + 3 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^{-1} + 1 \cdot 5^{-2}$

**Перевод чисел
из десятичной системы
счисления
в любую другую**

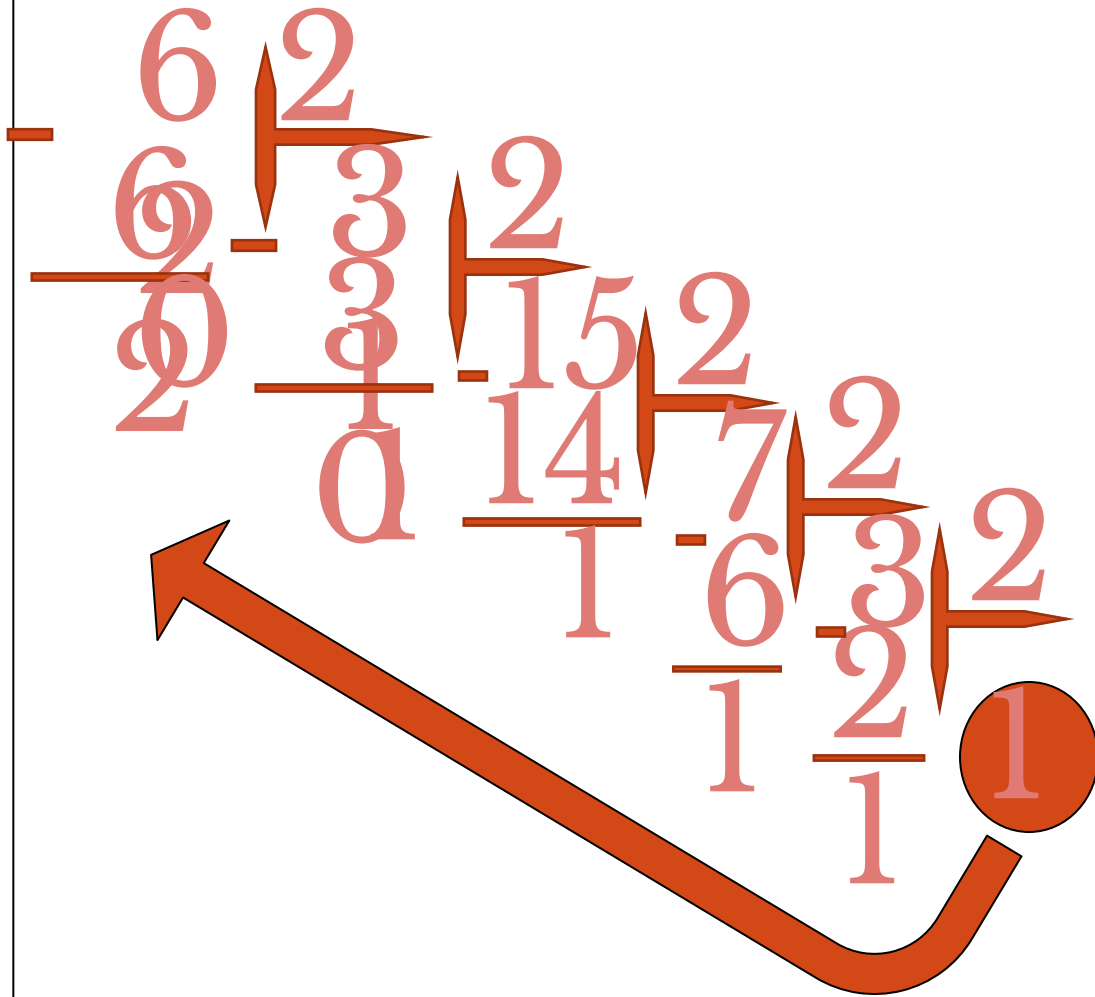
Представим число записанное в десятичной
системе счисления
в позиционных системах счисления:
двоичной, восьмеричной,
шестнадцатеричной.

$$62_{10} = A_2$$

$$67_{10} = A_8$$

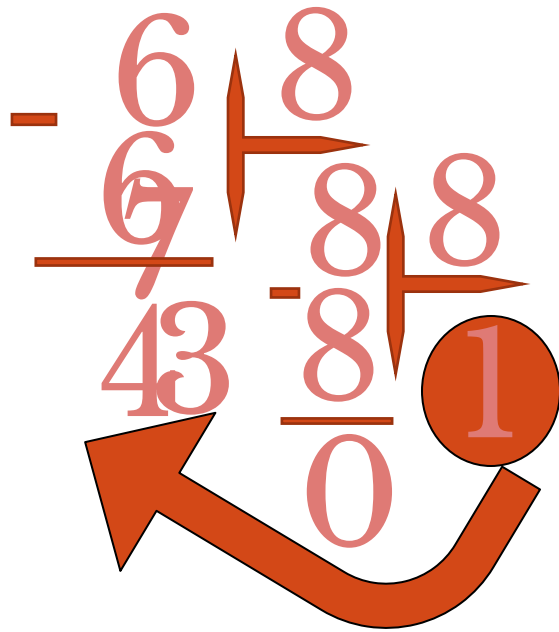
$$91_{10} = A_{16}$$

Представим число 62_{10}
в двоичной системе счисления:



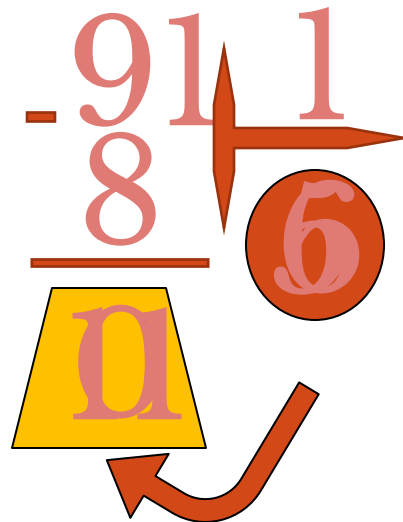
Ответ: $62_{10} = 111110_2$

Представим число 67_{10}
в восьмеричной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 103_8$

Представим число 91_{10}
в шестнадцатеричной системе счисления:



Ответ: $91_{10} = 5B_{16}$

Правила перевода

Из десятичной системы счисления

в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

Перевод дробных чисел

1 способ – универсальный

$$P_q \longrightarrow A_{10}$$

- Последовательно **умножать** данное число и получаемые дробные части произведений на основание новой С.С. до тех пор, пока дробная часть не станет равной нулю или не будет достигнута требуемая точность;
- полученные **целые** части произведения привести в соответствие с алфавитом новой С.С. ;
- составить дробную часть числа в новой С.С., начиная с целой части первого произведения.

$$0,734_{10} = X_2 = X_8 = X_{16}$$

0,	734 x 2
1	468 x 2
0	936 x 2
1	872

0,	734 x 8
5	872 x 8
6	976 x 8
7	808

0,	734 x 16
B	744 x 16
B	904 x 16
E	464

$$0,734_{10} = 0,101_2$$

$$0,734_{10} = 0,567_8$$

$$0,734_{10} = 0,BBE_{16}$$

**Перевод чисел
в десятичную систему
счисления
из любой другой**

Перевод чисел в десятичную систему счисления из любой другой

1 способ - универсальный

$$P_q \longrightarrow A_{10}$$

- Представить число в развернутом виде и вычислить полученное выражение

Представим число 2010321_4
в десятичной системе счисления:

$$\begin{array}{ccccccc} 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2010321_4 = \\ 2 \cdot 4^6 + 0 \cdot 4^5 + 1 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = \end{array}$$

$$512 + 0 + 256 + 0 + 48 + 8 + 1 = 825_{10}$$

$$a^0 = 1$$

Свойство степени

$$\text{Ответ: } 2010321_4 = 825_{10}$$

Представим число 347_8
в десятичной системе счисления:

$$\overset{2}{3}\overset{1}{4}\overset{0}{7}_8 = 3 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 = 192 + 32 + 7 = 231_{10}$$

Ответ: $347_8 = 231_{10}$

Представим число $A7B_{16}$
в десятичной системе счисления:

2 1 0

$A7B_{16} =$

$$10 \cdot 16^2 + 7 \cdot 16^1 + 11 \cdot 16^0 = 2560 + 112 + 11 = 2683_{10}$$

Ответ: $A7B_{16} = 2683_{10}$

Закрепление пройденного материала

Переведите число из десятичной системы в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную, а затем проверьте результаты, выполнив обратные действия.

- 125_{10}
- 229_{10}
- $209,125_{10}$

Закрепление пройденного материала

- Переведите числа в десятичную систему, а затем проверьте результаты, выполнив обратные действия.
- 10110111_2
- 1011011_2
- $110100,11_2$
- 517_8
- $123,41_8$
- ABC_{16}
- $1DE,C8_{16}$

Итоги урока.

Что нового узнали для себя на уроке,
и что вам уже было знакомо?

Каково ваше представление о числах
сейчас, когда вы узнали о
существовании других СС?

Какие моменты вам были не
понятны?

Домашнее задание.

п. 3.1.1 (учебник «Информатика и ИКТ», 9 класс, Н.Д. Угринович), читать, ответить на вопросы, выучить определение СС;

№ 3,1 – 3,5 ответить на вопросы в конце параграфа.
