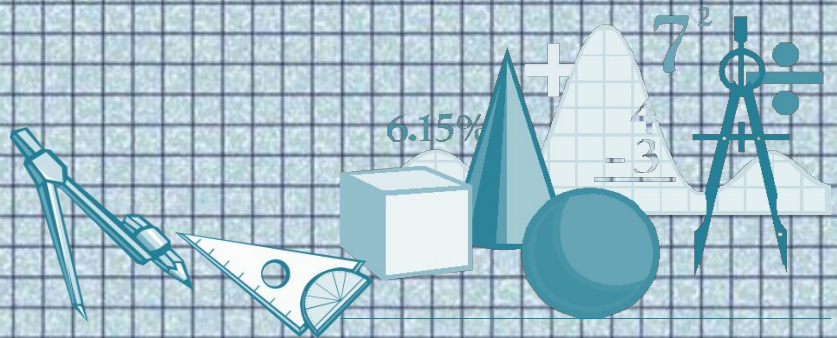




ЕГЭ 2017

Текстовая задача В11 — легко!

Алгоритм решения и успех на ЕГЭ

Методическая разработка учителя
математики Коваленко И.А.
МБОУ СОШ №3 город Стародуб

Запишите в виде математического выражения:

- x на 5 больше y
- x в пять раз больше y
- z на 8 меньше, чем y
- z меньше x в 3,5 раза
- t_1 на 1 меньше, чем t_2
- частное от деления a на b в полтора раза больше b
- квадрат суммы x и y равен 7
- x составляет 60 процентов от y
- m больше n на 15 процентов



Итак, правильные ответы:

x больше, чем y на 5

- Разница между ними равна пяти. Значит, чтобы получить **большую** величину, надо

к меньшей прибавить разницу или
от большей величины вычесть меньшую, то по

$$x = y + 5$$

$$x - y = 5$$



x в пять раз больше y

- x больше, чем y , в пять раз

Значит, если y *умножить на 5*, получим x .

$$x = 5y$$

t_1 на 1 меньше, чем t_2

- Разница между ними равна **1**
- Чтобы получить **меньшую величину**, надо
из большей вычесть разницу.

$$t_1 = t_2 - 1$$



z меньше x в 3,5 раза

• $z = \frac{x}{3,5}$ или $x = 3,5z$

Повторим терминологию

Сумма — результат сложения двух или нескольких слагаемых

Разность — результат вычитания

Произведение — результат умножения двух или нескольких множителей

Частное — результат деления чисел



частное от деления a на b в полтора
раза больше b

$a : b$ больше, чем b в 1,5 раза

- Значит, если b *умножить на 1,5*, то
получим $a : b$

$$a : b = 1,5 b$$



квадрат суммы x и y равен 7

$$(x + y)^2 = 7$$

x составляет 60 процентов от y

Если принять y за 100%, то $x = y : 100 \cdot 60$, то есть

$$x = 0,6 y$$



т больше n на 15 процентов

- Если n принять за 100%, то m на 15 процентов больше, то есть m составляет 115% или 1,15 от n .

$$m = 1,15n$$



Задачи на движение.

- Два правила:
 - Все эти задачи решаются по **одной-единственной** формуле: $s=vt$, то есть **расстояние = скорость · время**
 - В качестве переменной **x** удобнее всего выбирать **скорость**.

Задача точно решится!



1. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. ~~Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста.~~ Ответ дайте в км/ч.

• Что здесь лучше всего обозначить за

• ~~автомобилиста~~ ~~остается записать, что велосипедист прибыл в конечный пункт на 4 часа позже автомобилиста.~~

Позже — значит, времени он затратил больше.

Это значит, что $\frac{50}{x}$ на четыре больше, чем $\frac{50}{x + 40}$, то есть

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{x + 40} = 4$$



Решаем уравнение

$$\frac{50}{x} - \frac{50}{x+40} = 4$$

$$\frac{50(x+40) - 50x}{x(x+40)} = 4$$

$$\frac{50x+2000-50x}{x(x+40)} = 4$$

$$\frac{2000}{x(x+40)} = 4$$

$$\frac{500}{x(x+40)} = 1$$

Для первой дроби дополнительный множитель $x+40$, для второй - x

$$x^2 + 40x - 500 = 0$$

Получили квадратное уравнение. Напомним, что **квадратным называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$** . Решается оно стандартно — сначала находим дискриминант по формуле

$D = b^2 - 4ac$ затем корни по формуле $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
Разделим обе части нашего уравнения на 4.

$$a = 1, b = 40, c = -500$$

$$D = 1600 + 2000 = 3600$$

Умножим обе части

уравнения на $x(x+40)$

$$x_1 = 10, x_2 = -50.$$

– 50 не подходит по смыслу задачи — скорость велосипедиста не должна быть отрицательной

Не забывайте это делать, и в результате не получите сложные уравнения и шестизначные числа в качестве дискриминанта.

Ответ: 10.

1	0			
---	---	--	--	--



Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 70 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 3 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость велосипедиста на пути из А в В равна x . Тогда его скорость на обратном пути равна $x + 3$. Расстояние в обоих случаях пишем одинаковое — 70 километров

	v	t	s
Туда	x	$t_1 = \frac{70}{x}$	70
обратно	$x + 3$	$t_2 = \frac{70}{x + 3}$	70

$$t = \frac{s}{v}$$

Это значит, что на обратном пути t_2 на 3 часа меньше, чем t_1 .



$$\frac{70}{x + 3} + 3 = \frac{70}{x}$$

$$\frac{70}{x+3} + 3 = \frac{70}{x}$$

$$\frac{70}{x} - \frac{70}{x+3} = 3$$

$$\frac{70(x+3) - 70x}{x(x+3)} = 3$$

$$\frac{70 \cdot 3}{x(x+3)} = 3$$



$$\frac{70}{x(x+3)} = 1$$

$$x^2 + 3x - 70 = 0$$

$$D = 9 + 4 \cdot 70 = 289$$

$$x_1 = 7, x_2 = -10$$

$x_1 = 7$ - правдоподобная скорость велосипедиста, а -10 не подходит, так как скорость должна быть положительным числом

Ответ: 7

7					
---	--	--	--	--	--

Задачи на движение по воде

Следующий тип задач — когда что-нибудь плавает по речке, в которой есть течение. Например, теплоход, катер или моторная лодка. **Обычно** в условии говорится о **собственной скорости** ($v_{\text{соб}}$) плавучей посудыны и **скорости течения** ($v_{\text{теч}}$).

Собственной скоростью называется скорость в неподвижной воде.

При движении по течению эти скорости складываются. Течение помогает, по течению плыть — быстрее.

Скорость при движении по течению равна сумме собственной скорости судна и скорости течения.

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{соб}} + v_{\text{теч}}$$

А если двигаться против течения? Течение будет мешать, относить назад. Теперь скорость течения будет вычитаться из собственной скорости судна.

Скорость при движении против течения равна разности собственной скорости судна и скорости течения.



$$v_{\text{пр теч}} = v_{\text{соб}} - v_{\text{теч}}$$

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Пусть скорость лодки в неподвижной воде равна x .

Тогда скорость движения моторки по течению равна $v_{\text{соб}} + v_{\text{теч}} = x + 1$, а скорость, с которой она движется против течения $v_{\text{соб}} - v_{\text{теч}} = x - 1$.

Расстояние и в ту, и в другую сторону одинаково и равно 255 км.

Занесем скорость и расстояние в таблицу.

	v	t	s
По течению	$x + 1$	$t_1 = \frac{255}{x+1}$	255
Против течения	$x - 1$	$t_2 = \frac{255}{x-1}$	255

Заполняем графу «время».
Вспомните, как это делать!

$$t = \frac{s}{v}$$

Условие « t_2 на два часа меньше, чем t_1 » можно записать в виде $t_2 - 2 = t_1$

Составляем уравнение: $\frac{255}{x-1} - 2 = \frac{255}{x+1}$



Решите уравнение!

$$\frac{255}{x-1} - 2 = \frac{255}{x+1}, \quad \frac{255}{x-1} - \frac{255}{x+1} = 2$$

Приводим дроби в левой части к одному знаменателю

$$\frac{255(x+1) - 255(x-1)}{(x-1)(x+1)} = 2$$

Раскрываем скобки

$$\frac{510}{x^2 - 1} = 2$$

Делим обе части на 2, чтобы упростить уравнение

$$\frac{255}{x^2 - 1} = 1$$

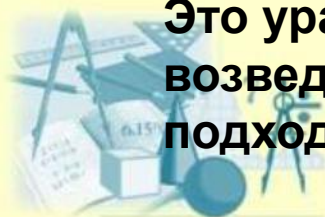
Умножаем обе части уравнения на $x^2 - 1$

$$x^2 - 1 = 255, \quad x^2 = 256$$

Это уравнение имеет два корня: 16 и -16 (оба этих числа при возведении в квадрат дают 256). Но отрицательный ответ не подходит — скорость лодки должна быть положительной.

Ответ: 16.

1	6				
---	---	--	--	--	--



Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 200 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость течения, если скорость теплохода в неподвижной воде равна 15 км/ч, стоянка длится 10 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 40 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

Обозначим за x скорость течения. Тогда скорость движения теплохода по течению равна $15+x$, скорость его движения против течения равна $15 - x$. Расстояния — и туда, и обратно — равны 200 км.

	v	t	s
По течению	$15 + x$	$t_1 = \frac{200}{15 + x}$	200
Против течения	$15 - x$	$t_2 = \frac{200}{15 - x}$	200

$$t = \frac{s}{v}$$

В пункт отправления теплоход вернулся через 40 часов после отплытия из него. Стоянка длилась 10 часов, следовательно, 30 часов теплоход плыл — сначала по течению, затем против.



$$t_1 + t_2 = 30, \text{ т.е. } \frac{200}{15 + x} + \frac{200}{15 - x} = 30$$

$$\frac{200}{15 + x} + \frac{200}{15 - x} = 30$$

Прежде всего разделим обе части уравнения на 10. Оно станет проще!

$$\frac{20}{15 + x} + \frac{20}{15 - x} = 3$$

Не будем подробно останавливаться на технике решения уравнения. Всё уже понятно — приводим дроби в левой части к одному знаменателю, умножаем обе части уравнения на $225 - x^2$, получаем квадратное уравнение $x^2 = 25$. Поскольку скорость течения положительна, получаем: 5.

Ответ: 5.

5					
---	--	--	--	--	--



Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

Пусть скорость течения равна x . Тогда по течению баржа плывет со скоростью $7+x$, а против течения со скоростью $7-x$.

Сколько времени баржа плыла?

Надо из 16 вычесть 10, а затем вычесть время стоянки.

Обратите внимание!

1 час 20 минут придется перевести в часы: 1 час 20 минут = $1\frac{1}{3}$ часа.

Получаем, что суммарное время движения баржи (по течению и против) равно $4\frac{2}{3}$ часа.

	v	t	s
По течению	$7 + x$	$t_1 = \frac{15}{7 + x}$	15
Против течения	$7 - x$	$t_2 = \frac{15}{7 - x}$	15



Получаем уравнение: $\frac{15}{7+x} + \frac{15}{7-x} = 4\frac{2}{3}$

Число $4\frac{2}{3}$ в правой части представим в виде неправильной

дроби: $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$

Приведем дроби в левой части к общему знаменателю, раскроем скобки и упростим уравнение. Получим:

$$30 \cdot 7 = 14/3 \cdot (49 - x^2)$$

Работать с дробными коэффициентами неудобно! Если мы разделим обе части уравнения на 14 и умножим на 3, оно станет значительно проще:

$$45 = 49 - x^2, x^2 = 4$$

Поскольку скорость течения положительна, $x = 2$.

Ответ: 2.

2					
---	--	--	--	--	--



Задачи на работу

Задачи на работу решаются с помощью одной-единственной формулы:

$$A = p \cdot t$$

A — работа, t — время, а величина p , которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — *производительность*).

Производительность показывает, сколько работы сделано в единицу времени.

Правила решения задач на работу очень просты.

1. $A = p \cdot t$ (работа = производительность · время)

Из этой формулы легко найти t или p .

2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — *работа принимается за единицу*. (Построен дом (один). Написана книга (одна)). А вот если речь идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.

3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются.

4. В качестве переменной x удобно взять именно **производительность**.



Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час ~~быстрее, чем второй~~. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

	p	t	A
1 рабочий		$t_1 = \frac{110}{x+1}$	
2 рабочий		$t_2 = \frac{110}{x}$	

$$t = \frac{A}{p}$$

1. В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем: 110.
2. В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть **какова его производительность**. Примем ее за x .

Тогда производительность первого рабочего равна $x+1$ (он делает на одну деталь в час больше).

3. Поскольку $t = \frac{A}{p}$, время работы первого рабочего



равно $t_1 = \frac{110}{x+1}$, время работы второго равно $t_2 = \frac{110}{x}$

Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час ~~быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?~~

	p	t	A
1 рабочий	$x+1$	$t_1 = \frac{110}{x+1}$	110
2 рабочий	x	$t_2 = \frac{110}{x}$	110

t_1 на 1 меньше, чем t_2

$$t_1 = t_2 - 1$$

$$\frac{110}{x+1} = \frac{110}{x} - 1$$

$$x^2 + x - 110 = 0$$

$$D = 441, x_1 = 10, x_2 = -11$$

Очевидно, производительность рабочего не может быть отрицательной (Ведь он производит детали, а не уничтожает их :-)) !)
Значит, отрицательный корень не подходит.

Ответ: 10.

1	0				
---	---	--	--	--	--



Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

	p	t	A
Первый рабочий			1
Второй рабочий			
Первый рабочий			=
Второй рабочий			
Первый рабочий			

$$2x = 3y$$

О каких формах работы идет речь в задаче?

Известен ли объем работы? Значит, работу можем принять за единицу.

Пусть x — производительность первого рабочего. Но тогда производительность второго нам тоже понадобится, и ее мы обозначим за y .

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней.

При совместной работе производительности складываются

$$(x + y) \cdot 12 = 1 \quad 2x = 3y$$

и



$$2x = 3y$$

$$(x + y) \cdot 12 = 1$$

$$2x = 3y, \quad y = 2/3 x$$

$$(x + 2/3 x) \cdot 12 = 1$$

$$5/3 x \cdot 12 = 1$$

$$20 x = 1$$

$$x = 1/20$$

Итак, первый рабочий за день выполняет $1/20$ всей работы.
Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20.



*

2	0				
---	---	--	--	--	--

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

При подготовке презентации
использовались материалы
сайта

<http://www.ege-study.ru/ege-advice/besplatno4.html>

