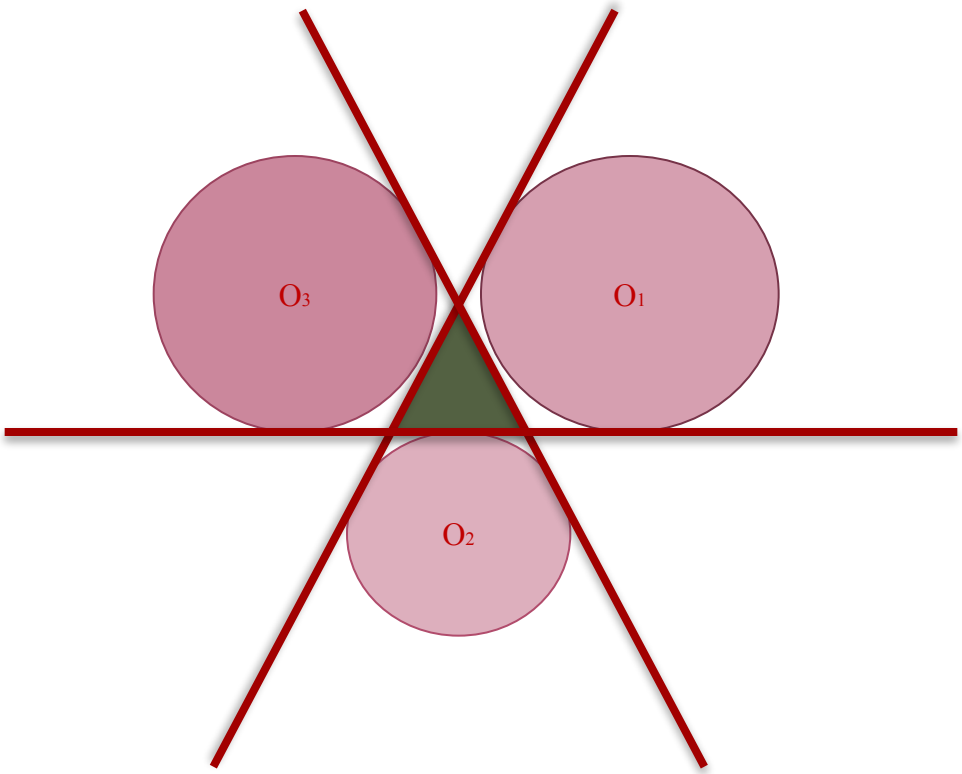
Вневписанная окружность.

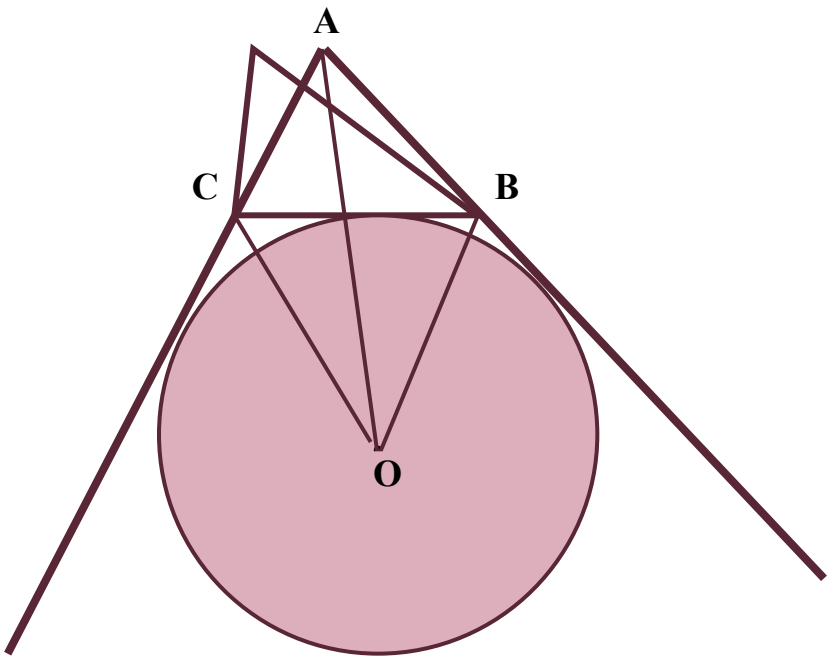
- *Вневписанная окружность.*

  Окружность называется ***<u>вневписанной</u>*** для треугольника, если она касается **одной** стороны треугольника и **продолжений** двух других сторон. Для каждого треугольника существует ***<u>три</u>*** вневписанных окружности, которые расположены **вне** треугольника, почему они и получили название *вневписанных*.

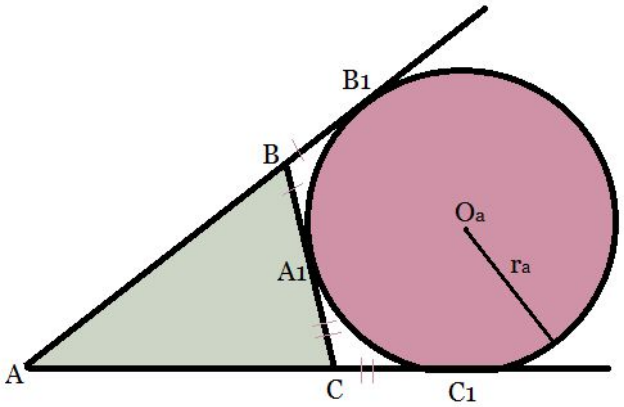


- *Центр вневписанной окружности.*

  Центр вневписанной окружности треугольника — точка пересечения **биссектрисы внутреннего угла** треугольника, противолежащего той стороне треугольника, которой окружность касается, и биссектрис **двух внешних углов** треугольника.



I. *Расстояние от вершины угла треугольника до точек касания вневписанной окружности со сторонами этого угла равны полупериметру данного треугольника* $AB_1 = AC_1 = \frac{P}{2}$.



Дано:

$\triangle ABC$; Вневписанная окр. $(O_a; r_a)$

Доказать: $AB_1 = AC_1 = \frac{P}{2}$.

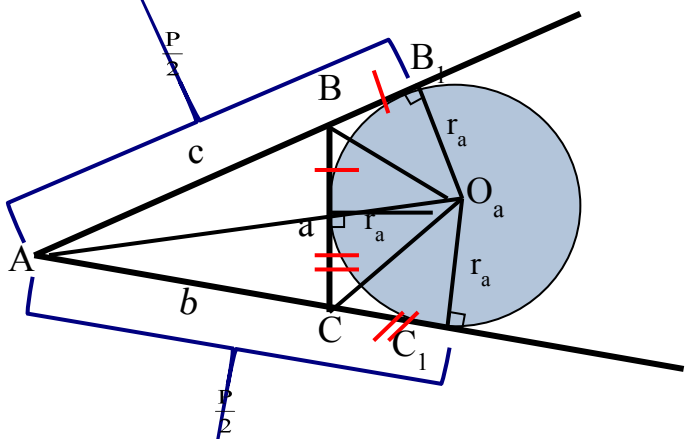
Док-во:

Т.к. касательные, проведенные из одной точки, равны ,то $BB_1=BA_1$, $CA_1=CC_1$, $AB_1=AC_1$.

Значит, **P=** $(AC+CA_1)+(AB+BA_1)= (AC+CC_1)+(AB+BB_1)= AC_1+AB_1$**$=2AC_1=2AB_1$**, т.е.

$AB_1 = AC_1 = \frac{P}{2}$.

III. *Радиус вневписанной окружности, касающейся данной стороны треугольника, равен отношению площади треугольника к разности полупериметра и этой стороны. т.е.* $r_a = \frac{S}{\frac{P}{2} - a}$, $r_b = \frac{S}{\frac{P}{2} - b}$, $r_c = \frac{S}{\frac{P}{2} - c}$.



Дано:
ΔABC; Вневписанная окр. (O_a;r_a)

Доказать: $r_a = \frac{S}{\frac{P}{2} - a}$.

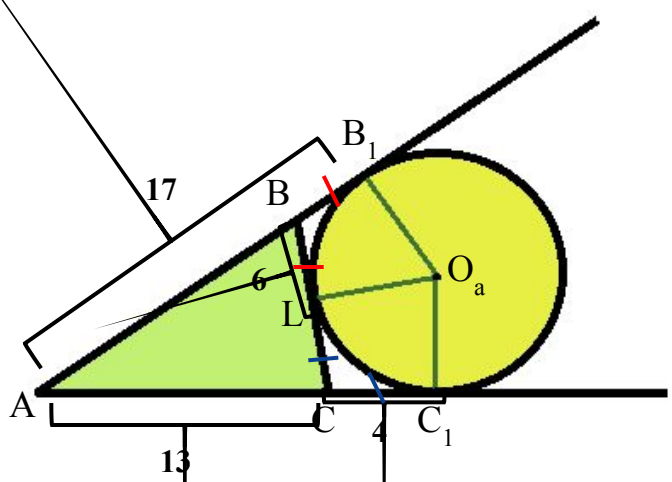
Док-во: $S_{ABC} = S_{AO_aC} + S_{BO_aC} - S_{BO_aC} = \frac{r_a}{2} \times (b + c - a) = r_a \times \left(\frac{P}{2} - a\right)$,т.е.

Имеем: $r_a = \frac{S}{\frac{P}{2} - a}$, что и требовалось доказать.

Задача.

Найдите периметр треугольника ABC, если расстояние от вершины A до точки касания с вневписанной окружностью равно 17 , расстояние от вершины B до точки касания окружности со стороной BC равно 6, расстояние от вершины C до точки касания окружности со стороной AC равно 4.

Решение:



Дано:
Окр(O_a;O_aC_1);∆ABC;AB_1=17, BL=6, CC_1=4.
Найти: *P-?*.

Решение №1:

1) Рассмотрим ∆ABC.
Т.к. BL=BB_1=6 (как отрезки касательных, проведенные из одной точки), то AB=AB_1- BB_1 => **AB**=17-6=**11**.
2) Т.к. CL=CB_1=4 (как отрезки касательных, проведенные из одной точки), то BC=BL + LC => **BC**=6+4=**10**.
3) Т.к. AB_1=AC_1 =17 (как отрезки касательных, проведенные из одной точки), то AC= AC_1- CC_1 => **AC**=17-4=**13**.
4) P=AB+BC+AC => **P=11+10+13=34**.

Решение №2:

1) Т.к **AB_1 = AC_1 = $\frac{P}{2}$** *(по теореме о касательной вневписанной окружности)*, то **P= AB_1* 2 => P= 17*2=34.**

Ответ: P = 34.